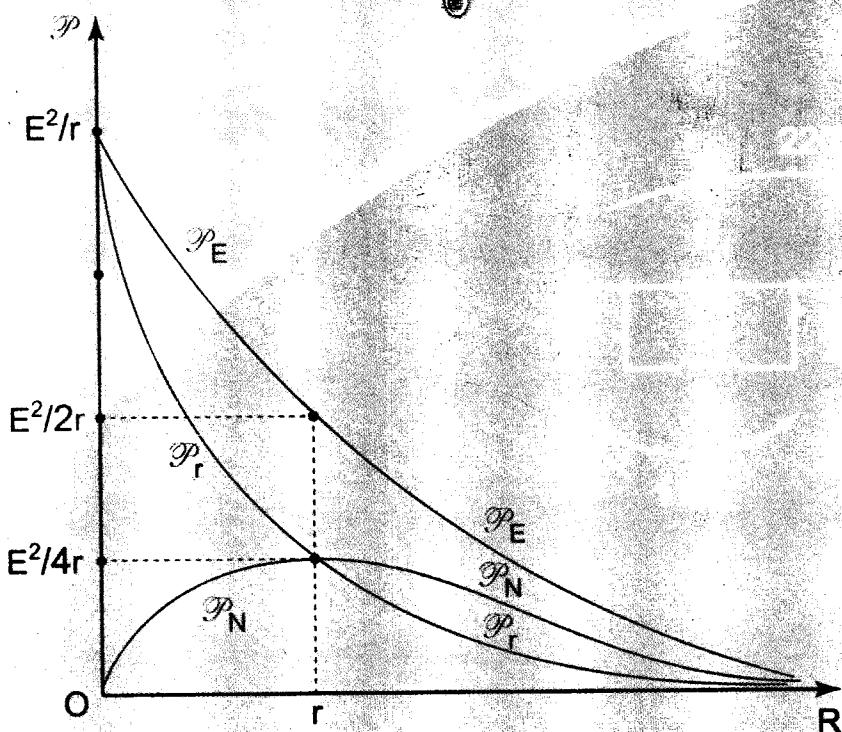


**Phương pháp
giải các bài toán**

MẠCH ĐIỆN MỘT CHIỀU



NGUYỄN MẠNH TUẤN

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN MẠCH ĐIỆN MỘT CHIỀU

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục

73-2007/CXB/17-57/GD

Mã số : 8I434M7-CPD

LỜI NÓI ĐẦU

Dòng điện một chiều không đổi đã được dạy ở Trung học cơ sở và được học kĩ hơn ở lớp 11. Trong chương trình và sách giáo khoa 11 mới (2007) có hai chương dành cho dòng điện. Đó là chương II : Dòng điện không đổi, và chương III : Dòng điện trong các môi trường. Các trường Đại học, Cao đẳng và Trung cấp về tự nhiên và kĩ thuật cũng đều có môn Điện học.

Cuốn sách này bám sát sách giáo khoa và chương trình mới, tác giả mong muốn sẽ hệ thống hoá các kiến thức về dòng điện một chiều không đổi, giúp người đọc nâng cao hiểu biết về các định luật của dòng điện, củng cố các kĩ năng tính toán, các cách phân tích và giải quyết các bài toán điện một chiều, làm quen với nhiều cách khảo sát và nhiều phương pháp giải một bài toán điện. Qua đó sẽ giúp người đọc hiểu biết sâu sắc hơn các vấn đề lí thuyết, nâng cao trình độ phân tích và giải các bài tập, có cách nhìn tổng quát hơn về các phương pháp cơ bản để giải các bài toán điện một chiều. Do các sách giáo khoa chỉ nói đến định luật Ôm, cho nên cuốn sách này cũng giành nhiều quan tâm đến các phương pháp giải các bài tập dựa vào các dạng của định luật Ôm trong hai chương đầu. Trong chương thứ ba, cuốn sách giới thiệu một số các phương pháp giải khác.

Sau mỗi phần hệ thống hoá kiến thức, cuốn sách có giới thiệu các Bài tập mẫu (đánh dấu ●) có giải cụ thể, hướng dẫn cách làm chi tiết, trình bày nhiều cách giải trong những trường hợp có thể. Sau đó có các Bài luyện tập (đánh dấu ■) có cho đáp số để người đọc tự làm theo các bài tập mẫu. Ngoài ra còn có một số Bài tập trắc nghiệm (★) để người đọc kiểm tra lại kiến thức lí thuyết của mình và làm quen với loại bài tập mới.

Cuốn sách này là một tài liệu học tập, củng cố và mở rộng hiểu biết về các bài toán điện một chiều ; là tài liệu tham khảo tốt cho học sinh các trường trung học, các học sinh khá giỏi, sinh viên các trường đại học và cao đẳng ; là một tài liệu đọc thêm bổ ích cho giáo viên các trường phổ thông, các trường trung cấp chuyên nghiệp, các trường chuyên, lớp chọn.

Lần đầu xuất bản chắc chắn không thể tránh khỏi thiếu sót, rất mong các thầy cô giáo, các sinh viên, học sinh và các bạn đọc góp ý cho tác giả để cuốn sách được hoàn thiện hơn cho các lần tái bản sau. Xin chân thành cảm ơn.

TÁC GIẢ

Chương I

CÁC PHƯƠNG PHÁP DỰA TRÊN ĐỊNH LUẬT ÔM CHO CÁC ĐOẠN MẠCH CHỈ CHỨA ĐIỆN TRỞ THUẦN

I – DÒNG ĐIỆN

1. Ta đã biết trong tự nhiên có hai loại điện tích dương và âm. Định luật bảo toàn điện tích cho thấy : trong các hệ cô lập về điện, tổng đại số các điện tích trong hệ là không đổi. Đó là một trong vài định luật tổng quát hiếm hoi luôn đúng trong mọi trường hợp của tự nhiên. Hay nói khác đi, cho đến giờ chưa phát hiện được trường hợp nào vi phạm định luật bảo toàn điện tích.

Khảo sát về điện trường và tương tác của các điện tích không chuyển động là nội dung của Tĩnh điện học. Ở đây ta quan tâm đến các dòng điện. Ngay từ Trung học cơ sở ta đã biết : các điện tích dịch chuyển tạo nên dòng điện. Chữ dịch chuyển ở đây muốn nói đến chuyển động tập thể có hướng của các điện tích.

2. Định nghĩa : Dòng điện là dòng các điện tích tự do dịch chuyển có hướng dưới tác dụng của điện trường.

Ta nói dịch chuyển có hướng là nhằm phân biệt với chuyển động nhiệt của các điện tích, đó là các dao động hỗn loạn xung quanh vị trí cân bằng là chính. Trong một điện trường, ngoài chuyển động hỗn loạn vì nhiệt, các điện tích dương còn bị kéo xuôi chiều điện trường, các điện tích âm còn bị kéo ngược chiều điện trường. Chính các dịch chuyển có hướng này tạo nên dòng điện.

Ta nói các điện tích tự do là tất cả điện tích có thể di dời, phân biệt với các điện tích liên kết bị ràng buộc chỉ dao động tại chỗ. Có những môi trường có sẵn các điện tích tự do, ví dụ như electron tự do trong kim loại. Trong các dung dịch điện phân có sẵn các ion dương và ion âm. Trong các chất bán dẫn có sẵn các electron e^- và các lỗ trống h^+ . Trong các môi trường không có sẵn các điện tích tự do, ta phải tạo ra chúng nhờ các tác nhân ion hoá.

Dòng điện trong kim loại là dòng chuyển dời có hướng của các electron tự do dưới tác dụng của điện trường. Trong bình điện phân, dòng điện là dòng

chuyển dời có hướng của các ion : ion dương về catôt và ion âm về anôt. Dòng điện trong chất bán dẫn là dòng chuyển dời có hướng của các electron tự do và các lỗ trống.

Dòng điện trong chất khí là dòng chuyển dời có hướng của các ion dương, ion âm và electron tự do (chúng được sinh ra nhờ ngọn lửa đèn cồn, nhờ tia lửa điện hoặc chiếu xạ). Dòng điện trong chân không là dòng các electron bật ra từ catôt (bị đốt nóng hoặc đặt trong điện trường mạnh).

3. Điều kiện để có dòng điện

Thông thường các điện tích tự do dịch chuyển có hướng khi có điện trường đặt vào. Thể hiện bằng việc xác lập một hiệu điện thế giữa hai đầu môi trường dẫn điện. Các điện tích tự do dương (ion dương) dịch chuyển xuôi chiều điện trường, từ nơi có điện thế cao về nơi có điện thế thấp. Các điện tích tự do âm (electron, ion âm) dịch chuyển ngược chiều điện trường, từ nơi có điện thế thấp đến nơi có điện thế cao.

Từ đó ta thấy để có dòng điện cần hai điều kiện : có điện tích tự do và có điện trường đặt vào.

Do đó, muốn duy trì dòng điện, phải duy trì hai điều kiện trên đồng thời.

Trong các môi trường không có sẵn các điện tích tự do, ta vừa tạo ra chúng nhờ các tác nhân ion hoá, vừa phải đặt vào một điện trường. Trong đời sống hàng ngày và trong các bài tập thông thường ta hay xét dòng điện trong vật dẫn kim loại đã có sẵn các electron tự do. Muốn có dòng điện ta chỉ cần đặt vào hai đầu một hiệu điện thế nhờ các nguồn điện. Hiệu điện thế này tạo ra trong vật dẫn một điện trường. Dưới tác dụng của lực điện trường, các hạt tải điện vẫn chuyển động nhiệt hỗn loạn nhưng có thêm chuyển động có hướng. Chuyển động có hướng này tạo nên dòng điện trong vật dẫn.

Cần chú ý phân biệt giữa tốc độ truyền tương tác điện nhờ dòng điện vào cỡ tốc độ ánh sáng 3.10^8 m/s với tốc độ dịch chuyển có hướng của các hạt tải điện trong điện trường. Các tính toán cho thấy tốc độ dịch chuyển có hướng của các electron tự do trong dây dẫn kim loại để tạo nên dòng điện chỉ vào cỡ nhỏ hơn 1mm/s.

4. Chiều của dòng điện

Ta đã biết, chiều quy ước của dòng điện là chiều dịch chuyển có hướng của các điện tích tự do dương hay ngược lại với chiều dịch chuyển có hướng của điện tích tự do âm. Trong dây dẫn kim loại, khi nói dòng điện chạy từ A đến B thì thực ra là các electron tự do mang điện tích âm dịch chuyển từ B đến A.

Chiều là một đặc trưng rất quan trọng của dòng điện. Trong rất nhiều trường hợp, ta phải ghi rõ chiều của dòng điện trong đoạn mạch đang xét là dòng điện đi từ A đến B (I_{AB}) hay dòng điện đi từ B đến A (I_{BA}) và ta gán cho dòng điện một dấu đại số : âm hay dương. Chú ý rằng I_{AB} và I_{BA} là trái nhau về dấu :

$$I_{AB} = -I_{BA}$$

5. Các tác dụng của dòng điện

Dòng điện có 3 tác dụng cơ bản.

* Phổ biến nhất, lúc nào cũng có là tác dụng từ : xung quanh dòng điện có từ trường. Từ trường này tương tác với từ trường của nam châm dẫn đến tác dụng cơ, làm quay các rôto của các động cơ điện...

* Tiếp theo phải kể đến tác dụng nhiệt : dòng điện đi qua các đoạn mạch có điện trở R trong thời gian t thì nhiệt lượng Q toả ra tuân theo định luật Jun - Len-xơ : $Q = RI^2t$. Khi nhiệt toả ra đủ lớn làm vật dẫn nóng sáng lên sẽ dẫn đến phát ra ánh sáng, đó là tác dụng quang...

* Tác dụng hoá học : dòng điện đi qua các dung dịch điện phân sẽ gây ra các quá trình điện phân, các phản ứng hoá học. Đó là cơ sở cho các quá trình mạ điện, đúc điện, tinh luyện kim loại, sản xuất một số hoá chất...

Ngoài ra có thể kể thêm đến ảnh hưởng của dòng điện đến các mô, các tế bào, đến các dòng điện sinh vật trong các cơ thể sống dẫn đến tác dụng sinh lí, gây "điện giật", làm ngừng thở... khi có dòng điện qua cơ thể. Thực nghiệm cho thấy dòng điện của các nguồn điện dưới 12V đi qua cơ thể cả người lớn và trẻ em không gây nguy hiểm đáng kể. Do đó trong đời sống đã có quy định chung : các đồ chơi trẻ em chạy bằng điện không được dùng các nguồn điện trên 12V để đảm bảo an toàn cho trẻ.

6. Cường độ dòng điện

* Cường độ dòng điện đặc trưng cho tác dụng mạnh, yếu của dòng điện, được xác định bằng thương số giữa điện lượng Δq dịch chuyển qua tiết diện thẳng của vật dẫn trong khoảng thời gian Δt và khoảng thời gian Δt đó :

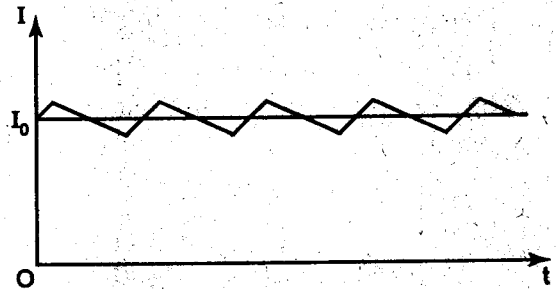
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Ta còn có thể nói cường độ dòng điện được xác định bằng điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của vật dẫn trong một đơn vị thời gian. Nói chung, cường độ dòng điện thay đổi theo thời gian và công thức trên chỉ cho ta biết giá trị

trung bình của cường độ dòng điện trong khoảng thời gian Δt . Nếu lấy Δt càng nhỏ, giá trị cường độ dòng điện trung bình đó càng chính xác, càng gần với giá trị cường độ dòng điện tại một thời điểm mà ta gọi là cường độ dòng điện tức thời tại thời điểm đó.

Như trên đã nói, dòng điện là một đại lượng có chiều, do đó cường độ dòng điện I là một đại lượng vectơ trong không gian, trên một đoạn mạch là một lượng đại số : $I_{AB} = -I_{BA}$.

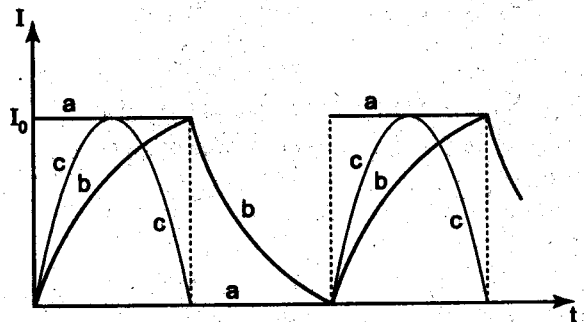
* Dòng điện một chiều không đổi là dòng điện có chiều và cường độ không thay đổi theo thời gian. Đồ thị cường độ dòng điện theo thời gian là một đường thẳng nằm ngang song song với trục Ot (Hình 1.1). Dòng điện do pin, acquy cung cấp cho một đoạn mạch trong một khoảng thời gian hoạt động ổn định không dài lắm có thể xem là dòng điện không đổi. Dòng điện một chiều thu được nhờ chỉnh lưu các dòng điện xoay chiều thường có dạng "nhấp nháy". Sau khi được "là phẳng" nhờ các điện trở và tụ điện mắc thích hợp cũng có dạng gần với dòng một chiều không đổi.



Hình 1.1

Với dòng điện một chiều không đổi mà sau này trong nhiều trường hợp ta gọi tắt là dòng điện một chiều hoặc dòng điện không đổi, cường độ dòng điện I và điện lượng q đi qua tiết diện thẳng trong thời gian t bất kì liên hệ với nhau qua công thức : $I = \frac{q}{t}$

Dòng điện một chiều của pin, acquy nhưng đóng – ngắt liên tục qua các điện trở thuần (a), qua các cuộn cảm (b), hoặc dòng điện một chiều sau chỉnh lưu một nửa chu kì (c) như ở Hình 1.2 là các dòng một chiều thay đổi. Trong các phần sau ta chỉ xét các dòng điện một chiều không đổi.



Hình 1.2

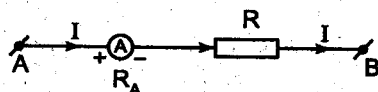
* Trong hệ SI, đơn vị cường độ dòng điện là ampe, kí hiệu là A, đơn vị điện tích là culông, kí hiệu là C và đơn vị thời gian là giây, kí hiệu là s. Chúng liên hệ với nhau theo hệ thức : $1A = \frac{1C}{1s}$.

Đơn vị ampe cũng khá lớn. Trong thực tế ta thường gặp các dòng điện nhỏ hơn nên cũng hay dùng các ước của ampe :

$$1\text{miliampe (mA)} = 10^{-3}\text{A}$$

$$1\text{micrôampe (}\mu\text{A)} = 10^{-6}\text{A}$$

* Để đo cường độ dòng điện qua một vật dẫn ta dùng ampe kế $\textcircled{A}$, hoặc miliampe kế mA, hoặc micrôampe kế μA mắc nối tiếp với vật dẫn đó (Hình 1.3). Điện trở R_A của các ampe kế càng nhỏ thì phép đo càng chính xác. Cần chú ý đến sự phân cực của



Hình 1.3

ampe kế : đầu dương (+) của ampe kế nối với nơi có điện thế cao và đầu âm (-) với nơi có điện thế thấp.

● Bài tập mẫu

Một bóng đèn Đ mắc nối tiếp với một ampe kế $\textcircled{A}$. Ampe kế chỉ $I_{AB} = 0,6\text{A}$.

- Tìm điện lượng q đi qua tiết diện thẳng của dây tóc bóng đèn trong 1 phút.
- Tính số electron đã chuyển qua tiết diện thẳng trong thời gian đó và chiều dịch chuyển của các electron này.

Giải

$$a) q = It = 0,6.60 = 36 \text{ C}$$

Trong 1 phút đã có điện lượng 36 culông chuyển qua tiết diện thẳng.

$$b) n = \frac{q}{e} = \frac{36}{1,6.10^{-19}} = 2,25.10^{20} \text{ electron đi qua tiết diện thẳng đó theo}$$

chiều từ B đến A.

■ Bài luyện tập

Qua một dây điện trở có một điện lượng $q = 1500 \text{ C}$ chuyển qua trong thời gian 10 phút.

- Tìm cường độ dòng điện I qua dây điện trở.

b) Tính số electron chuyển qua dây điện trở trong 32 s.

$$\text{ĐS: } I = 2,5 \text{ A ; } n = 5 \cdot 10^{20}$$

7. Định luật bảo toàn dòng điện

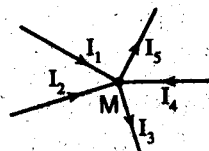
Tại một nút của mạch điện M (Hình 1.4) có những dòng điện chạy đến và những dòng điện chạy đi. Từ định luật bảo toàn điện tích ta suy ra : Trong một đơn vị thời gian có bao nhiêu điện tích chạy đến thì cũng có bấy nhiêu điện tích chạy đi. Ta có thể viết

$$\sum I_{\text{đến}} = \sum I_{\text{đi}}$$

Trong ví dụ ở Hình 1.4 ta có : $I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$

Nếu quy ước dòng chạy đến mang dấu dương (+), dòng chạy đi mang dấu âm (-), thì ta có thể viết cho một nút bất kì :

$$\sum I_i = 0$$



Hình 1.4

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về dòng điện.

- A. Các điện tích chuyển động sẽ tạo dòng điện.
- B. Chiều dòng điện là chiều dịch chuyển có hướng của các điện tích dương. Vậy chỉ có điện tích dương dịch chuyển mới sinh ra dòng điện.
- C. Các điện tích tự do âm hoặc dương khi dịch chuyển có hướng sẽ tạo ra dòng điện.
- D. Dòng điện đã xuất hiện thì cứ như vậy tồn tại mãi mãi.

ĐS : C.

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về dòng điện.

- A. Tốc độ truyền tương tác điện nhờ dòng điện vào cỡ vận tốc ánh sáng. Do đó các điện tích tự do dịch chuyển có hướng cùng với tốc độ đó để tạo nên dòng điện.
- B. Tác dụng cơ bản và phổ biến nhất của dòng điện là tác dụng từ.
- C. Đối với dòng điện qua một vật dẫn chỉ cần cho biết giá trị của cường độ dòng điện là đủ.
- D. Dòng điện một chiều là dòng điện mà mọi điện tích tự do đều dịch chuyển có hướng theo cùng một chiều.

ĐS : B.

II – ĐỊNH LUẬT ÔM ĐỐI VỚI ĐOẠN MẠCH CHỈ CHỨA ĐIỆN TRỞ THUẦN

I. Điện trở thuần

a) Một đoạn mạch gọi là chỉ chứa điện trở thuần nếu như có dòng điện chạy qua chỉ có nhiệt được sinh ra trên đó (không có bình điện phân, không có động cơ điện...). Các ví dụ về điện trở thuần thường gặp như dây tóc bóng đèn, dây điện trở của bàn là, bếp điện, bình đun nước nóng, lò sưởi điện...

Với dây dẫn kim loại hình trụ dài l , tiết diện ngang S và điện trở suất ρ , điện trở R được tính theo công thức : $R = \rho \frac{l}{S}$. Muốn có điện trở R lớn ta phải chọn

các hợp kim có điện trở suất ρ lớn, tiết diện đủ nhỏ và khá dài. Các dây điện trở (maixô) thường có dạng xoắn lò xo cho ngắn lại. Nhìn hai bóng đèn tròn có cùng hiệu điện thế định mức, bóng đèn nào có dây tóc mảnh nhỏ có điện trở lớn

nhỏ công suất nhỏ ($\mathcal{P} = \frac{U^2}{R}$), bóng nào có dây tóc to đậm sẽ có điện trở nhỏ và

công suất lớn. Trong các dây dẫn truyền tải điện, muốn giảm hao phí phải dùng dây dẫn có điện trở nhỏ. Muốn vậy người ta phải chọn các kim loại và hợp kim có điện trở suất ρ nhỏ và tiết diện dây S đủ lớn. Ta thường thấy các dây dẫn điện bằng đồng, bằng nhôm hoặc bằng các hợp kim của đồng và của nhôm dẫn điện tốt và đủ bền chắc không bị đứt. Trong các nam châm điện mạnh, người ta dùng các dây cuốn bằng bạc. Trong các mạch vi điện tử rất nhỏ người ta dùng vàng làm dây dẫn nối các điện cực của các linh kiện. Nhìn các sợi dây dẫn bằng vàng nhỏ như sợi tóc ta có thể nghĩ rằng chẳng tốn bao nhiêu vàng. Thế nhưng các vi mạch được sản xuất với số lượng rất lớn nên số lượng vàng dùng trong công nghiệp điện tử cũng rất lớn. Người ta tính rằng trong những năm gần đây khoảng 40% lượng vàng khai thác được trên toàn thế giới hàng năm được dùng trong công nghiệp điện tử vi mạch.

Điện trở R là một đại lượng vô hướng, không có chiều. Giá trị điện trở không phụ thuộc dòng điện đi qua từ đầu nào đến đầu nào.

● Bài tập mẫu

Tính điện trở R của một dây dẫn bằng đồng dài $l = 10\text{m}$, đường kính dây tròn $d = 1\text{mm}$ và biết điện trở suất của đồng là $\rho_{\text{cu}} = 1,72\mu\Omega.\text{cm}$.

$$\text{Giải : } R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{4l}{\pi d^2} = 1,72 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{4 \cdot 10}{\pi (10^{-3})^2} = 0,22 \Omega$$

■ Bài luyện tập

Tìm chiều dài của một dây tóc bóng đèn công suất lớn làm bằng vonfram có điện trở suất $\rho = 5,5\mu\Omega\cdot\text{cm}$. Biết điện trở dây tóc $R = 96,8\Omega$ và đường kính dây $d = 0,01\text{mm}$.

ĐS: $l = 13,8\text{ cm}$.

● Bài tập mẫu

Người ta gấp đôi một dây dẫn kim loại điện trở R_1 rồi bó chập lại thành một đoạn dây dẫn mới có điện trở R_2 .

- Hỏi R_2 bé hơn hay lớn hơn R_1 bao nhiêu lần.
- Tìm điện trở R_3 của đoạn dây mới theo điện trở R_1 ban đầu, biết rằng ta lặp lại việc gấp đôi đó liên tiếp 3 lần.

Giải

- Mỗi lần gấp đôi rồi bó chập lại chiều dài giảm đi 2 lần và tiết diện tăng lên 2 lần. Theo công thức $R = \rho \frac{l}{S}$ ta dễ dàng thấy :

$$R_2 = \rho \frac{\frac{l}{2}}{2S} = \frac{1}{4} \rho \frac{l}{S} = \frac{R_1}{4}$$

Vậy điện trở của đoạn dây mới nhỏ đi 4 lần so với điện trở cũ.

- Nếu việc gấp đôi đó lặp lại 3 lần thì :

$$R_3 = \frac{1}{4^3} R_1 = \frac{R_1}{64}$$

Tổng quát hoá : nếu ta lặp lại việc gấp đôi đó n lần thì điện trở mới nhỏ đi 4^n lần so với điện trở đoạn dây dài ban đầu.

■ Bài luyện tập

Một dây dẫn kim loại có điện trở R_1 . Ta cắt dây dẫn đó thành N đoạn bằng nhau rồi bó lại để thành đoạn dây mới điện trở R_2 . Hỏi phải cắt dây đó thành bao nhiêu đoạn bằng nhau rồi bó lại để được điện trở mới R_2 nhỏ hơn điện trở R_1 ban đầu 100 lần.

ĐS : $N = 10$ đoạn.

b) Điện trở của các vật dẫn bằng kim loại phụ thuộc vào nhiệt độ. Nhiệt độ tăng lên, các nút mạng tinh thể dao động mạnh thêm cản trở sự dịch chuyển có hướng của các hạt tải điện là các electron tự do. Do đó điện trở vật dẫn kim loại cũng tăng lên. Trong phạm vi các nhiệt độ thông thường, điện trở các vật dẫn kim loại tăng theo hàm bậc nhất với nhiệt độ t (nhiệt giai bách phân $^{\circ}\text{C}$).

$$R_t = R_0(1 + \alpha t)$$

với α là hệ số nhiệt điện trở tương ứng của từng kim loại. Ta cũng có thể viết dưới dạng điện trở suất ρ phụ thuộc nhiệt độ :

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t)$$

Vì hệ số nhiệt điện trở của các kim loại thường rất nhỏ ($\alpha < 10^{-3}\text{K}^{-1}$) nên ta có thể viết các hệ thức gần đúng :

$$R_{t_1} = R_0(1 + \alpha t_1)$$

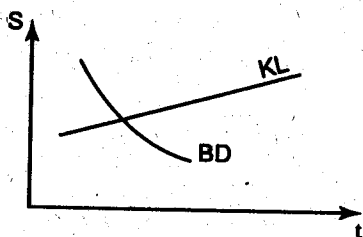
$$R_{t_2} = R_0(1 + \alpha t_2) = R_{t_1} \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \approx R_{t_1} (1 + \alpha t_2)(1 - \alpha t_1)$$

$$\approx R_{t_1} (1 + \alpha t_2 - \alpha t_1 - \alpha^2 t_1 t_2)$$

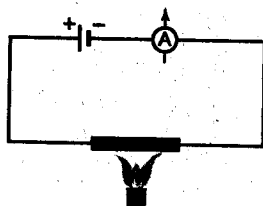
Bỏ qua số hạng bé bậc hai α^2 ta có :

$$R_{t_2} = R_{t_1} [1 + \alpha(t_2 - t_1)] \text{ hay } \rho_{t_2} = \rho_{t_1} [1 + \alpha(t_2 - t_1)]$$

c) Ta nhớ rằng điện trở của các chất bán dẫn lại biến thiên ngược với nhiệt độ : nhiệt độ tăng lên, nồng độ các hạt tải điện tăng lên rõ rệt vượt quá các cản trở chuyển động của dao động mạng tinh thể. Kết quả là điện trở các chất bán dẫn giảm đi (Hình 1.5) : bán dẫn có hệ số nhiệt điện trở α_{BD} âm. Nếu ta có hai



Hình 1.5



Hình 1.6

miếng vật liệu hình thức bên ngoài giống hệt nhau, một là kim loại, một là bán dẫn. Muốn biết miếng nào là kim loại, miếng nào là bán dẫn, ta chỉ việc lắp một mạch điện đơn giản như Hình 1.6. Hơ mẫu vật vào ngọn lửa, nếu chỉ số ampe kế tăng lên thì đó là bán dẫn, chỉ số ampe kế giảm đi thì đó là kim loại.

● Bài tập mẫu

Biết hệ số nhiệt điện trở của đồng là $\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ và điện trở của một dây dẫn bằng đồng ở $t_1 = 25^\circ\text{C}$ là $R_1 = 15\Omega$. Tính điện trở của dây dẫn đó ở $t_2 = 45^\circ\text{C}$ và ở $t_3 = -10^\circ\text{C}$.

Giải

$$R_{t_2} = R_{t_1} [1 + \alpha(t_2 - t_1)] = 15 \cdot [1 + 4,3 \cdot 10^{-3}(45 - 25)] = 16,29\Omega$$

$$R_{t_3} = R_{t_1} [1 + \alpha(t_3 - t_1)] = 15[1 + 4,3 \cdot 10^{-3}(-10 - 25)] = 12,74\Omega$$

■ Bài luyện tập

Tìm điện trở suất của nhôm ρ_{Al} biết rằng một dây dẫn bằng nhôm dài 400m, tiết diện ngang 1mm^2 có điện trở $R = 11\Omega$.

$$\text{ĐS: } \rho_{Al} = 2,75 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}.$$

● Bài tập mẫu

Một thanh kim loại ở 30°C có điện trở suất $\rho_1 = 4 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, hệ số nhiệt điện trở $\alpha_1 = 3 \cdot 10^{-3} \Omega/\text{K}$ và chiều dài $l_1 = 1\text{m}$. Thanh kim loại này ghép nối tiếp với một thỏi bán dẫn có cùng tiết diện ngang, điện trở suất $\rho_2 = 2 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$ và hệ số nhiệt điện trở $\alpha_2 = -0,005 \Omega/\text{K}$. Hỏi chiều dài thỏi bán dẫn l_2 phải bằng bao nhiêu để thanh ghép nối đó có điện trở không phụ thuộc vào nhiệt độ. Bỏ qua sự phụ thuộc nhiệt độ của các kích thước của thanh. Cho rằng các thay đổi nhiệt độ là không lớn lắm để có thể xem điện trở thỏi bán dẫn cũng biến thiên theo hàm bậc nhất của nhiệt độ.

Giải

Gọi R_1 là điện trở thanh kim loại, R_2 là điện trở thỏi bán dẫn :

$$R_1 = R_{10}(1 + \alpha_1 t) = \rho_{10} \cdot \frac{l_1}{S} (1 + \alpha_1 t)$$

$$R_2 = R_{20}(1 + \alpha_2 t) = \rho_{20} \cdot \frac{l_2}{S} (1 + \alpha_2 t)$$

Điện trở thanh ghép nối :

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 = \rho_{10} \cdot \frac{l_1}{S} (1 + \alpha_1 t) + \rho_{20} \cdot \frac{l_2}{S} (1 + \alpha_2 t) \\ &= \rho_{10} \frac{l_1}{S} + \rho_{20} \cdot \frac{l_2}{S} + \frac{t}{S} (\alpha_1 \rho_{10} l_1 + \alpha_2 \rho_{20} l_2) \end{aligned}$$

Để R không phụ thuộc nhiệt độ thì : $\alpha_1 \rho_{10} l_1 + \alpha_2 \rho_{20} l_2 = 0$

$$\text{Rút ra : } l_2 = -\frac{\alpha_1 \rho_{10} l_1}{\alpha_2 \rho_{20}} = -\frac{0,003.4.10^{-8}.1}{-0,005.2.10^{-7}} = 0,12\text{m} = 12\text{cm}$$

■ Bài luyện tập

Một dây dẫn kim loại đường kính $d = 1\text{mm}$, điện trở suất $\rho_0 = 2.10^{-7} \Omega\text{m}$, hệ số nhiệt điện trở $\alpha = 5.10^{-3} \Omega/\text{K}$. Tìm chiều dài l của dây, biết rằng nhiệt độ tăng từ 21°C đến 56°C thì điện trở dây tăng 10Ω . Bỏ qua sự giãn nở của dây.

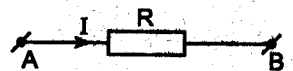
ĐS : $l = 224,4\text{m}$

2. Định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần

a) Cường độ dòng điện chạy qua đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần R tỉ lệ thuận với hiệu điện thế U đặt vào hai đầu đoạn mạch và tỉ lệ nghịch với điện trở R của đoạn mạch.

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{hay} \quad U = RI \quad (1.1)$$

Dòng điện I đi từ nơi có điện thế cao đến nơi có điện thế thấp. Giả sử điện thế ở A cao hơn ở B (Hình 1.7) : $V_A > V_B$ thì dòng điện đi từ A đến B : I_{AB} . Trong công thức (1.1) các đại lượng U và I là có chiều, chỉ có điện trở R là không có chiều. Do đó công thức (1.1) phải viết lại cho đầy đủ :



Hình 1.7

$$U_{AB} = R_{AB} I_{AB} = V_A - V_B \quad \text{hay} \quad I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} \quad (1.1')$$

Trong đó U_{AB} , I_{AB} luôn luôn cùng chiều với nhau và có các giá trị dương nếu I_{AB} cùng chiều dòng thực hoặc chiều đã quy ước chọn là dương. U_{AB} và I_{AB}

có các giá trị đại số âm trong trường hợp ngược lại. Kí hiệu R_{AB} chỉ nhằm mô tả điện trở tương đương của cả đoạn mạch AB khi đoạn mạch được ghép bởi nhiều điện trở.

Do đó :

$$U_{AB} = -U_{BA} : \text{đơn vị vôn (V)}$$

$$I_{AB} = -I_{BA} : \text{đơn vị ampe (A)}$$

$$R_{AB} = R_{BA} > 0 : \text{đơn vị ôhm } (\Omega)$$

Dòng điện đi từ A đến B : $I_{AB} > 0 \Rightarrow V_A > V_B \rightarrow U_{AB} > 0$

Dòng điện đi từ B đến A : $I_{BA} > 0 \Rightarrow I_{AB} < 0 \rightarrow V_A < V_B \rightarrow U_{AB} < 0$

b) Với đoạn mạch chưa biết chiều dòng điện thực, ta vẫn luôn luôn có thể viết được :

• dạng tính U : $U_{AB} = R_{AB}I_{AB}$ hoặc $U_{BA} = R_{AB}I_{BA}$

• dạng tính I : $I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}$ hoặc $I_{BA} = \frac{U_{BA}}{R_{AB}}$ (1.1')

Trong đó giả sử chiều từ A đến B là chiều khảo sát, có thể cùng hoặc ngược chiều dòng điện thực trong đoạn mạch. Sau khi giải bài toán ta tìm được $I_{AB} > 0$, nghĩa là chiều khảo sát trùng với chiều dòng điện thực. Nếu tìm thấy $I_{AB} < 0$ thì chiều dòng điện thực trong đoạn mạch ngược với chiều khảo sát, chiều giả sử ban đầu.

Thêm một lần nữa cần nhắc lại và nhấn mạnh rằng hiệu điện thế hai đầu và cường độ dòng chạy trong đoạn mạch phải luôn luôn cùng chiều. Nói chung ta nên viết công thức định luật Ôm dưới dạng có chiều (1.1') thay cho dạng (1.1) không chặt chẽ và dễ nhầm lẫn. Biểu thức của định luật Ôm tổng quát ở phần sau cũng được viết dưới dạng phát triển của ý tưởng này.

● Bài tập mẫu

Đoạn mạch MN (Hình 1.8) có điện trở $R_{MN} = 5 \Omega$. Dòng điện cường độ 2A chạy từ N đến M. Hãy tính U_{MN} .

Giải

Dòng điện 2A đi từ N đến M, vậy $I_{NM} = 2A$ hay nói khác đi $I_{MN} = -2 A$.

$$U_{MN} = R_{MN} \cdot I_{MN} = 5 \cdot (-2) = -10V = V_M - V_N < 0$$

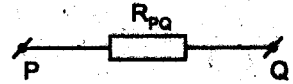


Hình 1.8

Đẳng thức cuối cùng cho thấy $V_M < V_N$: điện thế ở N cao hơn ở M. Điều đó phù hợp với giả thiết dòng điện 2 A đi từ N về M.

■ Bài luyện tập

Các phép đo trên đoạn mạch PQ (Hình 1.9) cho kết quả $R_{PQ} = 12\Omega$, điện thế ở hai đầu $V_P = -13V$ và $V_Q = +23V$. Xác định cường độ dòng điện I_{PQ} của đoạn mạch.



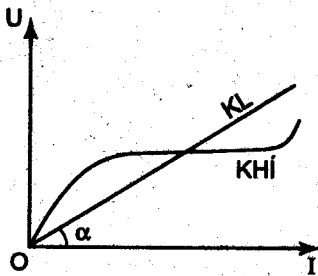
Hình 1.9

ĐS : $I_{PQ} = -3A$, dòng điện thực chạy từ Q về P cường độ 3A

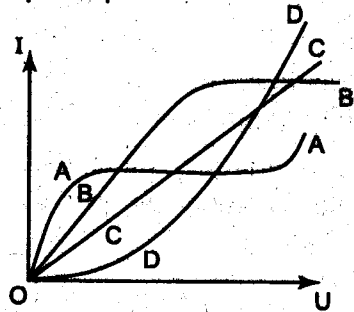
c) Trong đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần, như trên đã nói, hiệu điện thế và dòng điện bao giờ cũng cùng chiều và tỉ lệ với nhau. Nếu ta vẽ đường biểu diễn hiệu điện thế U theo cường độ dòng trong hệ tọa độ (U, I) ta gọi là đường đặc trưng vôn – ampe hay đặc tuyến vôn – ampe. Ta thấy ngay đặc tuyến là một đường thẳng (Hình 1.10): Hệ số góc của đường thẳng này chính là điện trở R của đoạn mạch : $R = \tan\alpha$.

Một dụng cụ điện có đặc tuyến là một đoạn thẳng ta nói rằng trong phạm vi miền U, I đang xét, dụng cụ điện đó tuân theo định luật Ôm. Ví dụ với một vật dẫn kim loại, trong một phạm vi khá rộng đặc tuyến là đường thẳng. Vật dẫn kim loại tuân theo định luật Ôm.

Ngược lại các dụng cụ điện có đặc tuyến không là đường thẳng ta nói rằng dụng cụ điện đó không tuân theo định luật Ôm. Ví dụ dòng điện trong chân không, dòng điện qua chất khí... không tuân theo định luật Ôm.



Hình 1.10



Hình 1.11

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn đúng đặc tuyến vôn-ampe của một vật dẫn tuân theo định luật Ôm (Hình 1.11).

ĐS : C.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm công thức đúng của định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ có điện trở thuần R_{AB} .

A. $U_{AB} = R_{AB}I_{BA}$

B. $U_{BA} = I_{AB}R_{AB}$

C. $I_{AB} = \frac{R_{AB}}{U_{AB}}$

D. $I_{BA} = \frac{U_{BA}}{R_{AB}}$

ĐS : D.

3. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch

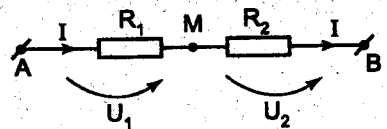
a) Hiệu điện thế hai đầu một đoạn mạch có tính chất cộng nối tiếp. Ta có thể viết :

$$U_{AB} = U_{AMB} = U_{AM} + U_{MB} = U_{ANB} = U_{AN} + U_{NB}$$

Với M và N là các nút bất kì trong mạch điện, dù ở nơi điện thế cao hay nơi điện thế thấp. Các hiệu điện thế trong đẳng thức trên là các lượng đại số, có thể dương hoặc âm.

Trong nhiều trường hợp U_{AB} được lấy theo chiều của dòng điện thực. Khi đó $U_{AB} = V_A - V_B > 0$ và người ta còn gọi U_{AB} là độ giảm thế (độ sụt thế) trên đoạn mạch đang xét.

b) Đoạn mạch AB gồm các đoạn nối tiếp (Hình 1.12) : Ta xét AB gồm hai đoạn AM và MB nối tiếp với các điện trở tương ứng R_1 và R_2 . Định luật bảo toàn điện tích dẫn đến : trong mỗi đơn vị thời gian có bao nhiêu điện tích qua R_1 thì cũng có bấy nhiêu điện tích qua R_2 . Do đó dòng điện qua các đoạn mạch nối tiếp luôn bằng nhau :



Hình 1.12

$$I_{AB} = I_1^{AM} = I_2^{MB} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Ta có : độ giảm thế trên các đoạn mạch mắc nối tiếp tỉ lệ thuận với các điện trở của từng đoạn.

$$\begin{aligned} U_{AB} &= R_{AB}I_{AB} = U_{AMB} = U_{AM} + U_{MB} \\ &= R_{AM}I_1^{AM} + R_{MB}I_2^{MB} = (R_1 + R_2)I_{AB} \end{aligned}$$

Rút ra : $R_{AB} = R_1 + R_2 > R_{1,2}$

Ta có : điện trở tương đương các đoạn mạch mắc nối tiếp bằng tổng điện trở từng đoạn mạch.

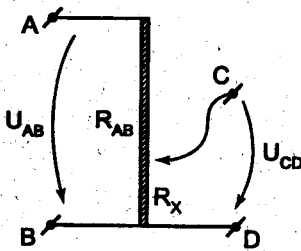
$$\text{Từ } \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \text{ ta có thể rút ra : } U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{AB} = \frac{R_1}{R_{AB}} U_{AB} \quad (1.2)$$

và
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AB} = \frac{R_2}{R_{AB}} U_{AB}$$

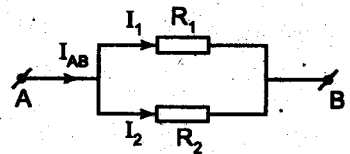
c) Trên cơ sở công thức này ta có các mạch chia thế (Hình 1.13) :

Biến trở R_{AB} đặt vào hiệu điện thế U_{AB} thì con chạy C cho ta hiệu điện thế U_{CD} :

$$U_{CD} = \frac{R_x}{R_{AB}} U_{AB}$$



Hình 1.13



Hình 1.14

đ) Ta xét hai đoạn mạch có điện trở R_1 và R_2 mắc song song (Hình 1.14). Hiệu điện thế hai đầu mỗi nhánh rẽ cũng bằng hiệu điện thế chung của cả đoạn mạch mắc song song :

$$U_{AB} = U_1 = U_2 = R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Ta có : cường độ dòng điện trong các mạch rẽ tỉ lệ nghịch với điện trở của mỗi nhánh mắc song song.

Hệ quả của định luật bảo toàn điện tích cho ta :

$$I_{AB} = I_1 + I_2 = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}$$

Thế mà các hiệu điện thế bằng nhau suy ra được công thức của điện trở tương đương một đoạn mạch mắc song song :

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} < R_{1,2}$$

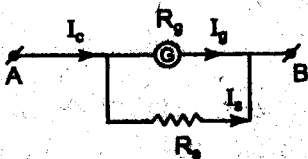
Từ hệ thức $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ ta có thể suy ra : $\frac{I_1}{I_1 + I_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{AB} \text{ và } I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{AB} \quad (1.3)$$

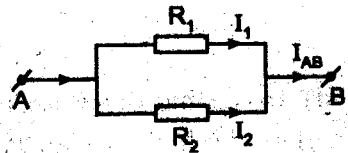
Các công thức này nhắc ta đến bài toán mắc song song với một điện kế mỏng mảnh (ampe kế cũ) chỉ chịu được dòng I_g nhỏ để tạo thành ampe kế mới có thể đo được các dòng điện mạnh chính I_c có trị số lớn (Hình 1.15).

$$I_{AB} = I_c = \frac{R_s + R_g}{R_s} I_g = \left(1 + \frac{R_g}{R_s} \right) I_g = N I_g$$

Hệ số $N = 1 + \frac{R_g}{R_s}$ cho biết khả năng đo của ampe kế mới tăng lên N lần so với khả năng đo của ampe kế cũ. Hay nói khác đi giá trị mỗi độ chia của dụng cụ đo tăng lên N lần. Ta cũng có thể nói độ nhạy của dụng cụ đo đã giảm đi N lần.



Hình 1.15



Hình 1.16

● Bài tập mẫu

Hai điện trở $R_1 = 20\Omega$ mắc song song với $R_2 = 30\Omega$ vào hai chốt A, B (Hình 1.16). Biết dòng mạch chính $I_{AB} = 10$ A. Tìm I_1 , I_2 , R_{AB} , U_{AB} .

Giải

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{AB} = \frac{30}{20 + 30} \cdot 10 = 6 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{AB} = \frac{20}{20 + 30} \cdot 10 = 4A.$$

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

$$U_{AB} = R_{AB} \cdot I_{AB} = 12 \cdot 10 = 120V = U_1 = R_1 I_1 = 20 \cdot 6 = U_2 = R_2 I_2 = 30 \cdot 4$$

■ Bài luyện tập

Một điện kế có điện trở $R_g = 5\Omega$ có thể đo được dòng điện lớn nhất $I_g^{\max} = 200 \text{ mA}$. Tìm sơ R_s cần mắc song song với điện kế để thành một ampe kế mới có khả năng đo dòng điện lớn đến $I_c^{\max} = 10A$.

$$\text{ĐS: } R_s = 0,102 \Omega.$$

● Bài tập mẫu

Cho mạch điện gồm bốn điện trở $R_1 = 12\Omega = 2R_2 = 2R_4 = 4R_3$ và khoá K như Hình 1.17. Tất cả được mắc vào $U_{AB} = 180V$. Hãy tính dòng điện qua các điện trở và qua khoá K khi K đóng và khi K mở.

Giải

* K mở : Đoạn mạch AB gồm hai nhánh song song : $(R_1 \text{ nt } R_3) // (R_2 \text{ nt } R_4)$:

$$I_1 = I_3 = \frac{U_{AB}}{R_1 + R_3} = \frac{180}{12 + 3} = 12A$$

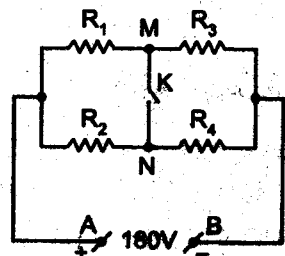
$$I_2 = I_4 = \frac{U_{AB}}{R_2 + R_4} = \frac{180}{6 + 6} = 15A$$

$$I_K = 0$$

* K đóng : Đoạn mạch AB gồm hai đoạn nối tiếp : $(R_1 // R_2) \text{ nt } (R_3 // R_4)$

$$R_{AB} = [(12//6) \text{ nt } (3//6)] = \frac{12}{3} + \frac{6}{3} = 6\Omega$$

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{180}{6} = 30A$$



Hình 1.17

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{AB} = \frac{6}{12 + 6} \cdot 30 = 10 \text{ A.}$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{AB} = \frac{12}{12 + 6} \cdot 30 = 20 \text{ A.}$$

$$I_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I_{AB} = \frac{6}{3 + 6} \cdot 30 = 20 \text{ A}$$

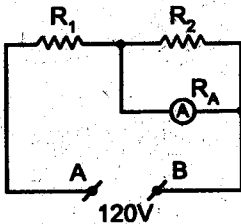
$$I_4 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} I_{AB} = \frac{3}{3 + 6} \cdot 30 = 10 \text{ A}$$

$$I_K^{NM} = I_2 - I_4 = 20 - 10 = 10 \text{ A.}$$

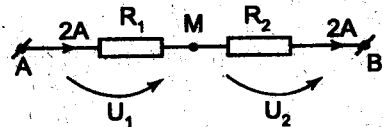
■ Bài luyện tập

Cho $R = 3R_1 = 30\Omega$ và một ampe kế $\textcircled{A}$ điện trở R_A mắc với hiệu điện thế $U_{AB} = 120\text{V}$ như Hình 1.18. Tìm R_A biết ampe kế chỉ $I_A = 4\text{A}$. Nếu thay R_2 bằng R_3 thì ampe kế chỉ 3A . Tìm R_3 .

ĐS : $R_{\textcircled{A}} = 15\Omega$; $R_3 = 10\Omega$.



Hình 1.18



Hình 1.19

● Bài tập mẫu

Hai điện trở $R_1 = 20\Omega$ và $R_2 = 30\Omega$ mắc nối tiếp nhau vào hai chốt A và B như Hình 1.19. Dòng điện 2A đi từ A đến B. Ta tính các hiệu điện thế và nghiệm lại các công thức trên.

Giải $U_{AM} = R_1 \cdot I_{AM} = 20 \cdot 2 = 40\text{V} = -U_{MA}$

$$U_{MB} = R_2 I_{MB} = 30 \cdot 2 = 60\text{V} = -U_{BM}$$

$$U = U_{AB} = U_{AMB} = U_{AM} + U_{MB} = 40 + 60 = 100\text{V} = R_{AB} \cdot I_{AB} = 50 \cdot 2$$

$$U_1 = U_{AM} = U_{ABM} = U_{AB} + U_{BM} = 100 + (-60) = 40\text{V}$$

$$U_2 = U_{MB} = U_{MAB} = U_{MA} + U_{AB} = -40 + 100 = 60V$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{40}{60} = \frac{20}{30} = \frac{R_1}{R_2}$$

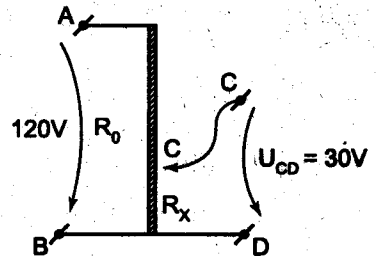
$$U_1 = \frac{R_1}{R_{AB}} U_{AB} = \frac{20}{50} \cdot 100 = 40V$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_{AB}} U_{AB} = \frac{30}{50} \cdot 100 = 60V$$

■ Bài luyện tập

Một mạch chia thế gồm biến trở $R_0 = 72\Omega$ mắc với hiệu điện thế đầu vào $U_{AB} = 120V$ (Hình 1.20). Muốn có hiệu điện thế đầu ra $U_{CD} = 30V$ thì con chạy C phải ở vị trí ứng với R_x^{CD} bằng bao nhiêu ?

ĐS : $R_x = 18\Omega$



Hình 1.20

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn công thức đúng mô tả tính chất cộng nối tiếp của hiệu điện thế.

A. $U_{MN} = U_{MQ} - U_{NQ}$

B. $U_{PQ} = U_{QM} + U_{MP}$

C. $U_{MP} = U_{MN} - U_{NP}$

D. $U_{MN} = U_{MP} + U_{NP}$

ĐS : A

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn công thức đúng liên hệ các hiệu điện thế đoạn mạch nối tiếp hai điện trở R_1, R_2 mắc vào U_{AB} (Hình 1.21).

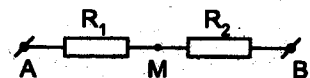
A. $\frac{U_{AM}}{U_{BM}} = \frac{R_1}{R_2}$

B. $\frac{U_{MB}}{U_{AM}} = \frac{R_1}{R_2}$

C. $U_{AM} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{AB}$

D. $U_{BM} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AB}$

ĐS : C.



Hình 1.21

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn công thức đúng cho đoạn mạch hai điện trở song song (Hình 1.22)

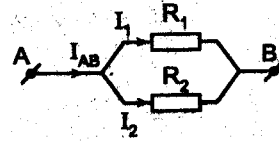
A. $\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_2}{R_1}$

B. $\frac{R_1}{I_1} = \frac{R_2}{I_2}$

C. $I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{AB}$

D. $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{AB}$

ĐS: D.



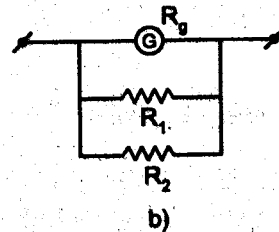
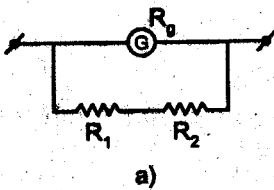
Hình 1.22

● Bài tập mẫu

Ta dùng hai điện trở R_1 , R_2 làm son cho một điện kế. Nếu dùng R_1 làm son, khả năng đo của điện kế tăng lên N_1 lần. Nếu dùng R_2 làm son, giá trị mỗi độ chia của điện kế tăng lên N_2 lần. Hỏi khả năng đo của điện kế tăng lên bao nhiêu lần nếu dùng son là :

a) R_1 nối tiếp R_2 (Hình 1.23a).

b) R_1 song song R_2 (Hình 1.23b).



Hình 1.23

Giải : Gọi R_g là điện trở điện kế. Theo giả thiết ta có :

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= 1 + \frac{R_g}{R_1} \rightarrow \frac{R_1}{R_g} = \frac{1}{N_1 - 1} \\ N_2 &= 1 + \frac{R_g}{R_2} \rightarrow \frac{R_2}{R_g} = \frac{1}{N_2 - 1} \end{aligned} \right\} \quad \frac{R_1 + R_2}{R_g} = \frac{N_1 + N_2 - 2}{(N_1 - 1)(N_2 - 1)}$$

a) R_1 nt R_2 :

$$N_{nt} = 1 + \frac{R_g}{R_1 + R_2} = 1 + \frac{(N_1 - 1)(N_2 - 1)}{N_1 + N_2 - 2} = \frac{N_1 N_2 - 1}{N_1 + N_2 - 2}$$

b) $R_1 // R_2$:

$$\begin{aligned} N_{//} &= 1 + \frac{R_g}{R_{//}} = 1 + R_g \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ &= \underbrace{1 + \frac{R_g}{R_1}}_{N_1} + \underbrace{1 + \frac{R_g}{R_2}}_{N_2} - 1 = N_1 + N_2 - 1 \end{aligned}$$

Ví dụ áp dụng bằng số : $N_1 = 6, N_2 = 21$:

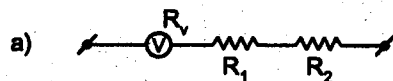
$$N_{nt} = \frac{N_1 N_2 - 1}{N_1 + N_2 - 2} = \frac{6 \cdot 21 - 1}{6 + 21 - 2} = 5 : \text{khả năng đo kém đi.}$$

$$N_{//} = N_1 + N_2 - 1 = 6 + 21 - 1 = 26 : \text{khả năng đo tăng lên.}$$

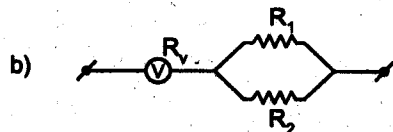
■ Bài luyện tập

Có vôn kế $\textcircled{V}$ và hai điện trở phụ R_1 và R_2 . Nếu dùng R_1 làm điện trở phụ thì khả năng đo của vôn kế tăng lên N_1 lần. Nếu dùng R_2 làm điện trở phụ thì độ nhạy của vôn kế giảm đi N_2 lần. Hỏi giá trị mỗi độ chia của vôn kế tăng lên bao nhiêu lần khi dùng điện trở phụ là :

a) R_1 nối tiếp R_2 (Hình 1.24a)



b) R_1 song song R_2 (Hình 1.24b)



ĐS : $N_{nt} = N_1 + N_2 - 1 ; N_{//} = \frac{N_1 N_2 - 1}{N_1 + N_2 - 2}$

Hình 1.24

● Bài tập mẫu

Có điện kế $\textcircled{A}$ và hai điện trở làm sơn R_1, R_2 mắc như Hình 1.25. Nếu dùng hai chốt AB, ampe kế mới đo được đến $I_1 = 3A$. Nếu dùng hai chốt AC thì ampe kế đo được đến $I_2 = 2A$. Hỏi nếu dùng hai chốt BC thì ampe kế đo được đến I_3 bằng bao nhiêu ?

Giải : Gọi R_g là điện trở điện kế. Khi dùng hai chốt AB thì ta ghép R_2 nối tiếp với R_g làm điện trở ampe kế mới : $R'_g = R_g + R_2$

$$I_1^{AB} = I_g \left(1 + \frac{R_g}{R_1} \right) = I_g \left(1 + \frac{R_g + R_2}{R_1} \right) = I_g \frac{R_1 + R_2 + R_g}{R_1}$$

Khi dùng hai chốt AC thì :

$$I_2^{AC} = I_g \left(1 + \frac{R_g}{R_1 + R_2} \right) = I_g \frac{R_1 + R_2 + R_g}{R_1 + R_2}$$

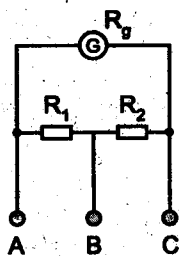
Khi dùng hai chốt BC thì ta ghép R_1 nối tiếp với R_g làm điện trở ampe kế mới $R''_g = R_g + R_1$:

$$I_3^{BC} = I_g \left(1 + \frac{R_g}{R_2} \right) = I_g \left(1 + \frac{R_g + R_1}{R_2} \right) = I_g \frac{R_1 + R_2 + R_g}{R_2}$$

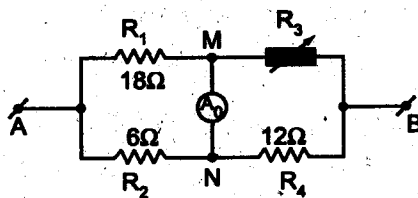
Ngược đảo các vế của ba đẳng thức trên, ta rút ra :

$$\frac{1}{I_3^{BC}} = \frac{1}{I_2^{AC}} - \frac{1}{I_1^{AB}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Vậy nếu dùng hai chốt BC thì ampe kế mới đo được đến $I_3^{BC} = 6A$.



Hình 1.25



Hình 1.26

● Bài tập mẫu

Cho 3 điện trở $R_1 = 3R_2 = \frac{3}{2}R_4 = 18\Omega$ và một biến trở R_3 cùng một ampe kế điện trở $R_A \approx 0$. Tất cả mắc vào hiệu điện thế $U_{AB} = 150V$ (Hình 1.26).

a) Cho $R_3 = 4\Omega$. Tìm số chỉ ampe kế I_A .

b) Muốn cho $I_A = 0$ thì R_3 phải bằng bao nhiêu ?

c) Cho $I_A^{MN} = 2A$. Tìm R_3 .

Giải

a) Vì $R_A \approx 0$ ta có thể chấp $M \equiv N$.

$$R_{AB} = [(R_1 // R_2) \text{ nt } (R_3 // R_4)] \\ = [(18 // 6) \text{ nt } (4 // 12)] = \frac{18}{3+1} + \frac{12}{3+1} = 7,5\Omega$$

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{150}{7,5} = 20A.$$

$$\left. \begin{aligned} I_2^{AN} &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_{AB} = \frac{18}{18+6} \cdot 20 = 15A \\ I_4^{NB} &= \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot I_{AB} = \frac{4}{4+12} \cdot 20 = 5A \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_A^{NM} = I_2 - I_4 = 15 - 5 = 10A$$

b) $I_A = 0$ ta có thể bỏ $\textcircled{A}$ đi : $R_2 \text{ nt } R_4$ và $R_1 \text{ nt } R_3$.

$$I_2 = I_4 = \frac{150}{6+12} = \frac{25}{3} A \rightarrow U_2^{AN} = U_1^{AM} = R_2 I_2 = 6 \cdot \frac{25}{3} = 50V$$

$$U_4^{NB} = R_4 I_4 = 12 \cdot \frac{25}{3} = 100V = U_3$$

$$R_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{U_4}{I_1} = \frac{U_4}{U_1/R_1} = \frac{U_4}{U_1} R_1 = \frac{100}{50} \cdot 18 = 36\Omega.$$

Hoặc ta có thể lập luận bằng mạch cầu cân bằng $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

c) $I_A^{MN} = 2A$. Gọi I_2 là dòng điện qua R_2 từ A đến N. Ta có đẳng thức :

$$U_{AB} = U_{AN} + U_{NB} = R_2 I_2 + R_4 I_4 = R_2 I_2 + R_4 (I_2 + I_A) \\ = 6I_2 + 12(I_2 + 2) = 150$$

$$\text{Rút ra } I_2 = 7A \Rightarrow U_{AN} = U_2 = 6 \cdot 7 = 42V = U_{AM}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3} A$$

$$\text{Suy ra : } R_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{150 - U_{AM}}{I_1 - I_A} = \frac{150 - 42}{\frac{7}{3} - 2} = 324\Omega.$$

Phương pháp khác. Ta cũng có thể dùng trực tiếp R_3 làm ẩn số ($R_3 = x$), tuy có công kênh hơn :

$$R_{12} = (R_1 // R_2) = (18 // 6) = \frac{18}{3+1} = \frac{9}{2} \Omega$$

$$R_{34} = (R_3 // R_4) = (x // 12) = \frac{12x}{12+x}$$

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{12} + R_{34}} = \frac{150}{\frac{9}{2} + \frac{12x}{12+x}} =$$

$$= \frac{100(12+x)}{36+11x} \begin{cases} I_4 = \frac{x}{x+R_4} I_{AB} = \frac{100x}{36+11x} \\ I_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2} I_{AB} = \frac{75(12+x)}{36+11x} \end{cases}$$

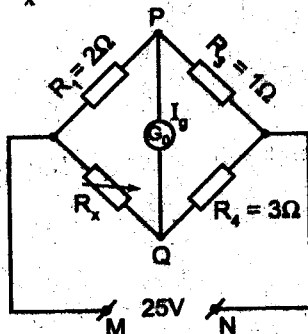
Theo giả thiết : $I_4 = I_2 + I_A$

$$\frac{100x}{36+11x} = \frac{75(12+x)}{36+11x} + 2 \Rightarrow x = 324 \Omega$$

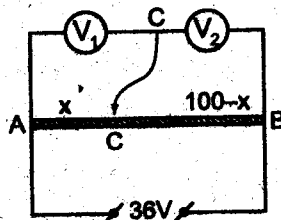
■ Bài luyện tập

Cho mạch điện với các số liệu như trên Hình 1.27. Điện kế có điện trở $R_g \approx 0$. $U_{MN} = 25V$. Biết $I_g^{QP} = 2A$. Tìm R_x .

