

Bài 1. (3 điểm).

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $3x^2 - 7x + 2$;

b) $a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1)$.

Bài 2. (6 điểm). Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tính giá trị của A, biết $|x| = \frac{1}{2}$.c. Tìm giá trị của x để $A < 0$.

d. Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 3. (5 điểm)

a. Tìm x, y, z thỏa mãn phương trình sau :

$$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0.$$

b. Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.**Bài 4. (1 điểm)**Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 4a + 5$.**Bài 5. (5 điểm)**

Hình thang ABCD (AB // CD) có hai đường chéo cắt nhau tại O. Đường thẳng qua O và song song với đáy AB cắt các cạnh bên AD, BC theo thứ tự ở M và N.

a. Chứng minh rằng OM = ON.

b. Chứng minh rằng $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.c. Biết $S_{AOB} = 2012^2$ (đơn vị diện tích); $S_{COD} = 2013^2$ (đơn vị diện tích). Tính S_{ABCD} .

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

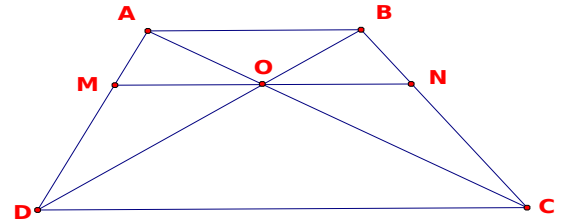
Bµi 1: (3 ®iÓm)		
a. (1,5 ®iÓm)	$3x^2 - 7x + 2 = 3x^2 - 6x - x + 2 =$	0,5
	$= 3x(x - 2) - (x - 2)$	0,5
	$= (x - 2)(3x - 1).$	0,5
b. (1,5 ®iÓm)	$a(x^2 + 1) - x(a^2 + 1) = ax^2 + a - a^2x - x =$	0,5
	$= ax(x - a) - (x - a) =$	0,5
	$= (x - a)(ax - 1).$	0,5

Bµi 2 6 ®iÓm		
	a. Rút gọn được kq: $A = \frac{-1}{x-2}$	1,5
	b. $ x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow A = \frac{4}{3}$ hoặc $A = \frac{4}{5}$	1,5
	c. $A < 0 \Leftrightarrow x > 2$	1,5
	d. $A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{-1}{x-2} \in \mathbb{Z} \dots \Rightarrow x \in \{1; 3\}$	1,5

Bµi 3 (5 ®iÓm)		
a. (2,5)	$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$	
	$\Leftrightarrow (9x^2 - 18x + 9) + (y^2 - 6y + 9) + 2(z^2 + 2z + 1) = 0$	1
	$\Leftrightarrow 9(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + 2(z + 1)^2 = 0 (*)$	0,5
	Do : $(x - 1)^2 \geq 0; (y - 3)^2 \geq 0; (z + 1)^2 \geq 0$	0,5
	Nên : $(*) \Leftrightarrow x = 1; y = 3; z = -1$ Vậy $(x, y, z) = (1, 3, -1).$	0,5
b. (2,5)	Từ : $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0$	1
	$\Leftrightarrow ayz + bxz + cxy = 0$	
	Ta có : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow (\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c})^2 = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc}) = 1$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2\frac{cxy + bxz + ayz}{abc} = 1$	0,5

	$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 (đpcm)$	
Bài 4	Biến đổi để có $A = a^2(a^2 + 2) - 2a(a^2 + 2) + (a^2 + 2) + 3$	0,25đ
	$= (a^2 + 2)(a^2 - 2a + 1) + 3 = (a^2 + 2)(a - 1)^2 + 3$	0,25đ
	Vì $a^2 + 2 > 0 \forall a$ và $(a - 1)^2 \geq 0 \forall a$ nên $(a^2 + 2)(a - 1)^2 \geq 0 \forall a$ do đó $(a^2 + 2)(a - 1)^2 + 3 \geq 3 \forall a$	0,25đ
	Dấu = xảy ra khi và chỉ khi $a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$	0,25đ
	KL	

Bài 5 (5 điểm)



a, (1,5 điểm)	Lập luận để có $\frac{OM}{AB} = \frac{OD}{BD}$, $\frac{ON}{AB} = \frac{OC}{AC}$	0,5đ
	Lập luận để có $\frac{OD}{DB} = \frac{OC}{AC}$	0,5đ
	$\Rightarrow \frac{OM}{AB} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow OM = ON$	0,5đ
b, (1,5 điểm)	Xét $\triangle ABD$ để có $\frac{OM}{AB} = \frac{DM}{AD}$ (1), xét $\triangle ADC$ để có $\frac{OM}{DC} = \frac{AM}{AD}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow OM \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = \frac{AM + DM}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$	0,5đ
	Chứng minh tương tự ON. $(\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = 1$	0,5đ
	từ đó có $(OM + ON) \cdot (\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}) = 2 \Rightarrow \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$	0,5đ
c, (2 điểm)	$\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD}$, $\frac{S_{BOC}}{S_{DOC}} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{S_{BOC}}{S_{DOC}} \Rightarrow S_{AOB} \cdot S_{DOC} = S_{BOC} \cdot S_{AOD}$	0,5đ
	Chứng minh được $S_{AOD} = S_{BOC}$	0,5đ
	$\Rightarrow S_{AOB} \cdot S_{DOC} = (S_{AOD})^2$	0,5đ
	Thay số $2012^2 \cdot 2013^2 = (S_{AOD})^2 \Rightarrow$	
	Do đó $S_{ABCD} = 2012^2 + 2 \cdot 2012 \cdot 2013 + 2013^2 = (2012 + 2013)^2 = 4025^2$ (đơn vị DT)	0,5đ