ĐS : $R_x = 54 \Omega$.



Hình 1.27



Hình 1.28

● Bài tập mẫu

Cho hai vôn kế V_1 và V_2 có điện trở $R_{V_1} = 60 \Omega$ và $R_{V_2} = 120 \Omega$. Biến trở $R_{AB} = 100 \Omega$ và hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch $U_{AB} = 36V$ (Hình 1.28).

- a) Xác định vị trí con chạy C ($x = ?$) để số chỉ hai vôn kế là như nhau.
- b) Xác định vị trí con chạy C để $U_{V_1} = \frac{3}{5} U_{V_2}$
- c) Số chỉ các vôn kế biến thiên thế nào khi con chạy C đi từ đầu A sang đầu B.

Giải

a) Muốn số chỉ hai vôn kế như nhau thì điện trở tương đương của hai đoạn nối tiếp phải bằng nhau $R_1 = R_2$.

$$\frac{60x}{60+x} = \frac{120(100-x)}{120+100-x} = \frac{120(100-x)}{220-x}$$

Suy ra phương trình bậc hai : $x^2 + 140x - 12000 = 0$

Ta loại nghiệm âm và được : $x = R_{AC} = 60\Omega$.

b) Muốn có các số chỉ vôn kế $U_{V_1} = \frac{3}{5} U_{V_2}$ thì tương ứng điện trở các đoạn nối tiếp :

$$\frac{60x}{60+x} = \frac{3}{5} \cdot \frac{120(100-x)}{220-x}$$

Ta rút ra phương trình : $x^2 + 860x - 36000 = 0$

Ta chọn nghiệm dương và được : $x = R_{AC} = 40\Omega$.

c) Khi C $\equiv$ A ta có $R_1 = 0 \Rightarrow$ vôn kế $\textcircled{V}_1$ chỉ số không

$R_2 = R_2^{\max} \Rightarrow$ vôn kế $\textcircled{V}_2$ chỉ cực đại $U_{V_2}^{\max} = 36V$

Khi C $\equiv$ B thì ngược lại : vôn kế $\textcircled{V}_1$ chỉ cực đại $U_{V_1}^{\max} = 36V$

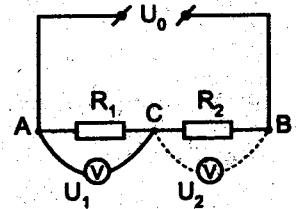
vôn kế $\textcircled{V}_2$ chỉ số không.

Ta có bảng biến thiên sau đây :

$x = R_{AC}$	0		40Ω		60Ω		100Ω
U_{V_1}	0	$\nearrow$	13,5V	$\nearrow$	18V	$\nearrow$	36V
U_{V_2}	36V	$\searrow$	22,5V	$\searrow$	18V	$\searrow$	0

● Bài tập mẫu

Hai điện trở R_1 và R_2 ghép nối tiếp và mắc vào điện thế không đổi U_0 . Mắc một vôn kế thực song song với R_1 ta có số chỉ vôn kế U_1 . Mắc vôn kế song song với R_2 ta có số chỉ vôn kế U_2 (Hình 1.29).



Hình 1.29

a) Chứng tỏ rằng : $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ và không phụ thuộc điện trở R_V của vôn kế.

b) Cho $U_0 = 120V$; $U_2 = 3U_1 = 72V$; $R_1 = 10\Omega$. Tìm R_2 , R_V , độ giảm thế trên R_1 , R_2 khi không có $\textcircled{V}$ và sai số cho phép đo bằng vôn kế này.

Giải

a) Khi mắc $\textcircled{V} // R_1$:

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_V} = \frac{U_0 - U_1}{R_2} \Rightarrow U_1 = \frac{U_0}{R_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V} \right)} \quad (*)$$

Khi mắc $\textcircled{V} // R_2$:

$$\frac{U_0 - U_2}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_2}{R_V} \Rightarrow U_2 = \frac{U_0}{R_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V} \right)} \quad (**)$$

Chia vế với vế (*) và (**) ta được :

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \neq R_V$$

b) Thay số : $R_2 = \frac{U_2}{U_1} R_1 = \frac{72}{24} \cdot 10 = 30\Omega$.

Từ (*) :
$$\frac{24}{10} + \frac{24}{R_V} = \frac{120 - 24}{30} = \frac{96}{30}$$

$$\frac{1}{R_V} = \frac{4}{30} - \frac{1}{10} = \frac{1}{30} \Rightarrow R_V = 30\Omega$$

Khi không có vôn kế :

$$U_{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_0 = \frac{10}{10 + 30} \cdot 120 = 30V$$

$$U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 = \frac{30}{10 + 30} \cdot 120 = 90V$$

Sai số tuyệt đối khi đo R_1 :

$$\Delta U_{R_1} = U_{R_1} - U_1 = 30 - 24 = 6V$$

và khi đo R_2 : $\Delta U_{R_2} = U_{R_2} - U_2 = 90 - 72 = 18V$

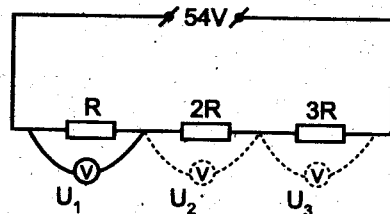
Sai số tỉ đối của hai phép đo trên :

$$\delta U_{R_1} = \frac{\Delta U_{R_1}}{U_{R_1}} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 20\%$$

$$\delta U_{R_2} = \frac{\Delta U_{R_2}}{U_{R_2}} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5} = 20\%$$

■ Bài luyện tập

Có 3 điện trở $R_1 = R$; $R_2 = 2R$ và $R_3 = 3R$ ghép nối tiếp rồi mắc vào hiệu điện thế $U_0 = 54V$ (Hình 1.30). Mắc một vôn kế thực $\textcircled{V}$ song song với R_1 thì vôn kế chỉ U_1 . Mắc vôn kế $\textcircled{V}$ song song với R_2 thì vôn kế chỉ $U_2 = \frac{3}{2} U_1$. Hãy tính U_1 , U_2 và tìm số chỉ U_3 khi mắc vôn kế song song với R_3 .



Hình 1.30

ĐS : $U_1 = 4V$; $U_2 = 6V$; $U_3 = 8,3V$

● Bài tập mẫu

Có hai điện trở $R_1 = 3R_2$ và một vôn kế thực $\textcircled{V}$. Ghép song song hai điện trở rồi nối tiếp với $\textcircled{V}$ và mắc vào hiệu điện thế không đổi U_0 thì thấy vôn kế chỉ $U_{//} = 36V$. Sau đó ghép nối tiếp R_1 và R_2 rồi mắc với U_0 . Nếu mắc $\textcircled{V} // R_1$ thì vôn kế chỉ U_1 . Nếu mắc $\textcircled{V} // R_2$ thì vôn kế chỉ U_2 . Tìm U_1 , U_2 (Hình 1.31).

Giải

$$\frac{U_{//}}{R_v} = \frac{U_0 - U_{//}}{R_{12}} = (U_0 - U_{//}) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow U_{//} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_v} \right) = U_0 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Khi mắc $\textcircled{V} // R_1$:

$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v} = \frac{U_0 - U_1}{R_2}$$

$$\Rightarrow U_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_v} \right) = \frac{U_0}{R_2}$$

Khi mắc $\textcircled{V} // R_2$:

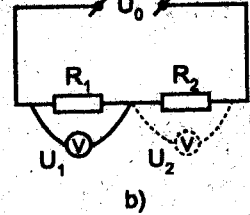
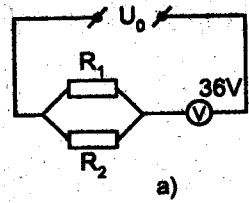
$$\frac{U_2}{R_2} + \frac{U_2}{R_v} = \frac{U_0 - U_2}{R_1} \Rightarrow U_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_v} \right) = \frac{U_0}{R_1}$$

Dễ dàng rút ra hai phương trình của U_1 và U_2 :

$$U_1 + U_2 = U_{//} = 36$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = 3 \Rightarrow U_2 = 9V$$

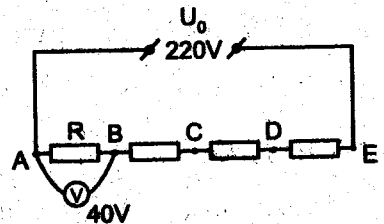
$$U_1 = 27V$$



Hình 1.31

■ Bài luyện tập

Có 4 điện trở giống nhau ghép nối tiếp rồi mắc vào hiệu điện thế không đổi. Mắc một vôn kế thực (V) vào hai nút AB ta thấy vôn kế chỉ $U_{AB} = 40V$ (Hình 1.32). Tìm các số chỉ vôn kế U_{AC} , U_{AD} , U_{AE} khi mắc vôn kế vào AC, AD, AE. Biết $U_0 = 220V$.



Hình 1.32

$$\text{ĐS: } U_{AC} = \frac{220}{3} V; U_{AD} = 120V;$$

$$U_{AE} = 220V.$$

III – ĐIỆN TRỞ TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA MỘT ĐOẠN MẠCH MẮC NỐI TIẾP VÀ MẮC SONG SONG

1. Các điện trở (thuần) có thể có mặt trong các mạch điện dưới các dạng nối ghép khác nhau. Ta cần biết phân biệt các dạng nối ghép, thành thạo trong việc tính toán các điện trở tương đương và nhằm tính nhanh trong các trường hợp đơn giản thường gặp. Chú ý rằng các điện trở (thuần) luôn có giá trị dương và không phân biệt cực : không cần phân biệt đầu dương – đầu âm, mắc xuôi hay mắc ngược đều như nhau. Một điện trở không có dòng điện đi qua thì có thể bỏ đi mà không thay đổi điện trở tương đương cả đoạn mạch.

Trong hệ SI, đơn vị đo điện trở là ôm (Ω) :

$$1\Omega = \frac{1V}{1A}$$

Các bội số của ôm thường gặp là :

$$1 \text{ kilôm} = 1k\Omega = 10^3\Omega$$

$$1 \text{ mêgaôm} = 1M\Omega = 10^6\Omega.$$

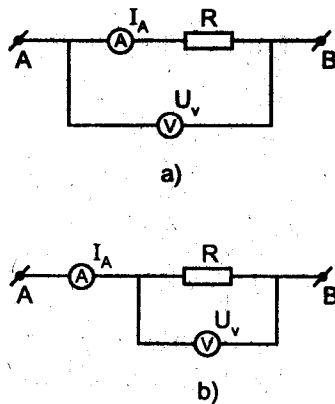
2. Đo điện trở R : Ta có thể dùng một vôn kế $\textcircled{V}$ và một ampe kế $\textcircled{A}$, áp dụng định luật Ôm cho đoạn mạch để đo giá trị điện trở R. Có hai cách mắc như Hình 1.33. Nếu các dụng cụ đo là ampe kế lí tưởng $R_A = 0$ và vôn kế lí tưởng $R_V = \infty$ thì hai cách đo trên cho cùng kết quả :

$$R = \frac{U_V}{I_A} = R_{do}$$

Nhưng với các dụng cụ đo thực : ampe kế thực có điện trở R_A và vôn kế thực có điện trở R_V thì phải hiệu chỉnh lại kết quả. Trong cách mắc thứ nhất R đúng là :

$$R = \frac{U_V}{I_A} - R_A = R_{do} - R_A$$

Điện trở ampe kế R_A chính bằng sai số tuyệt đối của phép đo : $\Delta R_1 = R_A$ và sai số tỉ đối của phép đo : $\delta R_1 = \frac{\Delta R}{R_{do}} = \frac{R_A \cdot I_A}{U_V} = \frac{U_A}{U_V}$ bằng tỉ số của độ



Hình 1.33

giảm thế trên ampe kế U_A và số chỉ vôn kế U_V . Như vậy nếu ampe kế có điện trở R_A càng nhỏ và R cần đo có trị số lớn thì phép đo này càng chính xác.

Trong cách mắc thứ hai ta có

$$R = \frac{U_V}{I_R} = \frac{U_V}{\frac{R_V}{R + R_V} I_A} = \frac{U_V}{I_A} \left(1 + \frac{R}{R_V} \right) = \frac{U_V}{I_A} + \frac{U_V}{I_A R_V} R$$

Vậy R đúng là :

$$R = \frac{\frac{U_V}{I_A}}{1 - \frac{U_V}{I_A R_V}} \approx \frac{U_V}{I_A} \left(1 + \frac{U_V}{I_A R_V} \right) = R_{do} \left(1 + \frac{R_{do}}{R_V} \right)$$

$$\text{Sai số tuyệt đối của phép đo này : } \Delta R_2 = \frac{R_{do}^2}{R_V} \quad (1.4)$$

$$\text{Sai số tỉ đối của phép đo này : } \delta R_2 = \frac{\Delta R}{R_{do}} = \frac{R_{do}}{R_V}$$

Các kết quả này cho thấy, kết quả đo theo cách này càng chính xác nếu điện trở vôn kế càng lớn và điện trở cần đo có trị số nhỏ.

Các ampe kế có $R_A \neq 0$ và vôn kế $R_V \neq \infty$ được gọi là các dụng cụ đo thực. Các điện trở R_A và R_V ảnh hưởng đến độ chính xác của phép đo. Các ampe kế có $R_A = 0$ và vôn kế có $R_V = \infty$ được gọi là các dụng cụ đo lí tưởng. Sự có mặt của chúng không ảnh hưởng đến mạch điện, không gây sai số cho phép đo. Ta nên chọn các ampe kế có R_A càng nhỏ, các vôn kế có R_V càng lớn càng tốt.

● Bài tập mẫu

Ta có một ampe kế có $R_A = 0,5\Omega$ và một vôn kế có $R_V = 2000\Omega$ dùng để mắc mạch đo giá trị một điện trở chưa biết R . Mắc mạch đo điện trở theo cách thứ nhất ta có $I_{A_1} = 8A$ và $U_{V_1} = 204V$. Mắc theo cách thứ hai, ta được $I_{A_2} = 8,1A$ và $U_{V_2} = 200V$. Tính giá trị điện trở R_{do} theo hai cách, R đúng và so sánh độ chính xác của hai phép đo trong trường hợp này.

$$\text{Giải : Cách đo thứ nhất : } R_1^{do} = \frac{U_{V_1}}{I_{A_1}} = \frac{204}{8} = 25,5\Omega$$

$$R_1^{đúng} = R_1^{do} - R_A = 25,5 - 0,5 = 25\Omega$$

Sai số tỉ đối : $\delta R_1 = \frac{25,5 - 25}{25,5} = 1,96\%$

Cách đo thứ hai : $R_2^{\text{đo}} = \frac{U_{V_2}}{I_{A_2}} = \frac{200}{8,1} = 24,69\Omega$

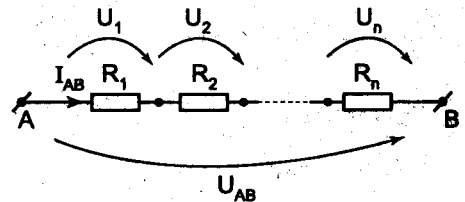
$$R_2^{\text{đúng}} = \frac{24,69}{1 - \frac{24,69}{2000}} = 25\Omega$$

Sai số tỉ đối : $\delta R_2 = \frac{25 - 24,69}{24,69} = 1,25\%$

Như vậy trong trường hợp này cách mắc mạch đo điện trở thứ hai cho sai số của phép đo nhỏ hơn và kết quả chính xác hơn.

3. Ghép nối tiếp nhiều điện trở

a) Ghép nối tiếp là cách ghép đơn giản nhất. Trong mạch ghép nối tiếp, đuôi điện trở này nối với đầu điện trở tiếp theo và ở chỗ nối chỉ có hai điện trở mắc vào. Ta xét đoạn mạch ghép n điện trở $R_1, R_2, \dots, R_n$ nối tiếp nhau (Hình 1.34). Ta kí hiệu (R_1 nt R_2 nt ... nt R_n).



Hình 1.34

Dòng điện đi qua mỗi điện trở đều là dòng điện chung của cả đoạn mạch

$$I_{AB} = I_1 = I_2 = \dots = I_n.$$

Hiệu điện thế hai đầu cả đoạn mạch bằng tổng các độ giảm thế trên mỗi điện trở :

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_1 + U_2 + \dots + U_n = R_1 I_1 + R_2 I_2 + \dots + R_n I_n \\ &= (R_1 + R_2 + \dots + R_n) I_{AB}. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra điện trở tương đương cả đoạn mạch :

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n > R_i \text{ với } i = 1, 2, \dots, n.$$

Điện trở tương đương đoạn mạch ghép nối tiếp lớn hơn mỗi điện trở. Do đó nếu cho trước điện trở một đoạn mạch là R_1 , muốn điện trở đoạn mạch tăng lên

đến R ($R > R_1$) thì phải mắc nối tiếp R_1 đó với một điện trở R_2 với $R_2 = R - R_1$ vì $R = R_1 + R_2$.

b) Chú ý rằng ta có thể tính điện trở tương đương của từng nhóm hai, ba điện trở rồi từ đó tính điện trở tương đương cả đoạn mạch :

$$R_{AB} = (R_1 \text{ nt } R_2) + (R_3 \text{ nt } R_4 \text{ nt } R_5) + \dots + (R_{n-1} \text{ nt } R_n)$$

Ta cũng có thể đổi chỗ (hoán vị) các điện trở của một đoạn mạch mắc nối tiếp mà không làm thay đổi R_{AB} , I_{AB} và độ giảm thế $U_i = R_i I_i$ trên mỗi điện trở.

Trong một đoạn mạch ghép nối tiếp, độ giảm thế trên mỗi điện trở tỉ lệ thuận với giá trị điện trở đó.

$$U_i = R_i I_{AB} = \frac{R_i}{R_{AB}} U_{AB} \quad (1.2')$$

c) Nếu có n điện trở r giống nhau mắc nối tiếp thì điện trở tương đương của đoạn mạch : $R_{AB} = nr$

● Bài tập mẫu

Tính nhanh điện trở tương đương của các đoạn mạch nối tiếp :

$$(r \text{ nt } r \text{ nt } r) = 3r$$

$$(2r_0 \text{ nt } 3r_0) = 5r_0$$

$$(r \text{ nt } \frac{r}{2}) = \frac{3}{2}r$$

$$(r_0 \text{ nt } \frac{r_0}{3}) = \frac{4}{3}r_0$$

$$(r \text{ nt } \frac{m}{n}r) = \frac{m+n}{n}r$$

$$(r_0 \text{ nt } \frac{3}{5}r_0) = \frac{8}{5}r_0$$

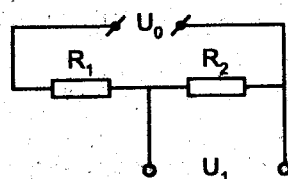
$$\left(\frac{p}{q}r \text{ nt } \frac{m}{n}r \right) = \frac{np + mq}{nq}r$$

$$\left(\frac{4}{9}r_0 \text{ nt } \frac{5}{7}r_0 \right) = \frac{4.7 + 9.5}{9.7}r_0 = \frac{73}{63}r_0$$

■ Bài luyện tập

Có một hiệu điện thế không đổi U_0 (Hình 1.35). Muốn lấy ra $U_1 = \frac{m}{n}U_0 < U_0$ thì phải chọn R_1, R_2 như thế nào ?

$$\text{ĐS: } \frac{R_2}{R_1} = \frac{m}{n-m}$$



Hình 1.35

★ Bài tập trắc nghiệm

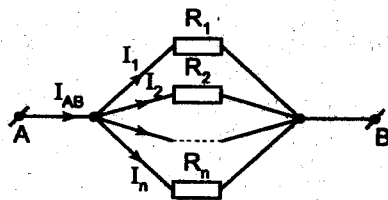
Chọn phát biểu đúng về ghép nối tiếp các điện trở.

- A. Dòng điện qua điện trở đầu tiên lớn hơn qua điện trở cuối cùng.
- B. Điện trở tương đương của n điện trở giống nhau r ghép nối tiếp bằng $\frac{r}{n}$.
- C. Điện trở tương đương của đoạn mạch các điện trở ghép nối tiếp luôn nhỏ hơn giá trị từng điện trở.
- D. Hiệu điện thế của đoạn mạch các điện trở ghép nối tiếp bằng tổng các độ giảm thế trên các điện trở thành phần.

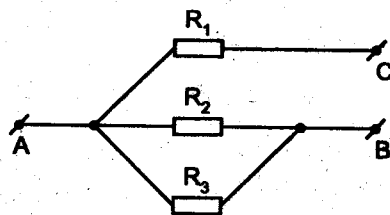
ĐS : D.

4. Ghép song song các điện trở

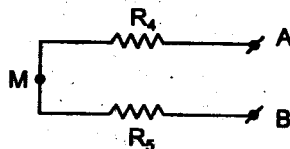
a) Trong cách ghép song song, các điện trở phải nối các đầu với nhau và các đuôi với nhau (Hình 1.36). Ta còn gọi đó là mạch phân nhánh hay mạch rẽ và kí hiệu ($R_1 // R_2 // \dots // R_n$). Chú ý rằng nếu chúng chỉ nối đầu với nhau còn đuôi không nối với nhau mà nối ra chỗ khác thì đó không phải đoạn mạch mắc song song. Trong ví dụ Hình 1.37, chỉ có R_2 song song với R_3 và không song song với R_1 . Còn R_4 và R_5 không phải là ghép song song (vẽ gần giống như song song) mà là ghép nối tiếp. Trong các sơ đồ mạch điện, các điện trở có thể vẽ dạng hộp $\text{---}\square\text{---}$ hoặc dạng dây xoắn $\text{---}\text{~~~~~}\text{---}$ đều như nhau.



Hình 1.36



a)



b)

Hình 1.37

b) Trong đoạn mạch các điện trở mắc song song, hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch cũng là hiệu điện thế trên mỗi điện trở :

$$\begin{aligned} U_{AB} &= U_1 = U_2 = \dots = U_n = R_1 I_1 \\ &= R_2 I_2 = \dots = R_n I_n = R_{AB} I_{AB} \end{aligned}$$

Định luật bảo toàn điện tích cho ta :

$$I_{AB} = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \dots + \frac{U_n}{R_n} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}$$

Suy ra công thức tính điện trở tương đương đoạn mạch song song :

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum \frac{1}{R_i} > \frac{1}{R_i}$$

Do đó điện trở tương đương đoạn mạch các điện trở mắc song song có giá trị nhỏ hơn mỗi điện trở trong các nhánh rẽ : $R_{AB} < R_i$.

Từ đó ta rút ra, nếu cho trước một đoạn mạch có điện trở R_1 muốn làm cho điện trở (R) đoạn mạch nhỏ đi ta phải ghép song song với đoạn mạch đó một

điện trở R_2 sao cho : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ với $R < R_1$. Suy ra : $R_2 = \frac{R_1 R}{R_1 - R}$.

c) Ta đã biết công thức tính trên tổng để tính điện trở tương đương của 2 điện trở ghép song song : $(R_1 // R_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Với 3, 4 điện trở ghép song song

thì công thức điện trở tương đương phức tạp hơn :

$$(R_1 // R_2 // R_3) = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

$$(R_1 // R_2 // R_3 // R_4) = \frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4}$$

● Bài tập mẫu

Có điện trở $R_1 = 5\Omega$. Hỏi cần ghép điện trở R_2 bằng bao nhiêu và ghép như thế nào để được điện trở cả đoạn mạch là : $R_{A'B'} = 12\Omega$ và $R_{AB} = 3\Omega$.

Giải : $R_{A'B'} = 12\Omega > R_1 = 5\Omega$. Vậy phải ghép nối tiếp với R_1 điện trở R'_2 sao cho : $R_{A'B'} = R_1 + R'_2$

$$R'_2 = R_{A'B'} - R_1 = 12 - 5 = 7\Omega$$

$$R_{AB} = 3\Omega < R_1 = 5\Omega.$$

Vậy phải ghép song song với R_1 điện trở R_2 sao cho :

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{R_1 R_{AB}}{R_1 - R_{AB}} = \frac{5 \cdot 3}{5 - 3} = 7,5\Omega.$$

d) Để tính điện trở tương đương của nhiều điện trở ghép song song ta có thể tính điện trở tương đương của các cụm nhỏ 2,3 điện trở mắc song song, rồi từ đó tính điện trở tương đương cả đoạn mạch.

$$[R_1 // R_2 // R_3 // \dots R_{n-1} // R_n] = [(R_1 // R_2) // (R_3 // R_4 // R_5) // \dots // (R_{n-1} // R_n)]$$

Điều này dẫn đến một thực tế là ta rất hay gặp và phải thao việc tính cho 2 điện trở song song. Khi tính điện trở tương đương của cụm nhỏ gồm 2 điện trở mắc song song ta dùng công thức tích trên tổng hoặc công thức tính nhẩm đã nói ở phần trên để làm nhanh và chính xác :

$$(r // \frac{m}{n} r) = \frac{m}{n+m} r \quad (1.5)$$

Chú ý không nhầm với công thức tính nhẩm nối tiếp :

$$(r \text{ nt } \frac{m}{n} r) = \frac{m+n}{n} r \quad (1.5')$$

Trong một đoạn mạch ghép song song nhiều điện trở, ta có thể đổi thứ tự, hoán vị các nhánh rẽ mà không ảnh hưởng đến điện trở tương đương, dòng điện mạch chính.

● Bài tập mẫu

Tính điện trở tương đương của đoạn mạch gồm 3 điện trở mắc song song :

$$R_1 = 12\Omega, R_2 = 8\Omega \text{ và } R_3 = 6\Omega \text{ (Hình 1.38).}$$

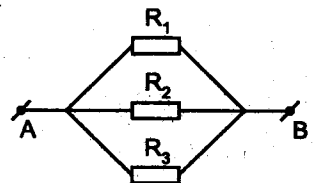
Giải

Để tính nhẩm được nhanh ta xét cặp điện trở song song R_1, R_3 trước : chúng gấp đôi nhau nên bằng điện trở lớn chia 3 :

$$(R_1 // R_3) = (12 // 6) = \frac{12}{3} = 4\Omega$$

Sau đó tiếp tục với R_2 :

$$(R_{13} // R_2) = (4 // 8) = \frac{8}{3} \Omega.$$



Hình 1.38

■ Bài luyện tập

Tính các điện trở tương đương của các đoạn mạch song song sau đây :

$$R_1 = (30\Omega // 20\Omega // 6\Omega)$$

$$R_2 = (2\Omega // 8\Omega // 3\Omega // 24\Omega)$$

$$\text{ĐS : } R_1 = 4\Omega ; R_2 = 1\Omega.$$

● Bài tập mẫu

Dùng công thức $(nr // r) = \frac{nr}{n+1}$ và $(\frac{m}{n}r // r) = \frac{m}{m+n}r$, ta có :

$$(12\Omega // 6\Omega) = \frac{12}{2+1} = 4\Omega$$

$$(3\Omega // 12\Omega) = \frac{12}{4+1} = 2,4\Omega$$

$$(r // 3r) = \frac{3r}{3+1} = \frac{3}{4}r$$

$$(\frac{7}{8}r // r) = \frac{7}{7+8}r = \frac{7}{15}r.$$

$$(3r // \frac{r}{2}) = \left(6\frac{r}{2} // \frac{r}{2}\right) = \frac{3r}{6+1} = \frac{3}{7}r$$

$$\left(\frac{12r}{5} // 3r\right) = \left(\frac{4}{5}.3r // 3r\right) = \frac{4}{4+5}.3r = \frac{4}{3}r$$

■ Bài luyện tập

Tập tính nhanh và chính xác các điện trở tương đương của đoạn mạch song song sau đây :

$$R_1 = (4\Omega // 12\Omega) \quad R_4 = \left(\frac{4r}{3} // \frac{6r}{3}\right)$$

$$R_2 = (2r // r) \quad R_5 = \left(\frac{7r}{12} // \frac{r}{3}\right)$$

$$R_3 = \left(r // \frac{8}{15}r\right) \quad R_6 = \left(\frac{3}{11}r // 6r\right)$$

$$\text{ĐS : } R_1 = 3\Omega ; R_2 = \frac{2r}{3} ; R_3 = \frac{8}{23}r ; R_4 = \frac{4r}{5} ; R_5 = \frac{7r}{33} ; R_6 = \frac{6}{23}r.$$

● Bài tập mẫu

Có n điện trở ghép song song thành đoạn mạch điện trở AB . Các điện trở $R_2, R_3, \dots, R_n$ không đổi. Chỉ có R_1 thay đổi. Hỏi điện trở tương đương cả đoạn mạch biến thiên thế nào.

Giải

Ta dùng công thức : $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$. Khi R_1 tăng thì $\frac{1}{R_1}$ giảm, làm cho $\frac{1}{R_{AB}}$ cũng giảm theo, tức là R_{AB} tăng. Tương tự, khi R_1 giảm thì R_{AB} cũng giảm.

Ta tổng quát hoá : dù các điện trở được ghép nối tiếp, song song hay ghép bất kì, khi một điện trở tăng thì R_{AB} của cả đoạn mạch cũng tăng theo và ngược lại.

5. Một số bài tập vận dụng cho ghép điện trở và định luật Ôm cho đoạn mạch

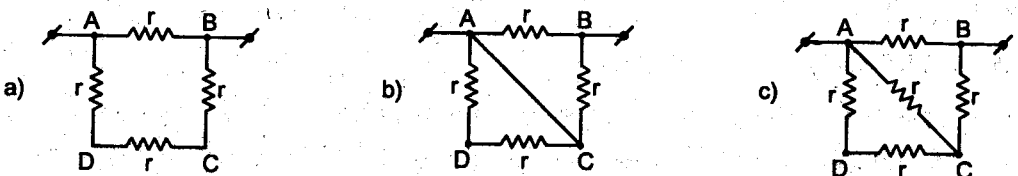
● Bài tập mẫu

Một hình vuông $ABCD$ mà mỗi cạnh là một điện trở bằng nhau r . Lấy A, B làm đầu vào – đầu ra (Hình 1.39a). Tính R_{AB} . Sau đó dùng các dây nối không điện trở và các điện trở r nối các đỉnh hình vuông. Tính các R_{AB} mới cho từng trường hợp.

* Hình vuông ban đầu : $R_1 = [r // (r \text{ nt } r \text{ nt } r)] = r // 3r = \frac{3r}{4}$.

* Nối AC bằng dây không điện trở (Hình 1.39b) : Ta chấp $A \equiv C$, hai điện trở trên AD và DC có thể bỏ đi.

$$R_2 = (r // r) = \frac{r}{2}$$



Hình 1.39

* Nối AC bằng điện trở r (Hình 1.39c) :

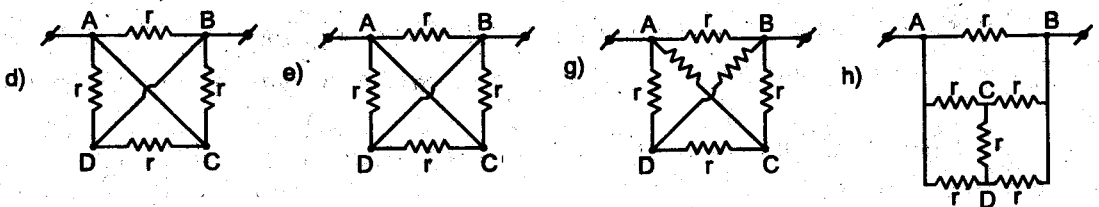
$$R_3 = [r // (r \text{ nt } (r // 2r))] = [r // (r \text{ nt } \frac{2r}{3})] = [r // \frac{5r}{3}] = \frac{5}{5+3}r = \frac{5}{8}r$$

* Nối AC và BD bằng các dây không điện trở : Ta chấp $A \equiv C$ và $B \equiv D$. Bốn điện trở r thành mắc song song (Hình 1.39d) :

$$R_4 = (r // r // r // r) = \frac{r}{4}$$

* Nối AC bằng điện trở r và nối BD bằng dây không điện trở (Hình 1.39e). Ta chấp $B \equiv D$

$$R_5 = \left[\frac{r}{2} // \left(\frac{r}{2} \text{ nt } r \right) \right] = \left[\frac{r}{2} // \frac{3r}{2} \right] = \frac{3r}{8}$$



Hình 1.39

* Nối AC và BD bằng các điện trở r (Hình 1.39g). Hai nút C và D cách đều hai đầu vào – đầu ra nên không có dòng điện qua đoạn CD và có thể bỏ điện trở trên CD.

$$R_6 = (r // 2r // 2r) = \frac{r}{2}$$

Ta còn có thể lập luận để bỏ R_{CD} bằng mặt phẳng đối xứng Q, đối xứng gương, bằng mạch cầu cân bằng, bằng mạng 4 điểm với các mối nối đôi... sẽ nói ở các phần sau và đều cho cùng kết quả (Hình 1.39h).

■ Bài luyện tập

Có 3 điện trở khác nhau $r_1 \neq r_2 \neq r_3$. Tìm các cách mắc chúng thành bộ và tính điện trở tương đương của mỗi bộ ghép đó.

ĐS : 8 cách mắc.

■ Bài luyện tập

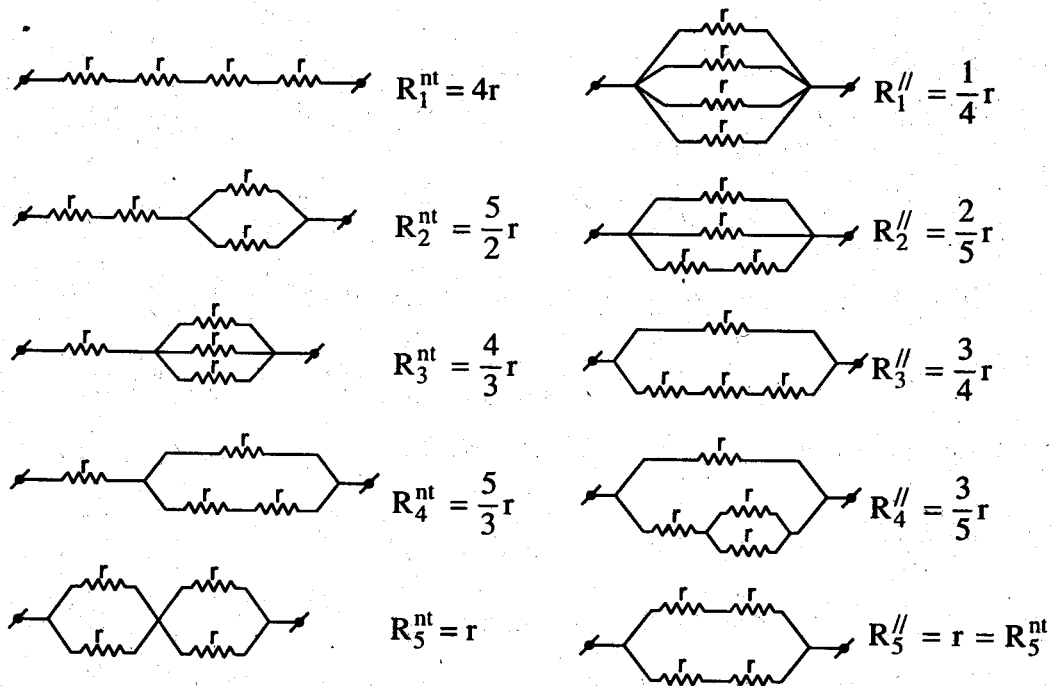
Có 4 điện trở trong đó có hai điện trở bằng nhau $r_1 = r_2 \neq r_3 \neq r_4$. Tìm các cách mắc chúng thành bộ với điện trở tương đương khác nhau và tính các điện trở tương đương đó.

ĐS : 43 cách mắc.

● Bài tập mẫu

Có 4 điện trở giống nhau r . Tìm các cách mắc chúng thành bộ có điện trở tương đương khác nhau. Có nhận xét gì về các kết quả? Rút ra kết luận về số điện trở tương đương thực cần phải tính. Tìm cách ghép có $R_{\min}$, $R_{\max}$, $I_{\max}$, $U_{\max}$ biết rằng mỗi điện trở r chịu được dòng lớn nhất I_0 và hiệu điện thế lớn nhất U_0 .

Giải: Ta xếp tương ứng cách mắc nối tiếp với cách mắc song song (Hình 1.40).



Hình 1.40

Ta có 10 cách mắc nhưng chỉ có 9 giá trị điện trở tương đương do $R_5'' = R_5^{nt}$. Chú ý rằng các hệ số của r trong các điện trở tương đương là nghịch đảo của nhau: $R_n^{nt} = \frac{p}{q}r \leftrightarrow R_n'' = \frac{q}{p}r$.

Do đó với 10 cách mắc nhưng ta chỉ cần tính 5 giá trị điện trở tương đương rồi sau đó suy ra 5 giá trị còn lại. Ví dụ tính 5 giá trị R^{nt} rồi suy ra cho R'' hoặc ngược lại. Các giá trị điện trở tương đương của các cách mắc nối tiếp ở cột bên trái đều có $R^{nt} \geq r$. Còn ở cột bên phải của cách mắc song song đều có $R'' \leq r$.

$$I_{\max} = 4I_0 \text{ ứng với } R_1'' \quad R_{\max} = R_1^{nt} = 4r$$

$$U_{\max} = 4U_0 \text{ ứng với } R_1^{nt} \quad R_{\min} = R_1'' = \frac{1}{4}r$$

■ Bài luyện tập

Có 3 điện trở giống nhau r . Tìm các cách mắc chúng thành bộ và tính điện trở tương đương các bộ ghép đó.

ĐS : 4 cách mắc

$$R_1^{nt} = 3r ; R_1^{//} = \frac{1}{3}r ; R_2^{nt} = \frac{3}{2}r ; R_2^{//} = \frac{2}{3}r .$$

● Bài tập mẫu

Có một số điện trở giống nhau $r = 7\Omega$. Tìm cách mắc với số điện trở r ít nhất để có các điện trở tương đương.

a) $R_1 = 9\Omega$ b) $R_2 = 5\Omega$

Giải

a) $R_1 = 9\Omega > r = 7\Omega$, vậy phải mắc $r = 7\Omega$ nối tiếp với x (Hình 1.41a) :

$R_1 = 7 + x = 9 \Rightarrow x = 2\Omega < r = 7\Omega$ nên muốn có x phải mắc $r = 7\Omega$ song song với y (Hình 1.41b).

$$x = \frac{7y}{7+y} = 2 \Rightarrow y = \frac{7 \cdot 2}{7-2} = 2,8\Omega < r = 7\Omega .$$

nên muốn có y phải mắc $r = 7\Omega$ song song với z (Hình 1.41c).

$$y = \frac{7z}{7+z} = 2,8 \Rightarrow z = \frac{7 \cdot 2,8}{7-2,8} = \frac{14}{3}\Omega < r = 7\Omega$$

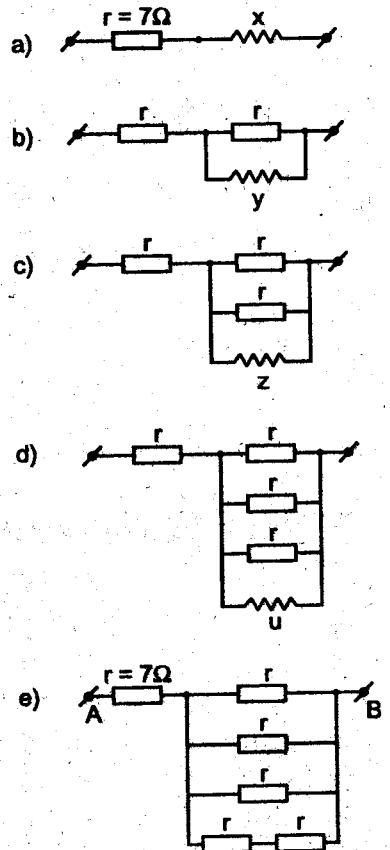
nên muốn có z phải mắc $r = 7\Omega$ song song với u (Hình 1.41d).

$$z = \frac{14}{3} = \frac{7u}{7-u} \Rightarrow u = \frac{7 \cdot 14/3}{7-14/3} = 14\Omega = 2r .$$

Vậy để $R_1 = 9\Omega$ ta mắc 6 điện trở $r = 7\Omega$ theo (Hình 1.41e) :

Để dàng kiểm tra lại, ta thấy :

$$R_{AB} = r + \left(\frac{2r}{3} // \frac{r}{2} \right) = r + \frac{2r}{7} = \frac{9}{7}r = \frac{9}{7} \cdot 7 = 9\Omega .$$



Hình 1.41

b) $R_2 = 5\Omega < r = 7\Omega$, vậy phải mắc $r = 7\Omega$ song song với a (Hình 1.42a) :

$$R_2 = 5 = \frac{7a}{7+a} \Rightarrow a = \frac{7 \cdot 5}{7-5} = 17,5\Omega > r = 7\Omega$$

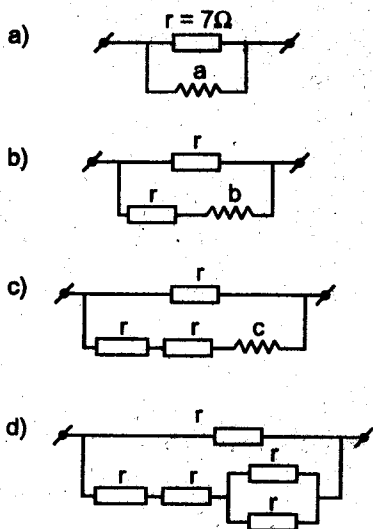
nên muốn có $a = 17,5\Omega$ cần mắc $r = 7\Omega$ nối tiếp với b (Hình 1.42b) :

$$a = 7 + b \Rightarrow b = 17,5 - 7 = 10,5 = 7 + 3,5 = 7 + c$$

muốn có c cần mắc $r = 7\Omega$ song song với d (Hình 1.42c) :

$$c = 3,5 = \frac{7d}{7+d} \Rightarrow d = \frac{7 \cdot 3,5}{7-3,5} = 7\Omega = r$$

Vậy cần mắc 5 điện trở $r = 7\Omega$ theo sơ đồ Hình 1.42d để có $R_1 = 5\Omega$.



Hình 1.42

■ Bài luyện tập

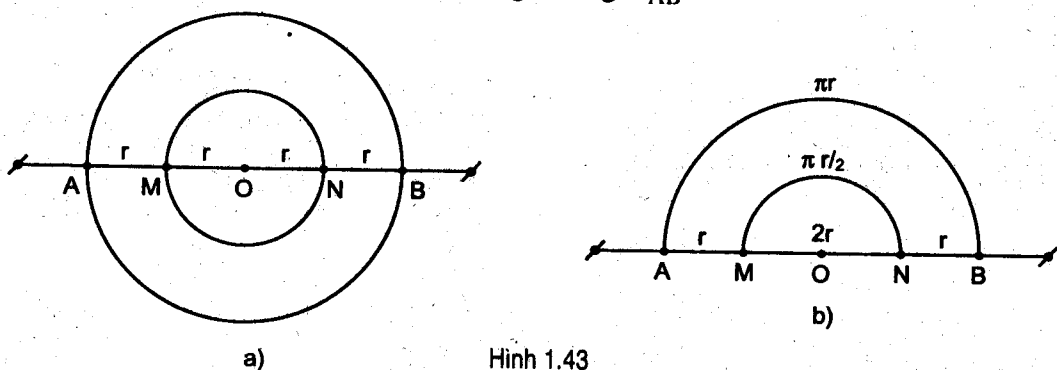
Có một số điện trở giống nhau $r = 5\Omega$. Tìm cách mắc với số điện trở ít nhất để có các điện trở tương đương :

a) $R_1 = 7\Omega$ ĐS : 5 điện trở $r = 5\Omega$

b) $R_2 = 3\Omega$ ĐS : 4 điện trở $r = 5\Omega$.

● Bài tập mẫu

Hai vòng tròn bán kính r và $2r$ và đường kính AMNB được nối với nhau như Hình 1.43a. Chúng được làm từ cùng một loại dây dẫn có điện trở trên một đơn vị dài bằng 1Ω . Tìm điện trở tương đương R_{AB} .



Hình 1.43

Giải. Điện trở của hai nửa vòng tròn nhỏ bằng πr và của hai nửa vòng tròn lớn là $2\pi r$. Ta ghép các nửa vòng tròn giống nhau lại và được sơ đồ tương đương (Hình 1.43b):

$$R_{MN} = (2r // \frac{\pi r}{2}) = \frac{\pi}{4 + \pi} \cdot 2r$$

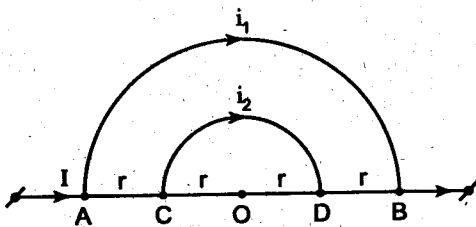
$$R_{AMNB} = 2r + R_{MN} = 2r \left(1 + \frac{\pi}{4 + \pi} \right) = \frac{4 + 2\pi}{4 + \pi} \cdot 2r$$

$$R_{AB} = (\pi r // R_{AMNB}) = \left(\pi r // \frac{8 + 4\pi}{4 + \pi} r \right) = \frac{4\pi(2 + \pi)}{8 + 8\pi + \pi^2}$$

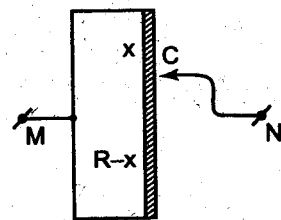
■ Bài luyện tập

Một dây điện trở đồng chất uốn và nối lại thành dạng hai nửa vòng tròn bán kính r và $2r$ cùng một đường kính ACODB (Hình 1.44). Đặt vào AB một hiệu điện thế. Tính tỉ số hai cường độ dòng điện trên hai nửa vòng tròn $\frac{i_1}{i_2}$.

ĐS: $\frac{i_1}{i_2} = \frac{1 + \pi}{\pi}$.



Hình 1.44



Hình 1.45

● Bài tập mẫu

Tìm giá trị của biến trở R_{MN} theo x . Chứng tỏ rằng giá trị của biến trở R_{MN} có cực trị. Tính cực trị đó, tìm vị trí con chạy C khi có cực trị đó và miền biến thiên của giá trị biến trở (Hình 1.45).

Giải: $R_{MN} = [x // (R - x)] = \frac{x(R - x)}{x + R - x} = \frac{xR - x^2}{R}$

R_{MN} nhỏ nhất là bằng 0 khi con chạy C ở một trong hai đầu biến trở, tức là $x = 0$ hoặc $x = R$.

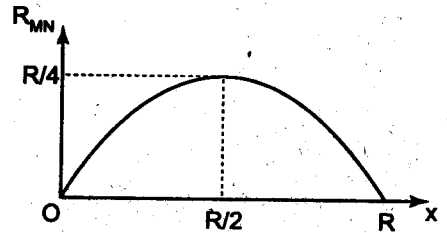
Để khảo sát cực trị của R_{MN} , ta có thể dùng phương pháp đồ thị (đỉnh parabol), phương pháp đạo hàm hoặc dùng bất đẳng thức Cô-si như sau :

$$R_{MN} = \frac{x(R-x)}{R} = \frac{1}{R} [x.(R-x)]$$

$$\leq \frac{1}{R} \left[\frac{x + R - x}{2} \right]^2 = \frac{R}{4} = R_{MN}^{\max}$$

R_{MN} đạt giá trị cực đại $R_{MN}^{\max} = \frac{R}{4}$ khi

$x = R - x \Rightarrow x = \frac{R}{2}$ tức là con chạy C ở đúng giữa biến trở.



Hình 1.46

Để thấy rõ miền biến thiên của điện trở R_{MN} , tốt nhất là ta vẽ đồ thị $R_{MN}(x)$ (Hình 1.46).

● Bài tập mẫu

Ta có nhiều điện trở giống nhau thuộc hai loại $r_1 = 3\Omega$ và $r_2 = 5\Omega$. Tìm cách ghép với số điện trở ít nhất của cả 2 loại r_1, r_2 để được đoạn mạch có điện trở tương đương $R = 60\Omega$.

Giải. Ghép song song các điện trở làm điện trở tương đương giảm đi, nên phải dùng nhiều điện trở hơn. Do đó muốn ghép với ít điện trở nhất thì phải ghép nối tiếp các điện trở. Ta gọi m là số các điện trở loại $r_1 = 3\Omega$ và n là số các điện trở loại $r_2 = 5\Omega$. Ta có phương trình hai ẩn nguyên :

$$R = 60 = 3m + 5n$$

Suy ra : $m = \frac{60 - 5n}{3} = 20 - \frac{5}{3}n$

Muốn có m nguyên thì n phải là bội số của 3. Ta lập bảng biến thiên :

n	0	3	6	9	12
m	20	15	10	5	0
$N = n + m$	20	18	16	14	12

Vậy số điện trở ít nhất cần dùng để ghép là $N = 14$ với 9 cái loại $r_2 = 5\Omega$ và 5 cái loại $r_1 = 3\Omega$.

■ Bài luyện tập

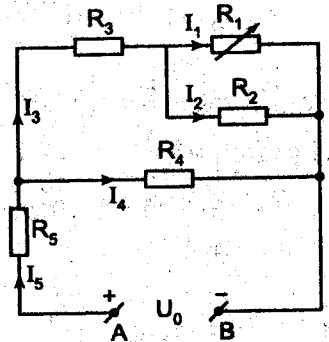
Vấn với các điện trở thuộc hai loại $r_1 = 3\Omega$ và $r_2 = 5\Omega$. Tìm cách ghép với số điện trở ít nhất thuộc cả hai loại r_1 và r_2 để được đoạn mạch có điện trở tương đương $R = 62\Omega$.

ĐS : 4 điện trở $r_1 = 3\Omega$ và 10 điện trở $r_2 = 5\Omega$.

● Bài tập mẫu

Có mạng điện trở AB như Hình 1.47 mắc vào $U_{AB} = U_0$ không đổi với R_1 là biến trở, còn các điện trở khác không đổi. Hãy khảo sát định tính để xem dòng điện qua điện trở nào tăng lên, dòng điện nào giảm đi khi cho R_1 tăng lên.

Giải. Ta đã biết, trong một mạng điện trở dù ghép kiểu gì, khi một điện trở tăng sẽ làm điện trở tương đương cả mạng tăng theo.



Hình 1.47

$$\text{Do đó khi : } R_1 \nearrow \Rightarrow R_{AB} \nearrow \Rightarrow I_5 = I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \left(\frac{U_0}{R_{AB}} \right) \searrow$$

$$\Rightarrow I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \left(\frac{U_0 - R_5 I_5 \searrow}{R_4} \right) \nearrow \Rightarrow I_3 = (I_5 \searrow - I_4 \nearrow) \searrow \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \left(\frac{U_0 - R_5 I_5 \searrow - R_3 I_3 \searrow}{R_2} \right) \nearrow \Rightarrow I_1 = (I_3 \searrow - I_2 \nearrow) \searrow$$

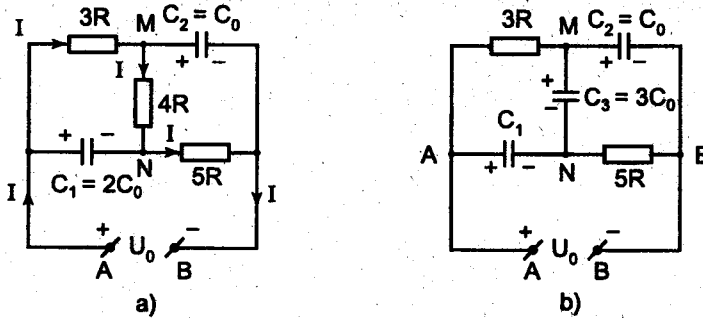
Vậy khi $R_1 \nearrow$ thì : $I_1 \searrow$; $I_2 \nearrow$; $I_3 \searrow$; $I_4 \nearrow$; $I_5 \searrow$.

● Bài tập mẫu

Cho 3 điện trở $3R$, $4R$ và $5R$ cùng hai tụ điện $C_1 = 2C_2 = 2C_0$ mắc vào hiệu điện thế $U_{AB} = U_0$ như sơ đồ Hình 1.48a.

a) Tìm tỉ số điện tích $\frac{q_1}{q_2}$ trên hai tụ.

b) Thay điện trở $R_{MN} = 4R$ bằng tụ $C_3 = 3C_0$. Tìm tỉ số điện tích trên các tụ khi đó.



Hình 1.48

Giải

a) Dòng điện chỉ chạy qua các điện trở. Điện tích trên các tụ điện tính theo hiệu điện thế giữa hai nút mà tụ điện mắc vào.

$$U_{C_1} = U_{AMN} = \frac{3R + 4R}{3R + 4R + 5R} \cdot U_0 = \frac{7}{12} U_0$$

$$U_{C_2} = U_{MNB} = \frac{4R + 5R}{3R + 4R + 5R} \cdot U_0 = \frac{9}{12} U_0$$

$$q_1 = C_1 U_{C_1} = 2C_0 \cdot \frac{7}{12} U_0 = \frac{7}{6} C_0 U_0$$

$$q_2 = C_2 U_{C_2} = C_0 \cdot \frac{9}{12} U_0 = \frac{3}{4} C_0 U_0$$

$$\text{Suy ra tỉ số các điện tích trên các tụ : } \frac{q_1}{q_2} = \frac{7}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{14}{9}$$

b) Thay 4R bằng $C_3 = 3C_0$: Trong mạch không còn dòng điện. Ta có thể chấp $M \equiv A$ và $N \equiv B$. Ba tụ giống như mắc song song vào U_0 . Do đó :

$$q_1 : q_2 : q_3 = 2C_0 : C_0 : 3C_0 = 2 : 1 : 3$$

Dấu trên các bản tụ như Hình 1.48b.

● Bài tập mẫu

Có hai điện trở $R_1 = 4R_2 = 40\Omega$ và hai tụ điện $C_1 = 2\mu F$; $C_2 = 3\mu F$ cùng khoá K ghép thành mạch điện như Hình 1.49 và mắc vào hiệu điện thế $U_{AB} = 100V$.

a) Tính hiệu điện thế U_{MN} khi K mở.

b) Xác định số electron và chiều dịch chuyển qua khoá K khi đóng K lại.

c) Thay khoá K bằng tụ $C_3 = 1\mu\text{F}$. Tìm điện tích trên các tụ khi đó.

Giải

a) K mở :

$$U_{R_1}^{AM} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{AB} = \frac{40}{40 + 10} \cdot 100 = 80\text{V}$$

$$U_{R_2}^{MB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AB} = \frac{10}{10 + 40} \cdot 100 = 20\text{V}$$

$$U_{C_1}^{AN} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_{AB} = \frac{3}{2 + 3} \cdot 100 = 60\text{V} \Rightarrow q_1 = C_1 U_{C_1} = 2.60 = 120\mu\text{C}$$

$$U_{C_2}^{NB} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_{AB} = \frac{2}{2 + 3} \cdot 100 = 40\text{V} \Rightarrow q_2 = C_2 U_{C_2} = 3.40 = 120\mu\text{C}$$

$$U_{MN} = U_{MA} + U_{AN} = -80 + 60 = -20\text{V}$$

$$\text{b) K đóng : } U_{C_1}' = U_{R_1}^{AM} = 80\text{V} \Rightarrow q_1' = C_1 U_{C_1}' = 2.80 = 160\mu\text{C}$$

$$U_{C_2}' = U_{R_2}^{NB} = 20\text{V} \Rightarrow q_2' = C_2 U_{C_2}' = 3.20 = 60\mu\text{C}$$

Tổng điện tích trên các bản tụ khi K mở : $Q_N = q_1 - q_2 = 0$

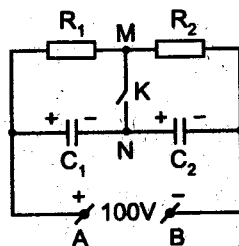
Tổng điện tích trên các bản tụ khi K đóng :

$$Q_N' = -q_1' + q_2' = -160 + 60 = -100\mu\text{C}$$

Như vậy có một điện lượng $-100\mu\text{C}$ đi qua khoá K từ M $\rightarrow$ N khi đóng khoá K lại. Tương ứng với số electron đi qua khoá K từ M đến N là :

$$n = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 625 \cdot 10^{14} \text{ electron từ M} \rightarrow \text{N.}$$

c) Khi K đóng ta đã có $U_{C_1}' = 80\text{V}$ và $U_{C_2}' = 20\text{V}$. Khi bỏ khoá K đi, hai tụ đã tích điện q_1' và q_2' lại nối tiếp đặt vào hiệu điện thế $U_{AB} = 100\text{V} = U_{C_1}' + U_{C_2}'$. Do đó các tụ vẫn giữ nguyên điện tích q_1' và q_2' đó. Nối M, N bằng C_3 thì $U_{C_3}^{MN} = 0$ và trên tụ C_3 không có điện tích.



Hình 1.49

$$q_1'' = q_1' = 160\mu\text{C} \text{ và } q_3'' = 0$$

$$q_2'' = q_2' = 60\mu\text{C}$$

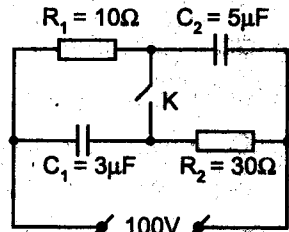
■ Bài luyện tập

Ta có mạng điện như Hình 1.50

- Tính điện tích trên các tụ khi K mở.
- Tính điện tích trên các tụ khi K đóng.

ĐS: $q_1 = 300\mu\text{C}$; $q_2 = 500\mu\text{C}$;

$$q_1' = 75\mu\text{C}; \quad q_2' = 375\mu\text{C}$$



Hình 1.50

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về các điện trở ghép nối tiếp.

- Điện trở tương đương và cường độ dòng điện trong đoạn mạch ghép nối tiếp các điện trở không phụ thuộc thứ tự các điện trở.
- Điện trở tương đương R_{AB} lớn hơn giá trị mỗi điện trở và không phụ thuộc chiều dòng điện đi qua từ A đến B hay ngược lại từ B đến A.
- Độ giảm thế trên mỗi điện trở tỉ lệ thuận với giá trị điện trở đó :

$$U_i = \frac{R_i}{R_{AB}} U_{AB}$$

- Cường độ dòng điện qua mỗi điện trở tỉ lệ nghịch với giá trị điện trở đó

$$I_i = \frac{R_{AB}}{R_i} U_{AB}$$

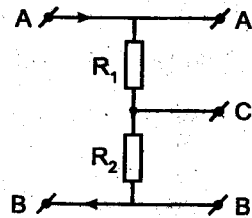
ĐS : D

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về mạch chia thế gồm hai điện trở R_1 và R_2 ghép nối tiếp như Hình 1.51.

$$\text{A. } U_{CB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AB}$$

$$\text{B. } U_{AB} = U_{AC} + U_{BC}$$



Hình 1.51

$$C. U_{CA} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{AB}$$

$$D. U_{AC} = \frac{R_2}{R_1} U_{CB}$$

ĐS : A.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về các điện trở ghép song song

A. Điện trở tương đương, cường độ dòng điện mạch chính và cường độ dòng điện trong mỗi nhánh rẽ không phụ thuộc thứ tự các nhánh rẽ.

B. Điện trở tương đương R_{AB} của đoạn mạch tính theo công thức :

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

C. Khi có một điện trở có giá trị giảm đi thì điện trở tương đương tăng lên và ngược lại.

D. Các điện trở mắc song song có chung hiệu điện thế của cả đoạn mạch và tổng các dòng điện trong các nhánh rẽ bằng dòng điện mạch chính

$$I_{AB} = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

ĐS : C.

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về hai điện trở R_1 và R_2 ghép song song (Hình 1.52).

A. Điện trở tương đương $R_{12} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$

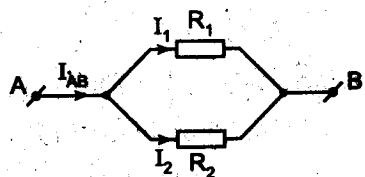
B. $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

C. Điện trở tương đương lớn hơn mỗi điện trở : $R_{12} > R_1$ và $R_{12} > R_2$

D. Dòng điện trong các nhánh :

$$I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{AB} \text{ và } I_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{AB}$$

ĐS : B.



Hình 1.52

IV – CÁC ĐOẠN MẠCH ĐIỆN TRỞ CÓ TÍNH ĐỐI XỨNG

1. Ghép nối tiếp và ghép song song là các trường hợp đơn giản nhất. Với các điện trở ghép phức tạp, ta cố tìm cách đưa về các dạng mắc nối tiếp và mắc song song để từ đó tính ra kết quả điện trở tương đương. Một trong các cách đó là biến đổi mạch điện về các mạch tương đương bằng cách khai thác các tính chất đối xứng của mạch điện.

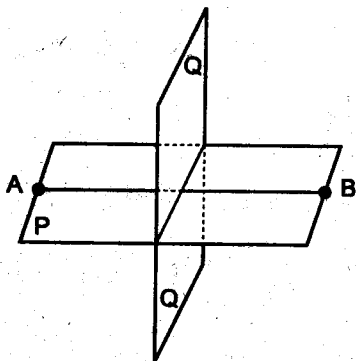
2. Các quy tắc biến đổi tương đương

a) Ta có thể chập các nút có cùng điện thế thành một nút hoặc tách một nút phức tạp thành các nút có cùng điện thế, ta vẫn thu được mạch điện tương đương, tức là điện trở tương đương của đoạn mạch vẫn không đổi.

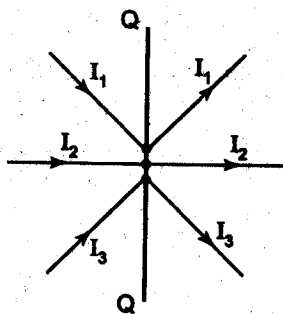
b) Các nút đối xứng với nhau qua trục nối đầu vào – đầu ra (A, B) của đoạn mạch thì có cùng điện thế và ta có thể chập chúng lại. Ngược lại ta muốn tách một nút phức tạp thì phải tách nút đó thành các nút mới đối xứng nhau qua trục đầu vào – đầu ra của đoạn mạch thì ta được đoạn mạch mới tương đương.

c) Với các mạng điện trở trong không gian, các nút đối xứng nhau qua mặt phẳng P đi qua đầu vào – đầu ra (A, B) cũng có cùng điện thế. Ta cũng có thể chập các nút đối xứng với nhau đó lại hoặc tách một nút phức tạp thành các nút cùng điện thế như vậy mà vẫn có mạch điện tương đương.

d) Các nút cách đều hai đầu vào – đầu ra (A, B), hay nói khác đi chúng nằm trên mặt phẳng trung trực Q của đoạn thẳng nối hai đầu vào – đầu ra thì chúng có cùng một điện thế. Điện thế đó chính là trung bình cộng của hai điện thế đầu vào – đầu ra. Ta có thể chập tất cả các nút nằm trên mặt phẳng Q lại thành một nút hoặc tách một nút phức tạp trên mặt phẳng đối xứng Q thành nhiều nút trên Q mà vẫn có đoạn mạch tương đương (Hình 1.53).



Hình 1.53



Hình 1.54

e) Quy tắc đối xứng gương : Các mạch điện trở mà có đầu vào A và đầu ra B đối xứng với nhau qua mặt phẳng trung trực Q của đoạn thẳng AB thì dòng điện trong các nhánh đối xứng nhau là bằng nhau về độ lớn và ngược chiều. Hay nói khác đi, chúng đối xứng gương với nhau qua mặt phẳng trung trực Q.

Hai nhánh đối xứng gương và gặp nhau ở Q có thể tách khỏi một nút phức tạp, trở thành ghép nối tiếp với mỗi nối nằm trên Q. Ta thấy quy tắc e lại đưa về quy tắc d (Hình 1.54).

● Bài tập mẫu

Bốn đỉnh ABCD và tâm O của một hình vuông được nối với nhau bằng tám điện trở bằng nhau r như Hình 1.55a. Tính điện trở tương đương R_{AB} , R_{AC} , R_{AO} và xem chúng còn bằng điện trở tương đương của các cặp nút nào.

Giải

* R_{AB} : Ta phải tách nút phức tạp O thành hai nút O_1 và O_2 cùng nằm trên mặt phẳng trung trực của AB (Hình 1.55b).

$$R_{AB} = [R_{AO_2BA} // (R_{AD} \text{ nt } R_{DCO_1D} \text{ nt } R_{CB})]$$

$$R_{AB} = [(2r // r) // (r \text{ nt } \{2r // r\} \text{ nt } r)]$$

$$R_{AB} = \left[\frac{2r}{3} // (r \text{ nt } \frac{2r}{3} \text{ nt } r) \right] =$$

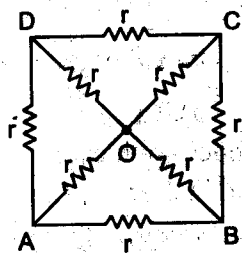
$$= \left[\frac{2r}{3} // \frac{8r}{3} \right] = \frac{8r}{5.3} = \frac{8r}{15} =$$

$$R_{BC} = R_{CD} = R_{AD}$$

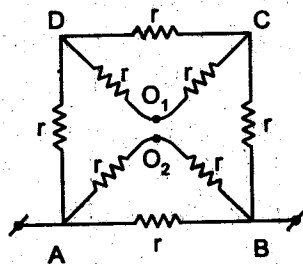
* R_{AC} : Ba nút D, O, B có cùng điện thế (cùng nằm trên mặt phẳng đối xứng Q) nên ta có thể chap lại thành một và bỏ đi hai điện trở DO và OB (Hình 1.55c). Khi đó ta có :

$$R_{AC} = [(r // r // r) \text{ nt } (r // r // r)] = \frac{2r}{3} = R_{BD}$$

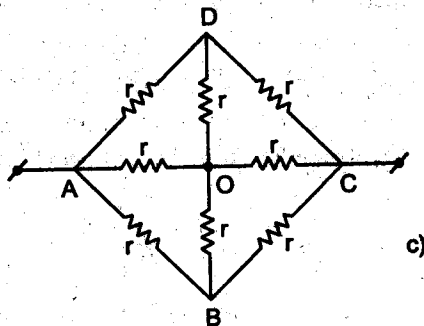
* R_{AO} : Hai nút D và B đối xứng nhau qua AO (mặt phẳng đối xứng P) nên cùng điện thế. Ta có thể chap chúng lại (Hình 1.55d).



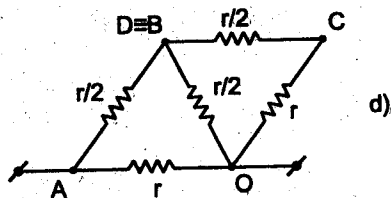
a)



b)



c)



d)

Hình 1.55

$$R_{AO} = [R_{AO} // (R_{AD} \text{ nt } \{R_{DO} // R_{DCO}\})]$$

$$R_{AO} = \left[r // \left(\frac{r}{2} \text{ nt } \left\{ \frac{r}{2} // \frac{3r}{2} \right\} \right) \right] = \left[r // \left(\frac{r}{2} \text{ nt } \frac{3r}{8} \right) \right]$$

$$R_{AO} = \left[r // \frac{7r}{8} \right] = \frac{7}{7+8} r = \frac{7}{15} r = R_{BO} = R_{CO} = R_{DO}$$

● Bài tập mẫu

Sáu đỉnh ABCDEF và tâm O của hình lục giác đều được nối với nhau bằng 12 điện trở bằng nhau r (Hình 1.56a). Tính các điện trở tương đương R_{AB} , R_{AC} , R_{AD} và R_{AO} . Hãy cho biết chúng còn bằng các điện trở tương đương của các cặp nút nào khác.

Giải

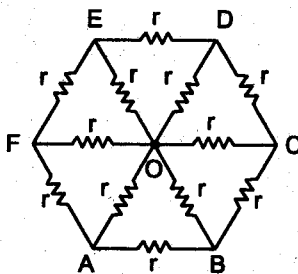
* R_{AB} : Ta phải tách nút phức tạp O thành 3 nút O_1 , O_2 , O_3 đều nằm trên mặt phẳng đối xứng Q (Hình 1.56b).

$$R_{AB} = [(R_{AB} // R_{AO_3B}) // (R_{AF} \text{ nt } \{R_{FO_2C} // R_{FEDC}\} \text{ nt } R_{CB})]$$

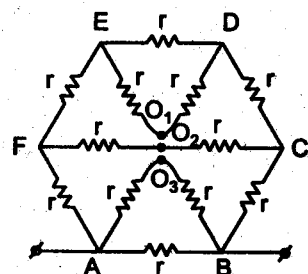
$$R_{AB} = [(r // 2r) // (2r \text{ nt } \{2r // \frac{8r}{3}\})]$$

$$R_{AB} = \left[\frac{2r}{3} // \left(2r \text{ nt } \frac{8r}{7} \right) \right] = \left[\frac{2r}{3} // \frac{22r}{7} \right] = \frac{11}{20} r$$

$$R_{AB} = \frac{11}{20} r = R_{BC} = R_{CD} = R_{DE} = R_{EF} = R_{AF}$$



a)



b)

Hình 1.56

* R_{AC} : Các nút E, O, B cùng điện thế, ta có thể bỏ hai điện trở không có dòng điện đi qua R_{EO} và R_{OB} . Đồng thời tách nút O thành hai nút O_1, O_2 (Hình 1.56c).

$$R_{AC} = [R_{ABC} // R_{AO_2C} // (R_{AF} \text{ nt } R_{FD} \text{ nt } R_{DC})]$$

$$R_{AC} = [2r // 2r // (r \text{ nt } \frac{2r}{2} \text{ nt } r)] = [r // 3r] = \frac{3r}{4}$$

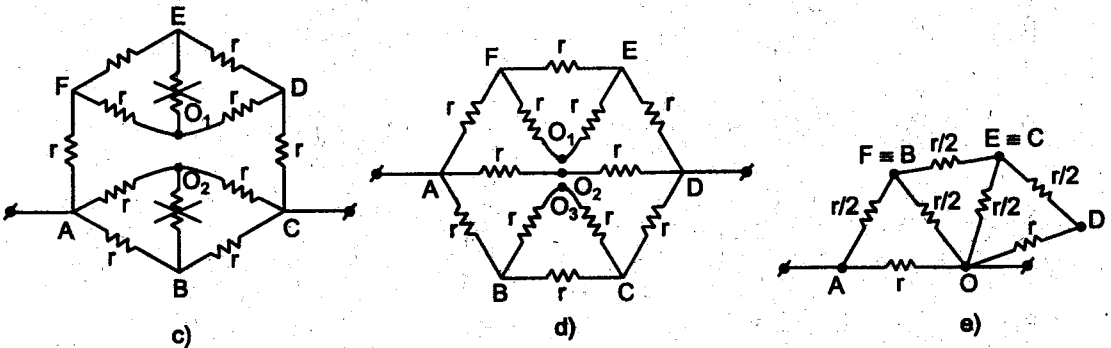
$$R_{AC} = \frac{3r}{4} = R_{BD} = R_{CE} = R_{DF} = R_{AE}$$

* R_{AD} : Ta tách nút O thành 3 nút O_1, O_2, O_3 cùng điện thế (Hình 1.56d).

$$R_{AD} = [R_{ABCD} // R_{AO_2D} // R_{AFED}]$$

$$R_{AD} = \left[\frac{8r}{3} // 2r // \frac{8r}{3} \right] = \left[\frac{4r}{3} // 2r \right] = \frac{4r}{5}$$

$$R_{AD} = \frac{4r}{5} = R_{BE} = R_{CF}$$



Hình 1.56

* R_{AO} : Các nút F và B, E và C đối xứng nhau qua mặt phẳng P qua AO. Do đó ta chấp $F \equiv B$ và $C \equiv E$ (Hình 1.56e).

$$R_{AO} = [R_{AO} // (R_{AF} \text{ nt } R_{FEDC})]$$

$$R_{AO} = \left[r // \left(\frac{r}{2} \text{ nt } \left(\frac{r}{2} // \left\{ \frac{r}{2} \text{ nt } \frac{3r}{8} \right\} \right) \right) \right]$$

$$R_{AO} = \left[r // \left(\frac{r}{2} \text{ nt } \left(\frac{r}{2} // \frac{7r}{8} \right) \right) \right]$$

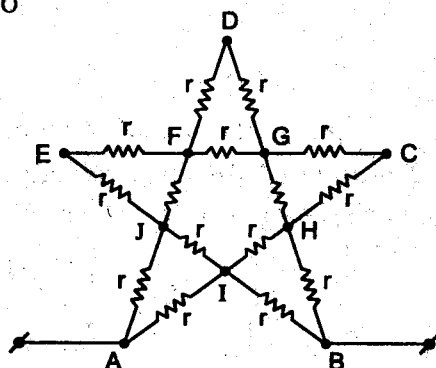
$$R_{AO} = \left[r // \left(\frac{r}{2} \text{ nt } \frac{7}{22} r \right) \right] = \left[r // \frac{9}{11} r \right] = \frac{9}{20} r.$$

$$R_{AO} = \frac{9}{20} r = R_{BO} = R_{CO} = R_{DO} = R_{EO} = R_{FO}$$

■ Bài luyện tập

Một mạng điện trở hình sao năm cánh ABCDE. Mỗi đoạn trên các cạnh có điện trở bằng nhau r như trên Hình 1.57. Tính điện trở tương đương R_{AB} và R_{JH} .

$$\text{ĐS: } R_{AB} = \frac{6}{5} r, R_{JH} = \frac{4}{5} r.$$



Hình 1.57

● Bài tập mẫu

Một hình hộp vuông ABCDEFGH có mỗi cạnh là một điện trở r như nhau (Hình 1.58a). Tính các điện trở tương đương: R_{AB} , R_{AC} , R_{AG} .

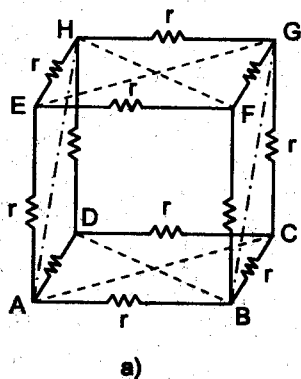
Giải

* R_{AB} : Mặt phẳng P(ABGH) chia mạng điện trở thành hai phần đối xứng nhau. Do đó ta chấp các nút cùng điện thế: $E \equiv D$, $F \equiv C$ (Hình 1.58b).

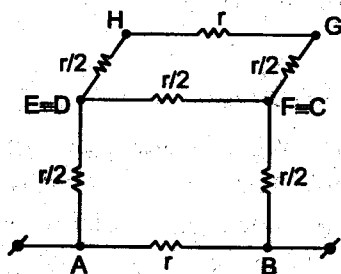
$$R_{AB} = \left[r // \left(\frac{r}{2} \text{ nt } \left\{ \frac{r}{2} // 2r \right\} \text{ nt } \frac{r}{2} \right) \right]$$

$$R_{AB} = \left[r // \left(r \text{ nt } \frac{2r}{5} \right) \right] = \left[r // \frac{7}{5} r \right] = \frac{7}{7+5} r$$

$$R_{AB} = \frac{7}{12} r.$$



a)



b)

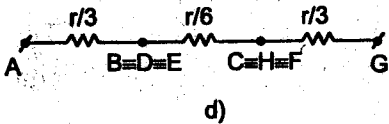
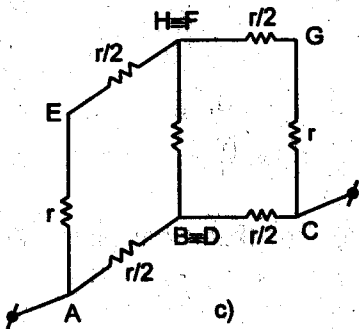
Hình 1.58

* R_{AC} : Dùng mặt phẳng đối xứng P(ACGE) hay mặt phẳng đối xứng trung trục Q(BFHD) đều dẫn đến việc có thể chập các nút $B \equiv F \equiv H \equiv D$ và bỏ các điện trở trên BF và HD (Hình 1.58c).

$$R_{AC} = \left[\left(\frac{r}{2} // \frac{3r}{2} \right) nt \left(\frac{r}{2} // \frac{3r}{2} \right) \right] = \frac{3}{4} r$$

* R_{AG} : Ba nút BDE và ba nút CHF là đối xứng chùm 3 đối với trục AG. Do đó ta có thể chập các nút cùng điện thế : $B \equiv D \equiv E$ và $C \equiv H \equiv F$. Mạch tương đương AG chỉ còn là nối tiếp 3 đoạn (Hình 1.58d) :

$$R_{AG} = \left[\frac{r}{3} nt \frac{r}{6} nt \frac{r}{3} \right] = \frac{5}{6} r$$



Hình 1.58

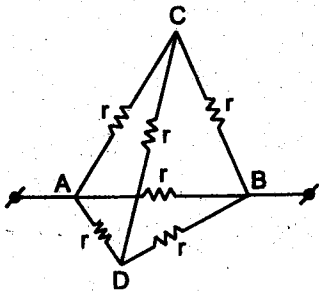
■ Bài luyện tập

Một tứ diện đều ABCD có điện trở các cạnh bằng r như nhau (Hình 1.59). Tính điện trở tương đương khi lấy hai đỉnh bất kì làm đầu ra – đầu vào.

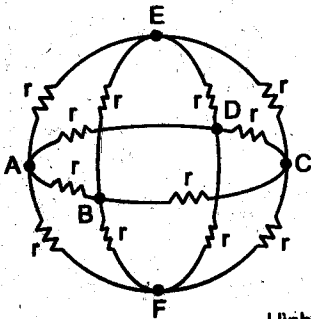
$$\text{ĐS : } R_{td} = \frac{r}{2}.$$

■ Bài luyện tập

Ba vòng tròn bằng dây điện trở nối với nhau như Hình 1.60 ABCDEF. Mỗi đoạn nối đều bằng nhau và có điện trở r . Tính điện trở tương đương R_{AB} , R_{AC} và xem chúng còn bằng điện trở tương đương nào khác.



Hình 1.59



Hình 1.60

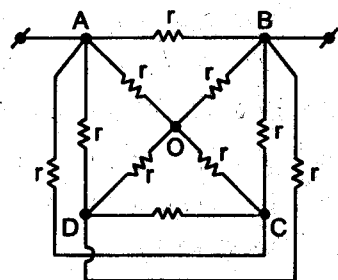
ĐS: $R_{AB} = \frac{5}{12}r = R_2$ nút liền nhau

$R_{AC} = \frac{r}{2} = R_2$ nút không liền nhau

■ Bài luyện tập

Hình vuông ABCD có các đỉnh và tâm O nối với nhau bằng 10 điện trở giống nhau r như Hình 1.61. Tính R_{AB} bằng hai phương pháp: tách nút O thành hai nút O_1, O_2 và không tách nút O. (Nên vẽ lại mạch điện trở thể hiện rõ tính đối xứng).

ĐS: $R_{AB} = \frac{2}{5}r$.



Hình 1.61

● Bài tập mẫu

Có n nút A, B, C, D... Giữa hai nút bất kì đều có một điện trở r . Lấy hai nút nào đó A, B làm đầu ra – đầu vào. Tính điện trở tương đương R_{AB} cho các trường hợp:

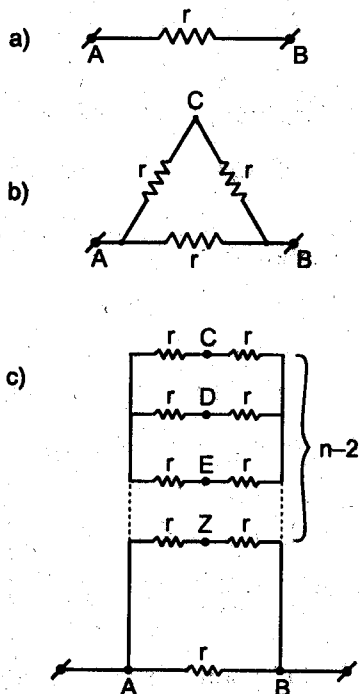
- Số nút là hai ($n = 2$): A, B.
- Số nút là ba ($n = 3$): A, B, C.
- Số nút là bốn ($n = 4$): A, B, C, D.
- Số nút là năm ($n = 5$): A, B, C, D, O.

e) Lập công thức tổng quát cho số nguyên dương $n \geq 2$ bất kì. Nghiệm lại cho các trường hợp $n = 2, n = 3, n = 4$ và $n = 5$ nói trên.

Giải

a) $n = 2$ $R_{AB} = r$ (Hình 1.62a).

b) $n = 3$ $R_{AB} = \frac{2}{3}r$ (Hình 1.62b).



Hình 1.62

c) $n = 4$ $R_{AB} = \frac{1}{2} r$. Xem bài tứ diện ở trên.

d) $n = 5$ $R_{AB} = \frac{2}{5} r$. Xem bài hình vuông và tâm O ở trên.

e) $n \geq 2$ nguyên dương bất kì : Sau khi chọn A, B làm đầu ra – đầu vào, thì $(n - 2)$ nút còn lại đều nối với A và B bằng điện trở r nên chúng có cùng điện thế (Hình 1.62c). Do đó ta có thể bỏ đi tất cả các điện trở nối nhau giữa $(n - 2)$ nút này vì chúng không có dòng điện đi qua. Kết quả ta có $(n - 2)$ nhánh song song với điện trở mỗi nhánh là $2r$. Toàn bộ số đó lại mắc song song với điện trở r giữa hai nút A và B.

$$R^{AB} = \left[\underbrace{(2r // 2r // \dots // 2r)}_{n-2} // r \right] = \left(\frac{2r}{n-2} // r \right) = \frac{2}{n} r$$

Để dàng thấy lại các kết quả trên :

$$R_2 = \frac{2}{2} r = r \quad R_4 = \frac{2}{4} r = \frac{1}{2} r \quad R_3 = \frac{2}{3} r \quad R_5 = \frac{2}{5} r$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Để tính điện trở tương đương của một mạng điện trở ghép phức tạp có tính đối xứng, ta dùng các quy tắc biến đổi tương đương. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau đây về các quy tắc biến đổi tương đương đó.

- Ta có thể chập các nút cùng điện thế lại thành một nút hoặc tách một nút phức tạp thành các nút mới có cùng điện thế để thu được mạch điện mới có cùng điện trở tương đương.
- Các nút nằm trên mặt phẳng đối xứng P đi qua đầu ra – đầu vào thì có cùng điện thế.
- Các nút đối xứng nhau qua mặt phẳng đối xứng Q (Q là mặt phẳng trung trực của đầu ra – đầu vào) thì có cùng điện thế. Đó là quy tắc đối xứng gương.
- Điện thế của các nút trên mặt phẳng đối xứng Q nói trên là trung bình nhân của điện thế hai đầu vào – đầu ra.

ĐS : A.

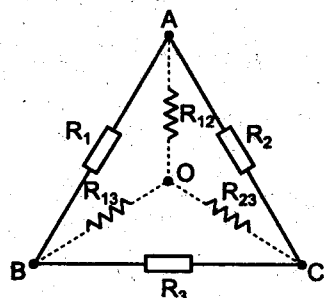
V – ĐỔI MẠCH ĐIỆN TRỞ HÌNH TAM GIÁC Δ VỀ MẠCH HÌNH SAO $\star$ VÀ NGƯỢC LẠI

1. Ta mới biết cách tính điện trở tương đương của các đoạn mạch mắc nối tiếp ; các đoạn mạch mắc song song ; một số đoạn mạch có tính đối xứng qua mặt phẳng P đi qua đầu ra – đầu vào, hoặc có tính đối xứng qua mặt phẳng Q trùng trục của đoạn thẳng nối đầu ra – đầu vào, hoặc đối xứng không gian quanh trục nối đầu ra – đầu vào...

Trong thực tế ta còn gặp rất nhiều đoạn mạch chứa các điện trở ghép phức tạp không phải là nối tiếp và song song lại không có tính đối xứng. Trong những trường hợp đó phép biến đổi từ mạch điện trở hình tam giác Δ thành mạch điện trở hình sao $\star$ là rất có hiệu quả. Bằng một số lần biến đổi như thế ta có thể đưa một mạng điện trở phức tạp về các mạch mắc nối tiếp và song song quen thuộc.

2. Đổi từ mạch tam giác Δ về mạch hình sao $\star$

Ta có 3 điện trở R_1, R_2, R_3 hợp thành một mạch điện trở hình tam giác ABC (Hình 1.63). Ta muốn thay thế mạch đó bằng mạch hình sao với các điện trở R_{12}, R_{13}, R_{23} . Ta cần tìm R_{12}, R_{13}, R_{23} tính theo các điện trở cho trước R_1, R_2, R_3 như thế nào.



Hình 1.63

Hai mạch điện trở hình tam giác Δ và hình sao $\star$ là tương đương nhau nếu điện trở của các cặp nút mạng là bằng nhau :

$$AB : \quad R_{12} + R_{13} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (1)$$

$$AC : \quad R_{12} + R_{23} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (2)$$

$$BC : \quad R_{13} + R_{23} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (3)$$

Cộng vế với vế các đẳng thức (1)(2)(3) ta được :

$$2(R_{12} + R_{13} + R_{23}) = 2 \cdot \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (4)$$

Loại bỏ thừa số 2 ở (4), rồi trừ vế với vế lần lượt với (1), (2), (3) ta được kết quả cần tìm :

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (5) \\ R_{13} &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (6) \\ R_{23} &= \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (7) \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

3. Đối từ mạng hình sao về mạng tam giác Δ

Đây là quá trình đối ngược lại, tìm R_1, R_2, R_3 của mạng tam giác Δ theo R_{12}, R_{13} và R_{23} của mạng hình sao đã biết.

Từ các đẳng thức (5) và (6), cộng vế với vế ta có :

$$\begin{aligned} R_{12} + R_{13} &= \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \\ &= \frac{R_1(R_1 + R_2 + R_3 - R_1)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_1 - \frac{R_1^2}{R_1 + R_2 + R_3} \end{aligned}$$

$$R_{12} + R_{13} = R_1 - \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}}{\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}} = R_1 - \frac{R_{12} R_{13}}{R_{23}}$$

$$\text{Rút ra :} \quad R_1 = R_{12} + R_{13} + \frac{R_{12} R_{13}}{R_{23}} \quad (8)$$

$$\text{Tương tự :} \quad R_2 = R_{21} + R_{23} + \frac{R_{21} R_{23}}{R_{13}} \quad (9)$$

$$R_3 = R_{31} + R_{32} + \frac{R_{31} R_{32}}{R_{12}} \quad (10)$$

(1.7)

● Bài tập mẫu

Cho bốn điện trở $R_1 = 20\Omega, R_2 = 30\Omega, R_3 = 30\Omega$ và $R_4 = 20\Omega$ trên bốn cạnh hình vuông ABCD (Hình 1.64a). Hãy đổi về mạng hình sao các tam giác sau : $\Delta ABC, \Delta BCD ; \Delta CDB ; \Delta DAB$.

Giải

* ABC (Hình 1.64b) :

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30 + 30 + 20} = 6\Omega$$

$$R_{134} = \frac{R_1 R_{34}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 50}{20 + 30 + 30 + 20} = 10\Omega$$

$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 50}{20 + 30 + 30 + 20} = 15\Omega$$

* BCD (Hình 1.64c) :

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 30}{20 + 30 + 30 + 20} = 9\Omega$$

$$R_{314} = \frac{R_3 R_{14}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 40}{20 + 30 + 30 + 20} = 12\Omega$$

$$R_{214} = \frac{R_2 R_{14}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 40}{20 + 30 + 30 + 20} = 12\Omega$$

* CDA (Hình 1.64d) :

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 20}{20 + 30 + 30 + 20} = 6\Omega$$

$$R_{412} = \frac{R_4 R_{12}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 50}{20 + 30 + 30 + 20} = 10\Omega$$

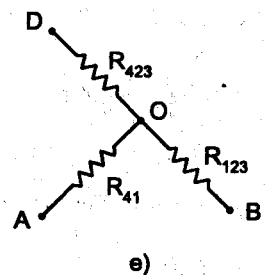
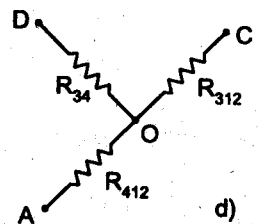
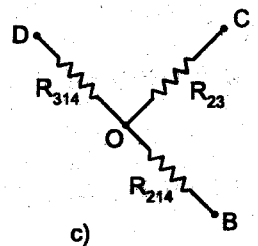
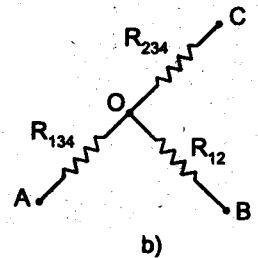
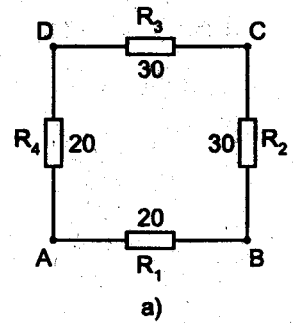
$$R_{312} = \frac{R_3 R_{12}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 50}{20 + 30 + 30 + 20} = 15\Omega$$

* DAB (Hình 1.64e) :

$$R_{41} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 30 + 30 + 20} = 4\Omega$$

$$R_{123} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 60}{20 + 30 + 30 + 20} = 12\Omega$$

$$R_{423} = \frac{R_4 R_{23}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 50}{20 + 30 + 30 + 20} = 10\Omega$$

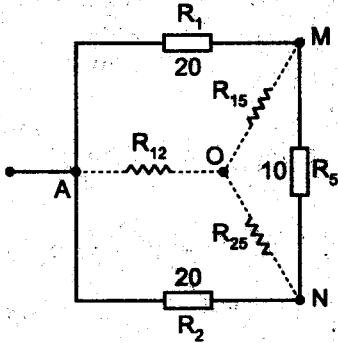


Hình 1.64

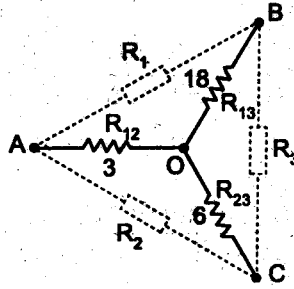
■ Bài luyện tập

Đổi mạch điện trở hình tam giác AMN về mạch hình sao (Hình 1.65).
 Biết $R_1 = R_2 = 20\Omega$, $R_5 = 10\Omega$.

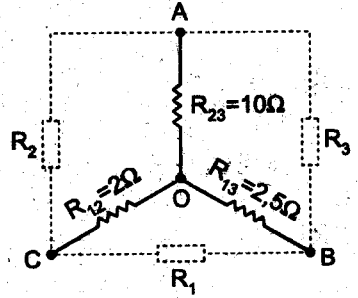
ĐS : $R_{12} = 8\Omega$, $R_{15} = 4\Omega$, $R_{25} = 4\Omega$.



Hình 1.65



Hình 1.66



Hình 1.67

● Bài tập mẫu

Cho mạch hình sao ABCO (Hình 1.66) với $R_{12} = 3\Omega$, $R_{13} = 18\Omega$, $R_{23} = 6\Omega$.
 Tìm mạch tương đương hình tam giác ABC : R_1 ? R_2 ? R_3 ?

Giải

$$R_1 = R_{12} + R_{13} + \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{23}} = 3 + 18 + \frac{3 \cdot 18}{6} = 30\Omega$$

$$R_2 = R_{21} + R_{23} + \frac{R_{21} \cdot R_{23}}{R_{13}} = 3 + 6 + \frac{3 \cdot 6}{18} = 10\Omega$$

$$R_3 = R_{31} + R_{32} + \frac{R_{31} \cdot R_{32}}{R_{12}} = 18 + 6 + \frac{18 \cdot 6}{3} = 60\Omega.$$

■ Bài luyện tập

Cho mạch hình sao ABCO (Hình 1.67) với $R_{12} = 2\Omega$, $R_{13} = 2,5\Omega$, $R_{23} = 10\Omega$. Tìm R_1 , R_2 , R_3 của mạch tam giác tương đương ABC.

ĐS : $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 25\Omega$.

● Bài tập mẫu

Có 10 điện trở r giống nhau mắc thành mạng hình thang như Hình 1.68a. Tìm các điện trở tương đương R_{AB} , R_{AC} , R_{AD} .

Giải

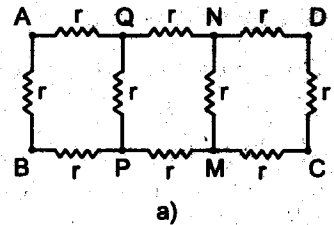
$$* R_{AB} : R_{MN} = (r // 3r) = \frac{3}{4}r$$

$$R_{QP} = \left[r // \left(2r + \frac{3}{4}r \right) \right] = \left(r // \frac{11}{4}r \right)$$

$$= \frac{11}{11+4}r = \frac{11}{15}r$$

$$R_{AB} = \left[r // \left(2r + \frac{11}{15}r \right) \right] = \left(r // \frac{41}{15}r \right)$$

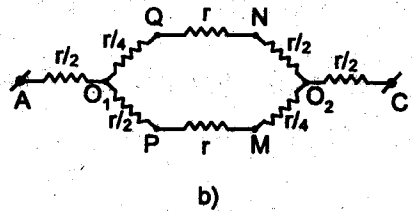
$$= \frac{41}{41+15}r = \frac{41}{56}r$$



* R_{AC} : Ta đổi hai mạch tam giác APQ và MNC về mạch hình sao O_1 , O_2 ta được sơ đồ tương đương như Hình 1.68b.

$$R_{AC} = \left[\frac{r}{2} \text{ nt } \left(\frac{7r}{4} // \frac{7r}{4} \right) \text{ nt } \frac{r}{2} \right]$$

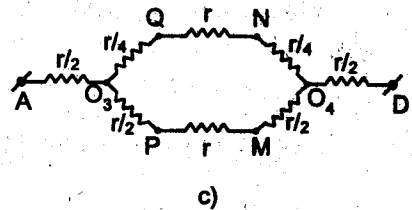
$$= \left(r \text{ nt } \frac{7}{8}r \right) = \frac{7+8}{8}r = \frac{15}{8}r$$



* R_{AD} : Ta đổi hai mạch tam giác APQ và MND về mạch hình sao O_3 , O_4 ta được sơ đồ tương đương mới (Hình 1.68c).

$$R_{AD} = \left[\frac{r}{2} \text{ nt } \left(\frac{3r}{2} // 2r \right) \text{ nt } \frac{r}{2} \right]$$

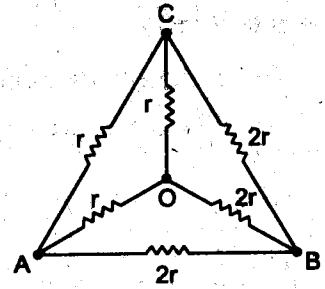
$$= \left(r \text{ nt } \frac{6}{7}r \right) = \frac{13}{7}r$$



Hình 1.68

■ Bài luyện tập

Các đỉnh tam giác ABC và tâm O được nối với nhau bằng các điện trở r và $2r$ như Hình 1.69. Tính các điện trở tương đương R_{AB} , R_{AC} và R_{BC} .



Hình 1.69

$$\text{ĐS: } R_{AB} = R_{BC} = \frac{6}{7}r; R_{AC} = \frac{4}{7}r.$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về phép đổi mạch điện trở hình tam giác về mạch hình sao và ngược lại.

- A. Công thức biến đổi mạch tam giác Δ về mạch hình sao và ngược lại của các mạch điện trở và các mạch tụ điện là hoàn toàn giống nhau.
- B. Công thức đổi mạch điện trở tam giác (R_1, R_2, R_3) về mạch hình sao (R_{12}, R_{13}, R_{23}) là :

$$R_{ij} = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j + R_k} \quad \text{với } i, j, k = 1, 2, 3$$

- C. Công thức đổi mạch điện trở hình sao (R_{12}, R_{13}, R_{23}) về mạch tam giác (R_1, R_2, R_3) là :

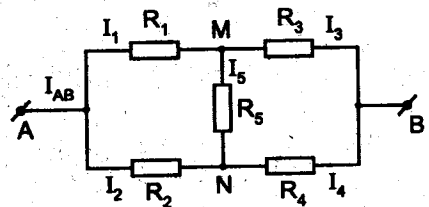
$$R_i = R_{ij} + R_{ik} + \frac{R_{jk}}{R_{ij} R_{ik}} \quad \text{với } i, j, k = 1, 2, 3$$

- D. Ta chỉ có thể từ các công thức đổi mạch tam giác về mạch hình sao (1.6) biến đổi về các công thức (1.7) đổi mạch hình sao về mạch tam giác. Ta không thể làm ngược lại từ (1.7) tìm ra (1.6).

ĐS : B.

VI – MẠCH CẦU CÁC ĐIỆN TRỞ

1. Năm điện trở mắc như Hình 1.70 thường được gọi là một mạch cầu. Các điện trở của mạch cầu R_1 với R_2 và R_3 với R_4 không phải là mắc song song, R_1 với R_3 và R_2 với R_4 không phải là mắc nối tiếp. Nói chung các bài toán



Hình 1.70

với mạch cầu 5 điện trở là phức tạp, khó làm. Ta chia các mạch cầu thành hai loại chính : mạch cầu không cân bằng và trường hợp đặc biệt là mạch cầu cân bằng để làm hơn.

2. Mạch cầu cân bằng : là mạch cầu năm điện trở có $V_M = V_N$, tức là $U_{MN} = 0$. Do đó trên điện trở R_5 không có dòng điện chạy và ta có thể bỏ điện trở R_5 đi. Khi đó dòng điện qua R_1 và R_3 là bằng nhau và R_1, R_3 trở nên mắc nối tiếp. Tương tự như thế, R_2, R_4 cũng là mắc nối tiếp. Mạch cầu cân bằng chỉ còn 4 điện trở và là đoạn mạch mắc song song của $(R_1 + R_3)$ với $(R_2 + R_4)$. Ta cũng có thể chập hai nút $M \equiv N$ và đoạn mạch thành nối tiếp của hai cụm song song $(R_1 // R_2)$ và $(R_3 // R_4)$.

Với mạch cầu cân bằng của năm điện trở, ta có thể viết các điều kiện và hệ quả dưới nhiều dạng tương đương nhau như sau :

- $V_M = V_N$
- $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$
- $U_{MN} = 0$
- $\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$
- $U_1 = U_2$
- $R_{AB} = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$
- $U_3 = U_4$
- $I_5 = 0$
- $U_{AB} = U_1 + U_4$
- $I_1 = I_3$
- $U_{AB} = U_2 + U_3$
- $I_2 = I_4$
- $\frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1}$
- $I_{AB} = I_1 + I_4$
- $\frac{R_3}{R_4} = \frac{I_4}{I_3}$
- $I_{AB} = I_2 + I_3$
- Chập $M \equiv N$
- Bỏ R_5 đi

Các điều kiện và hệ quả này là tương đương nhau, có nghĩa là ta đã có một hệ thức thì có thể suy ra tất cả các hệ thức còn lại. Ví dụ Nếu ta đã có $I_1 = I_3$ thì ta suy ra $I_5 = 0$, từ đó ta bỏ điện trở R_5 đi để giải tiếp...

• Bài tập mẫu

Hãy chứng minh điều kiện cần và đủ để một mạch cầu năm điện trở là cân bằng ($V_M = V_N$) là $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

• Điều kiện cần :

$$GT \{ V_M = V_N \Rightarrow KL \left\{ \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \right.$$

Từ giả thiết suy ra

$$\begin{aligned} U_{AM} &= U_{AN} \\ U_{MB} &= U_{NB} \end{aligned} \Rightarrow \frac{U_{AM}}{U_{MB}} = \frac{U_{AN}}{U_{NB}} \quad (*)$$

Cũng từ giả thiết suy ra $U_{MN} = 0 \Rightarrow I_5 = 0$

Do đó :

$$I_1 = I_3 \Rightarrow \frac{R_1}{R_3} = \frac{U_{AM}}{U_{MB}}$$

$$I_2 = I_4 \Rightarrow \frac{R_2}{R_4} = \frac{U_{AN}}{U_{NB}}$$

Theo (*) hai vế phải bằng nhau. Suy ra

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \text{ hay viết khác đi } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

• Điều kiện đủ :

$$GT \left\{ \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \Rightarrow KL \{ V_M = V_N \right.$$

Đặt $V_B = 0$ ta có : $V_M = U_{MB}$ và $V_N = U_{NB}$.

Ta biểu diễn điều kiện bảo toàn dòng điện tại hai nút M và N theo hai biến số V_M và V_N :

$$\begin{cases} I_1 = I_3 + I_5 \\ I_4 = I_2 + I_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_{AB} - V_M}{R_1} = \frac{V_M}{R_3} + \frac{V_M - V_N}{R_5} \\ \frac{V_N}{R_4} = \frac{U_{AB} - V_N}{R_2} + \frac{V_M - V_N}{R_5} \end{cases}$$

Thu gọn lại ta được :

$$U_{AB}R_3R_5 = V_M(R_1R_5 + R_3R_5 + R_1R_3) - V_NR_1R_3$$

$$U_{AB}R_4R_5 = -V_MR_2R_4 + V_N(R_4R_5 + R_2R_4 + R_2R_5)$$

Rút ra :

$$V_M \left(\frac{R_1R_5}{R_3} + R_1 + R_2 + R_5 \right) = V_N \left(\frac{R_2R_5}{R_4} + R_1 + R_2 + R_5 \right)$$

Thay giả thiết vào, ta rút ra điều cần chứng minh $V_M = V_N$.

● Bài tập mẫu

Cho mạch 7 điện trở bằng nhau r mắc như Hình 1.71. Hãy tính R_{AB} .

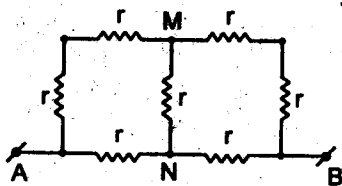
Giải

Ta có mạch cầu năm điện trở : $R_1 = R_3 = 2r$, $R_2 = R_4 = r = R_5$.

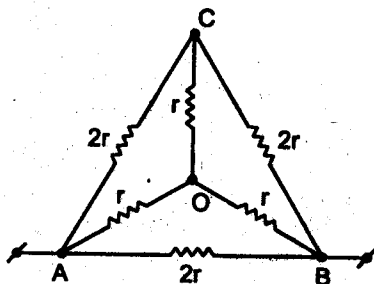
Điều kiện của cầu cân bằng được thoả mãn : $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{2r}{r} = 2$.

Do đó ta có thể bỏ đi điện trở $R_5^{MN} = r$.

Ta còn : $R_{AB} = (4r // 2r) = \frac{4}{3}r$.



Hình 1.71



Hình 1.72

■ Bài luyện tập

Tính điện trở tương đương R_{AB} bằng hai phương pháp : đoạn mạch có tính chất đối xứng và mạch cầu cân bằng (Hình 1.72).

$$\text{ĐS : } R_{AB} = \frac{4}{5}r$$

3. Cầu Uyt-xton : là một ứng dụng của mạch cầu cân bằng dùng để đo giá trị một điện trở R chưa biết. Người ta dùng điện trở mẫu R_1 và R_2 đã biết chính xác giá trị và hầu như không thay đổi theo nhiệt độ, một hộp biến trở mẫu R_{bt} mà giá trị có thể biến đổi trong một phạm vi khá rộng và cũng không phụ thuộc nhiệt độ. Ngoài ra còn dùng một điện kế nhạy $\odot$ đóng vai trò R_5 . Nối cả mạch cầu AB đó bằng một nguồn điện có dòng I .

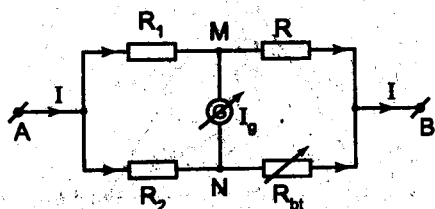
Muốn biết giá trị của R cần tìm ta mắc một mạch cầu như Hình 1.73 gọi là cầu Uyt-xton. Ta chọn các điện trở đã biết R_1 , R_2 phù hợp với R cần đo sao cho điều chỉnh biến trở R_{bt} ta có điện kế $\odot$ chỉ số không : $I_g = 0$. Khi đó ta có một mạch cầu cân bằng và giá trị R cần đo tính theo các giá trị R_1 , R_2 , R_{bt} đã biết theo công thức :

$$R = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_{bt}$$

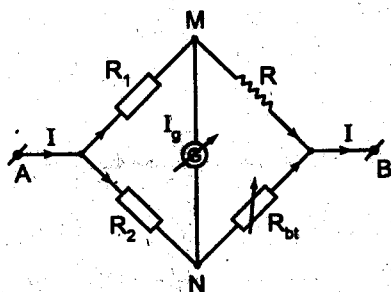
Sai số tỉ đối của phép đo :

$$\delta R = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_{bt}}{R_{bt}}$$

Sai số này khá nhỏ vì các điện trở mẫu R_1 , R_2 và biến trở R_{bt} có giá trị khá chính xác.



Hình 1.73



Hình 1.74

● Bài tập mẫu

Người ta dùng một cầu Uyt-xton để đo giá trị của R chưa biết với $R_1 = 15\Omega$ và $R_2 = 60\Omega$ (Hình 1.74). Điều chỉnh biến trở R_{bt} đến giá trị $R_{bt} = 134\Omega$ thì thấy $I_g = 0$. Tìm R và δR , biết $\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R_{bt} = 0,1\Omega$.

Giải. Khi kim điện kế chỉ số không, ta có mạch cầu cân bằng. Do đó :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R}{R_{bt}}$$

Suy ra : $R = \frac{R_1}{R_2} R_{bt} = \frac{15}{60} \cdot 134 = 33,5\Omega$

Sai số tỉ đối :

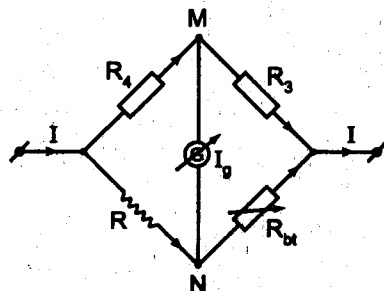
$$\delta R = \delta R_1 + \delta R_2 + \delta R_{bt} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_{bt}}{R_{bt}}$$

$$\delta R = \frac{0,1}{15} + \frac{0,1}{60} + \frac{0,1}{134} = 0,009 = 0,9\%$$

■ Bài luyện tập

Tìm giá trị R của điện trở cần đo. Biết rằng giá trị các điện trở mẫu của cầu Uyt-xton $R_3 = 125\Omega$, $R_4 = 75\Omega$ và kim điện kế chỉ số không $I_g = 0$ khi biến trở điều chỉnh đến giá trị $R_{bt} = 1325\Omega$ (Hình 1.75).

ĐS : $R = 795\Omega$



Hình 1.75

4. Mạch cầu không cân bằng : là mạch cầu 5 điện trở không có các điều kiện và hệ quả của mạch cầu cân bằng. Thay cho các dấu bằng "=" bây giờ là các dấu khác ($\neq$). Các hệ thức đó cũng tương đương nhau, tức là có một hệ thức thì có thể suy ra các hệ thức còn lại. Ví dụ : nếu có $\frac{R_1}{R_3} \neq \frac{R_2}{R_4}$ thì đó là một mạch cầu không cân bằng và ta cũng có $I_5 \neq 0$, ta không thể bỏ được R_5 hoặc không thể chạm hai nút M và N...

Để giải các bài toán có mạch cầu không cân bằng ta có thể dùng phương pháp đưa mạch tam giác về mạch sao, hoặc dùng phương pháp dòng điện hoặc phương pháp điện thế.

● Bài tập mẫu

Cho mạch cầu 5 điện trở với $R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 6\Omega$ và $R_2 = 22\Omega$ (Hình 1.76a). Tính điện trở tương đương R_{AB} và tính cường độ dòng điện qua từng điện trở. Biết rằng $U_{AB} = 192V$.

Giải

Chú ý rằng $\frac{R_1}{R_2} = \frac{6}{22} \neq \frac{R_3}{R_4} = \frac{6}{6}$ nên mạch cầu này không cân bằng.

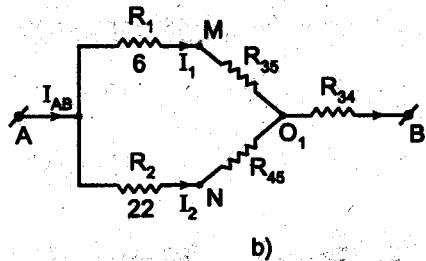
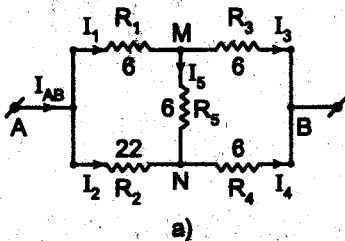
● Phương pháp đưa mạch tam giác về mạch hình sao.

Ví dụ : đưa mạch tam giác MNB về mạch hình sao O_1 (Hình 1.76b) :

$$R_{35} = R_{45} = R_{34} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6 + 6} = 2\Omega$$

$$R_{AB} = R_{AO} + R_{OB} = \frac{(6 + 2)(22 + 2)}{6 + 2 + 22 + 2} + 2 = 8\Omega$$

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{192}{8} = 24A$$



Hình 1.76

Dùng trong các nhánh rẽ đôi :

$$I_1 = \frac{22 + 2}{22 + 2 + 6 + 2} \cdot I_{AB} = \frac{3}{4} \cdot 24 = 18A$$

$$I_2 = \frac{6 + 2}{22 + 2 + 6 + 2} \cdot I_{AB} = \frac{1}{4} I_{AB} = 6A$$

$$U_{MB} = U_3 = U_{AB} - U_1 = 192 - 6 \cdot 18 = 84V$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{84}{6} = 14A.$$

$$U_{NB} = U_4 = U_{AB} - U_2 = 192 - 22.6 = 60V$$

$$I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{60}{6} = 10A$$

$$I_5^{MN} = I_1 - I_3 = 18 - 14 = 4A$$

• Tương tự, ta có thể đưa mạch tam giác AMN về mạch hình sao O_2 (Hình 1.76c).

• Phương pháp đưa mạch hình sao về mạch tam giác. Ta xét hình sao tâm M ba đỉnh ANB (Hình 1.76d). Ta thay ba điện trở $R_1 = R_3 = R_5 = 6\Omega$ bằng ba điện trở R_{AMB} , R_{AN} và R_{NB} . Dùng các công thức (8), (9), (10) ở trên ta tìm được :

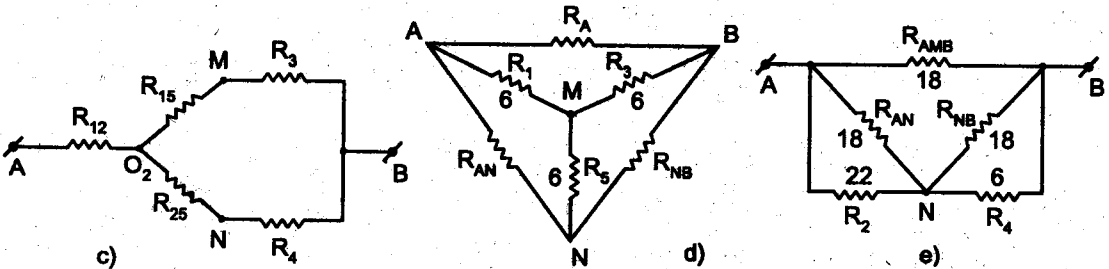
$$R_{AMB} = R_{AN} = R_{NB} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_5} = 6 + 6 + \frac{6 \cdot 6}{6} = 18\Omega$$

Mạch điện trở tương đương mới sẽ là (Hình 1.76e) :

$$\begin{aligned} R_{AB} &= [R_{AMB} // \{(R_2 // R_{AN}) \text{ nt } (R_{NB} // R_4)\}] \\ &= [18 // \{(18 // 22) \text{ nt } (18 // 6)\}] \\ &= [18 // \{9,9 + 4,5\}] = (18 // 14,4) \end{aligned}$$

$$R_{AB} = \frac{18 \cdot 14,4}{18 + 14,4} = 8\Omega$$

$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{192}{8} = 24A$$



Hình 1.76

$$\text{Dòng điện qua chốt N : } I_N = \frac{18}{18 + 14,4} \cdot 24 = \frac{40}{3} A$$

$$U_{AN} = 9,9 \cdot \frac{40}{3} = 132V \Rightarrow I_2 = \frac{U_{AN}}{R_2} = \frac{132}{22} = 6A$$

$$U_{NB} = 4,5 \cdot \frac{40}{3} = 60V \Rightarrow I_4 = \frac{U_{NB}}{R_4} = \frac{60}{6} = 10A$$

$$I_5^{MN} = I_4 - I_2 = 10 - 6 = 4A$$

$$I_1 = I_{AB} - I_2 = 24 - 6 = 18A$$

$$I_3 = I_{AB} - I_4 = 24 - 10 = 14A$$

Ta có các kết quả giống như ở phương pháp trên.

• Tương tự, ta có thể đưa mạch hình sao tâm N ba đỉnh AMB về mạch tam giác. Cách làm giống hệt trên đây và cho các kết quả R_{AB} , I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 như cũ.

• Phương pháp dòng điện : Ta đặt cường độ dòng điện qua 2 điện trở ở trong 2 đoạn mạch làm biến số.

Ví dụ : $I_1^{AM} = x$ và $I_2^{AN} = y$. Ta biểu diễn các hiệu điện thế và dòng điện qua các điện trở còn lại theo 2 biến số đó.

$$U_{AM} = U_1 = R_1 I_1 = 6x$$

$$U_{AN} = U_2 = R_2 I_2 = 22y$$

$$U_{MN} = U_{MAN} = U_{MA} + U_{AN} = U_{AN} - U_{AM} = 22y - 6x$$

$$I_3^{MB} = \frac{U_{MB}}{R_3} = \frac{U_{AB} - U_{AM}}{R_3} = \frac{192 - 6x}{6} = 32 - x$$

$$I_4^{NB} = \frac{U_{NB}}{R_4} = \frac{U_{AB} - U_{AN}}{R_4} = \frac{192 - 22y}{6} = 32 - \frac{11}{3}y$$

$$I_5^{MN} = \frac{U_{MN}}{R_5} = \frac{22y - 6x}{6} = \frac{11}{3}y - x$$

Định luật bảo toàn dòng điện tại hai nút M và N cho ta :

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_3 + I_5 \Rightarrow x = 32 - x + \frac{11}{3}y - x \\ I_4 &= I_2 + I_5 \Rightarrow 32 - \frac{11}{3}y = y + \frac{11}{3}y - x \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Thu gọn lại : } \left. \begin{aligned} 9x - 11y - 96 &= 0 \\ 3x - 25y + 96 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 3y$$

Thay $x = 3y$ vào ta được : $x = I_1 = 18A$

$$y = I_2 = 6A$$

Suy ra : $I_3 = 32 - x = 32 - 18 = 14A$

$$I_4 = 32 - \frac{11}{3}y = 32 - \frac{11}{3} \cdot 6 = 10A$$

$$I_5^{MN} = \frac{11}{3}y - x = \frac{11}{3} \cdot 6 - 18 = 4A$$

$$I_{AB} = I_1 + I_2 = 18 + 6 = 24A$$

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{192}{24} = 8\Omega$$

• Phương pháp điện thế : Chọn gốc thế năng ở B, ta có $V_B = 0$, $V_A = U_{AB} = 192V$, $U_3^{MB} = V_M$, $U_4^{NB} = V_N$. Ta có 2 ẩn số V_M và V_N . Hai phương trình bảo toàn dòng điện ở hai nút M và N :

$$I_1 = I_3 + I_5 \Rightarrow \frac{192 - V_M}{6} = \frac{V_M}{6} + \frac{V_M - V_N}{6}$$

$$I_4 = I_2 + I_5 \Rightarrow \frac{V_N}{6} = \frac{192 - V_N}{22} + \frac{V_M - V_N}{6}$$

Thu gọn lại ta được hệ 2 phương trình của 2 ẩn V_M và V_N :

$$\left. \begin{array}{l} 3V_M - V_N = 192 \\ 25V_N - 11V_M = 576 \end{array} \right\} \Rightarrow V_M = 84V = U_3$$

$$V_N = 60V = U_4$$

$$I_1 = \frac{192 - V_M}{6} = \frac{192 - 84}{6} = 18A$$

$$I_2 = \frac{192 - V_N}{22} = \frac{192 - 60}{22} = 6A$$

$$I_3 = \frac{V_M}{6} = \frac{84}{6} = 14A$$

$$I_4 = \frac{V_N}{6} = \frac{60}{6} = 10A$$

$$I_5^{MN} = \frac{V_M - V_N}{6} = \frac{84 - 60}{6} = 4A$$

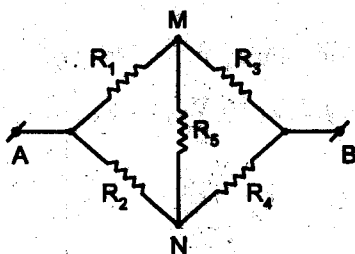
$$I_{AB} = I_1 + I_2 = I_3 + I_4 = 18 + 6 = 24A$$

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{192}{24} = 8\Omega$$

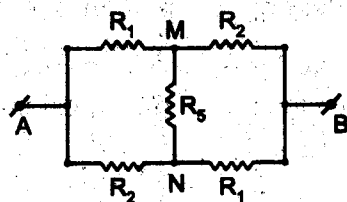
■ Bài luyện tập

Cho mạch cầu 5 điện trở với $R_1 = 7\Omega$, $R_2 = 2R_5 = 4R_1$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 16\Omega$ (Hình 1.77). Tính điện trở tương đương R_{AB} và cường độ dòng điện qua từng điện trở bằng 6 phương pháp như bài tập mẫu. Biết $U_{AB} = 756V$.

$$ĐS : R_{AB} = 12\Omega, I_1 = 48A, I_2 = 15A, I_3 = 42A, I_4 = 21A, I_5 = 6A.$$



Hình 1.77



Hình 1.78

5. Mạch cầu đối xứng chéo : là trường hợp đặc biệt của mạch cầu không cân bằng với $R_3 = R_2$ và $R_4 = R_1$ (Hình 1.78). Để tính R_{AB} ta có thể dùng phương pháp đổi mạch tam giác về mạch hình sao hay phương pháp dòng điện. Ở đây ta dùng phương pháp điện thế.

Chọn gốc điện thế ở B : $V_B = 0 \Rightarrow V_M = U_3^{MB}$, $V_N = U_4^{NB}$ do đối xứng chéo, ta có :

$$U_2^{AN} = U_{AB} - V_N = U_3 = V_M.$$

$$\text{Suy ra : } V_M + V_N = U_{AB} \quad (*)$$

Phương trình bảo toàn dòng điện ở M hay N cho ta :

$$I_1 = I_3 + I_5 = I_4$$

$$\frac{U_{AB} - V_M}{R_1} = \frac{V_M}{R_2} + \frac{V_M - V_N}{R_5} = \frac{V_N}{R_1}$$

$$\text{Từ đó rút ra } V_N = \frac{R_1(R_2 + R_5)}{R_2(R_1 + R_5)} \cdot V_M \quad (**)$$

Thay (**) vào (*) ta có :

$$V_M = \frac{R_2(R_1 + R_5)}{R_1(R_2 + R_5) + R_2(R_1 + R_5)} \cdot U_{AB}$$

$$V_N = \frac{R_1(R_2 + R_5)}{R_1(R_2 + R_5) + R_2(R_1 + R_5)} \cdot U_{AB}$$

Từ đó ta có :

$$I_1 = I_4 = \frac{V_N}{R_1} = \frac{R_2 + R_5}{R_1(R_2 + R_5) + R_2(R_1 + R_5)} \cdot U_{AB}$$

$$I_2 = I_3 = \frac{V_M}{R_2} = \frac{R_1 + R_5}{R_1(R_2 + R_5) + R_2(R_1 + R_5)} \cdot U_{AB}$$

$$I_{AB} = I_1 + I_2 = \frac{R_1 + R_2 + 2R_5}{R_1(R_2 + R_5) + R_2(R_1 + R_5)} \cdot U_{AB}$$

Suy ra :

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{R_1(R_2 + R_5) + R_2(R_1 + R_5)}{R_1 + R_2 + 2R_5}$$

● Bài tập mẫu

Tìm điện trở tương đương của mạch cầu đối xứng chéo cho ở Hình 1.79a với $R_1 = R_4 = 1\Omega$, $R_2 = R_3 = 5\Omega$, $R_5 = 2\Omega$.

Giải. Ta đổi mạch tam giác AMN về mạch hình sao (Hình 1.79b) :

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{5}{8} \Omega$$

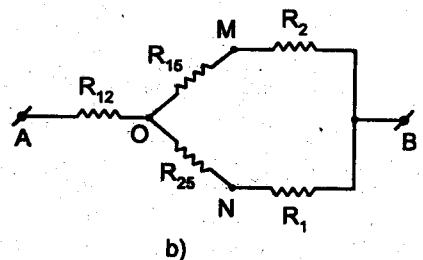
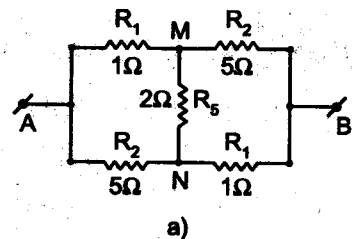
$$R_{15} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Omega$$

$$R_{25} = \frac{R_2 R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \Omega$$

$$R_{OMB} = R_{15} + R_2 = \frac{1}{4} + 5 = \frac{21}{4} \Omega$$

$$R_{ONB} = R_{25} + R_1 = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4} \Omega$$

$$R_{OB} = (R_{OMB} // R_{ONB}) = \left(\frac{21}{4} // \frac{9}{4} \right) = \frac{63}{40} \Omega$$



Hình 1.79

$$R_{AB} = R_{12} + R_{OB} = \frac{5}{8} + \frac{63}{40} = \frac{25 + 63}{40} = \frac{88}{40} = \frac{11}{5} \Omega$$

Ta có thể kiểm lại kết quả bằng cách thay số vào công thức R_{AB} ở phần trên :

$$R_{AB} = \frac{R_1(R_2 + R_5) + R_2(R_1 + R_5)}{R_1 + R_2 + 2R_5} = \frac{1(5 + 2) + 5(1 + 2)}{1 + 5 + 2 \cdot 2} = \frac{22}{10} = \frac{11}{5} \Omega$$

● Bài tập mẫu

Một mạch cầu 5 điện trở với $R_1 = R_3 = R_4 = 10\Omega$ và $R_2 = 30\Omega$ (Hình 1.80).
Đặt vào hai đầu AB một hiệu điện thế $U_{AB} = 72V$ thì ta thấy dòng điện qua R_5 theo chiều từ M đến N và có $I_5 = 0,8A$. Tìm R_5 .

Giải. Định luật bảo toàn dòng điện tại các nút M và N cho ta :

$$I_1 = I_3 + I_5 = I_3 + 0,8$$

$$I_2 = I_4 - I_5 = I_4 - 0,8$$

$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} = R_1 I_1 + R_3 I_3 = 10I_1 + 10I_3 = 72$$

$$U_{AB} = U_{AN} + U_{NB} = R_2 I_2 + R_4 I_4 = 30I_2 + 10I_4 = 72$$

Thay I_1 bằng I_3 và I_2 bằng I_4 ta có :

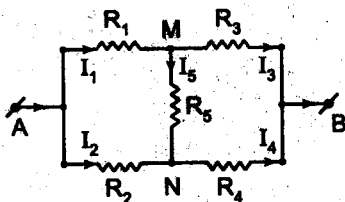
$$10I_1 + 10I_3 = 10(I_3 + 0,8) + 10I_3 = 72 \Rightarrow I_3 = 3,2A$$

$$30I_2 + 10I_4 = 30(I_4 - 0,8) + 10I_4 = 72 \Rightarrow I_4 = 2,4A$$

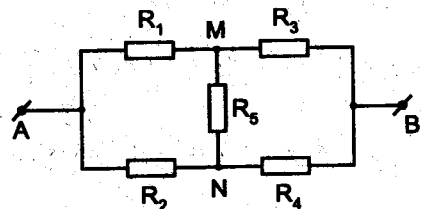
Thay I_3, I_4 vào hệ thức : $U_{MN} = U_{MB} + U_{BN}$

$$R_5 I_5 = R_3 I_3 - R_4 I_4$$

$$R_5 = \frac{R_3 I_3 - R_4 I_4}{I_5} = \frac{10 \cdot 3,2 - 10 \cdot 2,4}{0,8} = 10\Omega.$$



Hình 1.80



Hình 1.81

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về các mạch cầu.

- A. Trong mạch cầu của năm điện trở như Hình 1.81, các điện trở R_1 và R_2 , R_3 và R_4 là mắc song song.
- B. Điều kiện cân và đủ để mạch cầu năm điện trở này là mạch cầu cân bằng :
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \text{ hay } \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}.$$
 Khi đó ta có thể bỏ điện trở R_5 hoặc chập hai nút $M \equiv N$.
- C. Với mạch cầu không cân bằng, ta chỉ có một cách giải duy nhất là đổi mạch tam giác AMN về mạch hình sao OAMN.
- D. Cầu Uyt-xton là trường hợp riêng của mạch cầu không cân bằng. Cầu đối xứng chéo là trường hợp riêng của mạch cầu cân bằng.

ĐS. B.

VII – CÁC ĐOẠN MẠCH CÓ SỐ ĐIỆN TRỞ VÔ CÙNG NHIỀU

Ta thường gặp các bài tập với đoạn mạch có số điện trở vô cùng nhiều dưới dạng một mạng điện trở được lắp ghép bằng các mắt (môđun : kết cấu nhỏ giống nhau) với số môđun nhiều vô hạn. Cách ghép các môđun phải là cách ghép song song để cho chuỗi giá trị điện trở tương đương theo số môđun là chuỗi hội tụ. Bởi vì nếu ghép nối tiếp các môđun thì chuỗi này sẽ phân kì.

Chú ý rằng khi số môđun tăng lên vô hạn thì giá trị điện trở tương đương của đoạn mạch sẽ không phụ thuộc số lượng môđun, nên ta thường dùng đẳng thức : $X = X_n = X_{n+1}$ để lập phương trình tìm X . Trong các bài tập, từ môđun thường được thay bằng từ mắt (mắt xích) cho đơn giản.

Với các mạng có số điện trở nhiều vô hạn nhưng có tính đối xứng cao, ta khai thác tính đối xứng đó và dựa vào biểu thức định luật Ôm để tìm điện trở tương đương.

● Bài tập mẫu

Một đoạn mạch được ghép từ nhiều mắt, mỗi mắt gồm hai điện trở r giống nhau như Hình 1.82. Hãy tính điện trở tương đương R_{AB} khi số mắt $n = 1, n = 2, n = 3, n = 4$. Tìm R_{AB} khi số mắt tăng lên vô hạn.

Giải

$$R_1 = r + r = 2r$$

$$R_2 = r + (r // 2r) = r + \frac{2r}{3} = \frac{5r}{3}$$

$$R_3 = r + \left(r // \frac{5r}{3} \right) = r + \frac{5r}{8} = \frac{13r}{8}$$

$$R_4 = r + \left(r // \frac{13r}{8} \right) = r + \frac{13r}{21} = \frac{34r}{21}$$

Tổng quát hoá ta được :

$$R_{n+1} = r + (r // R_n) = r + \frac{rR_n}{r + R_n}$$

Khi số mắt tăng lên vô hạn thì

$$R_n = R_{n+1} = X = R_\infty$$

$$X = r + \frac{rX}{r + X} \Rightarrow X^2 - rX - r^2 = 0$$

Giải phương trình bậc hai này và lấy nghiệm dương, ta được :

$$R_\infty^{AB} = X = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} r$$

Hình 1.82

● Bài tập mẫu

Cho mạng điện trở gồm nhiều mắt, mỗi mắt gồm ba điện trở r giống nhau mắc hình chữ C (Hình 1.83). Hỏi rằng cần mắc vào hai chốt MN một điện trở X bằng bao nhiêu để cho điện trở tương đương R_{AB} không phụ thuộc số mắt và tính R_{AB} đó.

Giải

Để cho R_{AB} không phụ thuộc số mắt thì hai nút PQ phải giống như MN.

Do đó :
$$X = [r // (2r \text{ nt } X)] = \frac{r(2r + X)}{r + 2r + X}$$

Suy ra phương trình :
$$X^2 + 2rX - 2r^2 = 0$$

Giải phương trình và chọn nghiệm dương, ta được : $X = (\sqrt{3} - 1)r$

Ta có thể lập luận giống như bài trước.

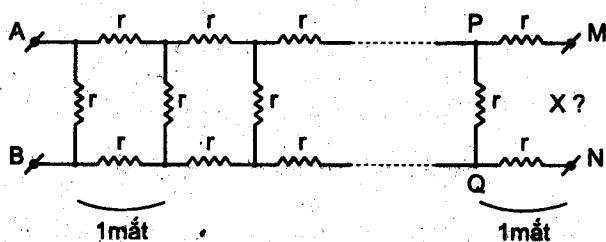
$$R_n^{MN} = R_{n-1}^{PQ} = X = R_\infty^{AB}$$

$$R_n = \frac{r(2r + R_{n-1})}{r + 2r + R_{n-1}}$$

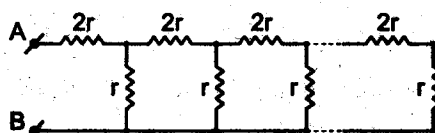
Khi số mắt tăng lên vô hạn thì :

$$X = \frac{r(2r + X)}{3r + X} \Rightarrow X^2 + 2rX - 2r^2 = 0$$

Ta có lại kết quả trên $X = (\sqrt{3} - 1)r = R_\infty^{AB}$



Hình 1.83



Hình 1.84

■ Bài luyện tập

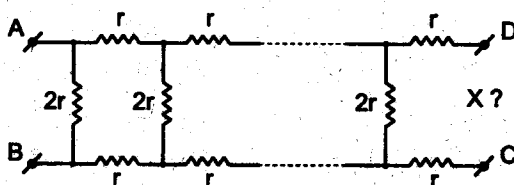
Tìm điện trở tương đương của mạng điện trở gồm nhiều mắt ghép liên tiếp, mỗi mắt có một điện trở r và một điện trở $2r$. Biết số mắt của mạng là nhiều vô hạn (Hình 1.84).

$$\text{ĐS: } R_\infty^{AB} = (\sqrt{3} - 1)r$$

■ Bài luyện tập

Cho mạng điện trở gồm nhiều mắt, mỗi mắt gồm hai điện trở r và một điện trở $2r$ mắc hình chữ C (Hình 1.85). Tìm điện trở X cần mắc vào hai chốt CD sao cho điện trở tương đương R_{AB} không phụ thuộc số mắt ghép.

$$\text{ĐS: } R_\infty^{AB} = X = (\sqrt{5} - 1)r$$



Hình 1.85

● Bài tập mẫu

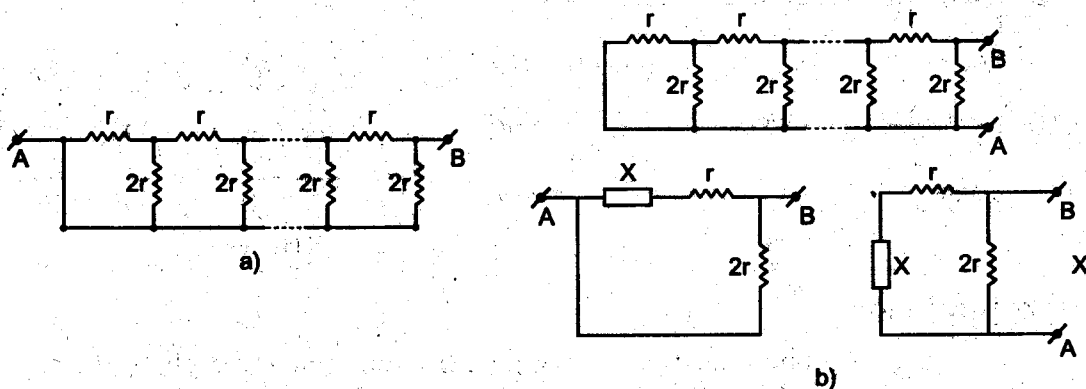
Cho mạch điện trở như Hình 1.86a với số mắt vô cùng lớn. Tính điện trở tương đương R_{AB} .

Giải : Đây chỉ là cách vẽ hình khác đi so với mấy bài trước. Nếu ta vẽ nút A ở phía dưới B ta lại thấy dạng mạch quen thuộc (Hình 1.86b). Lập luận tương tự, thêm một mắt vào mạng, điện trở tương đương không đổi, do số mắt là vô cùng lớn. Gọi $R_{AB} = X$ ta có :

$$X = (X + r) // 2r = \frac{2r(X + r)}{2r + r + X}$$

Suy ra phương trình : $X^2 + rX - 2r^2 = 0$

Phương trình có nghiệm dương là : $R_{AB} = X = r$.



Hình 1.86

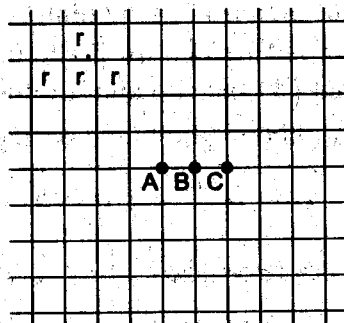
● Bài tập mẫu

Có mạng điện trở dạng lưới ô vuông. Mỗi cạnh của các ô vuông đều có điện trở r giống nhau (Hình 1.87). Số ô vuông nhiều vô cùng. Hãy tính điện trở tương đương R_{AB} .

Giải. Đối với nút A, mạng điện trở có tính đối xứng cao về 4 phía xung quanh Đông - Tây - Nam - Bắc. Khi cho vào A một dòng điện I_{AB} thì dòng điện đó sẽ chia đều làm 4 và đi qua 4 cạnh hình vuông gần nhất đi qua A.

Do đó từ A đến B sẽ có dòng điện $\frac{I_{AB}}{4}$. Sau đó

các dòng $\frac{I_{AB}}{4}$ đó sẽ đi theo các đường, các nhánh ra đến vô cực.



Hình 1.87

Tương tự với nút B, mạng điện trở cũng có tính đối xứng cao về 4 phía Đông – Tây – Nam – Bắc. Khi có dòng điện I_{AB} đi từ B ra ngoài thì các dòng nhỏ đi từ vô cực đến B. Do tính đối xứng, khi gần đến B chúng dồn lại thành 4 dòng có cường độ $\frac{I_{AB}}{4}$ đi dọc 4 cạnh gần nhất qua nút B, trong đó có cạnh AB.

Bằng các lập luận trên ta thấy trên cạnh ô vuông nối giữa hai nút A và B có dòng điện $\frac{I_{AB}}{4}$. Thế mà điện trở của cạnh đó cũng giống như các cạnh khác bằng r . Định luật Ôm cho đoạn mạch áp dụng cho cạnh nối giữa hai nút cho ta :

$$U_{AB} = r \cdot \frac{I_{AB}}{4} = R_{AB} \cdot I_{AB}$$

Từ đó dễ dàng rút ra :

$$R_{AB} = \frac{r}{4}$$

■ Bài luyện tập

Cũng với mạng điện trở dạng lưới ô vuông nói trên, hãy tìm điện trở tương đương R_{AC} .

$$\text{ĐS : } R_{AC} = \frac{r}{2}$$

VIII – CÔNG SUẤT TIÊU THỤ ĐIỆN TRÊN ĐOẠN MẠCH ĐIỆN TRỞ THUẦN

Công suất tiêu thụ điện trên đoạn mạch điện trở R có hiệu điện thế hai đầu U được tính theo công thức :

$$\mathcal{P} = UI = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} = RI \cdot I = RI^2 \quad (1.8)$$

Năng lượng điện tiêu thụ trong thời gian t cũng bằng nhiệt lượng toả ra trên điện trở thuần R theo định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng và định luật Jun – Len-xơ ta có nhiệt lượng Q toả ra trên R :

$$Q = RI^2 t = \frac{U^2}{R} t = UIt \quad (1.8')$$

Năng lượng điện tiêu thụ và nhiệt lượng Q đều đo bằng đơn vị jun (J) trong hệ SI. Đôi khi người ta còn đo nhiệt lượng bằng đơn vị calo (cal), chú ý rằng 1 calo = 4,18J.

● Bài tập mẫu

Một dây điện trở R_1 đun sôi ấm nước sau 24 phút. Cùng nguồn điện đó dây điện trở R_2 đun sôi ấm nước đó sau 48 phút. Hỏi ấm nước sau bao lâu sẽ sôi nếu dùng hai dây điện trở đó mắc nối tiếp nhau và mắc song song nhau. Coi hiệu suất của ấm điện là 100% và bỏ qua sự phụ thuộc của điện trở các dây đó vào nhiệt độ.

Giải

Gọi Q là nhiệt lượng cần để đun sôi ấm nước :

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2 \Rightarrow R_2 = \frac{t_2}{t_1} R_1 = \frac{48}{24} R_1 = 2R_1$$

* Mắc nối tiếp hai dây điện trở :

$$R_{nt} = R_1 + R_2 = R_1 + 2R_1 = 3R_1$$

$$Q = \frac{U^2}{R_{nt}} t_{nt} = \frac{U^2}{R_1} t_1 \rightarrow t_{nt} = \frac{R_{nt}}{R_1} t_1 = \frac{3R_1}{R_1} t_1 = 3t_1 = 72 \text{ phút}$$

* Mắc song song hai dây điện trở :

$$R_{//} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot 2R_1}{R_1 + 2R_1} = \frac{2}{3} R_1$$

$$Q = \frac{U^2}{R_{//}} t_{//} = \frac{U^2}{R_1} t_1 \Rightarrow t_{//} = \frac{R_{//}}{R_1} t_1 = \frac{\frac{2}{3} R_1}{R_1} t_1 = \frac{2}{3} t_1 = 16 \text{ phút}$$

■ Bài luyện tập

Dây điện trở R_1 đun sôi ấm nước sau 21 phút. Dây điện trở R_2 đun sôi ấm nước sau 28 phút. Tìm thời gian đun sôi ấm nước nếu ta dùng hai dây điện trở đó mắc nối tiếp và mắc song song.

ĐS : $t_{nt} = 49$ phút, $t_{//} = 12$ phút.

● Bài tập mẫu

Một bếp điện dùng ở mạch điện 220V có công suất 600W đun sôi một ấm 2 lít nước từ nhiệt độ 20°C . Nếu hiệu điện thế của mạch điện tụt xuống 200V thì ấm nước này sau bao lâu sẽ sôi. Biết hiệu suất của bếp là 80%, khối lượng riêng của nước $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ và nhiệt dung riêng của nước $c = 1 \text{ calo/g.K}$.

Giải. Điện trở của bếp điện : $R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{600} = 80,7\Omega$

Nhiệt lượng cần để đun sôi ấm nước từ 20°C với $c = 1\text{calo/g.K} = 4,18 \text{ kJ/kg.K}$.

$$Q_{\text{có ích}} = mc(t_2 - t_1) = 2,4,18.10^3.(100 - 20) = 668800 \text{ J}$$

$$Q_{\text{toàn phần}} = \frac{100}{80} \cdot Q_{\text{có ích}} = \frac{100}{80} \cdot 668800 = 836000 \text{ J}$$

Nhiệt lượng bếp toả ra chính bằng $Q_{\text{toàn phần}}$ cần cung cấp :

$$Q_{\text{bếp}} = \frac{U^2}{R} t = Q_{\text{toàn phần}}$$

Thời gian cần để đun sôi ấm nước :

$$t = \frac{RQ_{\text{toàn phần}}}{U^2} = \frac{80,7.836000}{(200)^2} = 1687\text{s} = 28 \text{ phút } 07\text{s}$$

● Bài tập mẫu

Để đun sôi một ấm nước người ta dùng một ấm điện có hiệu suất 100% nhưng nhiệt lượng hao phí toả ra môi trường xung quanh tỉ lệ với thời gian đun. Ở hiệu điện thế 110V ta cần 15 phút. Ở hiệu điện thế 100V ta cần 20 phút. Hỏi ở hiệu điện thế 90V cần thời gian bao nhiêu để ấm nước sôi.

Giải. Gọi Q là nhiệt lượng cần để đun sôi ấm nước và k là hệ số mất mát nhiệt theo thời gian. Ta có hệ thức :

$$Q = \frac{U^2}{R} t - kt = \frac{U^2 - kR}{R} \cdot t$$

Rút ra : $(U^2 - kR) \cdot t = QR = \text{không đổi}$

Theo giả thiết : $(110^2 - kR) \cdot 15 = (100^2 - kR) \cdot 20 \Rightarrow kR = 3700$

$$(90^2 - 3700)t_3 = (100^2 - 3700) \cdot 20 \Rightarrow t_3 = 28 \text{ phút } 38\text{s}$$

■ Bài luyện tập

Để đun sôi một ấm nước, ta dùng một ấm điện có hiệu suất 100% nhưng nhiệt lượng hao phí toả ra tỉ lệ với thời gian đun. Ở hiệu điện thế 220V ta cần thời gian 12 phút. Ở hiệu điện thế 210V ta cần 15 phút. Hỏi ở hiệu điện thế 200V ta phải chờ bao lâu để ấm nước sôi.

ĐS : $t_3 = 19,69 \text{ phút} = 19 \text{ phút } 41\text{s}$

● Bài tập mẫu

Một biến trở có giá trị lớn nhất R được mắc vào một hiệu điện thế không đổi $U_{AB} = U$. Hãy khảo sát công suất toả nhiệt trên biến trở theo biến số x phụ thuộc vị trí con chạy C như trên Hình 1.88a. So sánh với công suất toả nhiệt khi mắc toàn bộ điện trở R vào hiệu điện thế U đó.

Giải. Điện trở tương đương của biến trở :

$$R_{bt} = \frac{x(R-x)}{x+R-x} = \frac{x(R-x)}{R}$$

Công suất toả nhiệt trên biến trở :

$$\mathcal{P}_{bt} = \frac{U^2}{R_{bt}} = \frac{U^2 R}{x(R-x)}$$

Dùng bất đẳng thức Cô-si :

$$x(R-x) \leq \frac{(x+R-x)^2}{4} = \frac{R^2}{4}$$

Do đó :

$$\mathcal{P}_{bt} = \frac{U^2 R}{x(R-x)} \geq \frac{U^2 R}{R^2/4} = 4 \frac{U^2}{R} = 4\mathcal{P}_R$$

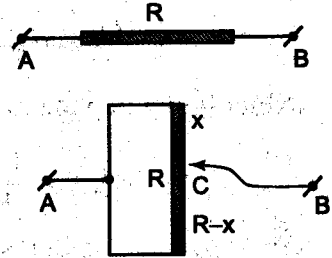
Với $\mathcal{P}_R = \frac{U^2}{R}$ là công suất toả nhiệt khi cả điện trở R mắc vào hiệu điện thế U . Công suất $\mathcal{P}_{bt}$ có giá trị càng lớn khi $x \rightarrow 0$ hoặc $x \rightarrow R$ tức là khi con chạy C đi về hai đầu biến trở. Công suất $\mathcal{P}_{bt}$

nhỏ nhất : $\mathcal{P}_{bt}^{\min} = 4\mathcal{P}_R$ khi $x = R - x$ tức là $x = \frac{R}{2}$:

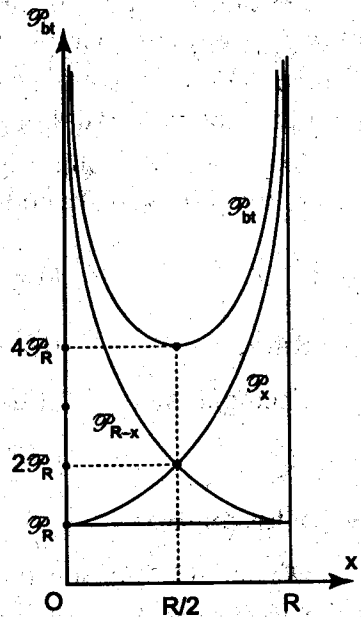
con chạy C ở chính giữa biến trở R (Hình 1.88b). Ta vẽ đồ thị $\mathcal{P}_{bt}$ theo biến số x để thấy rõ sự biến thiên của $\mathcal{P}_{bt}$. Đồ thị có hai tiệm cận đứng ở $x = 0$ và $x = R$.

Trên đồ thị còn vẽ công suất tiêu thụ của hai nửa biến trở để ta tiện so sánh. $\mathcal{P}_x = \frac{U^2}{x}$ và $\mathcal{P}_{R-x} = \frac{U^2}{R-x}$.

Khi $x = \frac{R}{2}$ thì $\mathcal{P}_x = \mathcal{P}_{R-x} = \frac{2U^2}{R} = 2\mathcal{P}_R$.



Hình 1.88a



Hình 1.88b

■ Bài luyện tập

Có hai điện trở R_1 , R_2 và hiệu điện thế U . So sánh công suất toả nhiệt $\mathcal{P}_{nt}$ khi R_1 nối tiếp R_2 rồi mắc vào U và công suất toả nhiệt $\mathcal{P}_{//}$ khi R_1 ghép song song với R_2 rồi mắc vào U . Khi nào hai giá trị $\mathcal{P}_{nt}$ và $\mathcal{P}_{//}$ gần nhau nhất ?

ĐS : $\mathcal{P}_{//} \geq 4\mathcal{P}_{nt}$; $\mathcal{P}_{//} = 4\mathcal{P}_{nt}$ khi $R_1 = R_2$.

● Bài tập mẫu

Ta có bóng đèn Đ_1 (110V – 50W) mắc vào hiệu điện thế $U_1 = 120\text{V}$.

1. Hỏi đèn Đ_1 có sáng bình thường không ? Tính công suất vượt quá định mức. Muốn Đ_1 sáng bình thường phải mắc thêm điện trở R_1 như thế nào và bằng bao nhiêu ?

2. Nối tiếp Đ_1 với đèn Đ_2 (110V – 100W) rồi mắc vào hiệu điện thế $U_2 = 220\text{V}$. Hỏi các đèn có sáng bình thường không ? Đèn nào có nguy cơ hỏng trước ? Muốn các đèn làm việc bình thường cần mắc thêm điện trở R_2 như thế nào và bằng bao nhiêu ?

Giải

1. Điện trở của đèn Đ_1 :

$$R_{\text{Đ}_1} = \frac{U^2}{\mathcal{P}} = \frac{110^2}{50} = 242\Omega$$

Công suất vượt quá định mức :

$$\Delta\mathcal{P} = \frac{120^2}{R_{\text{Đ}_1}} - 50 = 59,5 - 50 = 9,5\text{W}$$

Cường độ dòng định mức của đèn Đ_1 :

$$I_{\text{Đ}_1} = \frac{\mathcal{P}}{U} = \frac{50}{110} = 0,455\text{A}$$

Để đèn Đ_1 sáng bình thường ta cần mắc điện trở R_1 nối tiếp với Đ_1 để độ giảm thế trên R_1 bằng hiệu điện thế dư thừa :

$$R_1 = \frac{120 - 110}{I_{\text{Đ}_1}} = \frac{120 - 110}{0,455} = 22\Omega$$

2. Điện trở của đèn $\mathcal{D}_2$:

$$R_{\mathcal{D}_2} = \frac{U^2}{P} = \frac{110^2}{100} = 121\Omega$$

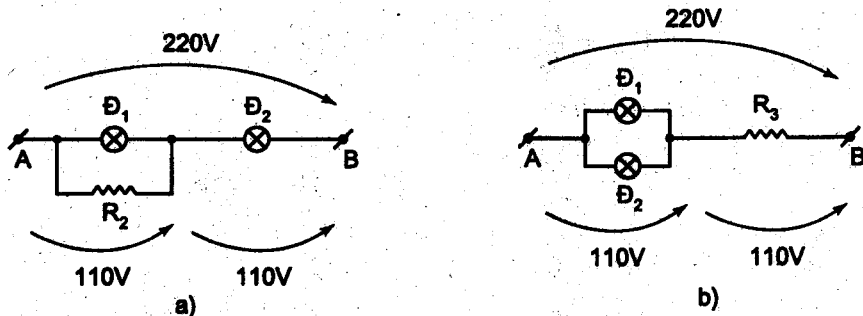
Khi mắc hai đèn nối tiếp vào hiệu điện thế 220V thì độ giảm thế trên các đèn là :

$$U_1 = \frac{R_{\mathcal{D}_1}}{R_{\mathcal{D}_1} + R_{\mathcal{D}_2}} \cdot U = \frac{242}{242 + 121} \cdot 220 = 146,7V > 110V$$

$$U_2 = \frac{R_{\mathcal{D}_2}}{R_{\mathcal{D}_1} + R_{\mathcal{D}_2}} \cdot U = \frac{121}{242 + 121} \cdot 220 = 73,3V < 110V$$

Vậy đèn $\mathcal{D}_1$ hoạt động quá mức bình thường còn đèn $\mathcal{D}_2$ hoạt động dưới mức bình thường. Tổng quát hoá : nếu mắc nối tiếp hai bóng 110V vào hiệu điện thế 220V thì bóng đèn công suất nhỏ hơn sẽ hoạt động quá mức bình thường và dễ cháy hỏng. Còn bóng đèn công suất lớn hơn sẽ hoạt động dưới mức bình thường. Tốt nhất là phải ghép nối tiếp hai đèn 110V cùng công suất vào hiệu điện thế 220V. Khi đó hai đèn đều sáng bình thường.

Muốn hai đèn $\mathcal{D}_1$ và $\mathcal{D}_2$ nối trên mắc nối tiếp vào $U = 220V$ ta phải mắc điện trở R_2 song song với $\mathcal{D}_1$ sao cho điện trở tương đương của chũm song song đó ($R_2 // \mathcal{D}_1$) bằng điện trở đèn $\mathcal{D}_2$ (Hình 1.89a). Khi đó hiệu điện thế trên cả hai đèn đều bằng 110V và chúng hoạt động bình thường.



Hình 1.89

$$\frac{R_2 R_{\mathcal{D}_1}}{R_2 + R_{\mathcal{D}_1}} = R_{\mathcal{D}_2} = 121\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_{\mathcal{D}_1} \cdot R_{\mathcal{D}_2}}{R_{\mathcal{D}_1} - R_{\mathcal{D}_2}} = \frac{242 \cdot 121}{242 - 121} = 242\Omega$$

Nếu hai đèn Đ_1 và đèn Đ_2 vẫn còn mắc song song ta có thể mắc chúng vào hiệu điện thế 220V theo sơ đồ Hình 1.89b với điện trở R_3 . Để cho các đèn sáng bình thường thì hiệu điện thế trên chũm $\text{Đ}_1 // \text{Đ}_2$ phải bằng 110V. Do đó độ giảm thế trên R_3 cũng là 110V. Nói khác đi :

$$R_3 = (R_{\text{Đ}_1} // R_{\text{Đ}_2}) = \frac{242 \cdot 121}{242 + 121} = \frac{242}{3} = 80,7\Omega$$

■ Bài luyện tập

Có bốn bóng đèn $\text{Đ}_1(110\text{V} - 30\text{W})$, $\text{Đ}_2(110\text{V} - 90\text{W})$, $\text{Đ}_3(110\text{V} - 90\text{W})$ và $\text{Đ}_4(110\text{V} - 150\text{W})$. Tìm cách mắc cả bốn bóng đèn này vào hiệu điện thế $U = 220\text{V}$ sao cho chúng sáng bình thường.

ĐS : $(\text{Đ}_1 // \text{Đ}_4)$ nt $(\text{Đ}_2 // \text{Đ}_3)$ – Cũng có thể mắc $(\text{Đ}_1 // \text{Đ}_2 // \text{Đ}_3 // \text{Đ}_4)$ nt R với $R = 33,6\Omega$ nhưng tốn điện hơn.

★ Bài tập trắc nghiệm

Công suất của dòng điện được đo bằng đơn vị nào trong hệ SI ?

- | | |
|---------------|---------------|
| A. culông (C) | B. oat (W) |
| C. jun (J) | D. niuton (N) |

ĐS : B

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn công thức đúng cho công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch.

- | | |
|----------------------------------|-------------------------|
| A. $\mathcal{P} = IR^2$ | B. $\mathcal{P} = UI^2$ |
| C. $\mathcal{P} = \frac{U}{R^2}$ | D. $\mathcal{P} = UI$ |

**CÁC PHƯƠNG PHÁP DỰA TRÊN
ĐỊNH LUẬT ÔM CHO TOÀN MẠCH VÀ
ĐỊNH LUẬT ÔM TỔNG QUÁT CHO ĐOẠN MẠCH
CÓ NGUỒN ĐIỆN**

I – NGUỒN ĐIỆN VÀ CÁCH GHEP ĐƠN GIẢN CÁC NGUỒN ĐIỆN

1. Nguồn điện

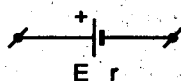
a) Hai vật A và B có điện thế chênh nhau. Khi nối A và B bằng một vật dẫn R thì sẽ có dòng điện đi từ vật có điện thế cao (giả sử là A) đến vật có điện thế thấp (B) và làm giảm dần độ chênh điện thế giữa A và B. Dòng điện sẽ không còn khi hiệu điện thế U_{AB} giảm đến không. Muốn duy trì hiệu điện thế U_{AB} để duy trì dòng điện ta phải có nguồn điện. Nguồn điện duy trì sự tích điện ở các điện cực bằng cách tách các electron ra khỏi nguyên tử, đưa các electron về điện cực âm của nguồn điện nơi có điện thế thấp, đưa các ion dương về điện cực dương của nguồn điện nơi có điện thế cao. Do đó hiệu điện thế giữa các điện cực được duy trì. Việc tách các điện tích trái dấu ra và đưa về các điện cực của nguồn điện không phải do các lực điện mà là do các lực lạ thực hiện. Công của các lực lạ thực hiện khi đó được gọi là công của nguồn điện và do một dạng năng lượng không phải điện năng chuyển hoá thành. Ở các nguồn điện hoá (pin, acquy), đó là hoá năng. Ở pin ánh sáng, đó là quang năng. Ở dinamo đó là cơ năng...

b) Để đặc trưng cho khả năng thực hiện công của nguồn điện người ta dùng suất điện động E. Nó được đo bằng thương số giữa công W của lực lạ thực hiện khi dịch chuyển một điện tích q ngược chiều điện trường và độ lớn của điện tích q đó : $E = \frac{W}{q}$. Đơn vị đo suất điện động E là vôn (V) : $1V = \frac{1J}{1C}$

Nguồn điện cũng là một vật dẫn và cũng có điện trở r là điện trở trong của nguồn điện. Vậy mỗi nguồn điện được đặc trưng bằng suất điện động E và điện trở trong r. Nhiều khi ta viết gọn lại (E, r) đặc trưng cho mỗi nguồn điện.

Các pin khô thường dùng có suất điện động khoảng 1,5V và điện trở trong vài ôm. Các acquy chì (axit) có suất điện động khoảng 2V và điện trở trong nhỏ hơn 0,1Ω.

Trong các sơ đồ mạch điện người ta thường kí hiệu các nguồn điện bằng 2 gạch dài ngắn, kèm theo E, r và đánh dấu các điện cực (Hình 2.1).



Hình 2.1

2. Năng lượng của nguồn điện

a) Các lực lạ bên trong nguồn điện thực hiện công, làm dịch chuyển các điện tích ngược chiều với lực điện trường để tạo ra hai cực của nguồn điện có hiệu điện thế. Một dạng năng lượng (ví dụ hoá năng trong các pin điện hoá, nhiệt năng trong pin nhiệt điện, quang năng trong pin ánh sáng, cơ năng trong dinamo...) được biến đổi thành điện năng dự trữ bên trong nguồn điện. Khi phóng điện, nguồn điện thực hiện công di chuyển các điện tích tự do tạo nên dòng điện và điện năng dự trữ trong nguồn điện được chuyển hoá thành các dạng năng lượng khác (ví dụ nhiệt năng ở các điện trở thuần, cơ năng ở các động cơ điện, hoá năng ở các bình điện phân hay bể mạ điện...).

Định luật bảo toàn năng lượng cho ta : năng lượng dự trữ trong nguồn (điện năng) bằng công của các lực lạ trong nguồn và cũng bằng công của dòng điện chạy trong toàn mạch. Một nguồn điện có suất điện động E cung cấp dòng điện I trong thời gian t thì đã thực hiện một công W , tức là đã cung cấp cho toàn mạch điện một năng lượng W :

$$W = EIt = Eq \quad (2.1)$$

$q = It$ là dung lượng của nguồn điện đã được sử dụng. Nếu sau thời gian t nguồn điện cạn kiệt, hết điện thì W gọi là năng lượng dự trữ trong nguồn điện và Q là dung lượng của nguồn điện. Trong trường hợp tổng quát E là suất điện động của bộ nguồn tương đương.

b) Năng lượng dự trữ W của nguồn điện được đo bằng đơn vị jun (J) trong hệ SI hoặc kilôoat giờ (kWh) và oat giờ (Wh) :

$$1\text{kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{J} \text{ và } 1\text{Wh} = 3600\text{J}$$

Dung lượng của nguồn điện Q được đo bằng đơn vị culông (C) trong hệ SI hoặc ampe giờ (Ah) với :

$$1\text{Ah} = 3600\text{C}$$

Công suất $\mathcal{P}$ của nguồn điện cho biết năng lượng nguồn điện cung cấp cho mạch điện trong 1 giây :

$$\mathcal{P} = \frac{W}{t} = EI = \frac{EQ}{t}$$

● Bài tập mẫu

Một acquy xe máy có suất điện động 6V có khả năng cung cấp dòng điện 1,2A trong 300 phút. Tính điện năng dự trữ của acquy này, dung lượng và công suất của nó.

Giải

Điện năng dự trữ bên trong acquy :

$$W = EIt = 6.1,2.300.60 = 129600J = \frac{129600}{3600} = 36Wh \text{ (oat giờ)}$$

Dung lượng của acquy

$$Q = It = 1,2.300.60 = 21600C = \frac{21600}{3600} = 6Ah \text{ (ampe giờ)}$$

Công suất của acquy : $\mathcal{P} = EI = 6.1,2 = 7,2W$

■ Bài luyện tập

Pin Lithium CR123A lắp trong máy ảnh có suất điện động 3V và dung lượng 0,5Ah. Tính năng lượng điện dự trữ W trong pin và thời gian t pin cung cấp dòng điện 0,8A là bao lâu ?

ĐS : $W = 1,5Wh = 5400J$; $t = 37,5$ phút.

★ Bài tập trắc nghiệm

Trong các nguồn điện hoá (pin, acquy) dạng năng lượng nào đã chuyển hoá thành điện năng dự trữ ?

A. Cơ năng

B. Quang năng

C. Hoá năng

D. Nhiệt năng

ĐS. C.

★ Bài tập trắc nghiệm

Suất điện động đặc trưng gì cho nguồn điện ?

A. Khả năng thực hiện công của nguồn điện, tức là công của lực lạ trong nguồn điện dịch chuyển các điện tích ngược chiều lực điện trường.

B. Lượng điện tích có thể giải phóng khi nguồn phát điện.

C. Khả năng cung cấp dòng điện lớn hay bé ra mạch ngoài.

D. Năng lượng được dự trữ trong nguồn dưới dạng điện năng.

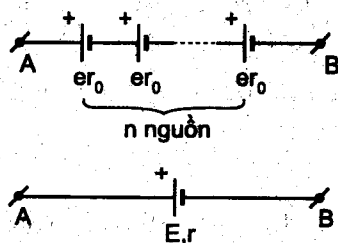
ĐS : A.

3. Ghép nối tiếp các nguồn điện

Tại các mối nối chỉ có 2 điện cực của 2 nguồn kế tiếp nhau nối với nhau. Cần chú ý đến dấu các điện cực, chiều của các nguồn điện.

a) Đơn giản nhất là ghép n nguồn điện (e, r_0) giống nhau nối tiếp cùng chiều : điện cực âm của nguồn điện trước nối với điện cực dương của nguồn điện kế tiếp. Nguồn tương đương (E, r) có cùng chiều với các nguồn điện ghép (Hình 2.2a) và :

$$E = ne \quad \text{và} \quad r = nr_0 \quad (2.2)$$



Hình 2.2a

● Bài tập mẫu

Ta có nhiều pin giống nhau loại ($1,5V ; 1,2\Omega$). Tìm cách ghép với số pin ít nhất để được bộ nguồn có suất điện động $E = 9V$ và tính điện trở trong của bộ nguồn này.

Giải : Muốn ghép với số pin ít nhất ta phải ghép nối tiếp và cùng chiều các pin đó. Số pin cần dùng là :

$$n = \frac{E}{e} = \frac{9}{1,5} = 6 \text{ chiếc}$$

Điện trở trong bộ nguồn này :

$$r = nr_0 = 6.1,2 = 7,2\Omega$$

■ Bài luyện tập

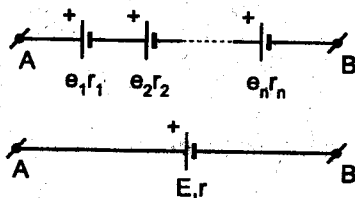
Mỗi acquy chì (axit) có suất điện động $e = 2V$ và điện trở trong $r_0 = 0,1\Omega$. Tìm suất điện động E và điện trở trong r của bộ nguồn khi ghép nối tiếp cùng chiều 12 acquy đó.

$$\text{ĐS : } E = 24V, r = 12\Omega.$$

b) Ghép nối tiếp cùng chiều n nguồn điện bất kì : (e_1, r_1) (e_2, r_2)... (e_n, r_n) (Hình 2.2b). Nguồn tương đương cùng chiều với các nguồn ghép và :

$$E = e_1 + e_2 + \dots + e_n \quad (2.3)$$

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_n$$



Hình 2.2b

● Bài tập mẫu

Có nhiều nguồn điện giống nhau thuộc 4 loại ($e_1 = 1,5V$; $r_1 = 1\Omega$), ($e_2 = 4,5V$; $r_2 = 0,5\Omega$), ($e_3 = 6V$; $r_3 = 2\Omega$), ($e_4 = 12V$; $r_4 = 1,5\Omega$). Tìm cách ghép các nguồn điện đó để được bộ nguồn có suất điện động $E = 18V$ với điện trở trong r nhỏ nhất. Tìm r đó.

Giải

Muốn có r nhỏ phải dùng ít nguồn và ghép cùng chiều.

* Ghép 1 nguồn e_4 với 1 nguồn e_3 :

$$E = e_4 + e_3 = 12 + 6 = 18V$$

$$r = r_4 + r_3 = 1,5 + 2 = 3,5\Omega$$

* Ghép 1 nguồn e_4 với 1 nguồn e_2 và 1 nguồn e_1 :

$$E = e_4 + e_2 + e_1 = 12 + 4,5 + 1,5 = 18V$$

$$r = r_4 + r_2 + r_1 = 1,5 + 0,5 + 1 = 3\Omega$$

* Ghép 1 nguồn e_4 với 4 nguồn e_1 :

$$E = e_4 + 4e_1 = 12 + 4.1,5 = 18V$$

$$r = r_4 + 4r_1 = 1,5 + 4.1 = 5,5V$$

* Ghép 3 nguồn e_3

$$E = 3e_3 = 3.6 = 18V$$

$$r = 3r_3 = 3.2 = 6\Omega$$

* Ghép 4 nguồn e_2 :

$$E = 4e_2 = 4.4,5 = 18V$$

$$r = 4r_2 = 4.0,5 = 2\Omega$$

* Ghép 12 nguồn e_1 :

$$E = 12e_1 = 12.1,5 = 18V$$

$$r = 12.1 = 12\Omega$$

* Ghép 1 nguồn e_3 với 8 nguồn e_1 :

$$E = e_3 + 8e_1 = 6 + 8.1,5 = 18V$$

$$r = r_3 + 8r_1 = 2 + 8.1 = 10\Omega$$

Ta còn vài cách ghép khác nữa bằng cách thay các nguồn có suất điện động lớn bằng nhiều nguồn có suất điện động nhỏ. Nhưng các cách ghép đó đều có điện trở trong lớn. Vậy để thoả mãn yêu cầu đầu bài ta chọn cách ghép nối tiếp cùng chiều 4 nguồn giống nhau e_2 để có bộ nguồn với $E = 18V$ và $r = 2\Omega$.

■ Bài luyện tập

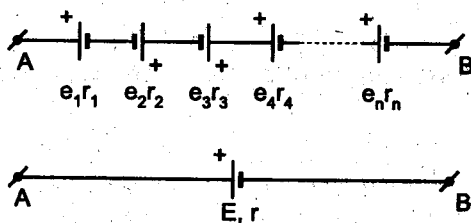
Có 3 pin thuộc 3 loại ($1,5V ; 1\Omega$), ($3V ; 2\Omega$), ($4,5V ; 1,5\Omega$) ghép nối tiếp cùng chiều. Tìm suất điện động và điện trở trong bộ nguồn.

ĐS : $E = 9V ; r = 4,5\Omega$

c) Ghép nối tiếp các nguồn điện bất kì với chiều khác nhau

Ta lấy tổng suất điện động của các nguồn cùng chiều với nhau. Trong hai tổng đó, tổng nào lớn hơn thì nguồn tương đương sẽ có cùng chiều với các nguồn này.

Vì điện trở không có chiều nên điện trở trong vẫn bằng tổng tất cả các điện trở trong thành phần.



Hình 2.3

Ví dụ với Hình 2.3 ta có :

$$E = +e_1 - e_2 - e_3 + e_4 + \dots + e_n$$

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + \dots + r_n \quad (2.4)$$

● Bài tập mẫu

Đèn pin cầm tay loại dài thường dùng 3 pin con thỏ suất điện động $e = 1,5V$. Cần chú ý điều gì khi lắp pin cho đèn này.

Giải. Đèn sẽ sáng khi nguồn điện đủ $4,5V$. Do đó phải lắp 3 pin con thỏ $1,5V$ nối tiếp và cùng chiều. Cấu tạo của các điện cực của pin và của đèn chỉ phù hợp với điện cực dương của bộ nguồn phải ở phía đầu gắn pha đèn và điện cực âm của bộ nguồn ở phía cuối đèn.

Nếu trong 3 pin mắc nối tiếp đó có một pin mắc ngược chiều, suất điện động của bộ nguồn sẽ là :

$$E = e - e + e = e = 1,5V$$

Bộ nguồn 3 pin mắc nối tiếp đó có suất điện động chỉ bằng suất điện động của 1 pin. Đèn sẽ không sáng được.

■ Bài luyện tập

Có hai pin ($\mathcal{E}_1 = 1,5\text{V}$; $r_1 = 1\Omega$) và ($\mathcal{E}_2 = 4,5\text{V}$; $r_2 = 2\Omega$) được ghép nối tiếp thành bộ nguồn. Tìm $\mathcal{E}$ và r của các bộ nguồn ghép được.

ĐS : (6V ; 3Ω), (3V ; 3Ω)

● Bài tập mẫu

Có n pin giống nhau loại ($\mathcal{E}$; r_0) mắc nối tiếp nhau. Trong đó có m pin mắc ngược chiều $\left(m < \frac{n}{2}\right)$. Tìm suất điện động và điện trở trong bộ nguồn mắc nối tiếp này.

Giải : Có m pin mắc ngược chiều tức là có m cặp pin ($2m$ chiếc có suất điện động triệt tiêu lẫn nhau. Do đó suất điện động bộ nguồn chỉ còn là :

$$\mathcal{E} = (n - 2m)\mathcal{E}$$

Điện trở trong không có chiều nên ta vẫn có : $r = nr_0$.

★ Bài tập trắc nghiệm

Một bộ nguồn được ghép nối tiếp từ các nguồn điện bất kì với chiều tùy ý. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau :

- A. Suất điện động bộ nguồn luôn lớn hơn suất điện động mỗi nguồn điện.
- B. Điện trở trong bộ nguồn luôn lớn hơn điện trở trong mỗi nguồn điện.
- C. Chiều của bộ nguồn luôn cùng chiều với nguồn điện có suất điện động lớn nhất.
- D. Điện năng dự trữ trong bộ nguồn bằng tổng điện năng dự trữ trong mỗi nguồn điện.

ĐS : B.

★ Bài tập trắc nghiệm

Có n nguồn điện giống nhau mắc nối tiếp cùng chiều thành một bộ nguồn điện. Tìm phát biểu *sai* trong số các phát biểu sau đây :

- A. Suất điện động bộ nguồn lớn gấp n lần suất điện động một nguồn điện.
- B. Điện trở trong bộ nguồn lớn gấp n lần điện trở trong một nguồn điện.

C. Dòng đoản mạch của bộ nguồn lớn gấp n lần dòng đoản mạch của mỗi nguồn điện.

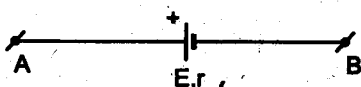
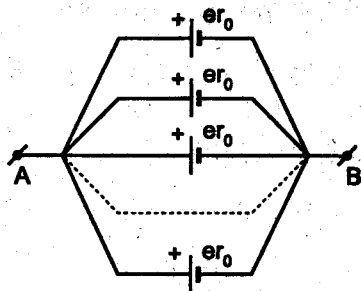
D. Điện năng dự trữ trong bộ nguồn lớn gấp n lần điện năng dự trữ trong mỗi nguồn điện.

ĐS : C.

4. Ghép song song cùng chiều các nguồn điện giống nhau

Ta có m nguồn điện giống nhau loại (e, r_0) mắc song song cùng chiều. Tức là các điện cực dương cùng nối với nhau thành điện cực dương của bộ nguồn và các điện cực âm cùng nối với nhau thành điện cực âm của bộ nguồn, như Hình 2.4. Các đặc trưng của bộ nguồn là :

$$E = e \text{ và } r = \frac{r_0}{m} \quad (2.5)$$



Hình 2.4

Cách ghép nguồn này không làm tăng suất điện động của bộ nguồn nhưng giảm được điện trở trong. Điều quan trọng là cách ghép này làm cho bộ nguồn thu được có điện năng dự trữ và dung lượng tăng lên m lần so với một nguồn (e, r_0) .

Cách ghép song song khác chiều của các nguồn điện bất kì ta sẽ xét ở phần sau.

● Bài tập mẫu

Ta có nhiều pin giống nhau $(e = 1,5V ; r_0 = 1\Omega)$, mỗi pin có dung lượng $q = 0,6Ah$. Muốn có bộ nguồn suất điện động $E = 1,5V$ nhưng điện năng dự trữ là $W = 7,2Wh$ thì ghép các pin thế nào và tính điện trở trong của bộ nguồn này.

Giải. Ta thấy $E = e = 1,5V$. Do đó ta sẽ ghép các pin giống nhau này song song cùng chiều.

Điện năng dự trữ của mỗi pin là :

$$w = eq = 1,5 \cdot 0,6 = 0,9Wh \text{ (oat giờ)}$$

Số pin cần ghép song song cùng chiều là :

$$m = \frac{W}{w} = \frac{7,2}{0,9} = 8$$

Điện trở trong bộ nguồn :

$$r = \frac{r_0}{m} = \frac{1}{8} = 0,125\Omega$$

■ Bài luyện tập

Có ba acquy giống nhau ($\mathcal{E} = 6\text{V}$; $r_0 = 0,6\Omega$). Mỗi acquy có thể cung cấp dòng điện $0,5\text{A}$ trong 1 giờ. Ghép 3 acquy này song song cùng chiều. Hãy xác định các đặc trưng của bộ nguồn : suất điện động $\mathcal{E}$, điện trở trong r , năng lượng dự trữ W và dung lượng Q .

$$\text{ĐS : } \mathcal{E} = 6\text{V} ; r = 0,2\Omega ; W = 9\text{Wh} ; Q = 1,5\text{Ah}$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Một bộ nguồn điện gồm m nguồn điện giống nhau mắc song song cùng chiều. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau đây :

- A. Suất điện động bộ nguồn nhỏ hơn m lần suất điện động một nguồn.
- B. Điện trở trong bộ nguồn lớn hơn m lần điện trở trong một nguồn điện.
- C. Dung lượng bộ nguồn bằng với dung lượng của một nguồn điện.
- D. Điện năng dự trữ trong bộ nguồn lớn hơn m lần điện năng dự trữ trong một nguồn.

ĐS : D,

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về bộ nguồn điện gồm m nguồn điện giống nhau ($\mathcal{E}$, r_0) mắc song song cùng chiều.

- A. Suất điện động bộ nguồn $\mathcal{E}$ bằng suất điện động của một nguồn điện :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}$$

- B. Điện trở trong bộ nguồn lớn hơn m lần điện trở trong của một nguồn

$$R = mr_0$$

- C. Dòng đoản mạch của bộ nguồn lớn hơn m lần dòng đoản mạch của một nguồn điện :

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = m \cdot \frac{\mathcal{E}}{r_0}$$

- D. Điện năng dự trữ trong bộ nguồn lớn hơn m lần điện năng dự trữ trong một nguồn điện.

ĐS : B

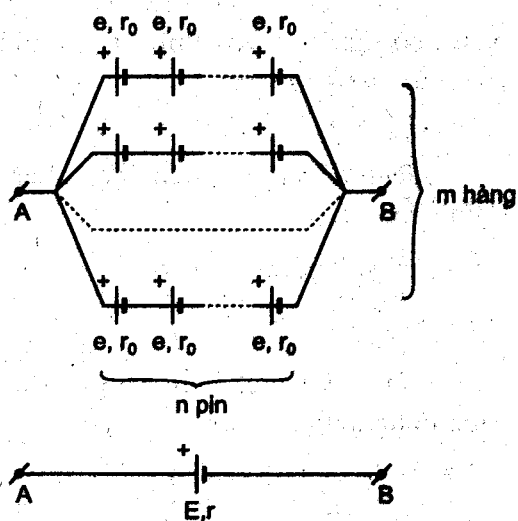
5. Ghép hỗn hợp đối xứng các nguồn điện giống nhau

Ta có $N = n \times m$ nguồn điện giống nhau (e, r_0) ghép thành m hàng (dãy) giống nhau, mỗi hàng có n nguồn điện mắc nối tiếp cùng chiều. Để dàng rút ra suất điện động và điện trở trong của bộ nguồn (Hình 2.5) :

$$E = ne \quad (2.6)$$

$$r = \frac{nr_0}{m}$$

Trường hợp tổng quát : ghép thành các hàng không giống nhau các nguồn điện bất kì với chiều ghép khác nhau ta sẽ xét đến sau phần Định luật Ôm tổng quát cho đoạn mạch có nguồn.



Hình 2.5

● Bài tập mẫu

Có nhiều pin giống nhau loại ($1,5V ; 1\Omega$). Tìm suất điện động và điện trở trong của bộ nguồn ghép hỗn hợp đối xứng gồm 5 hàng (dãy) mỗi hàng có 8 pin nối tiếp cùng chiều.

Giải : Suất điện động bộ nguồn bằng suất điện động của mỗi hàng nối tiếp cùng chiều :

$$E = ne = 8 \cdot 1,5 = 12 V$$

Điện trở trong của bộ nguồn nhỏ hơn 5 lần so với điện trở trong của mỗi hàng :

$$r = \frac{nr_0}{m} = \frac{8 \cdot 1}{5} = 1,6\Omega$$

■ Bài luyện tập

Một bộ nguồn ghép hỗn hợp đối xứng của các pin giống nhau loại (e, r_0). Bộ nguồn có suất điện động $E = 18V$ và điện trở trong $r = 1\Omega$. Biết rằng ta đã dùng hết 72 pin và số pin trên mỗi hàng nhiều gấp đôi số hàng của bộ nguồn ghép. Hãy tìm suất điện động e và điện trở trong r_0 của mỗi pin.

$$\text{ĐS : } e = 1,5V ; r_0 = 0,5\Omega$$

● Bài tập mẫu

Có 6 pin giống nhau loại (1,5V ; 0,5Ω). Hỏi có thể ghép 6 pin đó thành bao nhiêu bộ nguồn ghép hỗn hợp đối xứng ? Tính suất điện động và điện trở trong của mỗi bộ nguồn này.

Giải

* Ghép 1 hàng nối tiếp cùng chiều có 6 pin (Hình 2.6a) :

$$E_1 = 6e = 6.1,5 = 9V$$

$$r = 6r_0 = 6.0,5 = 3\Omega$$

* Ghép 2 hàng, mỗi hàng 3 pin nối tiếp cùng chiều (Hình 2.6b) :

$$E_2 = 3e = 3.1,5 = 4,5V$$

$$r_2 = \frac{3r_0}{2} = \frac{3.0,5}{2} = 0,75\Omega$$

* Ghép 3 hàng, mỗi hàng 2 pin nối tiếp cùng chiều (Hình 2.6c) :

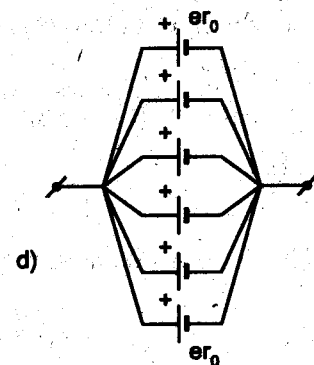
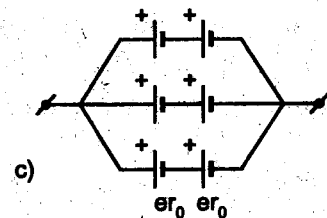
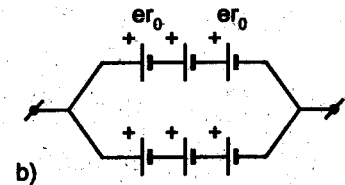
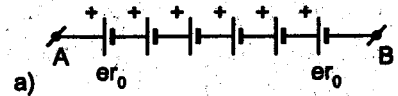
$$E_3 = 2e = 2.1,5 = 3V$$

$$r_3 = \frac{2r_0}{3} = \frac{2.0,5}{3} = \frac{1}{3} \Omega = 0,33\Omega$$

* Ghép song song 6 hàng, mỗi hàng 1 pin (Hình 2.6d) :

$$E_4 = e = 1,5V$$

$$r_4 = \frac{r_0}{6} = \frac{0,5}{6} = 0,08\Omega$$



Hình 2.6

★ Bài tập trắc nghiệm

Ta ghép hỗn hợp đối xứng $N = n \times m$ nguồn điện giống nhau (e, r_0) thành một bộ nguồn gồm m hàng (dãy) giống nhau, mỗi hàng có n nguồn điện ghép nối tiếp cùng chiều. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau :

A. Bộ nguồn có suất điện động $E : E = me$

B. Điện trở trong bộ nguồn $r : r = \frac{mr_0}{n}$

C. Bộ nguồn có chiều cùng chiều với mỗi nguồn điện.

D. Điện năng dự trữ trong bộ nguồn bằng điện năng dự trữ trong mỗi hàng và lớn hơn n lần điện năng dự trữ trong mỗi nguồn điện.

ĐS. C

II – ĐỊNH LUẬT ÔM CHO TOÀN MẠCH (MẠCH KÍN)

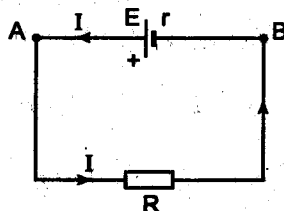
1. Một mạch kín đơn giản nhất được vẽ ở Hình 2.7 bao gồm một nguồn điện (E, r) và điện trở R nối giữa hai điện cực ở phía ngoài nguồn điện. Định luật Ôm cho toàn mạch biểu thị mối quan hệ giữa cường độ dòng điện I chạy trong mạch kín đó với suất điện động E của nguồn điện và điện trở toàn phần của mạch điện kín ($r + R$).

Dạng cường độ dòng điện :

$$I = \frac{E}{r + R} \quad (2.7)$$

Dạng hiệu điện thế :

$$E = I(r + R) = Ir + IR = Ir + U_{AB}$$



Hình 2.7

Ta có thể phát biểu : Cường độ dòng điện trong mạch kín tỉ lệ thuận với suất điện động của nguồn điện và tỉ lệ nghịch với điện trở toàn phần của mạch kín. Suất điện động của nguồn điện có giá trị bằng tổng các độ giảm thế trong Ir và giảm thế ngoài IR .

2. Hiệu điện thế hai cực bộ nguồn U_{AB} có giá trị bằng độ giảm thế ở mạch ngoài và nhỏ hơn giá trị suất điện động E :

$$a) \quad U_{AB} = IR = E - Ir \quad (2.8)$$

Hiệu điện thế hai cực bộ nguồn có giá trị bằng suất điện động E của bộ nguồn $U_{AB} = E$ trong hai trường hợp :

- Khi mạch ngoài hở, không có dòng điện chạy trong mạch $I = 0$ cũng có nghĩa là không có dòng chạy qua nguồn điện. Ngược lại, khi nào thấy hiệu điện thế hai cực một nguồn bằng suất điện động $U_{AB} = E$ thì ta biết không có dòng điện chạy qua nguồn điện và có thể bỏ nguồn điện đó đi mà không ảnh hưởng đến phần còn lại của mạch điện. Ta gặp "nghịch lí" vui : một đoạn mạch có hiệu điện thế hai đầu khác không $U_{AB} \neq 0$ mà trong đoạn mạch lại không có dòng điện đi qua $I = 0$.

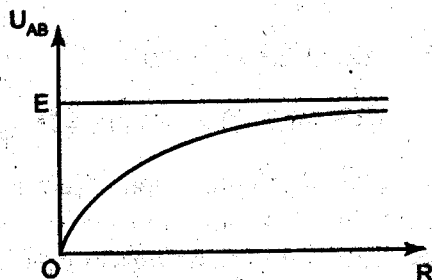
• Nếu mạch ngoài kín, có dòng điện I chạy trong mạch thì $U_{AB} = E$ khi $r = 0$: nguồn điện có điện trở trong nhỏ không đáng kể. Như vậy khi có cường độ dòng điện chạy qua nguồn điện mà hiệu điện thế hai cực bằng suất điện động $U_{AB} = E$ thì nguồn điện đó có điện trở trong nhỏ không đáng kể. Ngược lại, một hiệu điện thế không đổi U luôn có thể xem như một nguồn có suất điện động E bằng hiệu điện thế không đổi đó : $E = U_0$ với điện trở trong nhỏ không đáng kể $r \approx 0$.

Hệ thức $U_{AB} = IR$ cho thấy ta đang khảo sát mạch ngoài có R . Còn hệ thức $U_{AB} = E - Ir$ nói lên rằng ta đang khảo sát mạch trong nguồn. Ta cần chú ý rằng ý nghĩa của hai hệ thức đó là khác nhau.

b) Với một nguồn điện đã cho (E, r), hiệu điện thế hai cực nguồn điện U_{AB} phụ thuộc vào điện trở mạch ngoài R :

$$U_{AB} = E - Ir = E - \frac{Er}{r + R} \quad (*)$$

Ta thấy U_{AB} tăng đồng biến với R . U_{AB} có giá trị nhỏ nhất $U_{AB}^{\min} = 0$ khi $R = 0$ (đoạn mạch, nối tắt hai cực) và $U_{AB}^{\max} = E$ khi $R = \infty$ (mạch hở). Ta thấy rõ sự biến thiên của U_{AB} theo R qua đồ thị $U_{AB}(R)$ như Hình 2.8a. Đồ thị qua gốc tọa độ và có tiệm cận ngang.



Hình 2.8a

Ta có thể viết hệ thức liên hệ trực tiếp giữa hiệu điện thế hai cực nguồn điện U_{AB} với suất điện động E như sau hoặc biến đổi từ (*) ra :

$$E = U_{AB} + Ir = U_{AB} + \frac{U_{AB}}{R} \cdot r = \frac{r + R}{R} U_{AB}$$

Suy ra :
$$U_{AB} = \frac{R}{r + R} E \quad (2.8')$$

c) Gặp một mạch điện bất kì phức tạp, việc đầu tiên ta phải làm là thu gọn mạch điện. Ta dùng các phương pháp và kiến thức nêu ở các phần trước để thu các điện trở về điện trở tương đương R và thu các nguồn điện về bộ nguồn tương đương (E, r) và ta có mạch điện kín thu gọn như trên. Dùng các công thức (2.7) (2.8) (2.8') ta có thể tính được các dòng điện, các hiệu điện thế và sau đó trở lại mạch điện phức tạp ban đầu tìm ra đại lượng đầu bài đòi hỏi.

d) Về mặt năng lượng từ (2.7) ta có thể viết lại thành :

$$EI = rI^2 + RI^2 = rI^2 + U_{AB}I \quad (2.7')$$

Công suất cung cấp điện của nguồn bằng tổng công suất toả nhiệt hao phí ở điện trở trong $\mathcal{P}_i = rI^2$ với công suất hữu ích ở mạch ngoài $\mathcal{P}_N = RI^2 = U_{AB}I$.

Nhân cả hai vế với t ta có mối liên hệ tương ứng về năng lượng, công hay nhiệt :

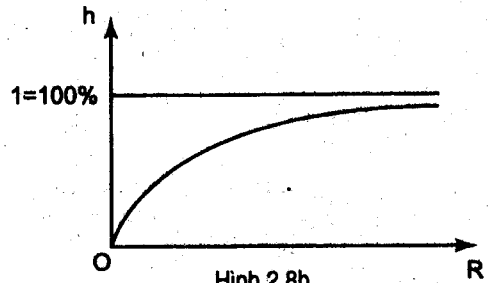
$$EIt = rI^2t + U_{AB}It \quad (2.7'')$$

Người ta định nghĩa hiệu suất của một nguồn điện h là tỉ số của công suất hữu ích ở mạch ngoài $\mathcal{P}_N$ với công suất toàn nguồn điện (Hình 2.8b) :

$$h = \frac{\mathcal{P}_N}{\mathcal{P}_E} = \frac{U_{AB}}{E}$$

Với mạch ngoài là điện trở thuần R thì ta có :

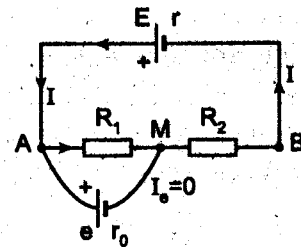
$$h = \frac{U_{AB}}{E} = \frac{R}{r + R}$$



Hình 2.8b

● Bài tập mẫu

Một nguồn điện có suất điện động E và điện trở trong $r = 1\Omega$. Mạch ngoài gồm hai điện trở $R_1 = 6\Omega$ và $R_2 = 13\Omega$. Nếu mắc thêm nguồn điện thứ hai có suất điện động $e = 3V$, điện trở trong $r_0 = 2\Omega$ vào như Hình 2.9 thì ta thấy không có dòng điện chạy qua nguồn điện thứ hai (e, r_0). Hãy tìm suất điện động E của nguồn thứ nhất.



Hình 2.9

Giải

Không có dòng điện qua (e, r_0) chứng tỏ hiệu điện thế U_{AM} bằng suất điện động e :

$$U_{AM} = e = 3V = R_1 I$$

Suy ra cường độ dòng điện trong mạch kín :

$$I = \frac{U_{AM}}{R_1} = \frac{e}{R_1} = \frac{3}{6} = 0,5A$$

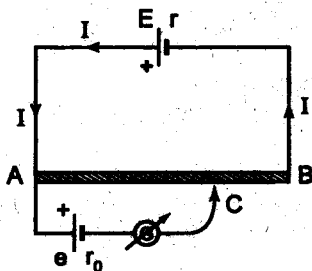
Từ đó ta tính được suất điện động E (coi như bỏ (e, r_0) đi) :

$$E = I(r + R) = I(r + R_1 + R_2) = 0,5(1 + 6 + 13) = 10V$$

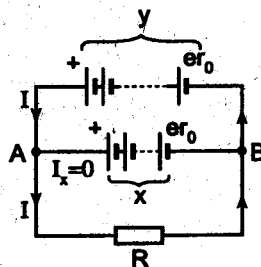
■ Bài luyện tập 46

Một nguồn điện ($E = 6V, r = 2\Omega$) mắc với một biến trở có $R_{AB} = 10\Omega$. Con chạy C và đầu A biến trở nối với nguồn điện thứ hai ($e = 3V; r_0 = 3\Omega$) và điện kế $\textcircled{G}$ như Hình 2.10. Tìm vị trí con chạy C để điện kế chỉ số không $I_g = 0$. Biết rằng biến trở R_{AB} đồng chất dài $AB = 20cm$.

ĐS : $AC = 12cm$.



Hình 2.10



Hình 2.11

● Bài tập mẫu

Có mười nguồn điện giống nhau ($e = 3V; r_0 = 1\Omega$) mắc thành hai hàng song song cùng chiều, một hàng có x nguồn, một hàng có y nguồn, rồi nối với điện trở ngoài $R = 12\Omega$ (Hình 2.11). Tìm số nguồn x, y trên hai hàng song song, biết rằng không có dòng điện qua một hàng. Nếu thay các nguồn điện trên bằng loại ($5V, 1\Omega$) thì kết quả thay đổi thế nào ?

Giải. Giả sử không có dòng qua hàng có x nguồn. Với giả thiết $I_x = 0$ ta có $U_{AB} = xe$. Suy ra $I = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{3x}{12}$ và có thể bỏ hàng x . Mạch kín còn : y nguồn nối tiếp cùng chiều với điện trở ngoài R :

$$I = \frac{ye}{yr_0 + R} = \frac{3y}{y + 12}.$$

Ta rút ra hệ phương trình :

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ \frac{3x}{12} = \frac{3y}{y + 12} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 4; y = 6$$

Trong phương trình thứ hai, suất điện động $e = 3V$ bị lược đi, kết quả không phụ thuộc e .

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng với hiệu điện thế hai cực nguồn điện.

- A. Hiệu điện thế hai cực U_{AB} bao giờ cũng nhỏ hơn hoặc bằng suất điện động E của nguồn điện vì luôn bằng hiệu của suất điện động E với độ giảm thế trong rI .

$$U_{AB} = E - Ir \leq E$$

- B. Hiệu điện thế hai cực nguồn điện U_{AB} cũng bằng độ giảm thế mạch ngoài $U_{AB} = RI$. Do đó khi mạch hở, $I = 0$ thì $U_{AB} = 0$.
- C. Trong hệ thức $U_{AB} = E - Ir$ không có điện trở mạch ngoài. Vậy hiệu điện thế hai cực nguồn điện không phụ thuộc điện trở mạch ngoài R .
- D. Hệ thức $U_{AB} = IR$ cho thấy hiệu điện thế hai cực nguồn điện tỉ lệ thuận với điện trở ngoài R và đồ thị $U_{AB}(R)$ trong hệ toạ độ (U, R) là một đường thẳng qua gốc toạ độ.

ĐS : A.

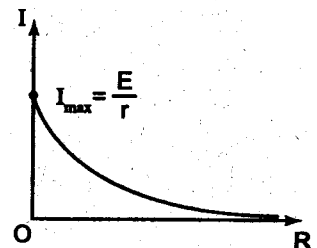
3. Dòng đoản mạch : Với một nguồn điện cho trước (E, r) , cường độ dòng điện trong mạch kín I phụ thuộc vào giá trị điện trở mạch ngoài R theo công thức :

$I = \frac{E}{r + R}$. Sự biến thiên của I theo R thể hiện rõ trên đồ thị $I(R)$ cho ở Hình 2.12.

Dòng điện có giá trị lớn nhất $I_{\max}$ khi $R = 0$: mạch ngoài có điện trở không đáng kể. Ví dụ như ta nối tắt hai điện cực của nguồn điện bằng một đoạn dây dẫn ngắn có điện trở không đáng kể, ta có dòng cực đại – dòng đoản mạch – dòng ngắn mạch chạy qua nguồn điện và qua đoạn dây ngắn đó. Chỉ một thời gian ngắn sau ta có thể cảm nhận thấy ngay rằng nguồn điện và đoạn dây ngắn nóng rực lên. Điều này đặc biệt rõ rệt đối với các nguồn điện như các acquy, điện trở trong r rất nhỏ nên :

$$I_{\text{đoản mạch}} = I_{\max} = \frac{E}{r} \quad (2.9)$$

có giá trị rất lớn, có khi đến hàng trăm ampe. Do đó ta không lấy gì làm lạ khi người ta thường nhắc nhở tránh gây đoản mạch các acquy, dòng đoản mạch lớn dễ phá hỏng acquy. Ví dụ như không được đặt

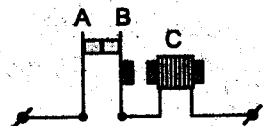


Hình 2.12

các đồ vật khác lên đầu mặt acquy. Bởi vì có lúc sơ ý ta đặt nồi nhôm, thùng sắt đựng cờ lê, mỏ lết... lên đầu mặt acquy. Khi đó đáy nồi bằng nhôm, đáy thùng bằng sắt đóng vai trò vật dẫn điện trở không đáng kể nối tắt hai điện cực acquy và gây đoản mạch, acquy sẽ bị phá hỏng hoặc gây hoả hoạn...

Dòng điện do các nguồn nuôi các tải trong thực tế bao giờ cũng nhỏ hơn dòng đoản mạch cực đại. Tuy nhiên đối với các động cơ điện, khi khởi động, lúc động cơ chưa quay, điện trở thuần của các cuộn dây của động cơ thường không lớn lắm cho nên dòng khởi động có giá trị gần bằng dòng đoản mạch nên khá lớn. Trong thực tế, lúc chúng ta ấn nút "đề-pa" khởi động xe máy hay ôtô, nếu vì lí do nào đó mà máy chưa nổ được thì ta cần chú ý kiểm tra đường xăng, bugi, cửa gió hoặc dùng cần đạp khởi động... chứ không nên ấn nút khởi động nhiều lần hoặc kéo dài. Dòng khởi động lớn dễ làm mất điện acquy hoặc hỏng acquy. Máy đã không nổ lại càng thêm khó nổ. Người ta thường nhắc nhở không nên ấn nút khởi động hoặc nút còi xe quá 3 lần và mỗi lần cũng không nên quá vài giây để bảo vệ acquy.

Đối với mạng điện dân dụng ở gia đình hay công nghiệp ở nhà máy, hiện tượng đoản mạch cũng rất nguy hiểm. Hậu quả thường gặp nhất là dòng đoản mạch quá lớn làm hỏng máy móc, làm cháy các dây dẫn và các vật dễ cháy ở gần gây hoả hoạn. Ta thường nghe thấy trên đài truyền thanh, đài truyền hình hoặc xem trên các báo thường nói : "Vụ hoả hoạn được xác định là do nguyên nhân chập điện". Để phòng tránh chập điện, chập mạch, đoản mạch dễ gây tai hoạ như thế người ta thường dùng cầu chì. Cầu chì được mắc nối tiếp trong mạch điện gồm một đoạn dây chì hoặc hợp kim chì – thiếc có nhiệt độ nóng chảy thấp. Khi có đoản mạch (chập điện) dòng điện tăng cao làm nóng dây nối thì đoạn dây chì sẽ nóng chảy làm ngắt dòng điện. Sau khi khắc phục sự chập điện ta thay đoạn dây chì khác để mạch điện lại hoạt động bình thường. Hiện nay thay cho các cầu chì thô sơ nói trên ở các gia đình và công sở, xí nghiệp người ta thường lắp cầu dao tự động (aptômat) để đề phòng chập điện. Sơ đồ cấu tạo, nguyên tắc hoạt động của các aptômat ở Hình 2.13. Một nam châm điện C sẽ hút lấy B khi dòng lớn quá giá trị bảo vệ định trước. Ví dụ với aptômat 10A thì lấy B sẽ được nam châm điện C hút khi $I > 10A$ và mạch điện sẽ bị ngắt ngay, aptômat từ vị trí ON nhảy sang OFF. Sau khi sửa chữa sự cố chập điện, ta chỉ việc bật aptômat từ vị trí OFF trở lại vị trí ON là mạch điện lại hoạt động bình thường, không cần động tác "thay cầu chì". Để đề phòng trường hợp dòng điện khá lớn chưa vượt ngưỡng bảo vệ nhưng sau một thời gian vẫn có thể làm cháy hỏng dây dẫn hoặc dụng cụ điện,



Hình 2.13

người ta còn dùng một thanh lưỡng kim làm lấy A. Khi đủ nóng, hai kim loại ở hai bên giãn nở khác nhau sẽ làm lấy A cong lại và ngắt điện ở tiếp xúc A – B. Với cả hai kiểu bảo vệ nhanh **(B)** và bảo vệ chậm **(A)**, mạng điện sẽ được an toàn khi có chập điện, đoản mạch.

● Bài tập mẫu

Hãy so sánh dòng đoản mạch của các bộ nguồn ghép hỗn hợp đối xứng từ 6 pin giống nhau (1,5V ; 0,5Ω) ở bài tập mẫu trên.

Giải

* Một hàng, 6 pin nối tiếp cùng chiều $E_1 = 9V$; $r_1 = 3\Omega$

$$I_1^{\max} = I_1^{\text{đoản mạch}} = \frac{E_1}{r_1} = \frac{9}{3} = 3A$$

* Hai hàng 3 pin nối tiếp cùng chiều : $E_2 = 4,5V$; $r_2 = 0,75\Omega$

$$I_2^{\max} = \frac{E_2}{r_2} = \frac{4,5}{0,75} = 6A$$

* Ba hàng 2 pin nối tiếp cùng chiều : $E_3 = 3V$; $r_3 = \frac{1}{3}\Omega = 0,33\Omega$

$$I_3^{\max} = \frac{E_3}{r_3} = \frac{3}{0,33} = 9A$$

* Sáu hàng song song cùng chiều : $E_4 = 1,5V$; $r_4 = \frac{0,5}{6}\Omega = 0,08\Omega$

$$I_4^{\max} = \frac{E_4}{r_4} = \frac{1,5}{0,08} = 18A$$

Để dàng thấy $I_4^{\max} > I_3^{\max} > I_2^{\max} > I_1^{\max}$: càng nhiều nhánh song song thì dòng đoản mạch càng lớn.

■ Bài luyện tập

Cho 2 nguồn giống nhau (6V ; 0,5Ω). Hãy so sánh các dòng đoản mạch khi ghép hai nguồn này nối tiếp cùng chiều và song song cùng chiều.

$$\text{ĐS : } I_{nt}^{\max} = 12A < I_{//}^{\max} = 24A$$

● Bài tập mẫu

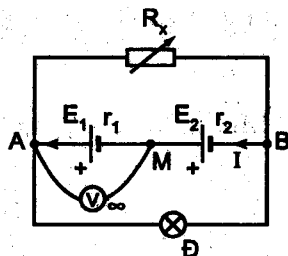
Cho một mạch điện như Hình 2.14. Hai nguồn ($E_1 = 3V$; $r_1 = 1,5\Omega$) và ($E_2 = 12V$; $r_2 = 2\Omega$) mắc nối tiếp cùng chiều. Đèn Đ là loại bóng đèn ($6V$; $3W$). Vôn kế $\textcircled{V}_\infty$ là một vôn kế lí tưởng. Tìm giá trị biến trở R_x để vôn kế $\textcircled{V}_\infty$ chỉ số không.

Giải

$$\text{Điện trở đèn Đ : } R_D = \frac{U^2}{P} = \frac{6^2}{3} = 12\Omega$$

Vôn kế chỉ số không $U_v = 0$ chứng tỏ dòng điện qua nguồn là dòng đoản mạch của nguồn đó có chiều từ B đến A qua cả (E_2, r_2) và độ lớn là :

$$I = \frac{E_1}{r_1} = \frac{3}{1,5} = 2A$$



Hình 2.14

Vì $U_v = 0$ ta có thể chập hai nút $A \equiv M$, hay nói khác đi có thể bỏ nguồn (E_1, r_1) đi. Nguồn nuôi mạch chỉ còn (E_2, r_2) :

$$E_2 = I(r_2 + R)$$

$$12 = 2(2 + R) \Rightarrow R = 4\Omega$$

$R = 4\Omega$ là điện trở tương đương của mạch ngoài, gồm có $R_x // R_D$

$$R = \frac{R_D R_x}{R_D + R_x} = 4 = \frac{12 \cdot R_x}{12 + R_x}$$

Rút ra giá trị biến trở :

$$R_x = \frac{R R_D}{R_D - R} = \frac{4 \cdot 12}{12 - 4} = 6\Omega$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về dòng đoản mạch.

- A. Nguồn điện nào có suất điện động lớn thì có dòng đoản mạch lớn.
- B. Với một nguồn điện đã cho, dòng đoản mạch tỉ lệ nghịch với điện trở trong r .

C. Dòng đoản mạch của bộ nguồn gồm n pin mắc song song cùng chiều thì lớn hơn khi mắc nối tiếp cùng chiều.

D. So sánh khi mắc n pin đó : $I_{//}^{\text{đoản mạch}} = n^2 \cdot I_{nt}^{\text{đoản mạch}}$

ĐS : C.

Giả sử ta có n pin giống nhau (e, r_0) và một điện trở mạch ngoài R khá lớn. Ta so sánh dòng điện cung cấp cho mạch ngoài R của hai bộ nguồn ghép nối tiếp và ghép song song cả n pin đó cùng chiều.

• Ghép nối tiếp cùng chiều n pin ta được bộ nguồn có : $E = ne$ và $r = nr_0$.
Dòng điện qua R (Hình 2.15) :

$$I_{nt} = \frac{E}{r + R} = \frac{ne}{nr_0 + R}$$

$$\text{Nếu } R \gg nr_0 \text{ thì : } I_{nt} \approx \frac{ne}{R} = nI_1$$

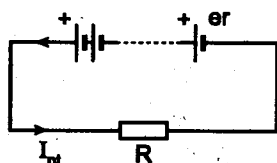
với I_1 là cường độ dòng khi mắc R với một pin (e, r_0).

• Ghép song song cùng chiều n pin ta được bộ nguồn $E = e$ và $r = \frac{r_0}{n}$. Dòng điện qua R (Hình 2.16) :

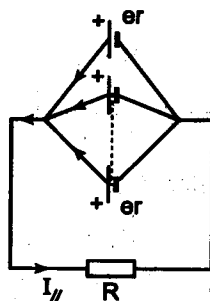
$$I_{//} = \frac{E}{r + R} = \frac{e}{\frac{r_0}{n} + R}$$

$$\text{Nếu } R \gg nr_0 \text{ thì } R \gg \frac{r_0}{n}$$

$$\text{nên : } I_{//} \approx \frac{e}{R} = I_1$$



Hình 2.15



Hình 2.16

Vậy ghép nối tiếp cùng chiều các pin cho dòng ra mạch ngoài của R lớn gấp n lần trường hợp ghép song song cùng chiều. Tương ứng với điều đó là hiệu điện thế mạch ngoài tức là hiệu điện thế trên điện trở tải R cũng lớn gấp n lần nhau.

Chú ý rằng kết quả trên là ứng với điện trở ngoài lớn : $R \gg r_0$. Khi điện trở ngoài rất nhỏ $R \ll r_0$ thì ngược lại

$$I_{nt} \approx \frac{e}{r_0} \text{ và } I_{//} \approx \frac{ne}{r_0}$$

Đó chính là kết quả khi xét dòng đoản mạch ($R = 0$) ta có : Dòng đoản mạch của bộ nguồn n pin mắc song song chiều lớn gấp n lần dòng đoản mạch của bộ nguồn mắc nối tiếp cùng chiều :

$$I_{//}^{\text{đoản mạch}} = n I_{\text{nt}}^{\text{đoản mạch}} = n I_{e(1\text{pin})}^{\text{đoản mạch}}$$

● Bài tập mẫu

Có n pin giống nhau (e, r_0) mắc nối tiếp cùng chiều thành một mạch điện hình tròn (Hình 2.17). Tìm hiệu điện thế giữa 2 nút bất kì của mạch điện này.

Giải

Ta vẽ hình với $n = 8$, nhưng kết quả sau đây đúng với mọi n nguyên dương $n \geq 2$. Cường độ dòng điện trong mạch :

$$I = \frac{ne}{nr_0} = \frac{e}{r_0} = I_{\text{đoản mạch của 1 pin}}$$

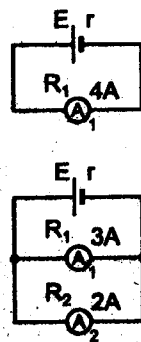
Do đó hiệu điện thế hai cực mỗi nguồn đều bằng không. Vậy nên

$$U_{AB} = U_{AC} = \dots = U_{MN} \equiv 0$$

4. Một vài bài tập vận dụng định luật Ôm cho toàn mạch

● Bài tập mẫu

Có một nguồn điện (E, r) và hai ampe kế thực $\textcircled{A}_1, \textcircled{A}_2$. Mắc ampe kế $\textcircled{A}_1$ với nguồn điện, ampe kế $\textcircled{A}_1$ chỉ 4A. Nếu mắc hai ampe kế song song với nhau vào nguồn điện, ampe kế $\textcircled{A}_1$ chỉ 3A và ampe kế $\textcircled{A}_2$ chỉ 2A (Hình 2.18). Hỏi các ampe kế chỉ bao nhiêu khi chỉ mắc riêng ampe kế $\textcircled{A}_2$ với nguồn và mắc nối tiếp hai ampe kế với nguồn.



Hình 2.18

Giải. Gọi R_1 và R_2 là điện trở hai ampe kế. Giả thiết khi mắc song song hai ampe kế với nguồn điện cho ta :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{3}$$

Điện trở tương đương của hai ampe kế mắc song song là :

$$R_{//} = (R_1 // R_2) = (R_1 // \frac{3}{2} R_1) = \frac{3}{2+3} R_1 = \frac{3}{5} R_1$$

Định luật Ôm toàn mạch cho ta :

$$E = 4(r + R_1)$$

$$E = 5(r + R_{//}) = 5(r + \frac{3}{5} R_1)$$

Suy ra :

$$4(r + R_1) = 5(r + \frac{3}{5} R_1) \Rightarrow R_1 = r \Rightarrow \begin{cases} E = 8r \\ R_2 = \frac{3}{2} r \end{cases}$$

Khi mắc ampe kế A_2 với nguồn, số chỉ ampe kế là :

$$I_2 = \frac{E}{r + R_2} = \frac{E}{r + \frac{3}{2} r} = \frac{2E}{5r} = \frac{2}{5} \cdot 8 = \frac{16}{5} = 3,2A$$

Khi mắc nối tiếp hai ampe kế với nguồn, các ampe kế chỉ :

$$I_{nt} = \frac{E}{r + R_1 + R_2} = \frac{E}{r + r + \frac{3}{2} r} = \frac{2E}{7r} = \frac{2}{7} \cdot 8 = \frac{16}{7} A$$

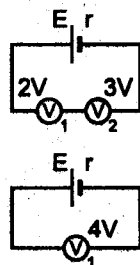
■ Bài luyện tập

Có một nguồn điện và hai ampe kế giống nhau $\textcircled{A}$. Khi mắc một ampe kế với nguồn điện, ampe kế chỉ 2A. Hỏi các ampe kế chỉ bao nhiêu khi mắc hai ampe kế nối tiếp nhau với nguồn điện trên. Biết rằng khi hai ampe kế song song mắc với nguồn thì chúng có cùng số chỉ là 1,5A.

ĐS : $I_{nt} = 1,2A$

● Bài tập mẫu

Một nguồn điện (E, r) và hai vôn kế thực $\textcircled{V}_1, \textcircled{V}_2$ mắc nối tiếp nhau thành mạch kín thì vôn kế $\textcircled{V}_1$ chỉ 2V và vôn kế $\textcircled{V}_2$ chỉ 3V. Mắc riêng vôn kế $\textcircled{V}_1$ với nguồn thì vôn kế $\textcircled{V}_1$ chỉ 4V (Hình 2.19). Tìm suất điện động E của nguồn điện. Tính số chỉ các vôn kế khi mắc riêng vôn kế $\textcircled{V}_2$ với nguồn và khi ghép song song hai vôn kế rồi mắc với nguồn điện đó.



Hình 2.19

Giải. Gọi R_1 và R_2 là điện trở của hai vôn kế $\textcircled{V}_1$ và $\textcircled{V}_2$. Dùng hệ thức liên hệ hiệu điện thế hai cực nguồn điện với suất điện động và với R là điện trở ngoài :

$$U_{AB} = \frac{R}{r + R} E \Rightarrow E = U_{AB} \left(\frac{r}{R} + 1 \right)$$

Trường hợp mắc vôn kế $\textcircled{V}_1$ với nguồn ta có :

$$E = 4 \left(\frac{r}{R_1} + 1 \right) \quad (*)$$

Trường hợp ghép nối tiếp hai vôn kế rồi mắc với nguồn ta có :

$$E = 5 \left(\frac{r}{R_1 + R_2} + 1 \right) \quad (**)$$

và dòng điện qua hai vôn kế giống nhau cho ta : $\frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{3}$

Do đó $(R_1 \text{ nt } R_2) = R_1 + R_2 = R_1 + \frac{3}{2} R_1 = \frac{5}{2} R_1$

$$(R_1 // R_2) = (R_1 // \frac{3}{2} R_1) = \frac{3}{2+3} R_1 = \frac{3}{5} R_1 = R_{//}$$

Ta viết lại phương trình (**):

$$E = 5 \left(\frac{r}{R_1 + R_2} + 1 \right) = 5 \left(\frac{r}{\frac{5}{2} R_1} + 1 \right) = 5 \left(\frac{2r}{5R_1} + 1 \right)$$

Kết hợp với (*), ta rút ra :

$$4 \left(\frac{r}{R_1} + 1 \right) = 5 \left(\frac{2r}{5R_1} + 1 \right)$$

$$\Rightarrow R_1 = 2r \Rightarrow \begin{cases} R_2 = 3r \\ E = 6V \\ R_{//} = \frac{6}{5}r \end{cases}$$

Khi mắc riêng vôn kế $\textcircled{V}_2$ với nguồn điện :

$$U_2 = \frac{R_2}{r + R_2} E = \frac{3r}{r + 3r} \cdot 6 = 4,5V$$

Khi ghép song song hai vôn kế rồi mắc với nguồn điện :

$$U_{//} = \frac{R_{//}}{r + R_{//}} E = \frac{\frac{6}{5}r}{r + \frac{6}{5}r} \cdot 6 = \frac{36}{11} \text{ V} \approx 3,27 \text{ V}$$

■ Bài luyện tập

Có một nguồn điện và 3 vôn kế giống nhau. Mắc một vôn kế với nguồn, vôn kế chỉ 3V. Ghép nối tiếp cả ba vôn kế rồi mắc với nguồn, mỗi vôn kế chỉ 2V. Tìm suất điện động của nguồn điện E và số chỉ mỗi vôn kế khi ghép hai vôn kế nối tiếp nhau rồi mắc vào nguồn điện đó.

$$\text{ĐS : } E = 12 \text{ V ; } U_2 = 2,4 \text{ V}$$

● Bài tập mẫu

1. Có một nguồn điện (E, r), một điện trở $R = 5\Omega$ và một vôn kế $\textcircled{V}$ có điện trở $R_V = 50\Omega$. Người ta thấy khi ghép nối tiếp R với vôn kế $\textcircled{V}$ rồi mắc vào nguồn điện và khi ghép song song R với $\textcircled{V}$ rồi mắc vào nguồn điện thì số chỉ của vôn kế trong hai trường hợp là như nhau. Tìm điện trở trong r của nguồn điện.

2. Bỏ vôn kế $\textcircled{V}$ đi, ta dùng hai ampe kế $\textcircled{A}_1$ và $\textcircled{A}_2$. Khi ghép nối tiếp hai ampe kế và nối tiếp với R rồi mắc vào nguồn điện trên, các ampe kế đều chỉ 9A. Khi ghép song song hai ampe kế và nối tiếp với R rồi mắc vào nguồn điện trên, thì các ampe kế chỉ 4A và 6A. Tìm suất điện động E của nguồn điện trên.

Giải

1. Mắc vôn kế V (Hình 2.20a) : Gọi R_V là điện trở vôn kế V

Khi ghép R nt R_V , số chỉ vôn kế là U_{V_1} :

$$U_{V_1} = \frac{R_V}{r + R + R_V} E$$

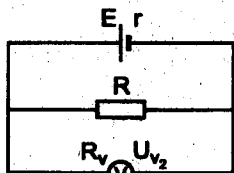
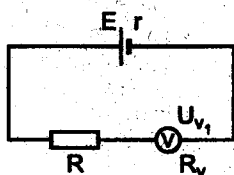
Khi ghép R // R_V , số chỉ vôn kế là U_{V_2}

$$U_{V_2} = \frac{R_{//}}{r + R_{//}} E = \frac{\frac{RR_V}{R + R_V}}{r + \frac{RR_V}{R + R_V}} E = \frac{RR_V E}{RR_V + r(R + R_V)}$$

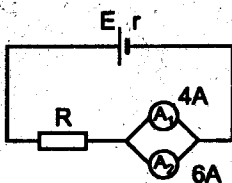
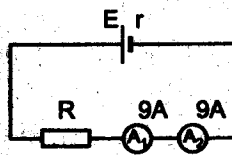
Theo giả thiết $U_{v_1} = U_{v_2}$, suy ra :

$$R(r + R + R_v) = RR_v + r(R + R_v)$$

Rút ra $R^2 = rR_v \Rightarrow r = \frac{R^2}{R_v} = \frac{5^2}{50} = 0,5\Omega$



a)



b)

Hình 2.20

2. Mắc 2 ampe kế A_1, A_2 (Hình 2.20b) : Gọi R_1 và R_2 là điện trở của các ampe kế. Biểu thức định luật Ôm cho ta 2 phương trình :

$$E = 9(r + R + R_1 + R_2) = 9(0,5 + 5 + R_1 + R_2) = 9(5,5 + R_1 + R_2)$$

$$E = 10(r + R + R_{\parallel}) = 10(0,5 + 5 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}) = 10(5,5 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})$$

Hai ampe kế mắc song song cho ta : $R_1 = \frac{6}{4}R_2 = \frac{3}{2}R_2$

Giải hệ 3 phương trình trên với 3 ẩn R_1, R_2, E ta được

$$R_2 = 3\Omega ; R_1 = 4,5\Omega \text{ và } E = 117V$$

■ Bài luyện tập

Có một nguồn điện (E, r) , điện trở R và hai ampe kế A_1, A_2 . Nếu ghép nối tiếp hai ampe kế rồi nối tiếp thêm với R rồi mắc vào nguồn điện trên thì hai ampe kế chỉ 2A. Còn nếu ghép song song hai ampe kế rồi nối tiếp với R , sau đó mắc vào nguồn điện trên thì các ampe kế chỉ 1A và 2A. Tìm cường độ dòng điện trong mạch điện khi chỉ mắc điện trở R vào nguồn điện đó.

ĐS : $I = 3,5A$.

● Bài tập mẫu

Có một nguồn điện ($E, r = 1\Omega$) với 2 ampe kế giống nhau và 2 vôn kế giống nhau mắc như Hình 2.21. Biết số chỉ của ampe kế $\textcircled{A}_1$ là 2A số chỉ của 2 vôn kế là : $U_{V_1} = 4U_{V_2} = 24V$. Hãy tìm suất điện động E và số chỉ ampe kế $\textcircled{A}_2$.

Giải : Gọi R_A và R_V là điện trở của ampe kế và vôn kế. Số chỉ $I_{A_1} = 2A$ và

$$U_{V_1} = 24V \text{ cho ta : } R_V = \frac{U_{V_1}}{I_{A_1}} = \frac{24}{2} = 12\Omega$$

$$\text{Từ đó tính được } I_{V_2} = \frac{U_{V_2}}{R_V} = \frac{6}{12} = 0,5A$$

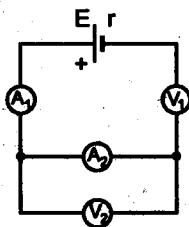
$$\text{Suy ra : } I_{A_2} = I_{A_1} - I_{V_2} = 2 - 0,5 = 1,5A$$

$$\text{Điện trở ampe kế : } R_A = \frac{U_{V_2}}{I_{A_2}} = \frac{6}{1,5} = 4\Omega$$

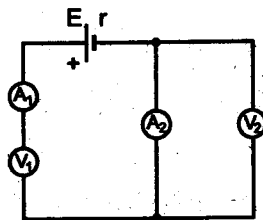
Suất điện động nguồn điện :

$$E = I_{A_1} \left(r + R_A + R_V + \frac{R_A R_V}{R_A + R_V} \right)$$

$$E = 2 \left(1 + 4 + 12 + \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} \right) = 40V$$



Hình 2.21



Hình 2.22

■ Bài luyện tập

Một nguồn điện ($E, r = 2\Omega$) mắc với 2 ampe kế giống nhau và 2 vôn kế giống nhau như Hình 2.22. Biết rằng $R_V = 2R_A$ và số chỉ $I_{A_2} = 2A$; $U_{V_2} = 12V$. Hãy tìm suất điện động E và số chỉ các dụng cụ đo còn lại.

$$\text{ĐS : } E = 72V ; I_{A_1} = 3A ; U_{V_1} = 36V$$

● Bài tập mẫu

Có hai nguồn điện (E_1, r_1) và (E_2, r_2) . Một ampe kế $\textcircled{A}$ khi mắc với nguồn E_1 có số chỉ 4A, khi mắc với nguồn E_2 có số chỉ 2A. Nếu ghép hai nguồn nối tiếp cùng chiều thì mắc với ampe kế, số chỉ là 4,5A. Còn ghép hai nguồn nối tiếp ngược chiều rồi mắc với ampe kế, số chỉ là 1,5A. Hãy tìm E_1, E_2, r_1 và r_2 . Biết rằng ampe kế có điện trở $R = 4\Omega$ (Hình 2.23).

Giải : Biểu thức của định luật Ôm toàn mạch cho ta :

$$E_1 = 4(r_1 + 4) \quad (*)$$

$$E_2 = 2(r_2 + 4) \quad (**)$$

$$E_1 + E_2 = 4,5(r_1 + r_2 + 4)$$

$$E_1 - E_2 = 1,5(r_1 + r_2 + 4)$$

Cộng vế với vế (*) và (**):

$$E_1 + E_2 = 4,5(r_1 + r_2) + 18 = 4r_1 + 2r_2 + 24$$

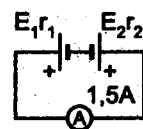
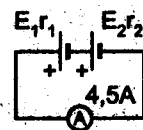
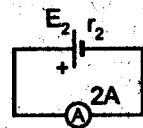
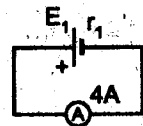
Trừ vế với vế :

$$E_1 - E_2 = 1,5(r_1 + r_2 + 4) = 4r_1 - 2r_2 + 8$$

Giải hệ 2 phương trình 2 ẩn r_1, r_2 mới thu được, ta có :

$$r_1 = r_2 = 2\Omega$$

Thay vào (*) và (**) ta được : $E_1 = 24V$ và $E_2 = 12V$



Hình 2.23

■ Bài luyện tập

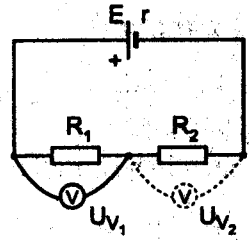
Hai nguồn điện có suất điện động E_1 và E_2 , điện trở trong bằng nhau $r_1 = r_2 = 1\Omega$. Mắc một ampe kế $\textcircled{A}$ vào nguồn E_1 , số chỉ ampe kế là 2A. Mắc ampe kế $\textcircled{A}$ vào nguồn E_2 , số chỉ ampe kế là 1A. Mắc nối tiếp cùng chiều hai nguồn điện với ampe kế $\textcircled{A}$, số chỉ là 2,25A. Tìm suất điện động của hai nguồn điện và số chỉ ampe kế I_A khi mắc $\textcircled{A}$ với hai nguồn điện nối tiếp ngược chiều.

$$\text{ĐS : } E_1 = 6V ; E_2 = 3V ; I_A = 0,75A$$

● Bài tập mẫu

Một nguồn điện $(E, r = 6\Omega)$ và hai điện trở $R_1 = 24\Omega, R_2 = 36\Omega$ mắc nối tiếp ở mạch ngoài. Mắc một vôn kế V song song với R_1 thì thấy vôn kế chỉ $U_{V_1} = 36V$.

Mắc vôn kế V song song với R_2 thì thấy vôn kế chỉ $U_{V_2} = \frac{160}{3}$ V (Hình 2.24). Tìm suất điện động E của nguồn điện và xem vôn kế V sẽ chỉ bao nhiêu nếu mắc vôn kế song song với cả hai điện trở nối tiếp kể trên.



Hình 2.24

Giải

Gọi R_V là điện trở của vôn kế V :

$$U_{V_1} = \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V} \cdot \frac{E}{r + R_2 + \frac{R_1 R_V}{R_1 + R_V}} = \frac{R_1 R_V E}{(r + R_1 + R_2) R_V + R_1 R_2 + r R_1}$$

$$36 = \frac{24 R_V E}{66 R_V + 1008} \quad (*)$$

$$U_{V_2} = \frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V} \cdot \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 R_V}{R_2 + R_V}} = \frac{R_2 R_V E}{(r + R_1 + R_2) R_V + R_1 R_2 + r R_2}$$

$$\frac{160}{3} = \frac{36 R_V E}{66 R_V + 1080} \quad (**)$$

Để giải hệ phương trình, ta chia vế với vế (*) cho (**);

$$\frac{81}{80} = \frac{11 R_V + 180}{11 R_V + 168} \Rightarrow R_V = 72 \Omega$$

Suất điện động của nguồn E rút ra từ (*):

$$E = \frac{36(66 R_V + 1008)}{24 R_V} = \frac{36(66 \cdot 72 + 1008)}{24 \cdot 72} = 120 \text{ V}$$

Khi mắc vôn kế V song song với cả hai điện trở nối tiếp:

$$U_{V_3} = \frac{(R_1 + R_2) R_V}{R_1 + R_2 + R_V} \cdot \frac{E}{r + \frac{(R_1 + R_2) R_V}{R_1 + R_2 + R_V}} = \frac{(R_1 + R_2) R_V E}{r(R_1 + R_2 + R_V) + (R_1 + R_2) R_V}$$

$$U_{V_3} = \frac{(24 + 36) 72 \cdot 120}{6(24 + 36 + 72) + (24 + 36) 72} = 101,4 \text{ V}$$

● Bài tập mẫu

Có 2 pin giống nhau (e, r_0) mắc nối tiếp nhau thành mạch kín. Trường hợp thứ nhất mắc chúng nối tiếp cùng chiều. Trường hợp thứ hai mắc chúng nối tiếp ngược chiều (như Hình 2.25).

1. Tìm số chỉ của một vôn kế lí tưởng $\mathcal{V}_\infty$ ($R_V = \infty$) khi mắc chúng vào hai nút A, B.

2. Nếu thay vôn kế $\mathcal{V}_\infty$ bằng một ampe kế $\mathcal{A}_0$ lí tưởng ($R_A \approx 0$), thì số chỉ của $\mathcal{A}_0$ trong mỗi trường hợp là bao nhiêu.

Giải

1. Mắc $\mathcal{V}_\infty$: Vôn kế lí tưởng mắc vào A, B không làm ảnh hưởng đến dòng điện trong mạch.

• Trường hợp 1 : mắc nối tiếp cùng chiều hai pin, hai pin đều là nguồn phát điện (Hình 2.25a) :

$$I_1 = \frac{e + e}{r_0 + r_0} = \frac{e}{r_0} : \text{dòng đoạn mạch của pin}$$

$$U_{V_1}^{AB} = (-I_1)r_0 + e = -\frac{e}{r_0} \cdot r_0 + e = 0 : \text{tính theo đoạn}$$

mạch trên. Hoặc tính theo đoạn mạch dưới :

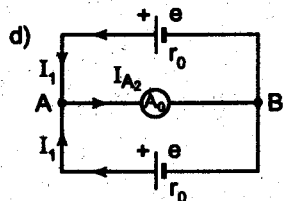
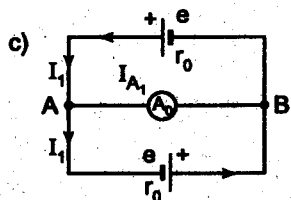
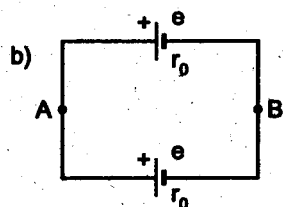
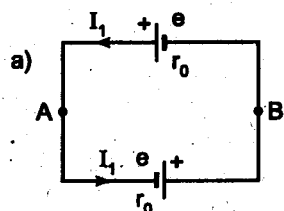
$$U_{V_1}^{AB} = I_1 \cdot r_0 - e = \frac{e}{r_0} \cdot r_0 - e = 0$$

• Trường hợp 2 : $I_2 = \frac{e - e}{r_0 + r_0} = 0$: không có dòng chạy qua 2 pin nên hiệu điện thế hai cực của nguồn bằng suất điện động của nguồn (Hình 2.25b).

$$U_{V_2}^{AB} = e$$

2. Mắc $\mathcal{A}_0$: Vì $R_A \approx 0$ nên hai nút A, B như được nối tắt, hai pin đều phát dòng đoạn mạch $I_1 = \frac{e}{r_0}$

• Trường hợp 1 (Hình 2.25c) : Định luật bảo toàn dòng ở A cho ta : $I_{A_1} = I_1 - I_1 = 0$



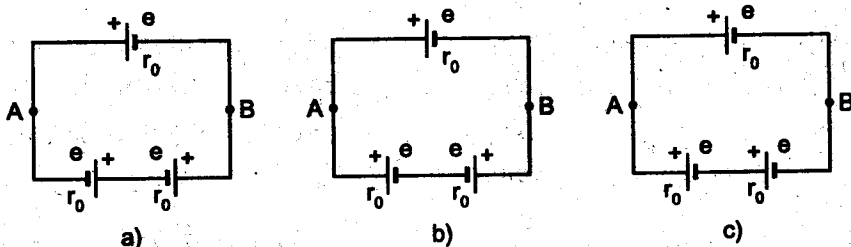
Hình 2.25

- Trường hợp 2 (Hình 2.25d) : Định luật bảo toàn dòng ở A cho ta :

$$I_{A_2} = I_1 + I_1 = 2I_1 = \frac{2e}{r_0}$$

■ Bài luyện tập

Có 3 pin giống nhau (e, r_0) mắc nối tiếp nhau thành mạch kín theo 3 cách khác nhau (Hình 2.26). Nếu mắc vào hai nút A, B một vôn kế lí tưởng $\textcircled{V}_\infty$ hoặc một ampe kế lí tưởng $\textcircled{A}_0$ thì số chỉ của chúng trong mỗi trường hợp là bao nhiêu ?



Hình 2.26

$$\text{ĐS: } U_{V_1} = 0; U_{V_2}^{AB} = \frac{2e}{3}; U_{V_3}^{AB} = \frac{4e}{3}$$

$$I_{A_1}^{BA} = \frac{e}{r_0}; I_{A_2}^{AB} = \frac{e}{r_0}; I_{A_3} = \frac{3e}{r_0}$$

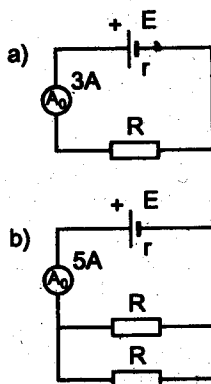
● Bài tập mẫu

Có một nguồn điện (E, r) và hai điện trở giống nhau $R = 4\Omega$. Mắc một điện trở R với nguồn điện và một ampe kế lí tưởng $\textcircled{A}_0$ thì số chỉ là 3A. Ghép song song hai điện trở R thì số chỉ của $\textcircled{A}_0$ là 5A. Tìm E và r (Hình 2.27).

Giải

Mỗi trường hợp cho ta một phương trình của hai biến số E, r :

$$\begin{aligned} E &= 3(r + 4) \\ E &= 5(r + 2) \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} r &= 1\Omega \\ E &= 15V \end{aligned}$$

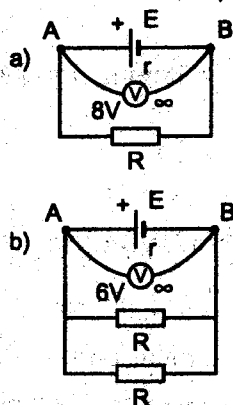


Hình 2.27

■ Bài luyện tập

Cũng với hai điện trở $R = 4\Omega$ như bài trên nhưng ta thay ampe kế $\textcircled{A}_0$ bằng một vôn kế lí tưởng $\textcircled{V}_\infty$ mắc vào hai cực của nguồn (E, r) thì số chỉ vôn kế là 6V và 8V. Tìm E, r (Hình 2.28).

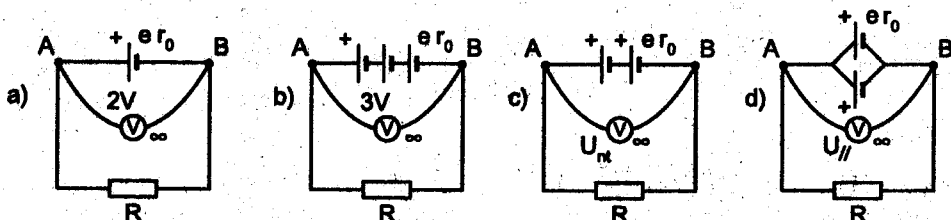
ĐS: $E = 12\text{V}, r = 2\Omega$



Hình 2.28

● Bài tập mẫu

Có 3 pin giống nhau (e, r_0) một điện trở R và một vôn kế lí tưởng $\textcircled{V}_\infty$ mắc vào hai cực bộ nguồn. Số chỉ của mỗi trường hợp cho ở trên Hình 2.29. Hỏi vôn kế sẽ chỉ bao nhiêu nếu dùng bộ nguồn là 2 pin (e, r_0) mắc song song cùng chiều và bộ nguồn 2 pin mắc nối tiếp cùng chiều.



Hình 2.29

Giải: Dùng công thức hiệu điện thế hai cực bộ nguồn (2.8') :

$$U_{AB} = \frac{R}{r + R} E$$

Ta có phương trình :

$$\left. \begin{aligned} 2 &= \frac{R}{r_0 + R} e \\ 3 &= \frac{R}{3r_0 + R} 3e \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = r_0$$

$$e = 4\text{V}$$

Khi mắc 2 pin nối tiếp cùng chiều (Hình 2.29c) :

$$U_{nt} = \frac{R}{2r_0 + R} \cdot 2e = \frac{2.4}{3} = \frac{8}{3} \text{V} \approx 2,67\text{V}$$

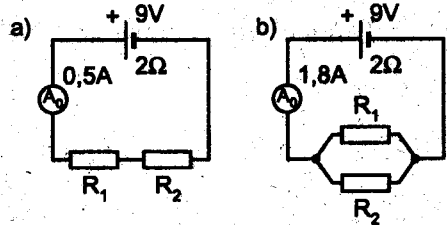
Khi mắc 2 pin song song cùng chiều (Hình 2.29d) :

$$U_{//} = \frac{R}{\frac{r_0}{2} + R} e = \frac{2e}{3} = \frac{8}{3} \text{ V} = 2,67 \text{ V}$$

■ Bài luyện tập

Có nguồn điện (9V ; 2Ω) và một ampe kế lí tưởng $\textcircled{A}_0$. Khi mắc nối tiếp hai điện trở R_1 , R_2 với nguồn, ampe kế chỉ 0,5A. Khi mắc $R_1 // R_2$ với nguồn, ampe kế chỉ 1,8A (Hình 2.30). Tìm R_1 , R_2 .

ĐS : $R_1 = 4\Omega$; $R_2 = 12\Omega$



Hình 2.30

● Bài tập mẫu

Có 3 pin giống nhau (e , r_0) và một ampe kế thực $\textcircled{A}$, điện trở R_A . Khi ghép hai pin nối tiếp cùng chiều và song song cùng chiều rồi mắc với $\textcircled{A}$ thì số chỉ lần lượt là 3A và 2A (Hình 2.31). Hỏi khi mắc một pin và khi mắc 3 pin nối tiếp cùng chiều thì ampe kế chỉ bao nhiêu ?

Giải : Hai sơ đồ giả thiết cho hai phương trình :

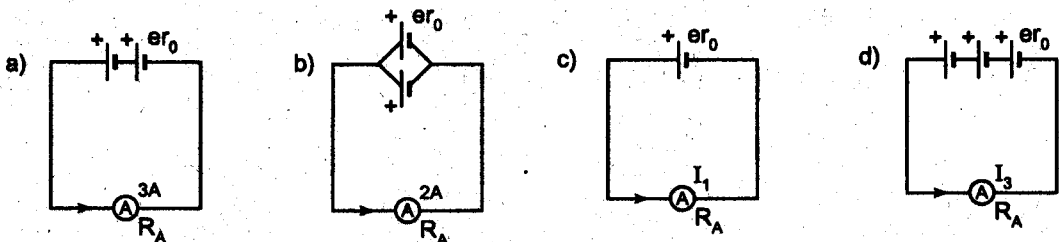
$$\left. \begin{aligned} 2e &= 3(2r_0 + R_A) \\ e &= 2\left(\frac{r_0}{2} + R_A\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_A = 4r_0 \rightarrow e = 9r_0$$

Khi mắc một pin với $\textcircled{A}$ (Hình 2.31c):

$$I_1 = \frac{e}{r_0 + R_A} = \frac{9r_0}{r_0 + 4r_0} = \frac{9}{5} \text{ A} = 1,8 \text{ A}$$

Khi mắc ba pin nối tiếp cùng chiều với $\textcircled{A}$ (Hình 2.31d) :

$$I_3 = \frac{3e}{3r_0 + R_A} = \frac{3 \cdot 9r_0}{3r_0 + 4r_0} = \frac{27}{7} \text{ A} = 3,86 \text{ A}$$



Hình 2.31

● Bài tập mẫu

Có hai nguồn điện ($\mathcal{E}_1 = 6\text{V}$, $r_1 = 1\Omega$) và ($\mathcal{E}_2 = 3\text{V}$, $r_2 = 1\Omega$). Tìm số chỉ của dụng cụ đo mắc trong mạch như Hình 2.32a, khi :

1. Dụng cụ đo là vôn kế lí tưởng ($\mathcal{V}_\infty$ ($R_V = \infty$))
2. Dụng cụ đo là ampe kế lí tưởng ($\mathcal{A}_0$ ($R_A = 0$))

Giải

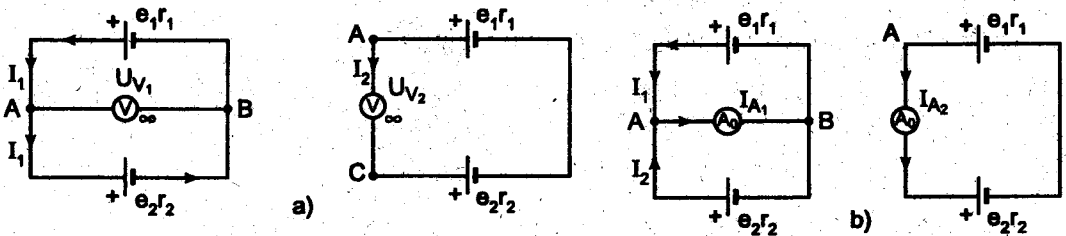
1. Mắc vôn kế ($\mathcal{V}_\infty$) : 2 nguồn điện mắc nối tiếp ngược chiều.

$$\text{Số đo 1 : } I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} = \frac{6 - 3}{1 + 1} = 1,5\text{A}$$

$$U_{V_1}^{AB} = -I_1 r_1 + \mathcal{E}_1 = I_1 r_2 - \mathcal{E}_2 = -1,5 + 6 = 4,5\text{V}$$

$$\text{Số đo 2 : } I_2 = 0 \text{ vì } R_V = \infty$$

$$U_{V_2}^{AC} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = 6 - 3 = 3\text{V}$$



Hình 2.32

2. Mắc ampe kế ($\mathcal{A}_0$) (Hình 2.32b) :

Số đo 1 : Hai nguồn đều phát điện với dòng đoản mạch :

$$I_{A_1}^{AB} = I_1 + I_2 = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} = \frac{6}{1} + \frac{3}{1} = 9\text{A}$$

Số đo 2 : 2 nguồn mắc nối tiếp ngược chiều :

$$I_{A_2}^{AC} = I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} = \frac{6 - 3}{1 + 1} = 1,5\text{A}$$

■ Bài luyện tập

Vấn hai sơ đồ 1 và sơ đồ 2 như bài tập mẫu trên nhưng đổi chiều nguồn ($\mathcal{E}_2$, r_2) ngược lại. Tìm số chỉ dụng cụ đo khi là vôn kế lí tưởng $\mathcal{V}_\infty$ và khi là ampe kế lí tưởng $\mathcal{A}_0$.

$$\text{ĐS: } U_{V_1}^{AB} = 1,5V; U_{V_2}^{AB} = 9V; I_{A_1}^{AC} = 3A; I_{A_2}^{AC} = 4,5A$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về định luật Ôm cho toàn mạch (mạch kín).

Từ công thức $I = \frac{E}{r + R}$, ta có các phát biểu sau :

- A. Với một nguồn điện (E , r), cường độ dòng điện trong mạch kín tỉ lệ nghịch với điện trở mạch ngoài.
- B. Với một điện trở ngoài đã cho R , cường độ dòng điện trong mạch kín tỉ lệ thuận với suất điện động E và tỉ lệ nghịch với điện trở trong r .
- C. Cho trước điện trở ngoài R , với các nguồn điện cùng điện trở trong r , cường độ dòng trong mạch kín tỉ lệ thuận với suất điện động nguồn điện E .
- D. Với dòng điện trong mạch kín không đổi, suất điện động E của nguồn điện tỉ lệ nghịch với điện trở toàn phần của mạch điện.

ĐS : C

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về định luật Ôm cho toàn mạch (mạch kín).

Từ công thức $E = Ir + IR = Ir + U_{AB}$, ta có các phát biểu sau :

- A. Suất điện động của nguồn điện có giá trị bằng tổng các độ giảm thế mạch trong và độ giảm thế mạch ngoài.
- B. Tổng của hiệu điện thế hai cực nguồn điện với độ giảm thế mạch trong thì luôn bằng giá trị suất điện động nguồn điện.
- C. Với một nguồn điện (E , r), hiệu điện thế hai cực tăng đồng biến với giá trị điện trở ngoài R và đạt đến giá trị cực đại $U_{AB}^{\max} = E$ khi $R \rightarrow \infty$.
- D. Với một nguồn điện (E , r), độ giảm thế mạch trong $U_r = rI$ tỉ lệ thuận với dòng điện I nên tỉ lệ nghịch với điện trở ngoài R .

ĐS : D.

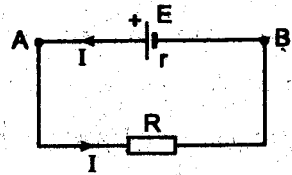
5. Công suất tiêu thụ ở mạch ngoài

a) Một nguồn điện (E, r) cung cấp điện cho mạch ngoài là một điện trở tải R (Hình 2.33).
Dòng trong mạch là :

$$I = \frac{E}{r + R}$$

Công suất tiêu thụ điện ở mạch ngoài là :

$$\mathcal{P}_N = RI^2 = \frac{RE^2}{(r + R)^2}$$



Hình 2.33

Ta thấy công suất tiêu thụ điện ở mạch ngoài là hàm số của điện trở mạch ngoài R .

b) Công suất tiêu thụ điện ở mạch ngoài cực đại.

Để khảo sát giá trị cực đại của $\mathcal{P}_N$ theo R ta có thể dùng phương pháp đạo hàm theo biến số R .

$$\mathcal{P}'_N = \frac{(r + R)^2 E^2 - RE^2 \cdot 2(2 + R)}{(r + R)^4} = \frac{(r^2 - R^2)E^2}{(r + R)^3}$$

Cho đạo hàm bằng không : $\mathcal{P}'_N = 0 \rightarrow R = r$ hàm $\mathcal{P}_N$ sẽ có cực trị và dễ dàng thấy đó là cực đại.

$$\mathcal{P}_N^{\max} = \frac{rE^2}{(r + r)^2} = \frac{E^2}{4r}$$

Ta cũng có thể tìm $\mathcal{P}_N^{\max}$ bằng phương pháp bất đẳng thức Cô-si :

$$\mathcal{P}_N = \frac{RE^2}{(r + R)^2} = \frac{E^2}{\left(\frac{r}{\sqrt{R}} + \sqrt{R}\right)^2} = \frac{E^2}{(A + B)^2}$$

với $A = \frac{r}{\sqrt{R}}$ và $B = \sqrt{R}$. Bất đẳng thức Cô-si cho ta : $(A + B)^2 \geq 4AB$

Suy ra :

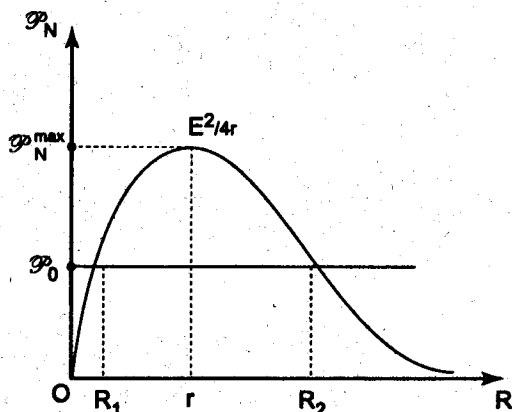
$$\mathcal{P}_N = \frac{RE^2}{(r + R)^2} = \frac{E^2}{(A + B)^2} \leq \frac{E^2}{4AB} = \frac{E^2}{4 \frac{r}{\sqrt{R}} \sqrt{R}} = \frac{E^2}{4r} = \mathcal{P}_N^{\max}$$

Dấu bằng (=) của bất đẳng thức Cô-si xảy ra khi $A = B$

$$\frac{r}{\sqrt{R}} = \sqrt{R} \Rightarrow R = r$$

Ta có lại các kết quả như trên.

c) Ta lập bảng biến thiên của $\mathcal{P}_N(R)$ và vẽ đồ thị để thấy rõ sự biến thiên và phụ thuộc của $\mathcal{P}_N$ theo R (Hình 2.34).



Hình 2.34

R	0	r		∞
$\mathcal{P}'_N$		+	0	-
$\mathcal{P}_N$	0	$\mathcal{P}_N^{\max} = \frac{E^2}{4r}$		0

● Bài tập mẫu

Có một nguồn điện ($E = 6V$, $r = 2\Omega$)

a) Tìm giá trị điện trở mạch ngoài để công suất mạch ngoài cực đại và tính cực đại đó.

b) Muốn có công suất mạch ngoài $P_0 = 4W$ thì điện trở mạch ngoài bằng bao nhiêu.

c) Với điện trở mạch ngoài $R_1 = 3\Omega$ thì công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_1$ bằng bao nhiêu. Hỏi phải mắc thêm điện trở X bằng bao nhiêu để công suất mạch ngoài vẫn bằng $\mathcal{P}_1$ đó.

Giải

$$a) \quad \mathcal{P}_N = RI^2 = \frac{RE^2}{(r+R)^2} = \frac{E^2}{\left(\frac{r}{\sqrt{R}} + \sqrt{R}\right)^2} \leq \frac{E^2}{4 \cdot \frac{r}{\sqrt{R}} \cdot \sqrt{R}} = \frac{E^2}{4r} = \mathcal{P}_{\max}$$

$$\mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r} = \frac{6^2}{4 \cdot 2} = 4,5W \text{ xảy ra khi } R = r = 2\Omega.$$

$$b) \text{ Cho } \mathcal{P}_0 = 4W = \frac{RE^2}{(r+R)^2} = \frac{36R}{(2+R)^2} \rightarrow R^2 - 5R + 4 = 0$$

$$R = \begin{cases} 1\Omega \\ 4\Omega \end{cases}$$

Ta có 2 giá trị điện trở ngoài $R_1 = 1\Omega$ và $R_2 = 4\Omega$ ứng với cùng công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_0 = 4W$. Để dùng thử lại hệ thức :

$$R_1 R_2 = r^2$$

$$1 \cdot 4 = 2^2$$

$$c) \quad \mathcal{P}_1 = \frac{R_1 E^2}{(r+R_1)^2} = \frac{3 \cdot 6^2}{(2+3)^2} = 4,32W$$

Giá trị điện trở ngoài R_2 có cùng công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_1 = 4,32W$ tính theo công thức đã biết :

$$R_2 = \frac{r^2}{R_1} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}\Omega < R_1 = 3\Omega$$

Vì $R_2 < R$ nên muốn ghép X với R_1 để có R_2 thì phải ghép song song :

$$R_2 = (R // X) = \frac{RX}{R+X} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{3X}{3+X}$$

$$X = 2,4\Omega$$

■ Bài luyện tập

Một nguồn điện ($E, r = 1\Omega$) có công suất mạch ngoài cực đại bằng $\mathcal{P}_{\max} = 20,25W$.

a) Tìm suất điện động E của nguồn.

b) Tìm điện trở ngoài R để công suất mạch ngoài là $\mathcal{P}_0 = 11,25W$

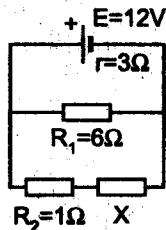
ĐS : $E = 9V$; $R_1 = 5\Omega, R_2 = 0,2\Omega$.

● Bài tập mẫu

Cho mạch điện như Hình 2.35.

a) Tìm điện trở X để công suất mạch ngoài cực đại và tính cực đại này.

b) Tìm X để công suất trên điện trở X cực đại và tính cực đại này.



Hình 2.35

Giải

$$a) \text{ Điện trở mạch ngoài } R = [6 \parallel (X + 1)] = \frac{6(X + 1)}{6 + X + 1} = \frac{6(X + 1)}{7 + X}$$

Công suất mạch ngoài cực đại khi $R = r$

$$\frac{6(X + 1)}{7 + X} = 3 \Rightarrow X = 5\Omega$$

$$\text{Giá trị cực đại là : } \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r} = \frac{12^2}{4 \cdot 3} = 12W$$

b) Dòng điện mạch chính từ nguồn ra :

$$I_c = \frac{E}{r + R} = \frac{12}{3 + R} = \frac{12}{3 + \frac{6(X + 1)}{7 + X}} = \frac{12(7 + X)}{9(3 + X)} = \frac{4(7 + X)}{3(3 + X)}$$

Dòng điện qua điện trở X :

$$I_x = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + X} \cdot I_c = \frac{6}{6 + 1 + X} \cdot I_c = \frac{6}{7 + X} \cdot \frac{4(7 + X)}{3(3 + X)} = \frac{8}{3 + X}$$

Công suất trên X :

$$\mathcal{P}_x = X I_x^2 = \frac{X \cdot 64}{(3 + X)^2} = \frac{64}{\left(\frac{3}{\sqrt{X}} + \sqrt{X}\right)^2} \leq \frac{64}{4 \cdot \frac{3}{\sqrt{X}} \cdot \sqrt{X}} = \frac{16}{3} W$$

$$\mathcal{P}_X^{\max} = \frac{16}{3} \text{ W khi } X = 3\Omega.$$

Ta còn có thể giải câu này bằng cách đưa R_1 và R_2 vào trong nguồn để có nguồn tương đương mới mà X là điện trở mạch ngoài. Ta sẽ nhắc lại ở cuối mục II.

● Bài tập mẫu

Cho nguồn điện (E, r) và 4 điện trở R mắc như Hình 2.36. Tìm liên hệ giữa R và r biết rằng công suất mạch ngoài khi K đóng và khi K mở là như nhau.

Giải. Điện trở mạch ngoài khi K mở :

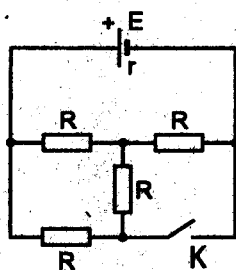
$$R_N^m = R + \frac{2R}{3} = \frac{5}{3}R$$

$$\text{và khi } K \text{ đóng : } R_N^d = \left[R // \left(R + \frac{R}{2} \right) \right] = \left(R // \frac{3}{2}R \right) = \frac{3}{3+2}R = \frac{3}{5}R$$

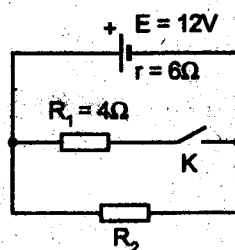
Hai giá trị điện trở mạch ngoài này cùng ứng với một công suất mạch ngoài. Vậy nên chúng nhận giá trị điện trở trong r là trung bình nhân :

$$R_N^m \cdot R_N^d = \frac{5}{3}R \cdot \frac{3}{5}R = r^2$$

Ta rút ra : $R = r$.



Hình 2.36



Hình 2.37

■ Bài luyện tập

Tìm R_2 trong sơ đồ mạch điện vẽ ở Hình 2.37. Biết rằng khi K đóng và khi K mở thì công suất mạch ngoài đều như nhau. Tìm công suất đó.

$$\text{ĐS : } R_2 = 12\Omega. P_N = \frac{16}{3} \text{ W}$$

d) Nếu cho trước một công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_0 < \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r}$, ta cần tìm điện trở R của mạch ngoài tương ứng. Thay $\mathcal{P}_0$ vào biểu thức $\mathcal{P}_R$:

$$\mathcal{P}_0 = \frac{RE^2}{(r+R)^2} \Rightarrow \mathcal{P}_0 R^2 + (2r\mathcal{P}_0 - E^2)R + r^2\mathcal{P}_0 = 0$$

ta có một phương trình bậc 2 của ẩn số R . Biệt thức $\Delta = E^2(E^2 - 4r\mathcal{P}_0)$

Ta có các trường hợp :

$$\Delta < 0 \Rightarrow \mathcal{P}_0 > \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r} \quad \text{bài toán vô nghiệm.}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow \mathcal{P}_0 = \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r} \Rightarrow R_1 = R_2 = \frac{E^2 - 2r\mathcal{P}_0}{2\mathcal{P}_0} = \frac{E^2 - 2r.E^2/4r}{2.E^2/4r} = r$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow \mathcal{P}_0 < \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r} \quad \text{bài toán có 2 nghiệm phân biệt :}$$

$$R_{1,2} = \frac{E^2 - 2r\mathcal{P}_0 \pm \sqrt{\Delta}}{2\mathcal{P}_0}$$

Tương ứng trên đồ thị $\mathcal{P}_N(R)$: đường thẳng $\mathcal{P}_N = \mathcal{P}_0$ cắt đồ thị tại 2 điểm không đối xứng nhau qua r . Xét tích 2 nghiệm này :

$$R_1.R_2 = \left(\frac{c}{a}\right) = \frac{r^2\mathcal{P}_0}{\mathcal{P}_0} = r^2$$

Ta có kết luận sau : Hai giá trị của điện trở mạch ngoài ứng với cùng một công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_0 (\mathcal{P}_0 < \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r})$ nhận giá trị điện trở trong của nguồn là trung bình nhân.

Kết quả này ta cũng có thể rút ra từ đẳng thức $\mathcal{P}(R_1) = \mathcal{P}(R_2)$

$$\frac{R_1 E^2}{(r+R_1)^2} = \frac{R_2 E^2}{(r+R_2)^2} \Rightarrow R_1 R_2 = r^2.$$

e) Nếu khảo sát công suất mạch ngoài là hàm số của cường độ dòng điện I trong mạch, ta có : $\mathcal{P}_N = EI - rI^2$

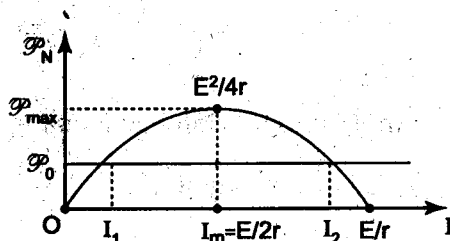
Đồ thị $\mathcal{P}_N(I)$ là một phần đường parabol hướng xuống (Hình 2.38). Giá trị cực đại của $\mathcal{P}_N$ ứng với đỉnh parabol khi

$$I_m = \frac{E}{2r} = \frac{I_{\text{đoàn mạch}}}{2}$$

($R = r$) và ta tính ngay được

$$\mathcal{P}_{\max} = E \cdot I_m - r I_m^2 =$$

$$= E \cdot \frac{E}{2r} - r \left(\frac{E}{2r} \right)^2 = \frac{E^2}{4r}$$



Hình 2.38

Cho trước giá trị $\mathcal{P}_0$ của công suất mạch ngoài ta tìm được 2 giá trị I_1, I_2 của cường độ dòng điện mà I_1, I_2 đối xứng nhau qua $I_m = \frac{E}{2r}$.

Nói khác đi : Hai giá trị cường độ dòng điện ứng với cùng một công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_0$ ($\mathcal{P}_0 < \mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r}$) nhận giá trị $I_m = \frac{E}{2r}$ bằng nửa dòng đoản mạch là trung bình cộng :

$$I_1 + I_2 = \frac{E}{2r} = \frac{I_{\text{đoàn mạch}}}{2}$$

f) Khi công suất mạch ngoài là cực đại $\mathcal{P}_{\max} = \frac{E^2}{4r}$ thì $R = r$ và $I_m = \frac{E}{2r} = \frac{E}{2R}$ khi đó hiệu suất của nguồn điện bằng :

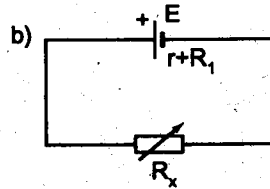
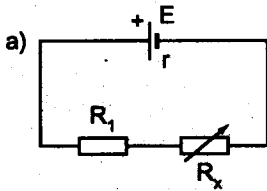
$$h = \frac{\mathcal{P}_N}{\mathcal{P}_E} = \frac{RI_m^2}{EI_m} = \frac{RI_m}{E} = \frac{R}{E} \cdot \frac{E}{2R} = \frac{1}{2} = 50\%.$$

g) Nếu cần khảo sát công suất cực đại trên một điện trở của mạch ngoài, ta tìm cách đưa về bài toán công suất mạch ngoài cực đại bằng động tác đưa các điện trở khác của mạch ngoài "vào trong nguồn" đã cho và có nguồn điện mới tương đương.

● Bài tập mẫu

Tìm giá trị biến trở R_x trong mạch điện vẽ ở Hình 2.39a để công suất trên biến trở là cực đại và tính giá trị cực đại đó.

Giải : Ta "đưa R_1 vào trong nguồn" và có sơ đồ mới tương đương với điện trở trong $r' = r + R_1$. Khi đó R_x là điện trở mạch ngoài của nguồn mới tương đương (Hình 2.39b). Suy ra ngay kết quả :



Hình 2.39

$$\mathcal{P}_{R_x}^{\max} = \frac{E^2}{4r'} = \frac{E^2}{4(r + R_1)}$$

khi : $R_x = r' = r + R_1$. Cách làm này là nhanh nhất.

Ta cũng có thể khảo sát bình thường :

$$\mathcal{P}_{R_x} = R_x I^2 = \frac{R_x E^2}{(r + R_1 + R_x)^2} = \frac{E^2}{\left(\underbrace{\frac{r + R_1}{\sqrt{R_x}}}_A + \underbrace{\sqrt{R_x}}_B \right)^2} \leq$$

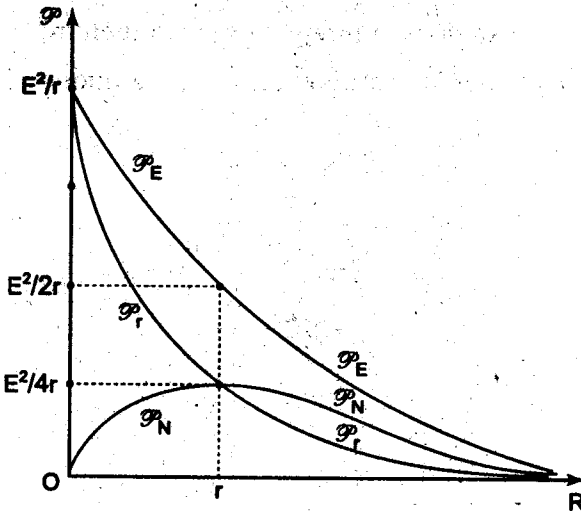
$$\leq \frac{E^2}{4AB} = \frac{E^2}{4(r + R_1)} = \mathcal{P}_{R_x}^{\max}$$

$$\mathcal{P}_{R_x}^{\max} \text{ xảy ra khi } A = B \Rightarrow R_x = r + R_1$$

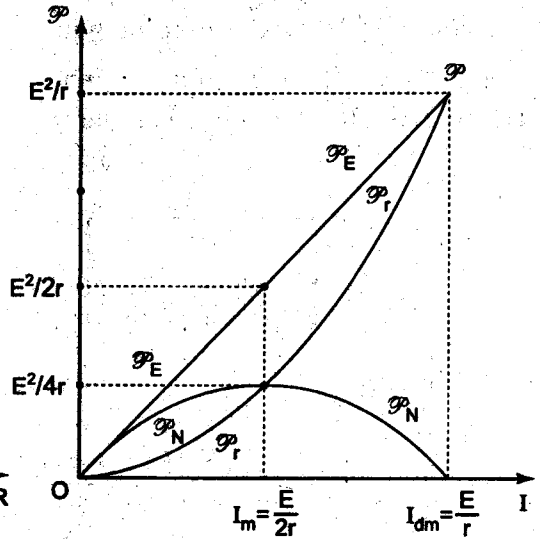
h) Ta có thể khảo sát mối liên hệ giữa công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_N$ với công suất hao phí ở điện trở trong $\mathcal{P}_r$ và công suất toàn phần của nguồn điện $\mathcal{P}_E$ theo 2 biến số : điện trở ngoài R và cường độ dòng điện I trong mạch.

$$\mathcal{P}_N = \frac{RE^2}{(r + R)^2} ; \mathcal{P}_r = \frac{rE^2}{(r + R)^2} ; \quad \mathcal{P}_N = EI - rI^2 ;$$

$$\mathcal{P}_r = rI^2; \quad \mathcal{P}_E = EI = \frac{E^2}{r + R}; \quad \mathcal{P}_E = EI$$



Hình 2.40



Hình 2.41

● Bài tập mẫu

Hai nguồn điện có cùng suất điện động e nhưng điện trở trong $r_1 \neq r_2$. Chúng có thể cung cấp cho mạch ngoài công suất lớn nhất $\mathcal{P}_1 = 60\text{W}$ và $\mathcal{P}_2 = 300\text{W}$. Hãy tìm công suất lớn nhất có thể cung cấp cho mạch ngoài của các bộ nguồn khi :

- Chúng mắc nối tiếp nhau cùng chiều.
- Chúng mắc song song nhau cùng chiều.

Giải

- Mắc hai nguồn điện nối tiếp cùng chiều.

Bộ nguồn tương đương : $E = 2e$; $r = r_1 + r_2$

$$\mathcal{P}_{nt}^{\max} = \frac{E_{nt}^2}{4r_{nt}} = \frac{(2e)^2}{4(r_1 + r_2)} = \frac{e^2}{r_1 + r_2} = \frac{1}{\frac{r_1}{e^2} + \frac{r_2}{e^2}}$$

Theo giả thiết :

$$\frac{e^2}{4r_1} = 60 \Rightarrow \frac{r_1}{e^2} = \frac{1}{4 \cdot 60} = \frac{1}{240}$$

$$\frac{e^2}{4r_2} = 300 \Rightarrow \frac{r_2}{e^2} = \frac{1}{4 \cdot 300} = \frac{1}{1200}$$

Vậy :

$$\mathcal{P}_{nt}^{\max} = \frac{1}{\frac{1}{240} + \frac{1}{1200}} = \frac{240 \cdot 1200}{240 + 1200} = 200W$$

b) Mắc hai nguồn song song cùng chiều : $E_{//} = e$; $\frac{1}{r_{//}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$

$$\mathcal{P}_{//}^{\max} = \frac{E_{//}^2}{4r_{//}} = \frac{e^2}{4} \cdot \frac{1}{r} = \frac{e^2}{4} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{e^2}{4r_1} + \frac{e^2}{4r_2} = 60 + 300 = 360W$$

Ta có nhận xét : mắc song song cho công suất mạch ngoài lớn hơn mắc nối tiếp hai nguồn.

■ Bài luyện tập

Cho hai nguồn điện ($e_1 = 12V$; $r_1 = 2\Omega$) ($e_2 = 3V$; $r_2 = 1\Omega$)

Tìm công suất mạch ngoài cực đại khi bộ nguồn là :

1. Hai nguồn ghép nối tiếp cùng chiều.
2. Hai nguồn ghép nối tiếp ngược chiều.

ĐS : $\mathcal{P}_1 = 18,75W$; $\mathcal{P}_2 = 6,75W$.

● Bài luyện tập

Cho hai pin giống nhau (e, r_0). Mỗi pin có thể cung cấp ra mạch ngoài một công suất lớn nhất là $\mathcal{P}_1 = \frac{e^2}{4r_0}$. Hỏi khi ghép hai pin đó nối tiếp cùng chiều và ghép song song cùng chiều thì công suất mạch ngoài cực đại của mỗi bộ pin đó bằng bao nhiêu.

ĐS : $\mathcal{P}_{nt}^{\max} = \mathcal{P}_{//}^{\max} = 2 \mathcal{P}_1$.

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về công suất mạch ngoài của một nguồn điện (E, r).

- A. Công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_N = RI^2$ tăng tỉ lệ thuận với điện trở mạch ngoài R .
Đồ thị $\mathcal{P}_N(R)$ trong hệ toạ độ $(\mathcal{P}, R)$ là một đường thẳng qua gốc toạ độ.
- B. Dòng điện ở mạch ngoài chính do nguồn điện cung cấp. Do đó công suất mạch ngoài bằng với công suất của nguồn điện.
- C. Công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_N = RI^2$ tăng theo hàm bậc hai của cường độ dòng I . Đồ thị $\mathcal{P}_N(I)$ trong hệ toạ độ $(\mathcal{P}, I)$ là một parabol quay bề lõm lên trên.
- D. Công suất mạch ngoài đều bằng không ($\mathcal{P}_N = 0$) khi điện trở mạch ngoài $R = 0$ và $R = \infty$. Công suất mạch ngoài đạt giá trị cực đại $\mathcal{P}_N^{\max} = \frac{E^2}{4r}$ khi $R = r$.

ĐS. D.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về công suất mạch ngoài của một nguồn điện (E, r)

- A. Khi điện trở mạch ngoài R có giá trị bằng điện trở trong r ($R = r$) thì nguồn điện cung cấp ra mạch ngoài một công suất lớn nhất.
- B. Cho trước một công suất mạch ngoài $\mathcal{P}_0 < \mathcal{P}_N^{\max}$, ta tìm được hai giá trị điện trở ngoài R_1, R_2 cùng tương ứng với $\mathcal{P}_0$.
- C. Hai giá trị điện trở ngoài R_1, R_2 cùng ứng với một giá trị công suất mạch ngoài nào đó bất kì luôn nhận giá trị điện trở trong r là trung bình cộng: $R_1 + R_2 = 2r$.

- D. Giá trị cực đại của công suất mạch ngoài là $\mathcal{P}_N^{\max} = \frac{E^2}{4r}$

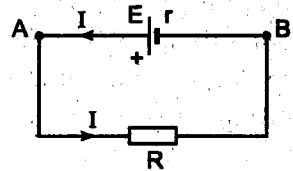
ĐS. C.

III – ĐỊNH LUẬT ÔM TỔNG QUÁT CHO ĐOẠN MẠCH CÓ NGUỒN ĐIỆN

1. Trong phần định luật Ôm cho toàn mạch, ta đã xét mạch kín như Hình 2.42 và đã có :

$$U_{AB} = RI_{AB}, \text{ khi xét mạch ngoài ARB.}$$

$U_{AB} = E - Ir$, khi xét đoạn mạch trong có nguồn điện. Ta sẽ mở rộng đẳng thức thứ hai này khi xét một đoạn mạch tổng quát bất kì, trên đó ngoài các điện trở thuần còn có các nguồn điện với các chiều mắc tùy ý.



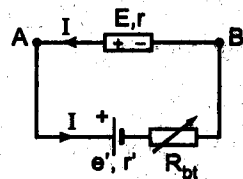
Hình 2.42

2. Các nguồn phát điện : như trong ví dụ ở Hình 2.42, dòng điện I đi từ cực dương của nguồn đi ra. Hay nói khác đi, dòng điện đi qua nguồn từ cực âm sang cực dương. Nguồn điện (E, r) trong trường hợp này cung cấp điện cho toàn mạch. Ở mạch ngoài, dòng điện này có thể làm sáng bóng đèn, chạy động cơ điện... Điện năng dự trữ trong nguồn sẽ chuyển hoá dần thành nhiệt năng, cơ năng, hoá năng, quang năng... Ta nhắc lại rằng ở các nguồn phát điện, dòng điện đi ra từ cực dương của nguồn điện.

3. Các nguồn thu điện : Xét mạch điện nạp acquy như Hình 2.43. Một nguồn điện mạch E phát dòng điện I ra mạch ngoài. Mạch ngoài gồm một acquy e' và một biến trở R_{bt} để điều chỉnh dòng nạp điện. Đối với acquy đang được nạp điện, dòng điện nạp I đi vào cực dương acquy. Hay nói khác đi, dòng nạp điện đi từ cực dương qua acquy sang cực âm. Trong acquy được nạp điện, dòng điện I sinh công gây ra các phản ứng hoá học, các lực hoá học kéo các electron và ion âm về điện cực âm acquy, kéo các ion dương về điện cực dương acquy, đi ngược với chiều của lực điện trong lòng acquy. Kết quả là các điện tích dương và điện tích âm được tích tụ ở hai điện cực, tạo nên một hiệu điện thế giữa hai điện cực acquy. Công của dòng điện Hình 2.43 acquy. Hay nói khác đi đã tích một điện năng dự trữ trong lòng acquy. Acquy khi được nạp điện gọi là nguồn thu điện. Nhắc lại rằng với các nguồn thu điện, dòng điện I đi vào cực dương.

Nếu viết biểu thức của dòng điện I trong mạch nạp acquy nói trên.

Ta có
$$I = \frac{E - e'}{r + r' + R_{bt}}$$



Hình 2.43

Trước suất điện động acquy e' có dấu trừ. Suất điện động nguồn nạp E bị giảm bớt một lượng bằng e' . Do đó ta gọi e' trong trường hợp này là suất phản điện. Công của dòng điện I ngoài phần gây toả nhiệt trên r' , còn có phần chuyển thành hoá năng tạo nên điện năng dự trữ trong acquy.

Trong trường hợp các động cơ điện hoặc bình điện phân không có hiện tượng dương cực tan, ngoài phần gây toả nhiệt trên điện trở thuần của các dụng cụ đó còn có phần công dòng điện W' chuyển thành cơ năng hay hoá năng. Do đó với các dụng cụ điện này ta cũng nói rằng động cơ, bình điện phân (không có dương cực tan) có suất phản điện e' tương tự như acquy được nạp điện với :

$$e' = \frac{W'}{q} = \frac{W'}{It}. \text{ Chúng là các nguồn thu điện.}$$

● Bài tập mẫu

Dùng một hiệu điện thế $E = 18V$ nạp điện cho một acquy có $e_a = 12V$ và $r_a = 0,5\Omega$ trong thời gian 5 giờ. Biết dòng điện nạp $I = 0,5A$. Tìm lượng điện năng đã được dự trữ trong acquy và dung lượng của acquy này mới được nạp thêm.

Giải : Năng lượng dự trữ trong acquy của quá trình nạp điện này :

$$W = e_a It = 12 \cdot 0,5 \cdot 5 = 30Wh = 108000J = 108kJ$$

Dung lượng mới được nạp thêm :

$$Q = It = 0,5 \cdot 5 = 2,5 Ah = 2,5 \cdot 3600 = 9000C$$

■ Bài luyện tập

Người ta dùng một dòng điện $I = 0,6A$ để nạp điện cho một acquy $e_a = 6V$. Muốn acquy này có dung lượng $Q = 8640C$ thì thời gian nạp là mấy giờ và tính năng lượng dự trữ trong acquy đó.

$$\text{ĐS : } t = 4 \text{ giờ ; } W = 51840 J$$

● Bài tập mẫu

Một bình điện phân có anốt bằng bạch kim (platin) nhúng trong dung dịch $CuSO_4$ được mắc vào nguồn điện ($E = 6V$; $r = 0,1\Omega$). Sau $t = 16$ phút 45 giây thì thu được 1g Cu bám vào catốt. Tìm suất phản điện e' của bình điện phân này. Cho biết điện trở bình điện phân $r' = 0,4\Omega$. Đồng hoá trị $n = 2$ và $A_{Cu} = 64$.

Giải

Bình điện phân có dương cực không tan là một nguồn thu điện có điện trở r' và suất phản điện e' .

Theo công thức định luật Fa-ra-đây về điện phân :

$$m = \frac{1}{96500} \cdot \frac{A}{n} \cdot It$$

Rút ra :
$$I = \frac{96500 \cdot m \cdot n}{At} = \frac{96500 \cdot 1,2}{64 \cdot 1005} = 3A$$

Thế mà
$$I = \frac{E - e'}{r + r'}$$

Ta rút ra suất phản điện e' của bình điện phân này :

$$e' = E - I(r + r') = 6 - 3(0,1 + 0,4) = 4,5V$$

■ Bài luyện tập

Một bình điện phân có anốt bằng bạch kim nhúng trong dung dịch $AgNO_3$ được mắc vào nguồn điện ($E = 6V$; $r = 0,2\Omega$). Biết bình điện phân có suất phản điện $e' = 3,5V$ và điện trở $r' = 0,3\Omega$. Hỏi sau bao lâu ta thu được 1,5 gam bạc bám vào catốt. Cho hoá trị của bạc $n = 1$ và $A_{Ag} = 108$.

ĐS : $t = 4$ phút 29 giây.

● Bài tập mẫu

Một bình điện phân có hai điện cực bằng bạch kim đựng dung dịch muối ăn $NaCl$ được mắc vào một hiệu điện thế $U = 36V$. Sau 1 giờ, ta thu được hai lít khí hiđrô ở catốt có áp suất 1,4 atm và nhiệt độ phòng $27^\circ C$. Tìm cường độ dòng điện qua bình điện phân và suất phản điện của nó. Cho biết điện trở bình điện phân $r' = 4\Omega$. Cho biết hiđrô có $n = 1$ và $A_H = 1$.

Giải : Ta tính khối lượng của hai lít khí hiđrô nói trên : Thể tích khối khí đó ở điều kiện thường : $p_0 = 1\text{atm}$, $T_0 = 273K$.

$$V_0 = \frac{pT_0}{p_0T} V = \frac{1,4 \cdot 273}{1(273 + 27)} \cdot 2 = 2,548 \text{ lít}$$

Ở điều kiện thường 22,4 lít hiđrô có khối lượng 2g, do đó khối lượng khối khí hiđrô đó :

$$m = \frac{2}{22,4} \cdot 2,548 = 0,2275g$$

Theo định luật Fa-ra-đây về điện phân : $m = \frac{1}{96500} \cdot \frac{A}{n} \cdot It$

Ta rút ra : $I = \frac{96500 \cdot m \cdot n}{A \cdot t} = \frac{96500 \cdot 0,2275 \cdot 1}{1.3600} = 6,1A$

Từ công thức tính cường độ dòng theo U và suất phản điện e' của bình điện phân không có hiện tượng dương cực tan này :

$$I = \frac{U - e'}{r'} \Rightarrow e' = U - Ir' = 36 - 6,1 \cdot 4 = 11,6V$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về các nguồn phát điện và các máy thu điện.

- A. Acquy luôn là nguồn phát điện.
- B. Pin vôn ta có thể là nguồn phát điện, nhưng cũng có khi là nguồn thu điện.
- C. Dòng điện luôn đi qua acquy từ cực âm sang cực dương, tức là đi từ cực dương ra mạch ngoài.
- D. Với nguồn phát điện, dòng điện đi từ cực dương đi ra và đi vào cực âm. Nhưng ngược lại, với máy thu điện, dòng điện đi từ cực âm đi ra và đi vào cực dương.

ĐS : D.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về máy thu điện.

- A. Động cơ điện là một máy thu điện. Suất phản điện e' được tính theo công thức : $e' = \frac{W'}{It}$ với W' là phần năng lượng điện đã biến thành cơ năng.
- B. Acquy lúc nạp điện là máy thu điện với suất phản điện là suất điện động của acquy.
- C. Bình điện phân luôn là máy thu điện với suất phản điện $e' = \frac{W'}{It}$ với W' là phần năng lượng điện biến thành hoá năng.
- D. Bình điện phân có hiện tượng dương cực tan chỉ đóng vai trò như một điện trở thuần, không có suất phản điện ($e' = 0$).

ĐS. C.

4. Các biểu thức của định luật ôm tổng quát

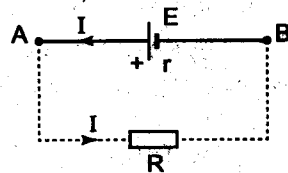
a) Trên đây ta đã nhắc lại công thức (2.8) hiệu điện thế hai cực nguồn điện tính theo mạch trong của sơ đồ mạch điện kín đơn giản (Hình 2.44) :

$$U_{AB} = E - Ir$$

Ở đoạn mạch bên trong nguồn đó dòng điện I viết đầy đủ chính là I_{BA} mà $I_{AB} = -I_{BA}$:

$$U_{AB} = E - I_{BA}r = E + I_{AB}r = I_{AB}R_{AB} + E \quad (2.8')$$

Với R_{AB} là điện trở tương đương của cả đoạn mạch. Số hạng đầu ở vế phải của công thức trên ta đã gặp ở định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần R_{AB} . Sự khác biệt và là điều mới mẻ ở đây chính là sự xuất hiện thêm số hạng thứ hai E . Điều này tương ứng với sự có mặt của nguồn điện suất điện động E trong đoạn mạch trên. Điều này gợi ý cho chúng ta tổng quát hoá biểu thức của định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần thành biểu thức của định luật Ôm cho đoạn mạch có nguồn điện. Chú ý rằng cực (+) nguồn điện ở phía đầu A.



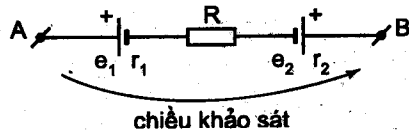
Hình 2.44

b) Công thức hiệu điện thế :

Xét một đoạn mạch tổng quát AB (Hình 2.45).

Gọi R_{AB} là điện trở tương đương của cả đoạn mạch. Chọn chiều khảo sát từ A đến B. Ta luôn viết được biểu thức hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch theo dòng điện chạy trong đoạn mạch :

$$U_{AB} = R_{AB}I_{AB} + e_1 - e_2 = R_{AB}I_{AB} \pm e \quad (2.10)$$



Hình 2.45

Ngoài phần quen thuộc ứng với định luật Ôm của đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần, ta phải bổ sung thêm các suất điện động e_1, e_2 . Dấu đại số trước các suất điện động xác định theo quy tắc sau đây : Đi theo chiều khảo sát $A \rightarrow B$ (cũng là chiều dòng giả định I_{AB}) ta gặp nguồn e_1 với cực dương (+) trước, còn gặp nguồn e_2 với cực âm (-) trước tương ứng của các dấu $+e_1$ và $-e_2$ trong biểu thức trên. Ta có quy tắc 1 về dấu của suất điện động các nguồn : Trong công thức tính hiệu điện thế, đi theo chiều khảo sát ta gặp cực nào trước thì suất điện động tương ứng lấy dấu ấy.

Chú ý rằng I_{AB} chỉ là dòng khảo sát. Dòng điện thật trong đoạn mạch có thể có chiều đúng là từ $A \rightarrow B$ (thì $I_{AB} > 0$) và cũng có thể có chiều từ $B \rightarrow A$

(khi đó $I_{AB} < 0$). Ta nhắc lại một điều quan trọng đã nói trước đây U_{AB} và I_{AB} phải luôn luôn xét theo cùng một chiều và có thể chỉ là chiều khảo sát giả định, không nhất thiết phải là chiều dòng điện thực trong đoạn mạch. Còn R_{AB} là điện trở tương đương của đoạn mạch $R_{AB} = R_{BA}$ không liên quan đến chiều khảo sát hay chiều dòng điện thực.

● Bài tập mẫu

Hãy tính các hiệu điện thế U_{MN} và U_{PQ} cho hai đoạn mạch ở Hình 2.46.

Giải

$$* \quad U_{MN} = R_{MN} I_{MN} \pm e$$

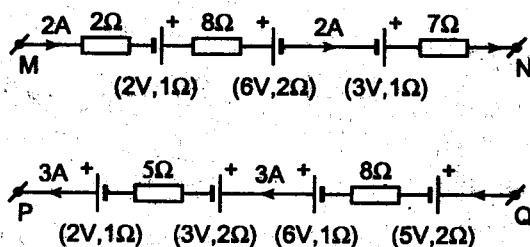
$$U_{MN} = (2 + 1 + 8 + 2 + 1 + 7) \cdot 2 - 2 + 6 - 3$$

$$U_{MN} = 21 \cdot 2 - 2 + 6 - 3 = +43V$$

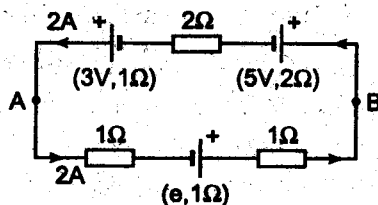
$$* \quad U_{PQ} = R_{PQ} I_{PQ} \pm e$$

$$U_{PQ} = (1 + 5 + 2 + 1 + 8 + 2)(-3) + 2 - 3 + 6 - 5$$

$$U_{PQ} = 19(-3) + 2 - 3 + 6 - 5 = -57V$$



Hình 2.46



Hình 2.47

■ Bài luyện tập

Cho mạch kín như Hình 2.47. Hãy tính U_{AB} theo các số liệu ở nhánh trên và từ đó suy ra suất điện động e ở nhánh dưới.

$$\text{ĐS: } U_{AB} = -12V; e = 18V$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về các nguồn điện trong một đoạn mạch khi dùng công thức (2.10).

- A. Trong một bài toán điện cần tìm dòng điện chạy trên một đoạn mạch. Vì dòng điện chưa biết nên ta cũng không thể biết được các acquy nào là

máy thu điện hay là nguồn phát điện để lấy dấu dương (+) hay âm (-) trước các suất điện động.

- B. Khi giải bài toán, ta phải chọn một chiều "khảo sát", tức là một chiều tự chọn, giả định để xác định chiều cho I và U và dùng quy tắc 1.
- C. Nếu đi theo chiều khảo sát đó ta gặp một nguồn với cực dương (+) trước khi suất điện động của nó ta lấy dấu dương (+).
- D. Nếu gặp cực âm (-) trước thì suất điện động của nó ta lấy dấu âm (-) và dùng công thức (2.10) ta viết được hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch giải bài toán, nếu I và U theo chiều khảo sát dương (> 0) thì chiều dòng điện thực cùng chiều khảo sát, nếu I và U âm (< 0) thì chiều dòng điện thực ngược lại.

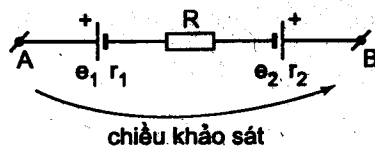
ĐS : A.

c) Công thức cường độ dòng điện

Từ công thức hiệu điện thế ta rút ra cường độ dòng điện tính theo hiệu điện thế (Hình 2.48):

$$I_{AB} = \frac{U_{AB} - e_1 + e_2}{R_{AB}} = \frac{U_{AB} \mp e}{R_{AB}} \quad (2.11)$$

Dấu đại số trước các suất điện động e ngược với công thức trên. Để khỏi nhầm ta nhớ *quy tắc 2* : Trong công thức tính cường độ dòng điện, đi theo chiều khảo sát, nguồn nào phát dòng (dòng khảo sát đi từ cực + đi ra) ta lấy dấu + trước suất điện động đó, nguồn nào là máy thu điện (dòng khảo sát đi vào cực +) ta lấy dấu - trước suất điện động đó.



Hình 2.48

Chú ý rằng U_{AB} là lượng đại số, có thể dương, có thể âm hoặc bằng không. Cường độ dòng khảo sát (chiều chọn thử, chiều giả định) cũng là lượng đại số :

$I_{AB} > 0$ chiều dòng điện thực cùng với chiều khảo sát

d) Ta gọi (2.10), (2.11) là các công thức của định luật Ôm tổng quát bởi vì :

- Nếu không có các nguồn điện $e_1, e_2, \dots$, ta có công thức (1.1') của định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ có điện trở thuần quen thuộc.

- Nếu cho $U_{AB} = 0$ tức là chập hai đầu A và B của đoạn mạch ta có các công thức (2.7) của định luật Ôm cho mạch kín.

• Đặc biệt hoá công thức (2.10) ta có lại công thức (2.8') áp dụng trong mạch kín.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* khi dùng quy tắc 2 để viết hệ thức (2.11).

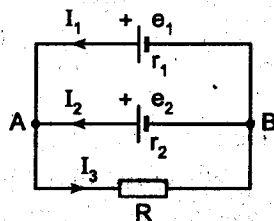
- Ta chọn một chiều "khảo sát" cho đoạn mạch. Cường độ dòng I và hiệu điện thế U luôn lấy cùng chiều với nhau theo chiều khảo sát.
- Nguồn nào có dòng điện theo chiều khảo sát đi ra từ cực dương thì ta xem là nguồn phát điện, suất điện động lấy dấu dương (+).
- Nguồn nào có dòng điện theo chiều khảo sát đi vào cực dương thì ta xem là máy thu điện và suất điện động lấy dấu âm (-).
- Điện trở trong của các nguồn lấy cùng dấu với các suất điện động.

ĐS : D.

● Bài tập mẫu

Cho mạch điện như Hình 2.49 với ($e_1 = 10V$; $r_1 = 1\Omega$), ($e_2 = 16V$; $r_2 = 0,5\Omega$) và $R = 2\Omega$. Tính U_{AB} và tìm cường độ dòng trong các nhánh.

Giải. Ta đặt tên I_1 , I_2 , I_3 và giả sử rằng dòng điện trong các nhánh có chiều mũi tên như trên Hình 2.49. Dùng công thức (2.11) ta viết biểu thức cường độ dòng trong các nhánh theo U_{AB} :



Hình 2.49

$I_1 = I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} : + e_1$ vì e_1 là nguồn phát điện, dòng I_1 đi từ cực + của e_1 đi ra.

$I_2 = I_2^{BA} = \frac{U_{BA} + e_2}{r_2} : \text{tương tự như trên, } I_2 \text{ đi từ cực + của } e_2 \text{ đi ra : } e_2 \text{ là nguồn phát điện.}$

$I_3 = I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R} : \text{nhánh 3 không có nguồn nào.}$

Định luật bảo toàn dòng điện ở nút A hoặc nút B cho ta :

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$\frac{U_{AB}}{R} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} + \frac{U_{BA} + e_2}{r_2} = \frac{-U_{AB} + e_1}{r_1} + \frac{-U_{AB} + e_2}{r_2}$$

$$\text{Rút ra : } U_{AB} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} \quad (2.13)$$

$$\text{Vậy } U_{AB} = \frac{\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = \frac{\frac{10}{1} + \frac{16}{0,5}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{0,5}} = 12V$$

Thay U_{AB} vào các biểu thức cường độ dòng điện, ta có :

$$I_1^{BA} = \frac{-12 + 10}{1} = -2A = -I_1^{AB}$$

$$I_2^{BA} = \frac{-12 + 16}{0,5} = 8A$$

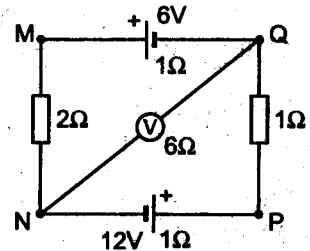
$$I_3^{AB} = \frac{12}{2} = 6A$$

Giá trị $I_1^{BA} = -2A < 0$ chứng tỏ dòng điện chạy trong nhánh thứ nhất có chiều ngược lại với chiều giả sử ban đầu. Các giá trị $I_2 > 0$ và $I_3 > 0$ chứng tỏ chiều dòng điện thực chạy trong nhánh hai và ba là trùng với chiều giả sử lúc ban đầu.

■ Bài luyện tập

Cho mạch điện như Hình 2.50 với các số liệu ghi trên hình. Hỏi vôn kế V chỉ bao nhiêu và cực dương vôn kế nối với nút nào ?

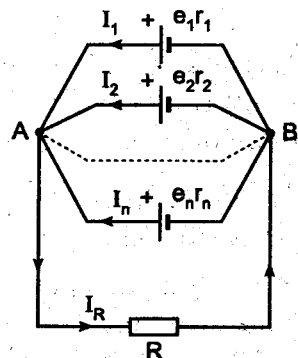
ĐS : $U_{QN} = U_V = 4V$



Hình 2.50

IV – GHÉP SONG SONG CÁC NGUỒN ĐIỆN BẤT KÌ VỚI CHIỀU CÓ THỂ KHÁC NHAU

1. Ghép song song : Có n nguồn điện (e_1, r_1) (e_2, r_2) ... (e_n, r_n) được ghép song song với chiều khác nhau và điện trở ngoài R . Các nguồn e_1 ... e_n có cực dương ở phía A, nguồn e_2 và một số nguồn khác có cực âm ở phía A. Ta đặt tên và chọn chiều giả định cho các dòng như trên Hình 2.51.



Hình 2.51

Dùng công thức (2.11) ta viết biểu thức cường độ dòng điện trong các nhánh theo hiệu điện thế U_{AB} :

$$I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} : e_1 \text{ là nguồn phát điện vì } I_1 \text{ đi từ cực dương } e_1 \text{ đi ra.}$$

$$I_2^{BA} = \frac{U_{BA} - e_2}{r_2} : e_2 \text{ là nguồn thu điện vì } I_2 \text{ đi vào cực dương } e_2.$$

...

$$I_n^{BA} = \frac{U_{BA} - e_n}{r_n} : e_n \text{ cũng là nguồn phát điện.}$$

$$I_R^{AB} = \frac{U_{AB}}{R} : \text{nhánh có } R \text{ không có nguồn nào.}$$

Định luật bảo toàn dòng điện ở một trong hai nút A, B cho ta :

$$I_R = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$\frac{U_{AB}}{R} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} + \frac{U_{BA} - e_2}{r_2} + \dots + \frac{U_{BA} - e_n}{r_n}$$

Chú ý rằng $U_{BA} = -U_{AB}$. Ta rút ra :

$$U_{AB} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \right) = \frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} + \dots + \frac{e_n}{r_n} \quad (2.14)$$

Ta thấy công thức (2.14) cùng bản chất nhưng tổng quát hơn (2.13). Vế phải của (2.14) chính là tổng đại số các dòng đoạn mạch trên các nhánh song song. Ta rút ra :

$$U_{AB} = \frac{\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} + \dots + \frac{e_n}{r_n}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}} \quad (2.14')$$

Các nguồn điện có cực dương ở phía A thì trước suất điện động trong các công thức (2.14) và (2.14') có dấu cộng (+). Các nguồn điện có cực âm ở phía A thì trước suất điện động trong các công thức đó có dấu trừ (-).

Ta có thể dùng công thức (2.14') để kiểm tra lại U_{AB} trong Bài tập mẫu và U_{QN} trong Bài luyện tập ở phần trên.

Nếu trong các nhánh nguồn có nối tiếp điện trở thuần thì ta thu gọn bằng cách đưa điện trở đó vào nguồn và điện trở trong mới bằng tổng điện trở trong cũ và điện trở thuần này.

● Bài tập mẫu

Cho mạch điện với các số liệu trên Hình 2.52. Hãy tìm số chỉ ampe kế (A) và vôn kế (V) khi K mở và khi K đóng.

Giải

* K mở : Ta chỉ còn một mạch điện kín hình vuông với hai nguồn (72V, 2Ω) và (36V, 1Ω) mắc nối tiếp ngược chiều. Nguồn có suất điện động lớn sẽ là nguồn phát điện và nguồn có suất điện động nhỏ sẽ là nguồn thu điện. Dòng điện sẽ chạy theo chiều NQMPN :

$$I_d^{MP} = \frac{72 - 36}{2 + 4 + 3 + 1} = 3,6A = I_A$$

$$U_V^{QM} = 4.3,6 = 14,4V$$

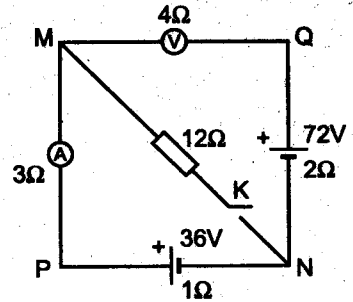
* K đóng : Dùng công thức (2.14') ta có :

$$U_{MN} = \frac{\frac{72}{2+4} + \frac{36}{1+3}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{1+3}} = 42V$$

$$I_A^{MP} = \frac{U_{MN} - 36}{3+1} = 1,5A$$

$$I_V^{QM} = \frac{U_{NM} + 72}{4+2} = \frac{-42 + 72}{6} = 5A$$

$$U_V^{QM} = 4.5 = 20V$$



Hình 2.52

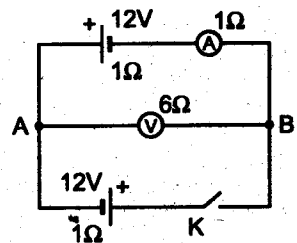
■ Bài luyện tập

Cho mạch điện như Hình 2.53. Tìm số chỉ của ampe kế (A) và vôn kế (V) khi K đóng và khi K mở.

ĐS :

$$\text{K mở } I_A^{BA} = 1,5A ; U_V^{AB} = 9V$$

$$\text{K đóng } I_A^{BA} = 1,2A ; U_V^{AB} = 4V$$



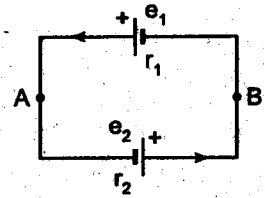
Hình 2.53

● Bài tập mẫu

Có hai nguồn điện (e_1, r_1) (e_2, r_2) mắc nối tiếp cùng chiều làm thành một mạch kín (Hình 2.54). Nếu dòng đoản mạch của hai nguồn như nhau thì hiệu điện thế hai nút nối luôn bằng không.

Giải : Dùng công thức (2.14') cho trường hợp này, ta có :

$$U_{AB} = \frac{+\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = 0$$



Hình 2.54

vì theo giả thiết các dòng đoản mạch của hai nguồn bằng nhau : $\frac{e_1}{r_1} = \frac{e_2}{r_2}$

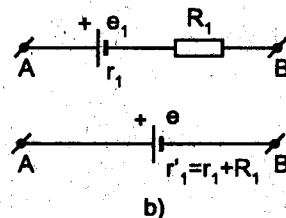
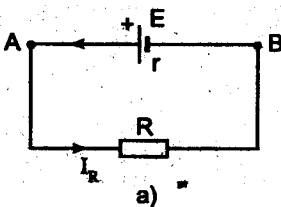
Ta nên chú ý tới "nghịch lý" vui : các đoạn mạch ở hai nhánh là các ví dụ về việc trong đoạn mạch có dòng điện $I \neq 0$ mà hiệu điện thế hai đầu bằng không. Điều này giống như điều đã gặp ở bài tập mẫu có mạch điện tròn của các pin giống nhau.

2. Nguồn điện tương đương (E, r) : Ta thay n nguồn điện bất kì (e_1, r_1) (e_2, r_2) (e_n, r_n) ghép song song với chiều khác nhau nói trên bằng một nguồn tương đương (E, r) mắc vào A, B vẫn cho dòng điện qua R là I_R (Hình 2.55a). Công thức (2.7) của định luật Ôm cho toàn mạch có thể viết lại :

$$E = Ir + U_{AB} = \frac{U_{AB}}{R} \cdot r + U_{AB}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{E}{r} = \frac{U_{AB}}{R} + \frac{U_{AB}}{r} = U_{AB} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right) \quad (2.7')$$

Đó chính là dòng đoản mạch của nguồn tương đương (E, r) .



Hình 2.55

a) So sánh (2.7') với (2.14), ta rút ra :

• Nghịch đảo của điện trở tương đương :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \quad (2.15)$$

• Dòng đoản mạch của nguồn tương đương :

$$\frac{E}{r} = \frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} + \dots + \frac{e_n}{r_n} \quad (2.15')$$

• Suất điện động tương đương :

$$E = \frac{\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} + \dots + \frac{e_n}{r_n}}{\frac{1}{r}} = \frac{\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} + \dots + \frac{e_n}{r_n}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}} \quad (2.15'')$$

• Hiệu điện thế hai cực nguồn tương đương

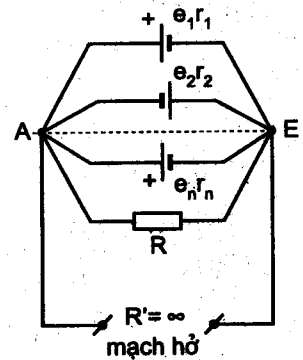
$$U_{AB} = \frac{\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} + \dots + \frac{e_n}{r_n}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}} \quad (2.14')$$

Ta có được một chùm 4 công thức để giải các bài tập thuộc loại ghép song song nhiều nguồn bất kì với chiều khác nhau.

Nếu trên các hàng nguồn điện mắc song song còn có thêm một vài điện trở thuần, ta thu gọn đoạn mạch bằng cách dùng điện trở tương đương mới, $r'_1 = r_1 + R_1$. Hoặc ta nói một cách hình tượng : đưa điện trở thuần R_1 vào trong nguồn e_1 (Hình 2.55b).

b) Ta còn có thể xem mạch điện trên như ghép song song $(n + 1)$ nguồn với nguồn thứ $n + 1$ có suất điện động $e_{n+1} = 0$ và điện trở trong $r_{n+1} = R$ (Hình 2.56). Khi đó A, B là hai đầu chùm song song đó và mạch ngoài của chùm này còn bỏ trống : mạch hở. Do đó $E_{(n+1)} = U_{AB}$ tính theo (2.14').

$$U_{AB} = \frac{\frac{0}{R} + \frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} + \dots + \frac{e_n}{r_n}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}} = E_{(n+1)} \quad (2.14'')$$



Hình 2.56

c) Ta có thể mở rộng phương pháp giải này cho trường hợp trên mỗi đoạn mạch của từng hàng có nhiều nguồn khác nhau mắc cùng chiều hoặc ngược chiều. Khi đó việc làm đầu tiên của ta là thu gọn mỗi hàng về một nguồn tương đương. Sau đó ta lại có thể dùng các công thức (2.15) (2.15') (2.14') (2.11) để giải và tìm tiếp các kết quả.

Các phương pháp giải này rất thuận tiện cho loạt bài có các đoạn mạch chứa nhiều nguồn, chiều tùy ý cùng mắc vào hai nút A, B. Ta có thể giải các bài này bằng nhiều cách.

● Bài tập mẫu

Tìm dòng điện chạy trong các nhánh của mạch điện vẽ ở Hình 2.57.

Giải. Ta đặt tên và giả sử chiều dòng điện trong các nhánh như ở Hình 2.57. Thu gọn các nhánh ta có sơ đồ tương đương mới.

* *Phương pháp 1* : Viết biểu thức các cường độ dòng điện theo U_{AB} rồi dùng định luật bảo toàn dòng điện, ta có :

$$U_{AB} = \frac{\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} = \frac{\frac{48}{6} - \frac{8}{4}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = 12V$$

$$I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} = \frac{-12 + 48}{6} = 6A$$

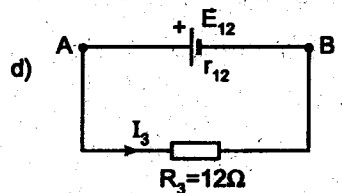
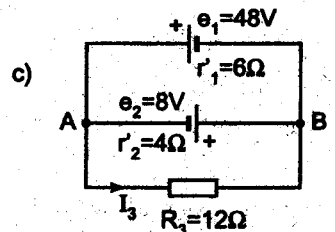
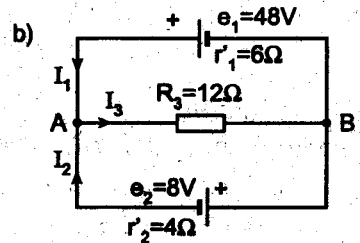
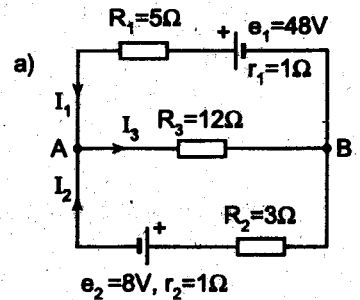
$$I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{12}{12} = 1A$$

$$I_2^{BA} = \frac{U_{BA} - e_2}{r_2} = \frac{-12 - 8}{4} = -5A < 0 : \text{Trong}$$

nhánh thứ ba dòng điện thực 5A chạy từ A đến B.

* *Phương pháp 2* : Ta đưa hai nguồn e_1 và e_2 mắc song song ngược chiều về nguồn tương đương (E_{12} , r_{12}) tính theo các công thức (2.15) (2.15') :

$$\frac{1}{r_{12}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} \Omega^{-1} \Rightarrow r_{12} = 2,4\Omega$$



Hình 2.57

$$E_{12} = \left(\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} \right) r_{12} = \left(\frac{48}{6} - \frac{8}{4} \right) 2,4 = 14,4V$$

$$I_3 = \frac{E_1}{r_{12} + R_3} = \frac{14,4}{2,4 + 12} = 1A$$

$$U_{AB} = I_3 R_3 = 1 \cdot 12 = 12V \Rightarrow \begin{cases} I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} = \frac{-12 + 48}{6} = 6A \\ I_2^{BA} = \frac{U_{BA} - e_2}{r_2} = \frac{-12 - 8}{4} = -5A \end{cases}$$

* *Phương pháp 3* : Ta đưa nguồn e_1 và điện trở R_3 về nguồn tương đương (E_{13}, r_{13}) (Hình 2.57e) theo các công thức (2.15) (2.15') :

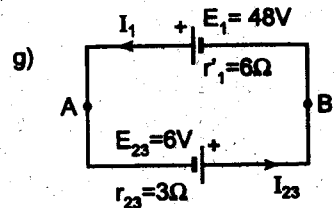
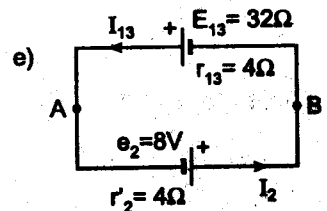
$$\frac{1}{r_{13}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow r_{13} = 4\Omega$$

$$E_{13} = \left(\frac{e_1}{r_1} + \frac{0}{R_3} \right) r_{13} = \frac{48}{6} \cdot 4 = 32V$$

$$I_2^{AB} = I_{13}^{BA} = \frac{E_{13} + e_2}{r_{13} + r_2} = \frac{32 + 8}{4 + 4} = \frac{40}{8} = 5A$$

$$U_{AB} = I_2^{AB} \cdot r_2 - e_2 = 5 \cdot 4 - 8 = 12V$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_2^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} = \frac{-12 + 48}{6} = 6A \\ I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{12}{12} = 1A \end{cases}$$



Hình 2.57

* *Phương pháp 4* : Ta đưa nguồn e_2 và điện trở R_3 về nguồn tương đương (E_{23}, r_{23}) (Hình 2.57g):

$$\frac{1}{r_{23}} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_{23} = 3\Omega$$

$$E_{23} = \left(\frac{e_2}{r_2} + \frac{0}{R_3} \right) r_{23} = \frac{8}{4} \cdot 3 = 6V$$

$$I_1^{BA} = I_{23} = \frac{e_1 + E_{23}}{r_1 + r_{23}} = \frac{48 + 6}{6 + 3} = \frac{54}{9} = 6A$$

$$U_{AB} = I_{23} \cdot r_{23} - E_{23} = 6 \cdot 3 - 6 = 12V \Rightarrow \begin{cases} I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{12}{12} = 1A \\ I_2^{AB} = \frac{U_{AB} + e_2}{r_2} = \frac{12 + 8}{4} = 5A \end{cases}$$

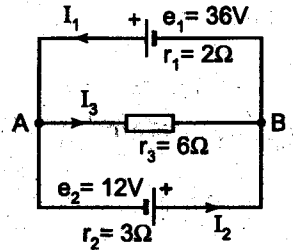
Ta nhận thấy các kết quả làm bằng các phương pháp khác nhau đều phù hợp nhau.

■ Bài luyện tập

Cho mạch điện như Hình 2.58.

Hãy tính U_{AB} , I_1 , I_2 , I_3 bằng vài phương pháp.

$$\text{ĐS: } U_{AB} = 14V; I_1 = 11A; I_2 = \frac{26}{3}A; I_3 = \frac{7}{3}A.$$



Hình 2.58

● Bài tập mẫu

Cho mạch điện như Hình 2.59a. Tìm giá trị biến trở X để công suất trên biến trở cực đại và tính giá trị cực đại đó.

Giải

* Phương pháp 1 :

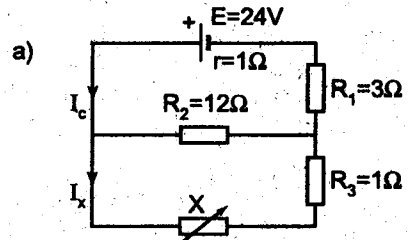
Dòng điện mạch chính từ nguồn điện đi ra :

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{E}{r + R_N} = \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2(X + R_3)}{R_2 + X + R_3}} \\ &= \frac{24}{1 + 3 + \frac{12(X + 1)}{12 + X + 1}} = \frac{3(X + 13)}{2(X + 4)} \end{aligned}$$

$$I_x = \frac{12}{12 + X + 1} \cdot I_c = \frac{12}{X + 13} \cdot \frac{3(X + 13)}{2(X + 4)} = \frac{18}{X + 4}$$

Công suất trên biến trở X :

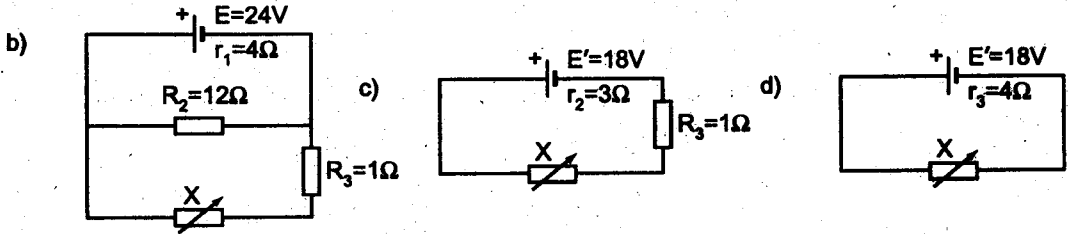
$$\mathcal{P}_X = X I_x^2 = X \cdot \frac{18^2}{(X + 4)^2} = \frac{324}{\left(\frac{4}{\sqrt{X}} + \sqrt{X}\right)^2} \leq \frac{324}{4 \cdot \frac{4}{\sqrt{X}} \cdot \sqrt{X}} = 20,25W = \mathcal{P}_X^{\max}$$



Hình 2.59a

$$P_X^{\max} = 20,25W \text{ xảy ra khi } X = 4\Omega$$

* *Phương pháp 2* : Ta đưa R_1 vào nguồn ta có $E = 24V$ và $r_1 = r + R_1 = 1 + 3 = 4\Omega$
 Hình 2.59b. Ta tiếp tục đưa $R_2 = 12\Omega$ vào nguồn bằng cách xem như R_2 là một nguồn có điện trở trong bằng R_2 và suất điện động bằng 0.



Hình 2.59

Nguồn tương đương mới có suất điện động E' và điện trở trong r_2 :

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \Rightarrow r_2 = 3\Omega$$

$$\text{Suất điện động mới : } E' = \left(\frac{E}{r_1} + \frac{0}{R_2} \right) r_2 = \left(\frac{24}{4} + 0 \right) \cdot 3 = 18V$$

Ta tiếp tục đưa R_3 vào nguồn : $E' = 18V$

$$r_3 = r_2 + R_3 = 3 + 1 = 4\Omega$$

Lúc này biến trở X đã là mạch ngoài của nguồn $(18V, 4\Omega)$. Do đó công suất mạch ngoài mới này cực đại bằng :

$$P_X^{\max} = \frac{(E')^2}{4r_3} = \frac{18^2}{4 \cdot 4} = 20,25W$$

Điều này xảy ra khi $X = r_3 = 4\Omega$

● Bài tập mẫu

Cho mạch điện như Hình 2.60a. Tìm dòng điện trong các nhánh.

Giải

Trước hết ta thu gọn các nhánh rẽ : còn lại $(e_1 = 18V ; r_2 = 6\Omega)$ $(e_2 = 3V ; r_2 = 3\Omega)$ $(e_3 = 16V ; r_3 = 2\Omega)$

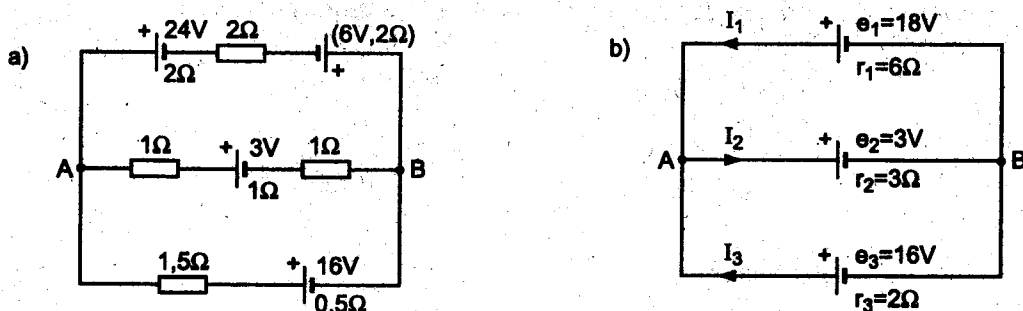
* **Phương pháp 1** : Đặt tên và chọn chiều dòng điện trong mỗi nhánh (Hình 2.60b). Dùng công thức (2.15) viết các dòng điện theo U_{AB} . Từ định luật bảo toàn dòng điện ở A : $I_2 = I_1 + I_3$, ta rút ra U_{AB} .

* **Phương pháp 2** : Ta dùng ngay công thức (2.14') :

$$U_{AB} = \frac{\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \frac{e_3}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}} \quad \text{với } R = \infty$$

* **Phương pháp 3** : Ta dùng công thức (2.14'') của bộ nguồn tương đương với 3 nguồn mắc song song và mạch tương đương là mạch hở :

$$U_{AB} = E_{(n+1)} = \frac{\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \frac{e_3}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}} = \frac{\frac{18}{6} + \frac{3}{3} + \frac{16}{2}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = 12V$$



Hình 2.60

Từ đó tính được các dòng điện

$$I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + 18}{6} = \frac{-12 + 18}{6} = +1A$$

$$I_2^{BA} = \frac{U_{AB} - 3}{3} = \frac{12 - 3}{3} = +3A$$

$$I_3^{BA} = \frac{U_{BA} + 16}{2} = \frac{-12 + 16}{2} = +2A$$

Các cường độ dòng đều dương chứng tỏ chiều giả định của các dòng là trùng với chiều các dòng thực.

* **Phương pháp 4** : Ta gộp hai nhánh e_1 và e_2 thành một nguồn tương đương với điện trở trong (Hình 2.60c) :

$$r_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2\Omega$$

và suất điện động : $E_{12} = \left(\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} \right) r_{12} = \left(\frac{18}{6} + \frac{3}{2} \right) \cdot 2 = 8V$

Sau đó giải tiếp. Ví dụ ta tìm I_3 :

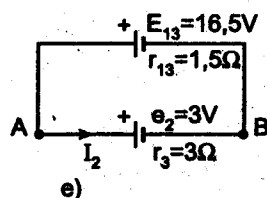
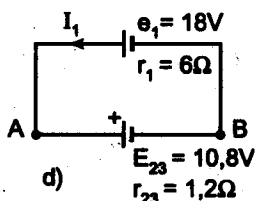
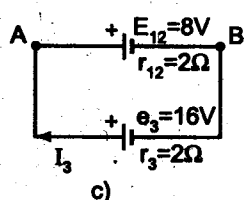
$$I_3 = \frac{e_3 - E_{12}}{r_3 + r_{12}} = \frac{16 - 8}{2 + 2} = +2A : \text{giống kết quả trên.}$$

* *Phương pháp 5* : Ta gộp hai nguồn e_2 và e_3 thành nguồn tương đương với điện trở trong (Hình 2.60d): $r_{23} = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 1,2\Omega$

và suất điện động : $E_{23} = \left(\frac{e_2}{r_2} + \frac{e_3}{r_3} \right) r_{23} = \left(\frac{3}{3} + \frac{16}{2} \right) \cdot 1,2 = 10,8V$

Ta tìm I_1 :

$$I_1 = \frac{e_1 - E_{23}}{r_1 + r_{23}} = \frac{18 - 10,8}{6 + 1,2} = 1A : \text{giống kết quả trên.}$$



Hình 2.60

Sau đó giải tiếp.

* *Phương pháp 6* : Ta gộp hai nguồn e_1 và e_3 thành nguồn tương đương với điện trở trong (Hình 2.60e) : $r_{13} = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} = \frac{6 \cdot 2}{6 + 2} = 1,5\Omega$ và suất điện động :

$$E_{13} = \left(\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_3}{r_3} \right) r_{13} = \left(\frac{18}{6} + \frac{16}{2} \right) \cdot 1,5 = 16,5V$$

Dòng điện I_2 :

$$I_2 = \frac{E_{13} - e_2}{r_{13} + r_3} = \frac{16,5 - 3}{1,5 + 3} = 3A : \text{giống kết quả trên}$$

Sau đó giải tiếp.

* Ta còn có thể giải bằng một số phương pháp khác nữa sẽ xét ở chương sau.

CÁC PHƯƠNG PHÁP CƠ BẢN KHÁC

Trong hai chương trước ta đã xét các phương pháp giải bài toán mạch điện một chiều dựa vào các định luật Ôm. Các phương pháp đó cần thiết và quan trọng vì chúng giúp ta giải quyết được hầu hết các bài toán mạch điện thường gặp trong chương trình học ở các trường. Trong chương này ta xét thêm một số phương pháp cơ bản nữa nhằm củng cố và mở rộng các hiểu biết và kỹ năng phân tích, tính toán của chúng ta trên các mạch điện. Ta sẽ nói đến :

- Phương pháp dựa trên các định luật Kiếc-sốp.
- Phương pháp chống chất dòng điện.
- Phương pháp dòng mắt mạng.
- Phương pháp thie nút mạng.
- Phương pháp Tê-vơ-nanh
- Phương pháp Noóc-tôn.

Ta sẽ kết thúc bằng một bài tập với nhiều cách giải vận dụng khác nhau.

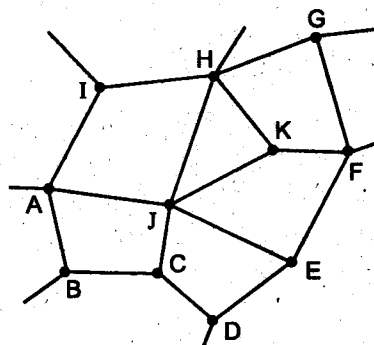
I – PHƯƠNG PHÁP DỰA TRÊN CÁC ĐỊNH LUẬT KIẾC-SỐP**1. Mở đầu**

a) Các dạng định luật Ôm đã giúp ta giải quyết được nhiều bài toán mạch điện. Bằng các phép thu gọn mạch điện như dùng điện trở tương đương, nguồn điện tương đương... ta đưa được nhiều mạch điện về các dạng đơn giản để có thể áp dụng định luật Ôm cho đoạn mạch, cho mạch kín để giải quyết. Tuy nhiên, khi số các nguồn điện, các điện trở nhiều, mắc thành các mạch điện hỗn hợp phức tạp thì phương pháp dùng định luật Ôm không giải quyết được.

Phương pháp dựa trên các định luật Kiếc-sốp nhằm tới việc thành lập một hệ nhiều phương trình bậc nhất giúp ta về nguyên tắc có thể giải quyết bài toán mạch điện phức tạp bất kì.

b) Đầu tiên ta nêu lại vài tên gọi và quy ước. Ta gọi *đoạn mạch* AB (gọi tắt là *đoạn*) nếu giữa A và B có một số nguồn điện và điện trở mắc nối tiếp nhau.

Ta gọi *nút mạng* (gọi tắt là *nút*) là nơi có từ ba đầu đoạn mạch trở lên nối vào. Riêng trường hợp mạch kín đơn giản, ở các nút A, B chỉ có hai đầu đoạn mạch (mạch trong và mạch ngoài) nối vào. Một *vòng kín* bao gồm nhiều đoạn mạch nối đuôi nhau tạo nên một đường khép kín. Ta gọi *mắt mạng* (gọi tắt là *mắt*) là vòng kín đơn giản nhất, không có các đoạn mạch ở bên trong.



Hình 3.1

Trong ví dụ vẽ ở Hình 3.1 ta có các nút A, B, C,... I, J, K... Ta có thể xét *vòng kín* ABCDEFKHIA, trong đó có nhiều *mắt* ví dụ như : ABCJ, JHK, CDEJ...

c) Giả sử xét một mạch điện có n nút, m mắt và d đoạn mạch. Bài toán thông thường được đặt ra là : đã biết các yếu tố trên mạch điện (các nguồn, các điện trở) ta cần tìm cường độ dòng điện trên mỗi đoạn mạch và hiệu điện thế giữa các cặp nút.

Nếu ta chọn một nút nào đó làm mốc gọi là *nút nối đất* có điện thế bằng không, ta cần xác định điện thế V_i của $(n - 1)$ nút còn lại. Ta giả sử chiều của dòng điện trong các đoạn và kí hiệu cường độ dòng điện trong các đoạn là I_k . Như vậy ta có :

$$\left. \begin{array}{l} n - 1 \text{ ẩn số } V_i \\ d \text{ ẩn số } I_k \end{array} \right\} d + (n - 1) \text{ ẩn số.}$$

Các ẩn V_i và I_k đều là các lượng đại số. V_i dương hay âm cho biết điện thế ở nút thứ i đó cao hơn hay thấp hơn điện thế của nút nối đất. I_k dương hay âm cho biết dòng điện thực trong đoạn mạch đang xét là cùng chiều hay ngược chiều với chiều đã giả sử ban đầu.

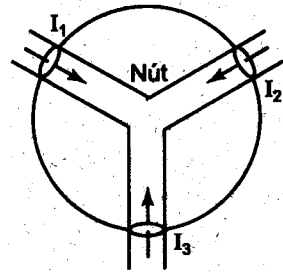
Để giải bài toán, ta phải thành lập được $d + (n - 1)$ phương trình dựa trên hai định luật Kiếc-sốp.

2. Định luật Kiếc-sốp thứ nhất

Dòng điện trong một mạch điện gồm một lượng lớn các electron tự do dịch chuyển có hướng dưới tác dụng của điện trường. Các lực tĩnh điện tương tác giữa các electron trong môi trường dẫn điện tạo nên mật độ đều các electron tự do. Do đó dòng điện có thể xem như một chất lỏng không nén được của các electron tự do. Trong miền bao bởi một mặt kín, trong một đơn vị thời gian, số electron tự do đi vào phải bằng số đi ra (Hình 3.2). Từ đó suy ra tại mỗi nút mạch điện,

trong mỗi đơn vị thời gian số electron tự do đi đến nút phải bằng số từ nút đi ra. Mà điện lượng đi qua tiết diện ngang trong một đơn vị thời gian chính là giá trị của cường độ dòng điện. Do đó ta có định luật bảo toàn dòng điện đã nói đến ở đầu chương I. Trong ví dụ ở Hình 3.2 ở trên ta có thể viết :

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (3.1)$$



Hình 3.2

Đó cũng chính là nội dung của định luật Kiếc-sốp thứ nhất : Tại mỗi nút mạng, tổng các dòng đến bằng tổng các dòng đi.

Với quy ước gán dấu đại số cho các dòng điện : dòng đi đến nút có dấu dương ($I > 0$) và dòng đi khỏi nút có dấu âm ($I < 0$), ta có thể viết được biểu thức của định luật Kiếc-sốp thứ nhất dưới dạng khác : Tại mỗi nút mạng, tổng đại số các dòng điện luôn bằng không :

$$\sum_k I_k = 0 \quad (3.1')$$

Định luật Kiếc-sốp thứ nhất này còn gọi là định luật cường độ dòng, định luật bảo toàn dòng điện.

Trong mạng điện có n nút mạng ta có thể viết được $(n - 1)$ phương trình cường độ dòng điện dạng (3.1') độc lập đối với nhau. Phương trình thứ n không cần viết vì nó phụ thuộc vào $(n - 1)$ phương trình kia.

3. Định luật Kiếc-sốp thứ hai

a) Hiệu điện thế giữa hai nút biểu thị sự chênh lệch điện thế giữa hai nút đó. Hiệu điện thế là một lượng đại số, có thể dương hoặc âm. Ta nhớ rằng với ba nút A, B, C nào đó bất kì ta luôn có thể viết được các đẳng thức hiệu điện thế :

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \text{ và } U_{AB} = V_A - V_B = -U_{BA}$$

$$U_{BC} = U_{BA} + U_{AB}$$

Ta đã biết trong mạng điện, nếu đi dọc một vòng kín gồm các đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần rồi trở lại điểm xuất phát thì tổng đại số các hiệu điện thế luôn bằng không : $U_{AA} = V_A - V_A \equiv 0$.

Ta cũng có thể rút ra cùng kết luận đó nếu xét về mặt năng lượng, vì hiệu điện thế được định nghĩa bằng công của lực điện tác dụng lên một đơn vị điện

tích dương khi dịch chuyển giữa hai điểm đang xét. Trong trường hợp đi dọc một vòng kín, năng lượng mà một đơn vị điện tích dương thu được khi đi dọc các đoạn mạch có điện thế giảm và năng lượng mất bớt đi khi đi dọc các đoạn mạch có điện thế tăng phải bằng nhau vì bằng công của trường tĩnh điện đi một vòng kín. Đó là nói cho các đoạn mạch chỉ chứa các điện trở thuần, không có mặt các lực lạ.

b) Nếu trên một số đoạn mạch còn có các nguồn điện, ta phải tính đến công của các lực lạ. Nhớ lại rằng suất điện động $\mathcal{E}$ của một nguồn điện có giá trị bằng công của lực lạ đưa một đơn vị điện tích dương đi ngược chiều điện trường bên trong nguồn điện từ điện cực âm sang điện cực dương. Do đó đi theo một mạch kín, tổng các suất điện động là tổng công các lực lạ trong các nguồn sẽ bằng tổng công của điện trường tĩnh điện tức là bằng tổng các độ giảm thế trên các điện trở. Trong trường hợp tổng quát các tổng đó phải hiểu là các tổng đại số. Đó chính là nội dung của định luật Kiếc-sốp thứ hai.

$$\sum \mathcal{E}_k = \sum R_k I_k \quad (3.2)$$

Ta phát biểu như sau : Dọc theo một vòng kín, tổng đại số các suất điện động bằng tổng đại số các độ giảm thế trên các điện trở.

Để viết được biểu thức định luật Kiếc-sốp thứ hai (3.2) thoạt tiên ta phải chọn một "chiều khảo sát" cho vòng kín đang xét. Nguồn nào là "nguồn phát" ta lấy suất điện động với dấu dương (+), tức là theo chiều khảo sát ta qua nguồn từ cực âm sang cực dương, chiều khảo sát đi từ cực dương ra. Nguồn nào là "nguồn thu" ta lấy suất điện động với dấu âm (-), tức là theo chiều khảo sát ta qua nguồn từ cực dương sang cực âm, chiều khảo sát đi vào cực dương của nguồn.

Đối với dòng qua các điện trở, cường độ dòng sẽ có dấu dương (+) nếu chiều giả sử đã chọn cùng với chiều khảo sát. Cường độ dòng sẽ có dấu âm (-) nếu chiều giả sử đã chọn ngược với chiều khảo sát.

Dễ dàng thấy rằng biểu thức định luật Ôm cho mạch kín đã biết :

$$E = rI + RI$$

là trường hợp riêng của định luật Kiếc-sốp thứ hai.

c) Ta có thể chuyển các suất điện động trong công thức (3.2) về vế phải. Khi đó dấu của các suất điện động phải dùng quy tắc hiệu điện thế trong công thức (2.10) ở chương II : suất điện động sẽ lấy dấu dương (+) nếu đi theo chiều khảo sát ta gặp cực dương trước, và sẽ lấy dấu (-) nếu đi theo chiều khảo sát ta gặp cực âm trước.

$$\sum_k (R_k I_k + \mathcal{E}'_k) = 0 \quad (3.2')$$

Khi đó ta có thể phát biểu định luật Kiếc-sốp thứ hai như sau : Đọc theo một vòng kín, tổng đại số các độ giảm thế và các suất điện động là bằng không. Thế mà suất điện động nguồn điện chính bằng hiệu điện thế hai cực khi không có dòng qua nguồn. Ta còn có thể phát biểu định luật Kiếc-sốp thứ hai một cách hình thức như sau : Đọc theo một vòng kín, tổng đại số các hiệu điện thế của tất cả các yếu tố (điện trở, nguồn điện) trên các đoạn mạch trong vòng kín đó luôn bằng không. Đó cũng chính là tổng các hiệu điện thế nối tiếp nhau dọc vòng kín của các đoạn mạch có nguồn điện :

$$U_{AA} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CM} + \dots + U_{MN} + U_{NA} = 0$$

Với hiệu điện thế mỗi đoạn mạch có nguồn được tính theo công thức (2.10). Do vậy định luật Kiếc-sốp thứ hai còn gọi là định luật hiệu điện thế, để phân biệt với định luật cường độ dòng là định luật Kiếc-sốp thứ nhất.

d) Như trên đã nói, ta thường có : $(n - 1)$ ẩn số là điện thế V_i của các nút và d ẩn số là cường độ dòng điện I_k trong d đoạn mạch. Ta đã lập $(n - 1)$ phương trình nhờ định luật Kiếc-sốp thứ nhất cho $(n - 1)$ nút. Ta thiết lập nốt d phương trình độc lập còn thiếu nhờ áp dụng định luật Kiếc-sốp thứ hai cho d vòng kín độc lập. Vòng kín mới xét là độc lập với các vòng kín đã xét nếu nó chứa thêm một hoặc vài đoạn mạch chưa xét đến.

Nếu các yếu tố (điện trở, suất điện động) trên các đoạn mạch đã biết, thì thực tế chỉ cần d ẩn số I_k cường độ dòng điện trong các đoạn mạch. Biết các cường độ dòng I_k trong các đoạn mạch rồi ta có thể dùng công thức (2.10) suy ra các hiệu điện thế cần tìm. Như vậy với mạch điện có n nút, ta lập $(n - 1)$ phương trình (3.1'). Còn thiếu $d - (n - 1) = d - n + 1$ phương trình ta lập theo (3.2). Giải hệ d phương trình bậc nhất của d ẩn số I_k ta tìm được cường độ dòng trong các đoạn mạch và từ đó suy ra các hiệu điện thế nếu cần.

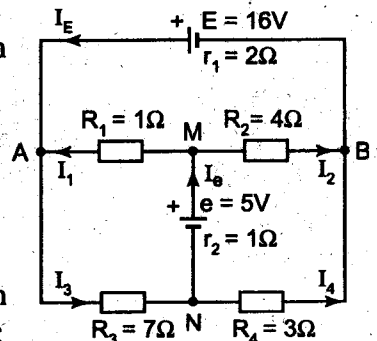
● Bài tập mẫu

Cho mạch điện như Hình 3.3 với các số liệu điện trở và nguồn điện đã biết.

- Tìm cường độ dòng chạy trong từng đoạn mạch.
- Tính các hiệu điện thế U_{AB} , U_{MN} .

Giải

a) Mạch điện có sáu đoạn mạch. Ta đặt tên và chọn chiều giả sử cho các dòng điện như trên Hình 3.3 :



Hình 3.3

$I_E, I_e, I_1, I_2, I_3, I_4$. Ta cần thiết lập 6 phương trình theo phương pháp Kiếc-sốp.

Mạch điện có 4 nút A, B, M, N. Do đó ta có thể lập được $4 - 1 = 3$ phương trình cường độ dòng bằng phương trình (3.1') của định luật Kiếc-sốp thứ nhất :

$$\text{Tại nút A : } I_E = I_3 - I_1 \quad (1)$$

$$\text{Tại nút B : } I_4 = I_E - I_2 = I_3 - I_1 - I_2 \quad (2)$$

$$\text{Tại nút M : } I_e = I_1 + I_2 \quad (3)$$

Còn thiếu 3 phương trình. Ta chọn 3 vòng kín độc lập rồi dùng (3.2) theo định luật Kiếc-sốp thứ hai :

$$\text{Vòng kín AMBEA : } E = 16 = 2I_E - I_1 + 4I_2 \quad (4)$$

$$\text{Vòng kín ANeM : } e = 5 = I_e + I_1 + 7I_3 \quad (5)$$

$$\text{Vòng kín BNeM : } e = 5 = I_e + 4I_2 - 3I_4 \quad (6)$$

Ta đã có đủ 6 phương trình của 6 ẩn số $I_E, I_e, I_1, I_2, I_3, I_4$.

Ta thay (1) (2) (3) vào (4) (5) (6) để đưa về 3 ẩn số I_1, I_2, I_3 .

$$(4) \rightarrow 16 = 2(I_3 - I_1) - I_1 + 4I_2 = -3I_1 + 4I_2 + 2I_3 \quad (4')$$

$$(5) \rightarrow 5 = I_1 + I_2 + I_1 + 7I_3 = 2I_1 + I_2 + 7I_3 \quad (5')$$

$$(6) \rightarrow 5 = I_1 + I_2 + 4I_2 - 3(I_3 - I_1 - I_2) = 4I_1 + 8I_2 - 3I_3 \quad (6')$$

Giải hệ 3 phương trình bậc nhất (4') (5') (6'), dễ dàng thu được :

$$I_1^{MA} = -2A ; I_2 = 2A ; I_3 = 1A$$

Thay vào (1) (2) (3) ta có :

$$I_E = 3A ; I_e = 0 ; I_4 = 1A$$

Dấu (–) ở I_1 cho thấy dòng điện thực chạy qua $R_1 = 1\Omega$ theo chiều từ A đến M.

Ta phải sửa lại chiều của I_1 cho đúng : $I_1^{AM} = 2A$.

b) Nguồn điện (e, r_2) không có dòng điện chạy qua nên hiệu điện thế hai cực nguồn bằng đúng suất điện động :

$$U_{MN} = e = 5V$$

Để tính U_{AB} ta có thể làm bằng nhiều cách theo các đoạn mạch khác nhau nối A và B. Ví dụ :

$$U_{AB} = U_{AEB} = -3.2 + 16 = 10V$$

$$U_{AMB} = U_{AM} + U_{MB} = 1.2 + 4.2 = 10V$$

$$U_{ANB} = U_{AN} + U_{NB} = 1.7 + 3.1 = 10V$$

$$U_{AMNB} = U_{AM} + U_{MN} + U_{NB} = 1.2 + 5 + 3.1 = 10V$$

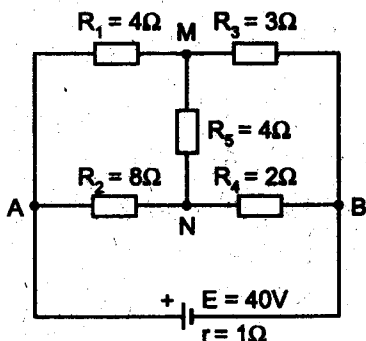
$$U_{ANMB} = U_{AN} + U_{NM} + U_{MB} = 1.7 - 5 + 4.2 = 10V$$

■ Bài luyện tập

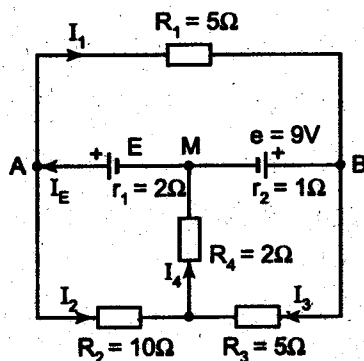
Cho mạch điện như Hình 3.4, với nguồn điện và các điện trở đã biết. Tính cường độ dòng điện trong mỗi đoạn mạch và tính U_{AB} .

ĐS: $I_{R_1}^{AM} = 5A$; $I_{R_2}^{AN} = 3A$; $I_{R_3}^{MB} = I_{R_4}^{NB} = 4A$

$I_{R_5}^{MN} = 1A$; $I_E = 8A$; $U_{AB} = 32V$



Hình 3.4



Hình 3.5

● Bài tập mẫu

Cho mạch điện như Hình 3.5. Biết rằng không có dòng điện qua nguồn (e, r_2).

a) Tìm cường độ dòng trong mỗi đoạn mạch. Tìm suất điện động E.

b) Tính U_{AB} .

Giải

a) Giả thiết không có dòng qua nguồn (ϵ , r_2) cho thấy $U_{BM} = \epsilon = 9V$.

Đặt tên và chọn chiều dòng điện trong các đoạn mạch như trên Hình 3.5.

Định luật Kiéc-sốp thứ nhất áp dụng cho các nút A, B, N cho ta :

$$\text{Tại nút A : } I_E = I_1 + I_2 \quad (1)$$

$$\text{Tại nút B : } I_1 = I_3 \quad (2)$$

$$\text{Tại nút N : } I_4 = I_2 + I_3 \quad (3)$$

Định luật Kiéc-sốp thứ hai áp dụng cho các vòng kín.

$$\text{Vòng kín } AR_1BMA : E = 2I_E + 5I_1 + 9 \quad (4)$$

$$\text{Vòng kín } AR_2NMA : E = 2I_E + 10I_2 + 2I_4 \quad (5)$$

$$\text{Vòng kín } BNMB : 9 = 5I_3 + 2I_4 \quad (6)$$

Ta có 6 phương trình của 6 ẩn : I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_E và E .

Thay (1) (2) (3) vào (4) (5) (6) ta có :

$$E - 9 = 7I_1 + 2I_2 \quad (4')$$

$$E = 4I_1 + 14I_2 \quad (5')$$

$$9 = 7I_1 + 2I_2 \quad (6')$$

Từ (4') và (6') rút ra : $E - 9 = 9 \Rightarrow E = 18V$

Ta còn 2 phương trình :

$$\left. \begin{array}{l} 18 = 4I_1 + 14I_2 \\ 9 = 7I_1 + 2I_2 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1^{AB} = 1A = I_2^{AN}$$

$$\text{Suy ra : } I_E^{MA} = I_1 + I_2 = 2A$$

$$I_3^{BN} = I_1 = 1A$$

$$I_4^{NM} = I_2 + I_3 = 2A$$

b) $U_{AB} = I_1 R_1 = 1.5 = 5V$ hoặc cách khác :

$$U_{AB} = U_{ANB} = U_{AN} + U_{NB} = 1.10 - 1.5 = 5V$$

$$U_{AB} = U_{AMB} = U_{AM} + U_{MB} = 18 - 2.2 - 9 = 5V$$

■ Bài luyện tập

Cho mạch điện như Hình 3.6. Hãy tìm cường độ dòng điện trong các đoạn mạch.

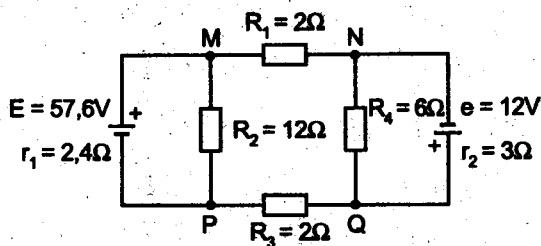
ĐS: $I_{R_1}^{MN} = I_{R_3}^{QP} = 7A$;

$I_{R_2}^{MP} = \frac{17}{6} A$;

$I_E^{PM} = \frac{59}{6} A$;

$I_{R_4}^{NQ} = 1A$;

$I_e^{NQ} = 6A$.



Hình 3.6

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về định luật Kiếc-sốp thứ nhất.

- A. Định luật Kiếc-sốp thứ nhất là hệ quả của định luật bảo toàn năng lượng trong mạch điện.
- B. Định luật Kiếc-sốp thứ nhất có thể rút ra từ định luật bảo toàn động lượng của các electron tự do chuyển động trong mạch điện.
- C. Tại mọi nút mạng, tổng đại số các dòng điện là một lượng không đổi.
- D. Tại mỗi nút mạng, tổng đại số các dòng điện luôn bằng không.

ĐS. D.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về định luật Kiếc-sốp thứ hai.

- A. Trong một vòng kín bất kì của mạch điện, tổng đại số các suất điện động ($e > 0$: phát dòng khảo sát ; $e < 0$: thu dòng khảo sát) luôn bằng tổng đại số các độ giảm thế trên các điện trở ($I > 0$: cùng chiều khảo sát, $I < 0$: ngược chiều khảo sát).
- B. Trong một vòng kín, tổng đại số các hiệu điện thế trên các điện trở luôn bằng không vì ta đã quay về điểm xuất phát.
- C. Trong một vòng kín, tổng đại số của các hiệu điện thế của tất cả các yếu tố (điện trở, nguồn điện) trên các đoạn mạch luôn bằng không.
- D. Trong một vòng kín, tổng các hiệu điện thế của các đoạn mạch chứa nguồn nối tiếp nhau luôn bằng không.

ĐS : B.

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn đẳng thức đúng về cường độ dòng điện cho nút N, với I_k là độ lớn các cường độ dòng, chiều các dòng cho trên Hình 3.7.

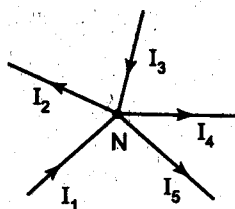
A. $I_1 - I_5 = I_2 + I_4 - I_3$

B. $I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$

C. $I_4 - I_5 + I_3 = I_2 + I_1$

D. $I_3 - I_4 = I_2 + I_1 - I_5$

ĐS : A.

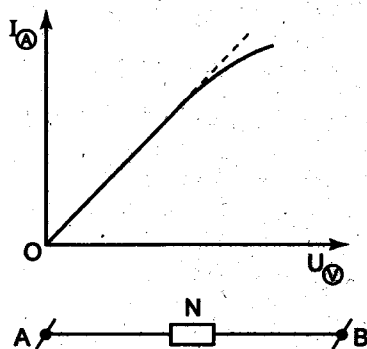


Hình 3.7

II – PHƯƠNG PHÁP CHỐNG CHẤT DÒNG ĐIỆN

1. Tính chất bậc nhất

Phương pháp chống chất dòng điện dựa trên cơ sở đặc tính bậc nhất (tuyến tính) của mối quan hệ giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện qua các yếu tố của mạch điện. Đơn giản nhất là mối liên hệ giữa hiệu điện thế hai đầu một điện trở thuần R và cường độ dòng qua nó được mô tả bằng định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ có điện trở thuần. Đường đặc trưng (đặc tuyến) vôn-ampe của một điện trở thuần nói riêng và của các yếu tố tuân theo định luật Ôm nói chung, là một đường thẳng qua gốc tọa độ trong hệ tọa độ (I, U) (Hình 3.8). Giá trị điện trở R bằng cot của góc nghiêng của đường thẳng so với trục OU :



Hình 3.8

$$U_{AB} = RI_{AB}$$

Tuy nhiên trong thực tế có thể không hoàn toàn giống như vậy. Ví dụ khảo sát đường đặc trưng vôn-ampe của dây tóc một bóng đèn ta thấy khi U nhỏ nó tuân theo tốt định luật Ôm. Nhưng với U khá lớn thì đường đặc trưng không còn thẳng nữa như vẽ trên đồ thị. Ta cũng thấy điều tương tự khi xét dòng điện qua ống chứa khí, qua bóng chân không... Trong phạm vi biến thiên rộng của hiệu điện thế U thì cường độ dòng điện I không biến thiên bậc nhất, điện trở R không là hằng số. Nhưng trong phạm vi các giá trị của U không lớn lắm thì xem điện trở R là một yếu tố bậc nhất. Chúng ta hạn chế chỉ khảo sát các yếu tố trên mạch

điện (điện trở, nguồn điện) đều có tính bậc nhất. Ta đã có các hệ thức quen thuộc khi xét một mạch kín đơn giản (Hình 3.9a) : $E = (r + R)I$; $U_{AB} = rI_{AB} + E$



Hình 3.9

Hoặc cho đoạn mạch có nguồn (Hình 3.9b) :

$$U_{AB} = R_{AB}I_{AB} + e_1 - e_2, \text{ với } R_{AB} = R_1 + r_1 + R_2 + r_2$$

2. Nguyên lí chồng chất dòng điện

a) *Nội dung 1* : Nếu trong một mạch điện có nhiều nguồn điện, dòng điện qua từng điện trở là tổng hợp các dòng điện do mỗi nguồn cung cấp riêng biệt khi mà các nguồn khác xem như suất điện động bằng không.

Điều này dựa trên cơ sở tính bậc nhất của các điện trở. Khi xét nguồn điện e_k ta coi như suất điện động các nguồn khác bằng không, ta tính dòng I_k^R do e_k cung cấp đi qua điện trở R đang xét. Làm lần lượt như thế cho các nguồn điện khác. Sau đó tổng hợp lại và dòng điện I^R qua điện trở R là tổng đại số (có chú ý đến chiều) của các dòng thành phần I_k^R :

$$I^R = \sum_k I_k^R \quad (3.3)$$

Đó chính là nội dung 2.

b) *Nội dung 2* : Nếu có nhiều dòng điện cùng đi qua một điện trở R có thể theo chiều khác nhau thì dòng điện tổng hợp qua điện trở đó bằng tổng đại số các dòng thành phần.

Có bao nhiêu nguồn điện trong mạch thì ta phải xét lần lượt việc cung cấp dòng điện qua các điện trở của bấy nhiêu nguồn. Nhớ rằng khi xét một nguồn điện nào thì các nguồn còn lại xem như không có suất điện động, chỉ còn như một điện trở thuần có giá trị bằng điện trở trong r_k . Các dòng I_k^R là độc lập đối với nhau.

3. Áp dụng cho nhiều nguồn mắc nối tiếp bất kì

Giả sử ta có ba nguồn điện (e_1, r_1) (e_2, r_2) (e_3, r_3) mắc nối tiếp với chiều khác nhau như trên Hình 3.10a. Ta dùng nguyên lí chồng chất các dòng điện độc lập nói trên để tìm lại suất điện động E và điện trở trong r của bộ nguồn mắc nối tiếp bất kì.

Nếu chỉ có nguồn (e_1, r_1) cung cấp điện thì dòng qua R là (Hình 3.10b) :

$$I_1^{AB} = \frac{e_1}{R + r_1 + r_2 + r_3}$$

Dòng do nguồn (e_2, r_2) cung cấp (Hình 3.10c) :

$$I_2^{AB} = \frac{e_2}{R + r_1 + r_2 + r_3}$$

Dòng do nguồn (e_3, r_3) cung cấp (Hình 3.10d) :

$$I_3^{BA} = \frac{e_3}{R + r_1 + r_2 + r_3} = -I_3^{AB}$$

Cường độ dòng tổng hợp qua R (Hình 3.10e) :

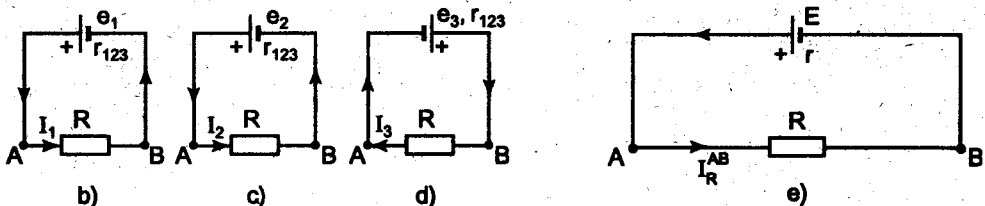
$$I_R^{AB} = I_1^{AB} + I_2^{AB} - I_3^{AB} = \frac{e_1 + e_2 - e_3}{R + r_1 + r_2 + r_3} = \frac{E}{R + r}$$

So sánh với nguồn tương đương (E, r) ta dễ dàng rút ra :

$$E = e_1 + e_2 - e_3 ; r = r_1 + r_2 + r_3$$

Nếu kết quả tính được $I_R^{AB} > 0$ thì dòng điện tổng hợp qua R có chiều từ $A \rightarrow B$ và nguồn tương đương có cực dương nối với A .

Nếu kết quả tính được $I_R^{AB} < 0$ thì dòng điện tổng hợp qua R có chiều từ $B \rightarrow A$ và nguồn tương đương có cực dương nối với B .



Hình 3.10

4. Áp dụng cho nhiều nguồn mắc song song bất kì

Nếu chỉ có (e_1, r_1) cung cấp điện cho mạch, mạch ngoài khi đó là $(r_2 // r_3 // R)$ (Hình 3.11a). Dòng qua e_1 khi đó :

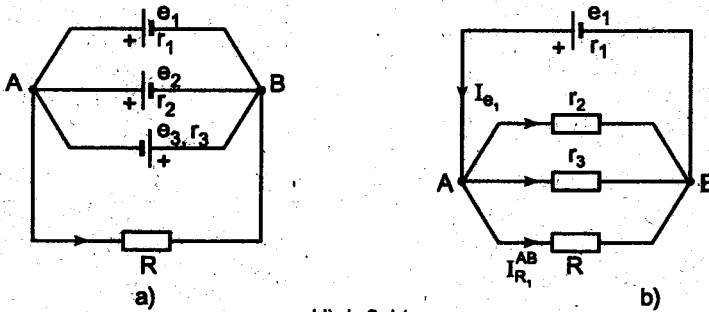
$$I_{e_1} = \frac{e_1}{r_1 + \frac{r_2 r_3 R}{r_2 r_3 + r_2 R + r_3 R}} = \frac{e_1 (r_2 r_3 + r_2 R + r_3 R)}{r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 R + r_1 r_3 R + r_2 r_3 R}$$

Hiệu điện thế hai đầu AB khi đó (Hình 3.11b) :

$$U_1^{AB} = e_1 - r_1 I_{e_1} = \frac{e_1 r_2 r_3 R}{r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 R + r_1 r_3 R + r_2 r_3 R}$$

Dòng điện qua R do e_1 cung cấp :

$$I_{R_1}^{AB} = \frac{U_1^{AB}}{R} = \frac{e_1 r_2 r_3}{r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 R + r_1 r_3 R + r_2 r_3 R}$$



Hình 3.11

Tương tự dòng điện qua R do e_2 và e_3 cung cấp :

$$I_{R_2}^{AB} = \frac{U_2^{AB}}{R} = \frac{e_2 r_1 r_3}{r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 R + r_1 r_3 R + r_2 r_3 R}$$

$$I_{R_3}^{BA} = \frac{U_3^{BA}}{R} = \frac{e_3 r_1 r_2}{r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 R + r_1 r_3 R + r_2 r_3 R} = -I_{R_3}^{AB}$$

Dòng điện tổng hợp qua R :

$$I_R^{AB} = I_{R_1}^{AB} + I_{R_2}^{AB} - I_{R_3}^{AB} = \frac{e_1 r_2 r_3 + e_2 r_1 r_3 - e_3 r_1 r_2}{r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 R + r_1 r_3 R + r_2 r_3 R}$$

Suy ra

$$U_{AB} = R I_R^{AB} = \frac{e_1 r_2 r_3 R + e_2 r_1 r_3 R - e_3 r_1 r_2 R}{r_1 r_2 r_3 + r_1 r_2 R + r_1 r_3 R + r_2 r_3 R}$$

Chia cả tử và mẫu cho tích số $r_1 r_2 r_3 R$ ta được :

$$U_{AB} = \frac{\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} - \frac{e_3}{r_3}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$

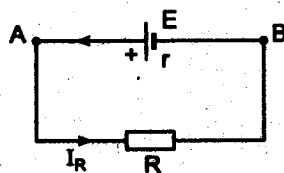
Chính là công thức (2.14') ở chương trước và ta rút ra (2.15)(2.15')(2.15'') cho nguồn tương đương (E, r) (Hình 3.11c) :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$

$$\frac{E}{r} = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} - \frac{e_3}{r_3}$$

$$E = \frac{\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} - \frac{e_3}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}$$

$$I_R = \frac{E}{r + R}$$



Hình 3.11c

● Bài tập mẫu

Ta giải lại bài luyện tập ở mục I của Chương III này nhưng bằng phương pháp chồng chất dòng điện vừa nói đến.

Ta cần tìm cường độ dòng điện trong mỗi đoạn mạch (Hình 3.12).

Giải

• Khi chỉ có (E, r_1) phát điện : Điện trở mạch ngoài là :

$$R_N^E = \{R_2 // [R_1 \text{ nt } R_3 \text{ nt } (R_4 // r_2)]\}$$

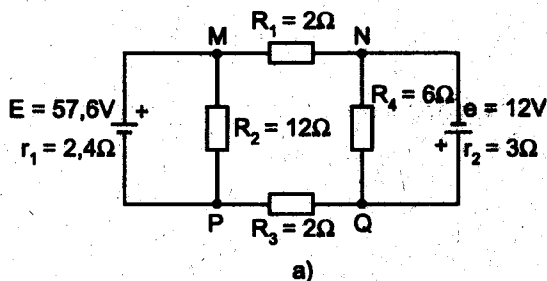
$$R_N^E = \{12 // [2 \text{ nt } 2 \text{ nt } (6 // 3)]\}$$

$$= \{12 // 6\} = 4\Omega$$

Dòng mạch chính qua E :

$$I_{E1} = \frac{E}{r_1 + R_N^E} = \frac{57,6}{2,4 + 4} = 9A$$

Suy ra : $I_{21} = \frac{6}{6 + 12} I_{E1} = 3A$



$$I_{11} = I_{31} = 2I_{21} = 6A$$

$$I_{41} = \frac{3}{3+6} \cdot I_{11} = 2A$$

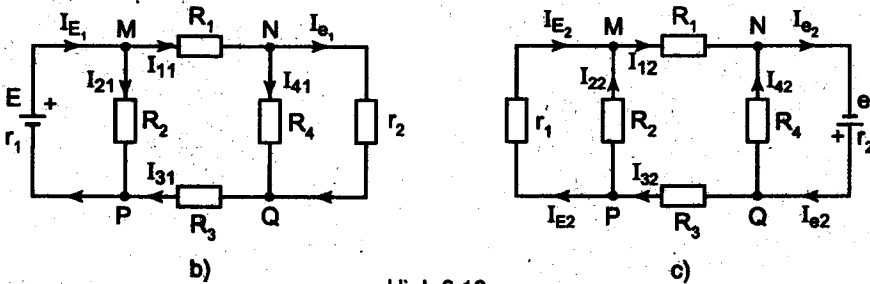
$$I_{e1} = \frac{6}{3+6} \cdot I_{11} = 4A$$

Chiều của các dòng thành phần này được vẽ trên Hình 3.12b.

- Khi chỉ có (e, r_2) phát điện : Điện trở mạch ngoài là (Hình 3.12c) :

$$R_N^e = \{R_4 // [R_1 n t R_3 n t (R_2 // r_1)]\}$$

$$R_N^e = \{6 // [2 n t 2 n t (12 // 2,4)]\} = \{6 // 6\} = 3\Omega$$



Hình 3.12

Dòng mạch chính qua e :

$$I_{e2} = \frac{e}{r_2 + R_N^e} = \frac{12}{3+3} = 2A$$

Suy ra : $I_{42} = \frac{I_{e2}}{2} = I_{32} = I_{12} = 1A$

$$I_{22} = \frac{2,4}{2,4+12} \cdot I_{32} = \frac{1}{6}A$$

$$I_{E2} = \frac{12}{2,4+12} \cdot I_{32} = \frac{5}{6}A$$

- Tổng hợp cả hai trường hợp lại :

$$I_{R_1}^{MN} = I_{11} + I_{12} = 6 + 1 = 7A = I_{R_3}^{QP}$$

$$I_{R_2}^{MN} = I_{21} - I_{22} = 3 - \frac{1}{6} = \frac{17}{6}A$$

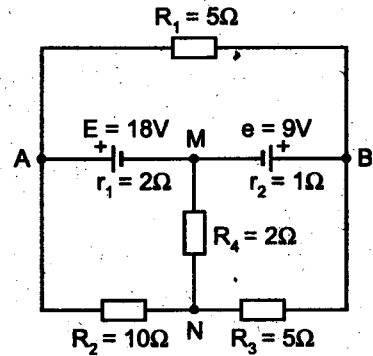
$$I_{R_4}^{NQ} = I_{41} - I_{42} = 2 - 1 = 1A$$

$$I_E^{PM} = I_{E1} + I_{E2} = 9 + \frac{5}{6} = \frac{59}{6} A$$

$$I_e^{NQ} = I_{e1} + I_{e2} = 4 + 2 = 6A$$

■ Bài luyện tập

Giải lại Bài tập mẫu ở mục I của Chương III này nhưng bằng phương pháp chồng chất dòng điện vừa học (Hình 3.13). Chú ý đến 2 mạch cầu cân bằng trong quá trình giải.

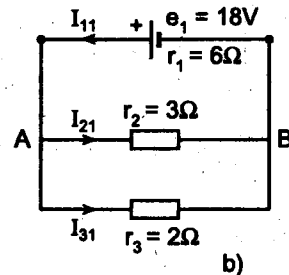
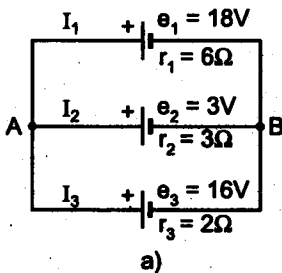


Hình 3.13

● Bài tập mẫu

Giải lại Bài tập mẫu cuối cùng của Chương II. Sau khi thu gọn mạch điện ta đưa về sơ đồ (Hình 3.14a) :

Ta cần tìm cường độ dòng điện trong từng nhánh.



Hình 3.14

Giải

Ta đặt tên dòng trong các nhánh lần lượt là I_1, I_2, I_3 .

• Khi chỉ có (e_1, r_1) phát điện (Hình 3.14b) : Điện trở mạch ngoài :

$$R_1 = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 1,2\Omega$$

Suy ra :
$$I_{11}^{BA} = \frac{e_1}{r_1 + R_1} = \frac{18}{6 + 1,2} = 2,5\Omega$$

$$I_{21}^{AB} = \frac{r_3}{r_2 + r_3} \cdot I_{11} = \frac{2}{3 + 2} \cdot 2,5 = 1A$$

$$I_{31}^{AB} = \frac{r_2}{r_2 + r_3} \cdot I_{11} = \frac{3}{3 + 2} \cdot 2,5 = 1,5A.$$

• Khi chỉ có (e_2, r_2) phát điện (Hình 3.14c) : Điện trở mạch ngoài :

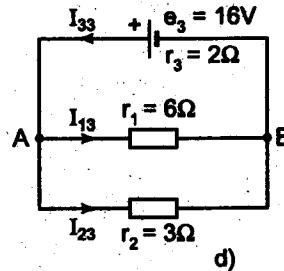
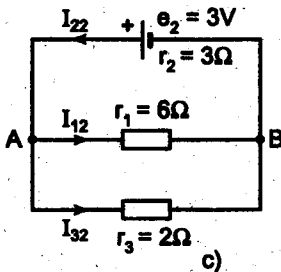
$$R_2 = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3} = \frac{6 \cdot 2}{6 + 2} = 1,5\Omega$$

Suy ra :

$$I_{22}^{BA} = \frac{e_2}{r_2 + R_2} = \frac{3}{3 + 1,5} = \frac{2}{3}A$$

$$I_{12}^{AB} = \frac{r_3}{r_1 + r_3} \cdot I_{22} = \frac{2}{6 + 2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}A$$

$$I_{32}^{AB} = \frac{r_1}{r_1 + r_3} \cdot I_{22} = \frac{6}{6 + 2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}A$$



Hình 3.14

• Khi chỉ có (e_3, r_3) phát điện (Hình 3.14d) : Điện trở mạch ngoài :

$$R_3 = \frac{r_1 r_2}{r_2 + r_2} = \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 2\Omega$$

Suy ra :
$$I_{33}^{BA} = \frac{e_3}{r_3 + R_3} = \frac{16}{2 + 2} = 4A$$

$$I_{13}^{AB} = \frac{r_2}{r_2 + r_1} \cdot I_{33} = \frac{3}{3 + 6} \cdot 4 = \frac{4}{3}A$$

$$I_{23}^{AB} = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \cdot I_{33} = \frac{6}{6 + 3} \cdot 4 = \frac{8}{3}A$$

- Dòng tổng hợp trong các nhánh :

Ta được các kết quả như phương pháp cũ.

$$I_1^{BA} = I_{11} - I_{12} - I_{13} = 2,5 - \frac{1}{6} - \frac{4}{3} = 1A$$

$$I_2^{AB} = I_{23} + I_{21} - I_{22} = \frac{8}{3} + 1 - \frac{2}{3} = 3A$$

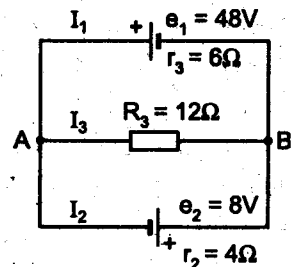
$$I_3^{BA} = I_{33} - I_{31} - I_{32} = 4 - 1,5 - \frac{1}{2} = 2A$$

■ Bài luyện tập

Giải lại Bài tập mẫu ở cuối chương II. Sau khi thu gọn mạch điện ta có sơ đồ như Hình 3.15.

Ta tìm cường độ dòng điện trong mỗi nhánh bằng phương pháp chồng chất dòng điện.

$$\text{ĐS: } I_1^{BA} = 6A ; I_3^{AB} = 1A ; I_2^{AB} = 5A.$$



Hình 3.15

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về phương pháp chồng chất dòng điện.

- Nguyên lí chồng chất dòng điện dựa trên cơ sở của mối liên hệ bậc nhất giữa cường độ dòng và hiệu điện thế của các yếu tố trong mạch.
- Mỗi nguồn điện trong mạch đóng góp một phần vào dòng điện tổng hợp chạy qua mỗi điện trở hoặc mỗi đoạn mạch.
- Khi tính dòng điện thành phần qua mỗi đoạn mạch ta chỉ cần quan tâm đến độ lớn là đủ.
- Các dòng điện thành phần do từng nguồn cung cấp là độc lập đối với nhau và tổng đại số của chúng sẽ cho dòng tổng hợp qua một điện trở hay một đoạn mạch.

ĐS: C.

III - PHƯƠNG PHÁP DÒNG MÁT MẠNG

1. Mở đầu : Phương pháp dòng mát mạng là một sự kết hợp phương pháp các định luật Kiéc-sốp với nguyên lí chồng chất dòng điện. Đây cũng là một phương pháp hiệu quả để giải các mạch điện phức tạp mà phương pháp các định luật Ôm gặp khó khăn.

Trong phương pháp này ta dùng các biến số dòng điện. Khi đã biết dòng điện trong các nhánh ta có thể dùng các định luật Ôm để tính các hiệu điện thế nếu cần. Tuy nhiên khác với phương pháp Kiéc-sốp dùng các dòng điện trong mỗi đoạn mạch làm biến số. Trong phương pháp này ta không trực tiếp tìm dòng điện trong mỗi đoạn mạch, mà ta dùng một số dòng điện khác, đó là các dòng mát mạng.

Trong một mạng điện phẳng, toàn bộ mạng điện bao gồm một số mát mạng. Như đã nói ở đầu Chương III này, mát mạng là một vòng mạch kín của một số đoạn mạch, bên trong vòng kín là khoảng trống, không có đoạn mạch nào phía trong. Các mát mạng nằm liền kề nhau. Một số đoạn mạch là biên giới chung của hai mát mạng kề nhau và tham gia vào cả hai mát mạng đó.

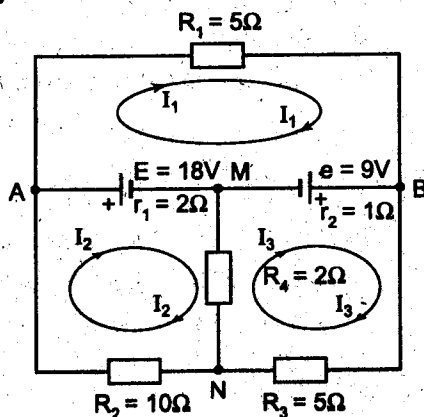
Ta xem rằng trong mỗi mát mạng có một dòng điện chạy theo vòng kín. Ta lấy các dòng mát mạng đó làm biến số I_k ($k = 1, 2, \dots, m$) với m là số mát mạng của cả mạng điện. Các dòng mát mạng này độc lập với nhau. Dòng trong mát mạng này không phụ thuộc vào dòng trong các mát mạng khác. Dòng trong một đoạn mạch sẽ là dòng mát mạng mà đoạn mạch đó tham gia nếu đoạn mạch này không tiếp giáp với mát khác. Nếu một đoạn mạch tham gia vào hai mát mạng thì dòng tổng hợp qua đoạn mạch này sẽ là tổng đại số của hai dòng mát mạng ở hai bên đoạn mạch này.

Trước khi khảo sát tổng quát phương pháp này, ta hãy làm quen bằng việc giải lại một bài tập mẫu của mục I chương III này.

2. Bài tập mẫu để tổng quát hoá

Cho mạch điện như Hình 3.16. Tìm cường độ dòng điện trong mỗi đoạn mạch bằng phương pháp dòng mát mạng.

Giải : Mạch điện của ta có 3 mát mạng. Ta xem như trong mỗi mát mạng có một dòng điện mát mạng chạy theo vòng kín kí hiệu I_1, I_2, I_3 và chọn chiều cho chúng. Ví dụ ta chọn cả 3 dòng mát mạng đều theo chiều kim đồng hồ cho dễ nhớ.



Hình 3.16

Ta dùng định luật Kiéc-sốp thứ hai cho 3 vòng kín của 3 mắt mạng :

$$\text{Mắt 1 : } 18 - 9 = 5I_1 + 1(I_1 - I_3) + 2(I_1 - I_2)$$

$$\text{Mắt 2 : } -18 = -2(I_1 - I_2) + 10I_2 - 2(I_3 - I_2)$$

$$\text{Mắt 3 : } 9 = 5I_3 + 2(I_3 - I_2) + 1(I_3 - I_1)$$

Ta viết lại 3 phương trình 3 ẩn I_1, I_2, I_3 :

$$\left. \begin{array}{l} 9 = 8I_1 - 2I_2 - I_3 \\ -18 = -2I_1 + 14I_2 - 2I_3 \\ 9 = -I_1 - 2I_2 + 8I_3 \end{array} \right\} (*)$$

Giải hệ này dễ dàng ta được : $I_1 = 1\text{A}$

$$I_2 = -1\text{A}$$

$$I_3 = 1\text{A}$$

Từ đó suy ra dòng điện trong từng đoạn mạch :

$$I_{R_1}^{AB} = 1\text{A} = I_{R_2}^{AN} = I_{R_3}^{BN}$$

$$I_{R_4}^{NM} = I_3 - I_2 = 1 - (-1) = 2\text{A}$$

$$I_E^{MA} = I_1 - I_2 = 1 - (-1) = 2\text{A}$$

$$I_e^{MB} = I_3 - I_1 = 1 - 1 = 0$$

Nhận xét : Ta chú ý đến các đặc điểm của hệ (*) :

- Các vế trái là tổng đại số các suất điện động dọc theo dòng mắt mạng.
- Các hệ số ở các vế phải có tính đối xứng khi ta viết chúng dưới dạng ma trận (bảng số).
- Các hệ số trên đường chéo chính (khoanh tròn) là tổng các điện trở dọc theo dòng mắt mạng tương ứng.
- Các hệ số đối xứng chính là giá trị các điện trở trên đoạn mạch chung của hai mắt và thêm dấu âm (-).

Những điều ta nhận xét trên có tính tổng quát áp dụng cho mọi trường hợp. Khi đã nắm vững ta có thể thiết lập ngay hệ phương trình (*) trực tiếp từ mạch điện ngay sau khi đặt tên và chọn chiều các dòng mắt mạng. Sau đây ta tổng quát hoá bài toán này.

3. Phương pháp dòng mắt mạng

a) Phương pháp dòng mắt mạng dùng cho các mạng điện phẳng, trong sơ đồ mạng điện không có các đoạn mạch bắt chéo nhau. Ta phải làm theo trình tự sau, xem như các điện trở và các nguồn điện đã biết.

- Đặt tên và chọn chiều cho các dòng mắt mạng. Thông thường ta chọn chiều dương cho các dòng mắt mạng là chiều kim đồng hồ cho tiện. Mạng điện có m mắt thì ta có m ẩn số I_k ($k = 1, 2, \dots, m$).
- Thành lập hệ phương trình bậc nhất liên hệ các dòng mắt mạng với các suất điện động bằng cách áp dụng định luật Kiéc-sốp thứ hai cho từng mắt. Ta sẽ có m phương trình bậc nhất của m ẩn số I_k .
- Giải hệ phương trình bậc nhất này bằng các phương pháp đại số quen thuộc, hoặc dùng phương pháp Cra-me cho trường hợp tổng quát. Kết quả là ta biết được các dòng mắt mạng I_k .
- Dòng điện trong các đoạn mạch là tổ hợp tương ứng các dòng mắt mạng đi qua đoạn mạch đó.

b) Khi thành lập hệ phương trình bậc nhất của m ẩn số I_k ta có thể làm tắt rất nhanh mà ít nhầm lẫn bằng cách sử dụng các nhận xét nêu ở phần trên. Với mạch điện có m mắt ta có m phương trình có dạng sau :

$$\left. \begin{aligned} R_{11}I_1 + R_{12}I_2 + \dots + R_{1m}I_m &= e_1 \\ R_{21}I_1 + R_{22}I_2 + \dots + R_{2m}I_m &= e_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \\ R_{m1}I_1 + R_{m2}I_2 + \dots + R_{mm}I_m &= e_m \end{aligned} \right\}$$

Hoặc viết dưới dạng ma trận :

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1m} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m1} & R_{m2} & \dots & R_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_m \end{bmatrix}$$

Ma trận các hệ số $[R_{ij}]$ là ma trận vuông đối xứng m hàng, m cột. Các yếu tố ở trên đường chéo chính R_{ii} là tổng các điện trở của mắt thứ i với dấu dương (+). Các yếu tố ngoài đường chéo chính có tính đối xứng $R_{ij} = R_{ji}$ ($i \neq j$) và bằng điện trở của đoạn mạch chung nhau giữa mắt thứ i với mắt thứ j , có thêm dấu âm (-). Nếu hai mắt không có điện trở nào chung thì $R_{ij} = 0$.

Các yếu tố ở ma trận cột về phải e_i là tổng đại số các suất điện động trong mắt thứ i , phát dòng theo chiều dòng mắt mạng I_i .

Dưới dạng ma trận ta có thể viết gọn lại :

$$[R_{ij}][I_j] = [e_i] \quad (3.4')$$

và ma trận cột của các nghiệm được tính nhờ ma trận nghịch đảo $[R_{ij}]^{-1}$

$$[I_j] = [R_{ij}]^{-1} [e_i]$$

Chú ý rằng $[R_{ij}]^{-1}$ là ma trận nghịch đảo của ma trận $[R_{ij}]$ chứ không phải là ma trận của các giá trị nghịch đảo $R_{ij}^{-1} : [R_{ij}]^{-1} \neq [R_{ij}^{-1}]$.

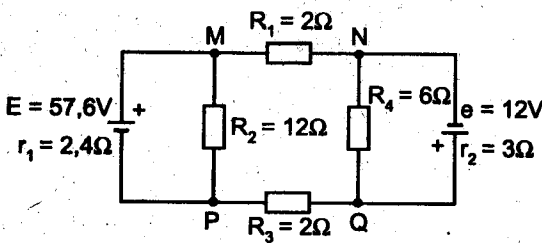
c) Nếu làm bằng phương pháp định thức Cra-me thì ta cần tính các định thức : Δ là định thức của ma trận các hệ số $[R_{ij}]$.

Δ_j là định thức của ma trận các hệ số sau khi đã thay cột thứ j bằng cột $[e_i]$. Theo công thức Cra-me, ta có cường độ dòng mắt mạng thứ j bằng :

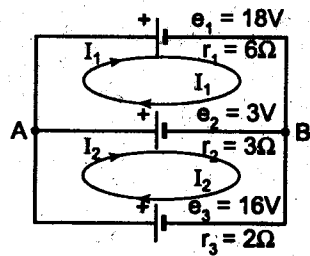
$$I_j = \frac{\Delta_j}{\Delta} \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

■ Bài luyện tập

Giải lại Bài tập mẫu ở mục trên bằng phương pháp dòng mắt mạng (Hình 3.17).



Hình 3.17



Hình 3.18

● Bài tập mẫu

Giải lại Bài tập mẫu cuối cùng của Chương II mà ở mục trước vừa được giải bằng phương pháp chồng chất dòng điện. Ở đây ta giải bằng phương pháp dòng mắt mạng gọn và tiện lợi hơn (Hình 3.18).

Giải

Mạch điện có 2 mắt mạng. Gọi tên các dòng mắt mạng là I_1, I_2 và chọn chiều kim đồng hồ. Áp dụng định luật Kiéc-sốp thứ hai cho hai mắt mạng :

$$\begin{cases} 3 - 18 = 6I_1 + 3(I_1 - I_2) = 9I_1 - 3I_2 = -15 \\ 16 - 3 = 2I_2 + 3(I_2 - I_1) = -3I_1 + 5I_2 = 13 \end{cases}$$

Ta thu gọn :

$$\begin{cases} 3I_1 - I_2 = -5 \\ -3I_1 + 5I_2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = -1A \\ I_2 = 2A \end{cases}$$

Vậy dòng trong các đoạn mạch :

$$I_{e_1}^{BA} = -I_1 = 1A$$

$$I_{e_2}^{AB} = I_2 - I_1 = 2 - (-1) = 3A$$

$$I_{e_3}^{BA} = I_2 = 2A$$

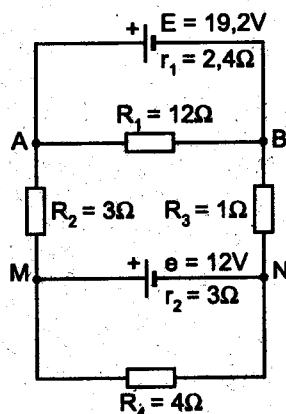
■ Bài luyện tập

Tìm cường độ dòng điện trong mỗi đoạn mạch trong sơ đồ Hình 3.19 bằng phương pháp dòng mắt mạng.

$$\text{ĐS: } I_{R_1}^{AB} = 1,17A; \quad I_{R_2}^{AM} = 1A;$$

$$I_{R_3}^{NB} = 1A; \quad I_{R_4} = 1,67A;$$

$$I_E^{BA} = 2,17A; \quad I_e^{NM} = 0,67A.$$



Hình 3.19

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* cho phương pháp dòng mắt mạng.

- Phương pháp dòng mắt mạng dựa trên phương pháp Kiéc-sốp và nguyên lý chống chất dòng điện.
- Phương pháp dòng mắt mạng rất tổng quát có thể áp dụng cho mọi dạng mạch điện bất kì.

C. Trong phương pháp này chỉ dùng biến số là dòng điện tròn chạy trong các mắt. Mạch điện có m mắt mạng thì ta có m ẩn số dòng mắt mạng I_k ($k = 1, 2, \dots, m$).

D. Dòng điện trong mỗi đoạn mạch là tổng đại số của hai dòng mắt mạng trong hai mắt ở hai bên đoạn này.

ĐS : B.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về hệ phương trình bậc nhất trong phương pháp dòng mắt mạng.

A. Hệ phương trình bậc nhất có thể viết dạng ma trận : $[R_{ij}][I_j] = [e_i]$ với $[I_j]$ là ma trận cột các dòng mắt mạng ($j = 1, 2, \dots, m$) với m là số mắt mạng.

B. Trong ma trận vuông m hàng m cột, R_{ii} là tổng điện trở của mắt thứ i .

C. $R_{ij} = R_{ji}$ ($i \neq j$) là điện trở đoạn mạch nằm giữa mắt thứ i với mắt thứ j .

D. e_i là tổng đại số các suất điện động có trong mắt thứ i .

ĐS : C.

IV – PHƯƠNG PHÁP THẾ NÚT MẠNG

1. Mở đầu

Phương pháp thế nút mạng cũng tương tự như phương pháp dòng mắt mạng dùng để giải các mạch điện phức tạp. Tuy nhiên phương pháp thế nút mạng còn mạnh hơn vì nó có thể dùng cho các mạch điện không phẳng bất kì.

Như đã nói ở phần trước, nút mạng (gọi tắt là nút) là nơi có từ 3 đoạn mạch trở lên nối vào. Riêng trường hợp đặc biệt của mạch kín đơn giản, mạch điện chỉ có một mắt, ta vẫn có thể xem là có 2 nút với mỗi nút chỉ có 2 đoạn mạch nối vào và vẫn áp dụng được phương pháp thế nút mạng.

Nếu ở trong phương pháp dòng mắt mạng ta lấy các dòng điện kín chạy trong mỗi mắt mạng làm ẩn số, thì trong phương pháp thế nút mạng ta sẽ lấy điện thế của các nút làm ẩn số. Khi đã tìm được điện thế các nút ta dễ dàng tính được hiệu điện thế giữa các cặp nút và sau đó dùng định luật Ôm suy ra dòng điện trong các đoạn mạch. Trong mạng điện có n nút, ta chọn một nút xem như nối đất có điện thế bằng không $V_0 = 0$, còn $(n - 1)$ nút và ta có $(n - 1)$ ẩn số V_i ($i = 1, 2, \dots, n - 1$). Các ẩn V_i này là các lượng đại số, có thể âm hay dương.

Biết các V_i ta tính được các hiệu điện thế :

$$U_{AO} = V_A - V_0 = V_A$$

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Ta cũng nhớ rằng hiệu điện thế liên quan đến công của điện trường như đã nói ở phần trên, mà công là một đại lượng đại số cộng được nên ta luôn có thể viết :

$$U_{AB} = V_A - V_B = U_{AM} + U_{MN} + U_{NB}, \text{ với M, N bất kì.}$$

$$U_{AA} = V_A - V_A = 0 = U_{AM} + U_{MN} + U_{NA}$$

Cho dù AM, MN, NB là các đoạn mạch chỉ có điện trở thuần hoặc là các đoạn mạch bất kì có các nguồn điện.

2. Bài tập mẫu để tổng quát hoá

Xét mạch điện của Bài luyện tập ở mục trên (Hình 3.20). Ta cần tìm dòng điện trong các đoạn mạch và giải bài toán bằng phương pháp thế nút mạng.

Giải

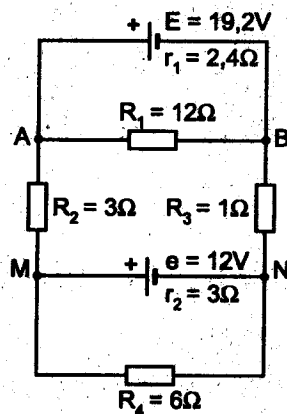
Ta chọn một nút nối đất có điện thế bằng không, ví dụ nút N, $V_N = 0$. Còn lại 3 nút A, B, M và ta có 3 ẩn số là các điện thế V_A, V_B, V_M .

Áp dụng định luật Kiếc-sốp thứ nhất cho 3 nút đó và dùng công thức định luật Ôm đối với đoạn mạch có nguồn dạng dòng điện :

$$I_{AB} = \frac{U_{AB} \pm e}{R_{AB}}$$

ta có :

$$\left. \begin{aligned} \bullet \text{ Nút A : } (V_A - V_B - E) \frac{1}{r_1} + (V_A - V_B) \frac{1}{R_1} + (V_A - V_M) \frac{1}{R_2} &= 0 \\ \bullet \text{ Nút B : } (V_B - V_A + E) \frac{1}{r_1} + (V_B - V_A) \frac{1}{R_1} + (V_B - V_N) \frac{1}{R_3} &= 0 \\ \bullet \text{ Nút M : } (V_M - V_A) \frac{1}{R_2} + (V_M - V_N - e) \frac{1}{r_2} + (V_M - V_N) \frac{1}{R_4} &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$



Hình 3.20

Thu gọn lại :

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_A - \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} \right) V_B - \frac{1}{R_2} V_M &= \frac{E}{r_1} \\ - \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} \right) V_A + \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) V_B - 0 \cdot V_M &= -\frac{E}{r_1} \\ -\frac{1}{R_2} V_A - 0 \cdot V_B + \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_4} \right) V_M &= \frac{e}{r_2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

thay số vào :

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{3} \right) V_A - \left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12} \right) V_B - \frac{1}{3} \cdot V_M &= \frac{19,2}{2,4} \\ - \left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12} \right) V_A + \left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{1} \right) V_B - 0 \cdot V_M &= -\frac{19,2}{2,4} \\ -\frac{1}{3} \cdot V_A - 0 \cdot V_B + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) V_M &= \frac{12}{3} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Không khó khăn lắm ta có thể giải hệ phương trình bậc nhất này và tìm được các điện thế : $V_A = 13V$; $V_B = -1V$; $V_M = 10V$.

Từ đó suy ra :

$$I_{R_1}^{AB} = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{13 - (-1)}{12} = 1,17A$$

$$I_{R_2}^{AM} = \frac{V_A - V_M}{R_2} = \frac{13 - 10}{3} = 1A$$

$$I_{R_3}^{NB} = \frac{V_N - V_B}{R_3} = \frac{0 - (-1)}{1} = 1A$$

$$I_{R_4}^{MN} = \frac{V_M - V_N}{R_4} = \frac{10 - 0}{6} = 1,67A$$

$$I_E^{BA} = \frac{V_B - V_A + E}{r_1} = \frac{-1 - 13 + 19,2}{2,4} = 2,17A$$

$$I_e^{NM} = \frac{V_N - V_M + e}{r_2} = \frac{0 - (-10) + 12}{3} = 0,67A$$

Kết quả trùng với các phương pháp giải khác.

Nhận xét : Gọi nghịch đảo của điện trở là độ dẫn $G : G = \frac{1}{R}$.

Điện trở đo bằng ôm (Ω) thì độ dẫn đo bằng siemen (Ω^{-1}).

Ta thấy hệ phương trình (2) có nhiều điểm đặc biệt :

- Hệ số của các ẩn số V_A, V_B, V_M có dạng tổng các độ dẫn liên quan đến các nút A, B, M. Các hệ số đó có tính đối xứng khi viết chúng dạng ma trận.
- Các hệ số trên đường chéo chính có dấu dương và là tổng độ dẫn của các đoạn mạch nối với nút tương ứng.

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{3}\right) & -\left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12}\right) & -\frac{1}{3} \\ -\left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12}\right) & \left(\frac{1}{2,4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{1}\right) & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \end{bmatrix}$$

- Các hệ số ngoài đường chéo chính có dấu âm với tổng độ dẫn của các đoạn mạch nối nút đang xét với các nút còn lại và đối xứng qua đường chéo chính.

- Vế phải là tổng đại số các "dòng đoạn mạch" của các đoạn mạch nối với nút đang xét nếu ta tưởng tượng chấp hai đầu các đoạn mạch này lại.

Các nhận xét quan trọng trên giúp ta tổng quát hoá bài toán cho các trường hợp khác.

3. Phương pháp thế nút mạng

a) Trong mạng điện bất kì có n nút với các yếu tố trên các đoạn mạch (điện trở, suất điện động) đã biết, ta có thể áp dụng phương pháp thế nút mạng để giải theo trình tự sau đây.

- Chọn một nút làm nút nối đất, có điện thế bằng không. Ta còn lại $(n - 1)$ nút và có $(n - 1)$ ẩn số là điện thế của các nút này : V_i ($i = 1, 2, \dots, n - 1$).

- Ta lập $(n - 1)$ phương trình bậc nhất của các điện thế nút mạng này bằng cách áp dụng định luật Kiếc-sốp thứ nhất (tổng đại số các dòng điện từ một nút đi ra luôn bằng không) và áp dụng công thức định luật Ôm đối với đoạn mạch có

nguồn dạng dòng điện $\left(I_{AB} = \frac{U_{AB} \pm e}{R_{AB}} \right)$.

• Giải hệ phương trình ta tìm được điện thế các nút mạng bằng các phương pháp đại số quen thuộc, hoặc dùng phương pháp Cra-me.

• Từ điện thế các nút ta tính được các hiệu điện thế, dòng điện trong mỗi đoạn mạch.

b) Ta có thể thành lập hệ $(n - 1)$ phương trình của $(n - 1)$ ẩn số là điện thế của $(n - 1)$ nút còn lại sau khi chọn điện thế ở một nút là bằng không. Áp dụng và mở rộng các nhận xét ở trên ta thành lập được :

$$\left. \begin{array}{l} G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + \dots + G_{1,n-1}V_{n-1} = I_1^* \\ G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + \dots + G_{2,n-1}V_{n-1} = I_2^* \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ G_{n-1,1}V_1 + G_{n-1,2}V_2 + \dots + G_{n-1,n-1}V_{n-1} = I_{n-1}^* \end{array} \right\}$$

Hoặc viết dưới dạng ma trận :

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1,n-1} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{n-1,1} & G_{n-1,2} & \dots & G_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^* \\ I_2^* \\ \dots \\ I_{n-1}^* \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Viết gọn lại theo quy tắc nhân ma trận :

$$[G_{ij}][V_j] = [I_i^*] \quad (3.5')$$

Ma trận các hệ số $[G_{ij}]$ là một ma trận vuông đối xứng $(n - 1)$ hàng, $(n - 1)$ cột. Các yếu tố trên đường chéo chính G_{ii} luôn dương và là tổng độ dẫn của các đoạn mạch nối vào nút thứ i có điện thế V_i . Các yếu tố ngoài đường chéo chính luôn có giá trị âm và đối xứng nhau qua đường chéo chính :

$$G_{ij} = G_{ji} < 0 \text{ với } i \neq j$$

Trong đó $|G_{ij}|$ là độ dẫn của đoạn mạch nối nút thứ i đang xét với nút thứ j có các điện thế V_i và V_j .

Các yếu tố I_i^* ở vế phải của hệ phương trình là tổng đại số các "dòng đoạn mạch" ở các đoạn mạch nối với nút thứ i có điện thế V_i khi ta tưởng tượng chập

hai đầu đoạn mạch đó. "Dòng đoản mạch" sẽ lấy dấu dương (+) nếu cực dương (+) của nguồn trên đoạn mạch nối với nút đang xét, ngược lại sẽ lấy dấu âm (-). Nếu đoạn mạch nào có nhiều nguồn nhỏ mắc nối tiếp thì ta rút gọn đưa về nguồn tương đương rồi mới xét "dòng đoản mạch". Đoạn mạch nào không có nguồn thì yếu tố đó bằng không.

c) Giải hệ phương trình trên, ta có thể dùng các phương pháp quen thuộc như phép thế, cộng hay trừ vế với vế... nếu số phương trình và số ẩn số nhỏ. Nếu có nhiều phương trình ta dùng phương pháp định thức Cra-me như đã nhắc ở mục trước :

- Tính định thức Δ của ma trận các hệ số : $\Delta = |G_{ij}|$.

- Tính định thức Δ_i của ma trận các hệ số sau khi thay cột $[I_i^*]$ ở vế phải vào cột thứ i của ma trận các hệ số.

Và ta có :
$$V_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Sau khi đã có các điện thế các nút, ta suy ra hiệu điện thế của các đoạn mạch và từ đó có thể tính được cường độ dòng trong các đoạn mạch.

d) Sau khi đã xét hai phương pháp : phương pháp dòng mắt mạng và phương pháp thế nút mạng, ta có thể đặt ra câu hỏi : nên chọn phương pháp nào trong hai phương pháp có nhiều nét giống nhau này.

Đầu tiên, nếu mạng điện không phẳng thì phải dùng phương pháp thế nút mạng.

Nếu là mạng điện phẳng, thì phải chọn phương pháp nào nhanh gọn hơn. Ta thấy ngay nếu số ẩn và số phương trình càng ít thì càng tốt. Nên ta phải so sánh số m các mắt mạng và số $(n - 1)$ nút độc lập. Trong Bài tập mẫu để tổng quát hoá trên đây có $m = 3$ mắt mạng và $n = 4$ nút, tức là $n - 1 = 3$ điện thế nút cần tìm. Do đó hai phương pháp không khác nhau nhiều. Nhưng có những bài mà m và $(n - 1)$ chênh nhau rõ rệt thì việc chọn một phương pháp nhanh gọn hơn là cần thiết. Điển hình là loại bài n đoạn mạch cùng nối song song vào hai nút. Khi đó ta có $n - 1$ mắt mạng, mà chỉ có 2 nút tức là chỉ còn 1 phương trình để xác định điện thế một nút còn lại sau khi đã chọn một nút làm mốc có điện thế bằng không. Rõ ràng khi đó ta nên chọn phương pháp thế nút mạng.

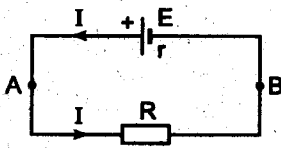
● Bài tập mẫu

Dùng phương pháp thế nút mạng tìm lại công thức định luật Ôm cho mạch kín đơn giản (Hình 3.21).

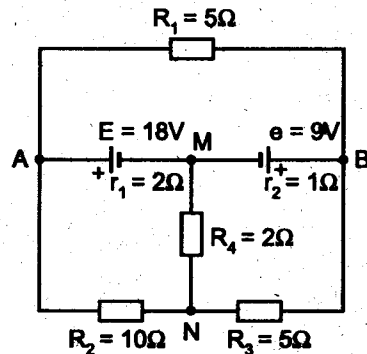
Giải. Chọn $V_B = 0$. Ta còn một phương trình :

$$G_{11} V_A = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right) V_A = I_1^* = \frac{E}{r}$$

Suy ra : $V_A = \frac{ER}{r+R} \Rightarrow I_R^{AB} = \frac{V_A - V_B}{R} = \frac{E}{r+R} = I \Rightarrow E = (r+R)I$



Hình 3.21



Hình 3.22

● Bài tập mẫu

Giải lại Bài tập mẫu để tổng quát hoá ở mục dòng mắt mạng bằng phương pháp thế nút mạng (Hình 3.22).

Giải : Ta chọn nút M làm nút tiếp đất với điện thế bằng không : $V_M = 0$. Đánh số thứ tự các nút A, B, N là 1, 2 và 3.

Ta lập ma trận $[G_{ij}]$.

$$G_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{5+2+1}{10} = \frac{4}{5} = 0,8 \Omega^{-1}$$

$$G_{22} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{7}{5} = 1,4 \Omega^{-1}$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{4}{5} = 0,8 \Omega^{-1}$$

$$G_{12} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{5} = -0,2 = G_{21}$$

$$G_{13} = -\frac{1}{R_2} = -\frac{1}{10} = -0,1 = G_{13}$$

$$G_{23} = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{5} = -0,2 = G_{32}$$

$$I_1^* = +\frac{E}{r_1} = \frac{18}{2} = 9A$$

$$I_2^* = +\frac{e}{r_2} = \frac{9}{1} = 9A$$

$$I_3^* = 0$$

Ta có hệ phương trình của V_A, V_B, V_N :

$$\left. \begin{aligned} G_{11}V_A + G_{12}V_B + G_{13}V_N &= 0,8V_A - 0,2V_B - 0,1V_N = 9 = I_1^* \\ G_{21}V_A + G_{22}V_B + G_{23}V_N &= -0,2V_A + 1,4V_B - 0,2V_N = 9 = I_2^* \\ G_{31}V_A + G_{32}V_B + G_{33}V_N &= -0,1V_A - 0,2V_B + 0,8V_N = 0 = I_3^* \end{aligned} \right\} (1)$$

Giải hệ phương trình bậc nhất (1) ta được:

$$V_A = 14V; V_B = 9V; V_N = 4V$$

Suy ra:

$$I_{R_1}^{AB} = \frac{V_A - V_B}{R_1} = \frac{14 - 9}{5} = 1A$$

$$I_{R_2}^{AN} = \frac{V_A - V_N}{R_2} = \frac{14 - 4}{10} = 1A$$

$$I_{R_3}^{BN} = \frac{V_B - V_N}{R_3} = \frac{9 - 4}{5} = 1A$$

$$I_{R_4}^{NM} = \frac{V_N - V_M}{R_4} = \frac{4 - 0}{2} = 2A$$

$$I_E^{MA} = \frac{V_M - V_A + E}{r_1} = \frac{0 - 14 + 18}{2} = 2A$$

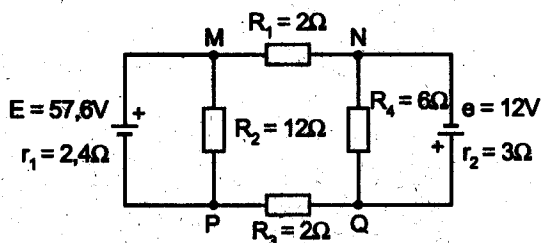
$$I_e^{MB} = \frac{V_M - V_B + e}{r_2} = \frac{0 - 9 + 9}{1} = 0$$

■ Bài luyện tập

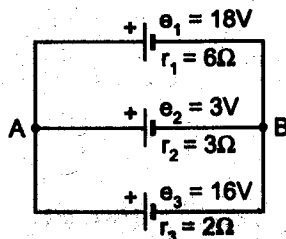
Giải lại Bài luyện tập ở mục các định luật Kiếc-sốp bằng phương pháp thế nút mạng (Hình 3.23).

$$\text{ĐS: } I_{R_1}^{MN} = I_{R_3}^{QP} = 7A; \quad I_{R_2}^{MP} = \frac{17}{6}A; \quad I_{R_4}^{NQ} = 1A;$$

$$I_E^{PM} = \frac{59}{6}A; \quad I_e^{NQ} = 6A.$$



Hình 3.23



Hình 3.24

● Bài tập mẫu

Giải lại Bài tập mẫu cuối cùng của chương II bằng phương pháp thế nút mạng. Sau khi thu gọn mạch điện ta có sơ đồ như Hình 3.24.

Giải. Mạch chỉ có 2 nút. Chọn $V_B = 0$ ta chỉ còn một ẩn số V_A và một phương trình quá đơn giản: $G_{11}V_A = I_1^*$

Với :

$$G_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1 \Omega^{-1}$$

$$I_1^* = +\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \frac{e_3}{r_3} = \frac{18}{6} + \frac{3}{3} + \frac{16}{2} = 12A$$

Vậy :
$$V_A = \frac{I_1^*}{G_{11}} = 12V$$

Suy ra :
$$I_{e_1}^{BA} = \frac{V_B - V_A + e_1}{r_1} = \frac{0 - 12 + 18}{6} = 1A$$

$$I_{e_2}^{AB} = \frac{V_A - V_B - e_2}{r_2} = \frac{12 - 0 - 3}{3} = 3A$$

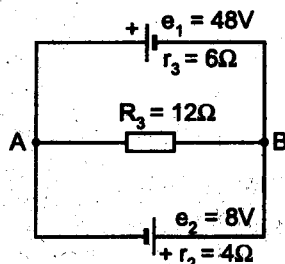
$$I_{e_3}^{BA} = \frac{V_B - V_A + e_3}{r_3} = \frac{0 - 12 + 16}{2} = 2A$$

Giải bằng phương pháp thế nút mạng cho loại bài này là tiện lợi nhất, nhanh gọn hơn cả phương pháp dòng mắt mạng hoặc phương pháp chống chất dòng điện hoặc phương pháp định luật Kiéc-sốp.

■ Bài luyện tập

Giải lại Bài tập mẫu ở cuối chương II bằng phương pháp thế nút mạng (Hình 3.25).

$$\text{ĐS: } I_{e_1}^{BA} = 6A ; I_{e_2}^{AB} = 5A ; I_{R_3}^{AB} = 1A.$$



Hình 3.25

★ Bài tập trắc nghiệm 40

Chọn phát biểu đúng về phương pháp thế nút mạng.

- A. Phương pháp thế nút mạng chỉ dùng được cho các mạch điện phẳng.
- B. Mạng điện có bao nhiêu nút thì bài toán có bấy nhiêu ẩn số và phải thành lập hệ bấy nhiêu phương trình.
- C. Các hệ số G_{ij} của hệ phương trình có đơn vị đo là ôm (Ω).
- D. Ma trận $[G_{ij}]$ của các hệ số trong hệ phương trình là một ma trận vuông đối xứng $G_{ij} = G_{ji}$ và định thức khác không: $\Delta = |G_{ij}| \neq 0$. Hay nói khác đi ma trận $[G_{ij}]$ có cấp $(n - 1)$ và cũng có hạng là $(n - 1)$ với n là số nút của mạng điện.

ĐS: D.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu sai về phương pháp thế nút mạng.

- A. Mạng điện có n nút thì ta chỉ cần thành lập hệ $(n - 1)$ phương trình bậc nhất với các ẩn là điện thế của $(n - 1)$ nút còn lại sau khi chọn điện thế của một nút là điện thế nối đất bằng 0.
- B. Ma trận các hệ số $[G_{ij}]$ của hệ phương trình là ma trận vuông phản đối xứng $G_{ij} = -G_{ji}$ với các yếu tố G_{ij} có thứ nguyên của độ dẫn, nghịch đảo của điện trở và đo bằng đơn vị Ω^{-1} .

- C. Các yếu tố G_{ii} trên đường chéo chính của ma trận $[G_{ij}]$ luôn dương và là tổng độ dẫn của các đoạn mạch nối vào nút thứ i có điện thế V_i .
- D. Các yếu tố I_i^* ở vế phải của hệ phương trình viết dưới dạng tích ma trận $[G_{ij}][V_j] = [I_i^*]$ có thứ nguyên dòng điện là tổng đại số các dòng đoạn mạch tương đương của các đoạn mạch nối vào nút thứ i khi xem như hai đầu của các đoạn mạch đó chập vào nhau.

ĐS : B.

V – PHƯƠNG PHÁP TÊ-VƠ-NANH

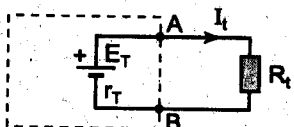
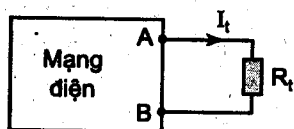
1. Mở đầu

Để tính cường độ dòng điện qua một điện trở tải R_t trong một mạng điện phức tạp, ta có thể dùng các phương pháp nêu trong các phần trước. Tuy nhiên khi giá trị điện trở tải R_t thay đổi thì vấn đề trở nên phức tạp. Bởi vì với mỗi giá trị của R_t , ta lại phải lập lại bài toán, lập lại hàng loạt công việc tương tự nhau.

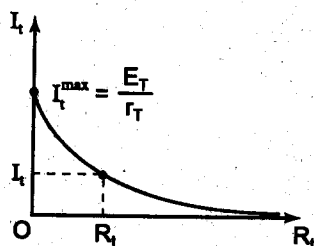
Phương pháp Tê-vơ-nanh cho phép thu gọn, đơn giản công việc phải làm đi rất nhiều dù giá trị điện trở tải R_t thay đổi. Đó là thay thế toàn bộ phần mạng điện nối với điện trở tải R_t bằng một nguồn tương đương không đổi (E_T, r_T) (Hình 3.26). Khi đó với mỗi giá trị điện trở tải R_t ta tính ngay được dòng điện đi qua nhờ công thức đơn giản quen thuộc

$$I_t = \frac{E_T}{r_T + R_t} \quad (3.6)$$

Thậm chí ta có thể vẽ sẵn đồ thị $I_t(R_t)$ để tìm I_t tương ứng khi cho giá trị điện trở tải R_t (Hình 3.27).



Hình 3.26



Hình 3.27

2. Phương pháp Tê-vơ-nanh

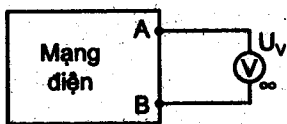
a) Nội dung của phương pháp Tê-vơ-nanh cho phép ta tính được các đặc trưng của nguồn tương đương (E_T , r_T) hoặc đo bằng thực nghiệm các giá trị này.

• *Nội dung 1* : Suất điện động E_T của nguồn điện Tê-vơ-nanh chính là bằng hiệu điện thế U_{AB} của mạng điện khi mạch hở, tức là khi tháo bỏ điện trở tải R_l :

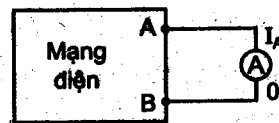
$$E_T = U_{AB} \text{ (mạch hở, tháo bỏ } R_l) \quad (3.7)$$

Trong sơ đồ mạch điện, ta tháo bỏ R_l và dùng các phương pháp đã biết để tính U_{AB} . Đó là E_T (Hình 3.28).

Bằng thực nghiệm ta có thể đo được giá trị E_T này. Ta tháo bỏ R_l và dùng một vôn kế lí tưởng có $R_v \approx \infty$ để đo U_{AB} khi đó, số chỉ vôn kế chính là suất điện động tương đương E_T : $U_v = E_T$.



Hình 3.28



Hình 3.29

• *Nội dung 2* : Điện trở trong r_T của nguồn tương đương bằng điện trở R_{AB} của "mạng điện chết" tức là điện trở tương đương của mạng điện sau khi tháo bỏ điện trở tải R_l , nhìn từ hai đầu A, B, khi các nguồn trong mạng điện có suất điện động bỏ đi, cho bằng không tất cả.

Cho các suất điện động bằng không, dùng các phép tính mạng điện trở đã xét ở chương I ta sẽ tính được R_{AB} , đó chính là r_T : $r_T = R_{AB}$ (mạng chết).

Bằng thực nghiệm ta có thể đo được giá trị r_T này. Ta tháo bỏ điện trở tải R_l và dùng một ampe kế lí tưởng có điện trở không đáng kể đo vào hai đầu A, B (Hình 3.29). Số chỉ của ampe kế lí tưởng chính là dòng đoản mạch của nguồn tương đương :

$$I_A = I_{dm} = \frac{E_T}{r_T}$$

Từ đó ta có điện trở trong r_T của nguồn tương đương Tê-vơ-nanh :

$$r_T = \frac{E_T}{I_{dm}} = \frac{U_v}{I_A} \quad (3.8)$$

b) Trong một số trường hợp đơn giản hoặc không phức tạp lắm, ta đã có thể thu gọn mạch điện, đưa về nguồn tương đương bằng các cách đã xét ở chương II như : đưa về nguồn tương đương của các nguồn điện mắc nối tiếp, song song bất kì, đưa một điện trở mắc nối tiếp hoặc mắc song song vào trong một nguồn điện...

Tuy vậy trong các trường hợp phức tạp khác, các phương pháp trên vẫn không giải quyết được. Ta phải dùng phương pháp Tê-vơ-nanh hoặc bằng tính toán hoặc bằng thực nghiệm để tìm ra E_T , r_T và từ đó tính được dòng qua một điện trở tải R_t có thể có giá trị R_t biến thiên.

Từ công thức :
$$I_t = \frac{E_T}{r_T + R_t}$$

Ta rút ra được một kết luận như sau : Trong một mạng điện, cường độ dòng điện qua một điện trở đang xét R_t không thay đổi chiều mà chỉ thay đổi độ lớn, dù cho điện trở R_t có nhỏ đi hay lớn lên bất kì.

Phương pháp Tê-vơ-nanh có tác dụng không chỉ khi cần tính cường độ dòng qua một điện trở R_t có giá trị biến thiên, mà cả khi cần khảo sát hiệu điện thế hai đầu điện trở đó :

$$U_{R_t} = E_T - r_T I_t = \frac{E_T R_t}{r_T + R_t}$$

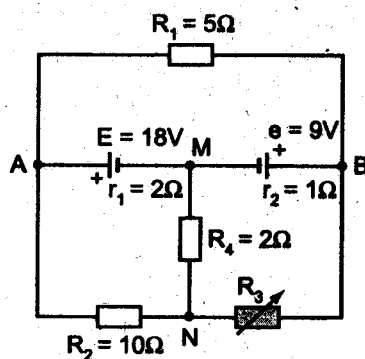
Hoặc khi khảo sát công suất trên R_t này :
$$\mathcal{P}_{R_t} = \frac{E_T^2 R_t}{(r_T + R_t)^2}$$

● Bài tập mẫu

Xét lại mạch điện ở Bài tập mẫu các mục trước cho trong Hình 3.30a.

a) Tìm dòng điện qua điện trở R_3 trong các trường hợp $R_{31} = 5\Omega$; $R_{32} = 2,5\Omega$; $R_{33} = 0,5\Omega$.

b) Tìm R_3 để công suất toả nhiệt trên R_3 là cực đại và tính cực đại đó.



Hình 3.30a

Giải

Ta dùng phương pháp Tê-vơ-nanh. Để tìm E_T , ta tháo bỏ R_3 và tính U_{BN} (Hình 3.30b). Đặt điện thế $V_M = 0$ ta có phương trình tìm V_A bằng phương pháp thế nút mạng :

$$\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1 + r_2} + \frac{1}{R_2 + R_4} \right) V_A = \frac{E}{r_1} + \frac{e}{r_2 + R_1}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) V_A = \frac{18}{2} + \frac{9}{6} \Rightarrow V_A = 14V$$

Suy ra :

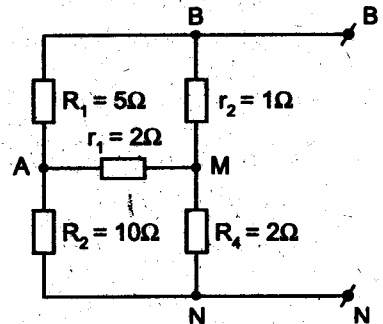
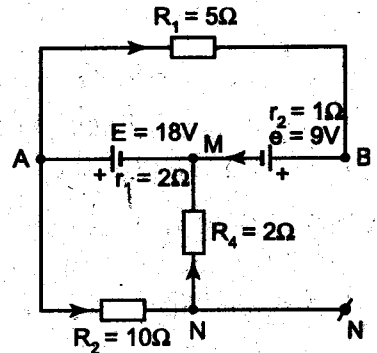
$$I_{R_{1e}}^{ABM} = \frac{V_A - V_M - e}{R_1 + r_2} = \frac{14 - 0 - 9}{5 + 1} = \frac{5}{6} A$$

$$I_{R_2 R_4}^{ANM} = \frac{V_A - V_M}{R_2 + R_4} = \frac{14 - 0}{10 + 2} = \frac{7}{6} A$$

$$U_{BM} = \frac{5}{6} \cdot 1 + 9 = \frac{59}{6} V$$

$$U_{NM} = 2 \cdot \frac{7}{6} = \frac{7}{3} V$$

$$\text{Vậy : } E_T = U_{BN} = U_{BM} + U_{MN} = \frac{59}{6} - \frac{7}{3} = 7,5V$$



Hình 3.30b

với cực dương nối với B. Để tìm r_T ta tháo bỏ R_3 và cho $E = e = 0$. Chú ý rằng ta có một mạch cầu cân bằng, có thể bỏ $r_1 = 2\Omega$ đi và dễ dàng tính được :

$$r_T = R_{BN} = (R_1 + R_2) // (r_2 + R_4) = (5 + 10) // (1 + 2) = \frac{15}{6} = 2,5 \Omega$$

a) Tính dòng qua R_3 trong các trường hợp :

$$R_{31} = 5\Omega \quad I_{31}^{BN} = \frac{E_T}{r_T + R_{31}} = \frac{7,5}{2,5 + 5} = 1A \text{ (như kết quả cũ)}$$

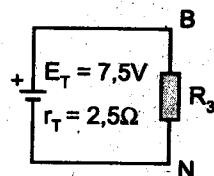
$$R_{32} = 2,5\Omega \quad I_{32}^{BN} = \frac{7,5}{2,5 + 2,5} = 1,5A$$

$$R_{33} = 0,5\Omega \quad I_{33}^{BN} = \frac{7,5}{2,5 + 0,5} = 2,5A$$

b) Đây là bài toán công suất mạch ngoài cực đại đã nói đến ở chương II. Công suất toả nhiệt trên R_3 đạt cực đại khi : $R_3 = r_T = 2,5\Omega$ (Hình 3.30c).

Giá trị cực đại của công suất là :

$$\mathcal{P}_{\max}^{R_3} = \frac{E_T^2}{4r_T} = \frac{(7,5)^2}{4 \cdot 2,5} = 5,625 \text{ W}$$



Hình 3.30c

● Bài tập mẫu

Cho mạng điện như Hình 3.31a. Tìm cường độ dòng điện qua điện trở R_x khi R_x nhận các giá trị sau :

$$R_{x1} = 1\Omega ; R_{x2} = 3\Omega ; R_{x3} = 7\Omega$$

Giải

Ta dùng phương pháp Tê-vơ-nanh. Để tìm E_T ta tháo bỏ R_x và tìm U_{AB} khi mạch hở (Hình 3.31b). Dòng điện do e_1 phát trong mạch kín e_1AM là :

$$I_1 = \frac{e_1}{r_1 + R_1 + R_2} = \frac{12}{1 + 5 + 3} = \frac{4}{3} \text{ A}$$

$$\text{Suy ra } U_{R_2}^{AM} = I_1 R_2 = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4 \text{ V}$$

Vậy nên :

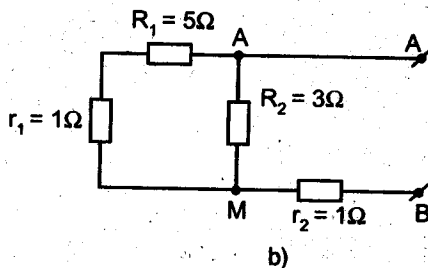
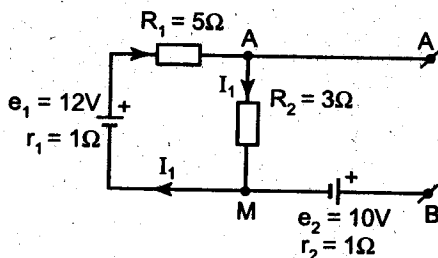
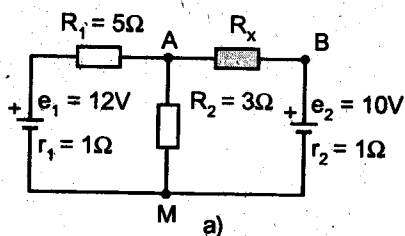
$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} = 4 - 10 = -6 \text{ V}$$

Tức là $E_T = 6 \text{ V}$ và cực dương của nguồn tương đương nối với B, cực âm nối với A.

Ta tính điện trở trong tương đương r_T bằng cách tính R_{AB} sau khi tháo R_x và cho e_1, e_2 bằng không.

$$R_{AB} = \{[(r_1 \text{ nt } R_1) // R_2] \text{ nt } r_2\}$$

$$= \{[6 // 3] \text{ nt } 1\} = 3\Omega = r_T$$

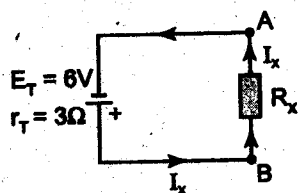


Hình 3.31

Ta có mạch điện tương đương với nguồn (E_T, r_T) vẽ ở Hình 3.31c với dòng I_x qua tải R_x từ B sang A :

$$I_x^{BA} = \frac{E}{r_T + R_x} = \frac{6}{3 + R_x}$$

- $R_{x1} = 1\Omega$ $I_{x1}^{BA} = \frac{6}{3+1} = 1,5A$
- $R_{x2} = 3\Omega$ $I_{x2}^{BA} = \frac{6}{3+3} = 1A$
- $R_{x3} = 7\Omega$ $I_{x3}^{BA} = \frac{6}{3+7} = 0,6A$



Hình 3.31c

■ Bài luyện tập

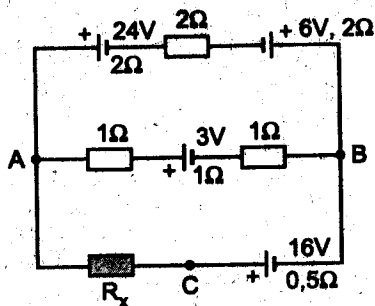
Giải lại Bài tập mẫu ở cuối chương II bằng phương pháp Tê-vơ-nanh với các giá trị thay đổi của R_x (Hình 3.32) :

$$R_{x1} = 1,5\Omega \text{ (như đầu bài cũ)}$$

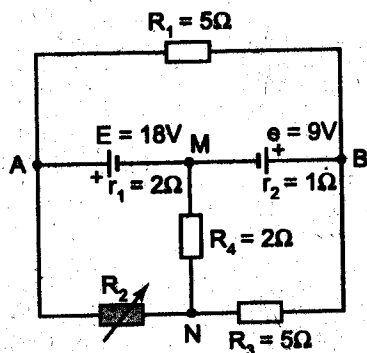
$$R_{x2} = 2,5\Omega$$

$$R_{x3} = 5,5\Omega$$

$$\text{ĐS: } E_T = 8V ; r_T = 2,5\Omega$$



Hình 3.32



Hình 3.33

■ Bài luyện tập

Xét lại mạch điện của Bài tập mẫu trên nhưng cho R_2 biến thiên. Dùng phương pháp Tê-vơ-nanh.

a) Tìm dòng điện qua R_2 trong các trường hợp sau :

$$R_{21} = 10\Omega ; R_{22} = \frac{25}{7}\Omega ; R_{23} = \frac{40}{7}\Omega$$

b) Tìm R_2 để công suất toả nhiệt trên R_2 cực đại và tính cực đại đó.

$$\text{ĐS: } E_T = \frac{90}{7} \text{ V; } r_T = \frac{20}{7} \Omega; \mathcal{P}_{R_2}^{\max} = 14,5 \text{ W khi } R_2 = r_T.$$

★ Bài tập trắc nghiệm

Chọn phát biểu đúng về phương pháp Tê-vơ-nanh.

- A. Phương pháp Tê-vơ-nanh chỉ dùng được cho các mạng điện phẳng không có các đoạn mạch bất chéo nhau.
- B. Phương pháp Tê-vơ-nanh rất hiệu quả và tiện lợi khi cần khảo sát cường độ dòng, hiệu điện thế, công suất toả nhiệt... trên điện trở R_i có giá trị biến thiên. Ta chỉ cần tính một lần nguồn tương đương (E_T, r_T).
- C. Khi giá trị R_i biến thiên, chiều dòng điện khi R_i nhỏ thì ngược với chiều dòng điện qua R_i khi R_i lớn.
- D. Các đặc trưng E_T và r_T của nguồn điện Tê-vơ-nanh tương đương không thể đo được bằng thực nghiệm, chỉ có thể tính toán dựa theo các phương pháp giải mạch điện đã khảo sát.

ĐS: B.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về việc xác định nguồn điện Tê-vơ-nanh tương đương.

- A. Suất điện động E_T và điện trở trong r_T được xác định còn tùy thuộc miễn biến thiên của điện trở tải R_i lớn hay bé.
- B. Muốn tính E_T ta tháo bỏ R_i khỏi mạng điện và tính hiệu điện thế U_{AB} của hai điểm A, B mà R_i vừa tháo ra.
- C. Muốn tính r_T ta tính R_{AB} của phần mạng điện còn lại sau khi tháo R_i khỏi A, B và cho các suất điện động của các nguồn bằng không tức là R_{AB} của "mạng điện chết".
- D. Dùng vôn kế lí tưởng đo vào A, B ta có U_V và dùng ampe kế lí tưởng đo vào A, B ta có I_A . Khi đó $E_T = U_V$ và $r_T = \frac{U_V}{I_A}$. Đó là phương pháp thực nghiệm để xác định E_T, r_T của nguồn điện tương đương.

ĐS: A.

VI – PHƯƠNG PHÁP NOỐC-TÔN

1. Mở đầu

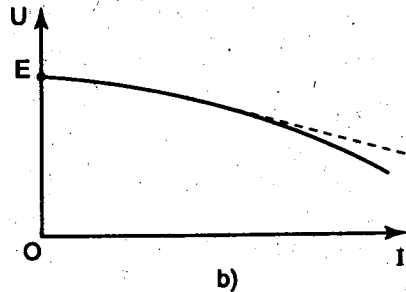
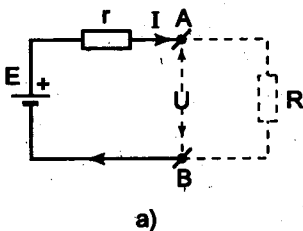
Vấn đề đặt ra ở đây cũng giống như ở phương pháp Tê-vơ-nanh. Ta cần xác định dòng điện qua điện trở tải R_t trong một mạng điện mà R_t có thể nhận nhiều giá trị khác nhau. Để tránh việc lặp lại nhiều lần các tính toán tương tự nhau mỗi khi R_t lấy các giá trị khác nhau, ta thay thế toàn bộ phần mạng điện còn lại bằng một nguồn tương đương. Trong phương pháp Tê-vơ-nanh ta dùng nguồn thế tương đương (E_T, r_T). Còn ở phương pháp Noốc-tôn ta dùng nguồn dòng tương đương (I_N, r_N). Ta có thể tìm nguồn dòng Noốc-tôn (I_N, r_N) nhanh chóng bằng cách xuất phát từ (E_T, r_T) của phương pháp Tê-vơ-nanh và sử dụng phép chuyển tương đương từ nguồn thế sang nguồn dòng.

2. Nguồn thế và nguồn dòng

Trong mọi mạch điện luôn có sự cân bằng giữa năng lượng cung cấp cho mạch điện bởi các nguồn điện với năng lượng tiêu thụ và mất mát trên các tải, các điện trở. Các nguồn điện sử dụng trong thực tế như các acquy, pin, máy phát điện... có các đặc trưng thay đổi và thông thường các thay đổi này rất phức tạp, không thay đổi theo hàm số bậc nhất (tuyến tính) nên rất khó mô tả bằng toán học. Do vậy trong giới hạn chính xác nhất định ta thường khảo sát các nguồn lí tưởng hoá đó là các nguồn thế và nguồn dòng.

a) *Nguồn thế* : Nguồn thế lí tưởng xem như có thể cung cấp bất kì dòng điện nào với một hiệu điện thế E xác định. Các nguồn điện thực tế như acquy, pin... có thể xem gần đúng như mắc nối tiếp một nguồn thế lí tưởng E với một điện trở trong r (Hình 3.34a). Khi đó với bất kể dòng I nào (tuỳ theo điện trở tải mạch ngoài) đi qua nguồn thế, ta luôn có mối liên hệ bậc nhất giữa dòng điện I và hiệu điện thế hai cực U của nguồn (Hình 3.34b) :

$$U = E - rI \quad (3.9)$$



Hình 3.34

Điều đó tương ứng với một đường đặc trưng vôn-ampe thẳng (tuyến tính). Trong thực tế với I nhỏ điều này khá đúng. Nhưng với các I lớn có sự sai lệch khỏi đường thẳng.

Từ hệ thức (3.9), ta thấy nếu $E = 0$ thì đoạn mạch có nguồn thế chỉ còn r tức là tương đương với việc nối tắt hai cực của nguồn thế lí tưởng.

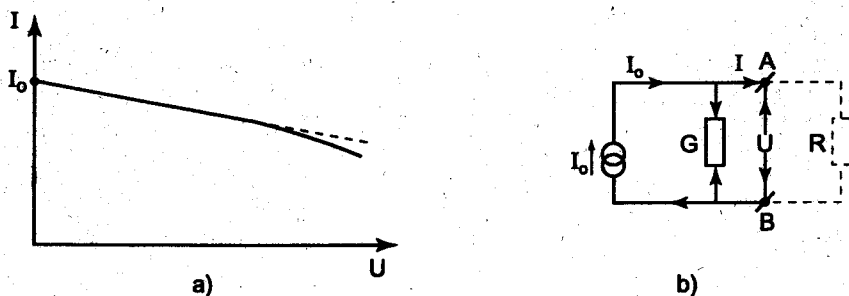
Trong pin khô (Lơ-clăng-sê) hiệu điện thế giữa thanh than và vỏ kẽm luôn có giá trị khoảng 1,5V. Trong acquy chì (acquy axit), hiệu điện thế giữa hai bản cực chì và chì điôxit luôn có giá trị khoảng 2V. Trong acquy kiềm, hiệu điện thế giữa cực dương kền hiđrôxit Ni(OH)_2 với cực âm cadimi hiđrôxit Cd(OH)_2 nhúng trong KOH hoặc NaOH luôn có giá trị khoảng 1,25V. Với các dòng không lớn lắm, các nguồn điện đó có thể xem là các nguồn thế lí tưởng.

b) Nguồn dòng : Phần lớn các nguồn điện ta gặp hàng ngày như vừa kể trên đây là các nguồn thế. Tuy nhiên vẫn có những nguồn dòng như các tế bào quang điện, pin ánh sáng, hoặc như mạch góp (côlectơ) của các tranzito, các mạch anôt của các đèn điện tử 5 cực (pentôt)...

Nguồn dòng lí tưởng có thể cung cấp một hiệu điện thế bất kì (tùy điện trở tải mạch ngoài) với một dòng điện I_0 xác định. Đường đặc trưng vôn-ampe của các nguồn dòng có dạng đường thẳng. Dòng cung cấp ra ngoài I và hiệu điện thế U liên hệ như sau :

$$I = I_0 - GU \quad (3.10)$$

với G là độ dẫn của nguồn dòng thực. Ở các nguồn thực tế khi U lớn có sự sai lệch khỏi đường thẳng như vẽ trên đồ thị Hình 3.35a.



Hình 3.35

Nguồn dòng thực có thể xem như một nguồn dòng lí tưởng I_0 mắc song song với độ dẫn bên trong G như Hình 3.35b.

Nguồn dòng không $I_0 = 0$ tương ứng với việc tháo bỏ nguồn dòng lí tưởng I_0 , để mạch ở đó hở, nguồn dòng thực chỉ còn độ dẫn G .

e) Các nguồn tương đương : Ta có thể thay một nguồn thế bằng một nguồn dòng và ngược lại. Nhân hai vế của (3.9) với độ dẫn G :

$$GU = GE - IGr$$

với $Gr = 1$ ta viết lại :

$$I = GE - GU$$

So sánh với (3.10) ta được :

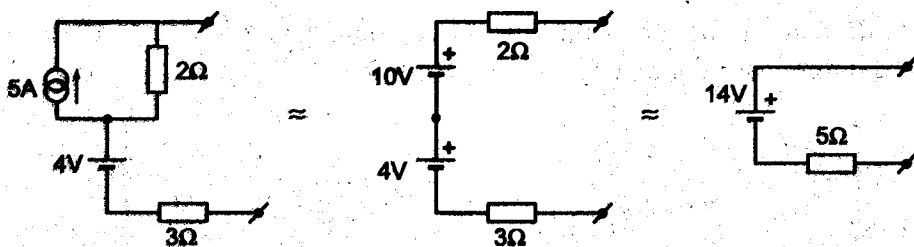
$$I_0 = GE = \frac{E}{r} \text{ hay } E = rI_0 \quad (3.11)$$

Từ đó ta có sự tương đương của hai loại nguồn thế và nguồn dòng (Hình 3.35c) :

Như vậy, có nguồn dòng ta có thể thay bằng nguồn thế. Ngược lại, có nguồn thế ví dụ E_T , r_T của phương pháp Tê-vơ-nanh ta có thể thay bằng nguồn dòng

tương ứng : $I_0 = \frac{E_T}{r_T}$ và $r_N = r_T$

Ta có thể hiểu rõ hơn điều này khi ta xét ví dụ sau đây : đối một hệ hỗn hợp hai loại nguồn về một loại (Hình 3.35d).



Hình 3.35d

3. Phương pháp Noóc-tôn

Để xác định dòng điện qua điện trở tải R_l mà R_l có thể nhận nhiều giá trị khác nhau, tương tự như phương pháp Tê-vơ-nanh, trong phương pháp Noóc-tôn ta cũng thay toàn bộ mạng điện còn lại bằng nguồn dòng tương đương (Hình 3.36). Ta dùng các kết quả đã biết trong phương pháp Tê-vơ-nanh để có nguồn dòng :

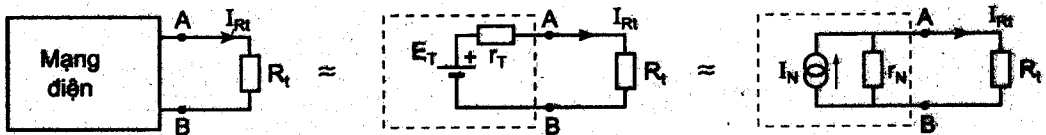
Với :

$r_N = r_T = R_{AB}$ của mạng điện chết sau khi tháo bỏ R_t (cho $e_i \equiv 0$).

$I_N = \frac{E_T}{r_T} = I_A$: số chỉ của ampe kế lí tưởng đo vào AB sau khi bỏ R_t .

$E_T = U_{AB}$: số chỉ của vôn kế lí tưởng đo vào AB sau khi bỏ R_t , mạch hở.

Nguồn dòng tương đương có hai đặc trưng là I_N và r_N : (I_N, r_N).



Hình 3.36

Dòng điện qua điện trở tải R_t là I_{R_t} dễ dàng tính được nhờ công thức tính

dòng ở nhánh rẽ đôi đã nói ở chương I : $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_0$.

$$I_{R_t} = \frac{r_N}{r_N + R_t} I_N \quad (3.12)$$

Hiệu điện thế hai đầu điện trở tải tính theo nguồn dòng tương đương :

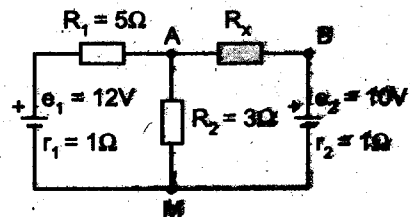
$$U_{R_t} = R_t \cdot I_{R_t} = \frac{r_N I_N R_t}{r_N + R_t}$$

Công suất trên điện trở tải

$$\mathcal{P}_{R_t} = R_t I_t^2 = \frac{r_N^2 I_N^2 R_t}{(r_N + R_t)^2}$$

● Bài tập mẫu

Giải lại Bài tập mẫu trong mục phương pháp Tê-vơ-nanh bằng phương pháp Noóc-tôn. Tìm dòng điện qua R_x trong các trường hợp (Hình 3.37).



Hình 3.37a

Giải

Ta tìm nguồn dòng Noóc-tôn tương đương. $r_N = r_T = R_{AB}$, mạch chết sau khi tháo bỏ R_1 (Hình 3.38a). Giống như ở phương pháp Tê-vơ-nanh ta tìm được :

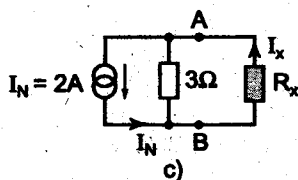
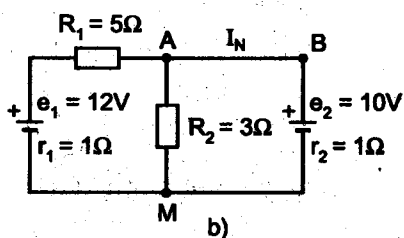
$$r_N = R_{AB} = r_T = 3\Omega$$

Để tìm I_N ta nối tắt AB và dòng qua dây nối tắt chính là I_N (Hình 3.37b). Dùng phương pháp thế nút mạng, ta đặt $V_M = 0$, phương trình duy nhất để tìm $V_A = V_B$ là :

$$\left(\frac{1}{r_1 + R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r_2} \right) V_A = \frac{e_1}{r_1 + R_1} + \frac{e_2}{r_2}$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + 1 \right) V_A = \frac{12}{6} + \frac{10}{1} \Rightarrow V_A = 8V$$

Suy ra : $I_N^{BA} = I_{MBA} = \frac{V_M - V_A + e_2}{r_2} = \frac{0 - 8 + 10}{1} = 2A$



Hình 3.37

Dòng qua R_x (Hình 3.37c) :

$$I_x^{BA} = \frac{r_N}{r_N + R_x} I_N = \frac{3}{3 + R_x} \cdot 2$$

- $R_{x1} = 1\Omega$ $I_{x1}^{BA} = \frac{3}{3+1} \cdot 2 = 1,5A$

- $R_{x2} = 3\Omega$ $I_{x2}^{BA} = \frac{3}{3+3} \cdot 2 = 1A$

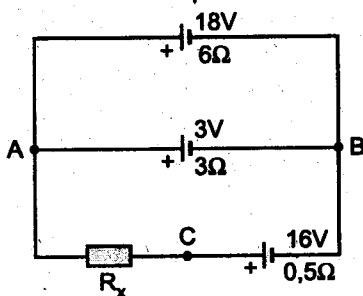
- $R_{x3} = 7\Omega$ $I_{x3}^{BA} = \frac{3}{3+7} \cdot 2 = 0,6A$

Kết quả hoàn toàn trùng với kết quả giải bằng phương pháp Tê-vơ-nanh.

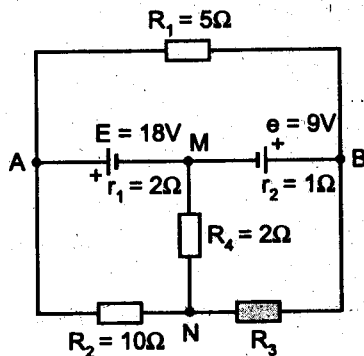
■ Bài luyện tập

Giải lại Bài luyện tập ở mục phương pháp Tê-vơ-nanh bằng phương pháp Noóc-tôn. Tính dòng điện qua R_x khi giá trị R_x thay đổi. Hình 3.38 vẽ sơ đồ sau khi thu gọn mạch điện.

ĐS: $I_N^{CA} = 3,2A$; $r_N = 2,5\Omega$.



Hình 3.38



Hình 3.39

● Bài tập mẫu

Giải lại Bài tập mẫu ở mục phương pháp Tê-vơ-nanh bằng phương pháp Noóc-tôn. Tính dòng điện qua R_3 trong các trường hợp cho trước (Hình 3.39).

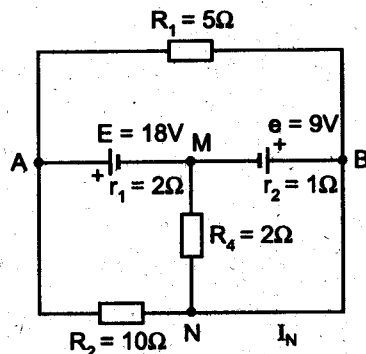
Giải

Ta cần tính các đặc trưng của nguồn dòng Noóc-tôn tương đương (I_N , r_N).

Để tính r_N ta làm như khi tính r_T bằng phương pháp Tê-vơ-nanh. Tháo bỏ R_3 , cho $E = e = 0$, tính R_{BN} . Dễ dàng tính được nhờ một mạch cầu cân bằng, ta có : $r_N = 2,5\Omega$.

Để tính I_N ta nối tắt BN và tính dòng I_N qua dây nối tắt đó (Hình 3.39a). Ta dùng phương pháp thế nút mạng. Đặt $V_B = V_N = 0$. Ta có hệ phương trình tìm V_A và V_M .

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_A - \frac{1}{r_1} V_M = \frac{E}{r_1} \\ -\frac{1}{r_1} V_A + \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{r_2} \right) V_M = -\frac{E}{r_1} - \frac{e}{r_2} \end{cases}$$



Hình 3.39a

$$\begin{cases} 0,8V_A - 0,5V_M = 9 \\ -0,5V_A + 2V_M = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_A = \frac{20}{3}V \\ V_M = -\frac{22}{3}V \end{cases}$$

Từ đó ta tính các dòng :

$$I_{R_2}^{AN} = \frac{V_A - V_N}{R_2} = \frac{2}{3}A$$

$$I_{R_4}^{NM} = \frac{V_N - V_M}{R_4} = \frac{11}{3}A$$

Suy ra : $I_N^{BN} = I_{R_4}^{NM} - I_{R_2}^{AN} = \frac{11}{3} - \frac{2}{3} = 3A$

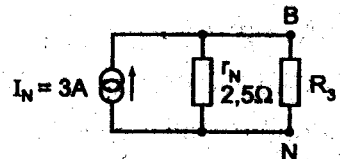
Vậy nguồn dòng tương đương là $(I_N ; r_N) = (3A ; 2,5\Omega)$.

$$I_{R_3}^{BN} = \frac{r_N}{r_N + R_3} \cdot I_N = \frac{2,5}{2,5 + R_3} \cdot 3 = \frac{7,5}{2,5 + R_3}$$

Dễ dàng tìm lại được các kết quả cũ.

• $R_{31} = 5\Omega \Rightarrow I_{31} = \frac{7,5}{2,5 + 5} = 1A.$

• $R_{32} = 2,5\Omega \Rightarrow I_{32} = \frac{7,5}{2,5 + 2,5} = 1,5A.$



Hình 3.39b

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về phương pháp Noóc-tôn.

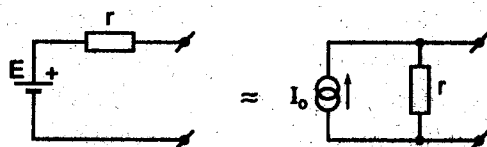
- Phương pháp Noóc-tôn giống phương pháp Tê-vơ-nanh là cùng thay thế phần còn lại của mạng điện bằng nguồn điện tương đương khi khảo sát dòng điện đi qua điện trở tải R_t có giá trị có thể thay đổi.
- Sự khác nhau của hai phương pháp là phương pháp Noóc-tôn dùng nguồn thế (E_T, r_T) còn phương pháp Tê-vơ-nanh dùng nguồn dòng (I_N, r_N) .
- Dòng I_N của nguồn dòng lí tưởng chính là dòng điện đi qua dây nối tắt hai đầu điện trở tải R_t .
- Điện trở r_N bằng điện trở R_{AB} của mạng điện chết tức là điện trở tương đương của mạng điện nhìn từ hai đầu A, B của điện trở tải R_t sau khi tháo bỏ R_t và cho suất điện động của các nguồn trong mạng bằng không.

ĐS : B.

★ Bài tập trắc nghiệm

Tìm phát biểu *sai* về các nguồn dòng và nguồn thế tương đương nhau.

- A. Các nguồn điện thường dùng như pin, acquy có thể xem như mắc nối tiếp một nguồn thế lí tưởng có E không đổi với một điện trở trong r .
- B. Các pin ánh sáng, tế bào quang điện có thể xem như mắc song song một nguồn dòng lí tưởng có I_0 không đổi với một điện trở trong r .



Hình 3.40

- C. Một nguồn thế (E, r) có thể thay thế bằng nguồn dòng (I_0, r) với $I_0 = Er$ (Hình 3.40).
- D. Một nguồn dòng (I_0, r) có thể thay thế bằng nguồn thế (E, r) với $E = I_0 r$.

ĐS : C.

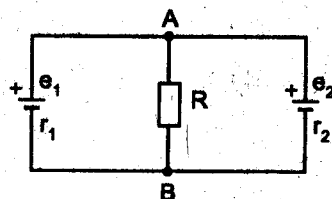
VI – HAI BÀI TẬP VẬN DỤNG GIẢI BẰNG NHIỀU PHƯƠNG PHÁP

Ta xét hai bài tập làm ví dụ về việc vận dụng các phương pháp khác nhau (dù ít hay nhiều) để giải. Các kết quả hoàn toàn trùng hợp nói lên rằng các phương pháp làm đó đều đúng. Tuy nhiên có phương pháp phù hợp với bài toán khiến lời giải nhanh gọn, dễ làm. Cũng có phương pháp lời giải dài hơn. Dù sao một bài toán được giải bằng nhiều cách đã giúp ta nhìn nhận vấn đề toàn diện hơn, giúp ta củng cố khắc sâu các phương pháp đã biết, mở rộng khả năng vận dụng vào các trường hợp khác. Ở đây ta xét hai ví dụ. Ta bỏ qua việc thu gọn mạch điện như dồn các nguồn điện và các điện trở nối tiếp về một nguồn tương đương. Mạch điện coi như đã được thu gọn rồi.

A. BÀI TẬP MẪU SỐ 1

Cho mạch điện như Hình 3.41 với :

$$e_1 = 36V = 3e_2; r_1 = R = 2r_2 = 6\Omega.$$



Hình 3.41

Hãy xác định hiệu điện thế U_{AB} và cường độ dòng điện trong mỗi nhánh.

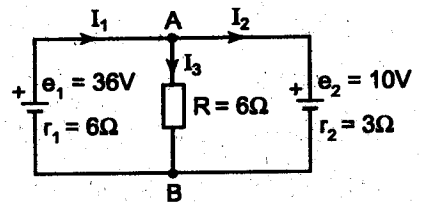
Bài giải : Ta phân tích mạch điện và thấy rằng đây là một mạng điện phẳng không phức tạp, chỉ có hai nút mạng A, B ; ba đoạn mạch là ba nhánh mắc song

song Ae_1B , ARB , Ae_2B ; hai mắt mạng Ae_1BRA , Ae_2BRA và một vòng kín bao bọc hai mắt Ae_1Be_2A .

Sau đây là một số cách giải bằng các phương pháp khác nhau theo thứ tự đã giới thiệu trong tập sách này từ phương pháp định luật Ôm cho đến phương pháp Noóc-tôn. Kinh nghiệm cho thấy việc cần làm đầu tiên là cho các số liệu cụ thể của đầu bài lên sơ đồ hình vẽ. Điều đó sẽ tiết kiệm nhiều thời gian và công sức, hơn thế nữa còn tránh được những sai sót, nhầm lẫn khi tính toán.

1. Phương pháp định luật Ôm với biểu thức hiệu điện thế

Ta đặt tên và chọn chiều dòng điện trong các nhánh như trên Hình 3.42. Viết biểu thức hiệu điện thế U_{AB} theo định luật Ôm cho đoạn mạch có nguồn cho từng nhánh, ta có :



Hình 3.42

Nhánh 1 : Từ A đến B trái chiều I_1 và gặp cực (+) của e_1 trước :

$$U_{AB} = +e_1 - r_1 I_1 = 36 - 6I_1 \quad (1)$$

Nhánh 2 : Từ A đến B cùng chiều I_2 và gặp cực (+) của e_2 trước :

$$U_{AB} = +e_2 + r_2 I_2 = 12 + 3I_2 \quad (2)$$

Nhánh 3 : Từ A đến B cùng chiều I_3 :

$$U_{AB} = RI_3 = 6I_3 \quad (3)$$

$$\text{Kết hợp (1) với (2) ta có : } 36 - 6I_1 = 12 + 3I_2 \Rightarrow I_2 = 8 - 2I_1 \quad (4)$$

$$\text{Kết hợp (1) với (3) ta có : } 36 - 6I_1 = 6I_3 \Rightarrow I_3 = 6 - I_1 \quad (5)$$

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn dòng điện cho nút A : } I_1 = I_2 + I_3 \quad (6)$$

Thay (4) và (5) vào (6) ta được :

$$I_1 = 8 - 2I_1 + 6 - I_1 \Rightarrow I_1 = 3,5A$$

Từ đó tính các ẩn còn lại : $I_2 = 8 - 2I_1 = 8 - 2 \cdot 3,5 = 1A$

$$I_3 = 6 - I_1 = 6 - 3,5 = 2,5A$$

$$U_{AB} = RI_3 = 6 \cdot 2,5 = 15V$$

2. Phương pháp định luật Ôm với biểu thức dòng điện

Ta đặt tên và chọn chiều cho các dòng điện như ở phương pháp trên. Viết biểu thức cường độ dòng điện trong từng nhánh theo hiệu điện thế U_{AB} , ta có :

$$I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} = \frac{-U_{AB} + 36}{6} \quad (1)$$

$$I_2^{AB} = \frac{U_{AB} - e_2}{r_2} = \frac{U_{AB} - 12}{3} \quad (2)$$

$$I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{U_{AB}}{6} \quad (3)$$

Trong nhánh 1, theo chiều I_1 đã chọn thì nguồn e_1 là phát dòng nên lấy $+e_1$. Ngược lại ở nhánh 2, theo chiều I_2 đã chọn thì nguồn e_2 là thu dòng nên lấy $-e_2$. Thay (1) (2) (3) vào hệ thức bảo toàn dòng điện ở nút A ta có :

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$\frac{-U_{AB}}{6} + 6 = \frac{U_{AB}}{3} - 4 + \frac{U_{AB}}{6}$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)U_{AB} = 6 + 4 \Rightarrow U_{AB} = 15V$$

Từ đó ta tính các ẩn còn lại :

$$I_1 = \frac{-U_{AB} + 36}{6} = \frac{-15 + 36}{6} = \frac{21}{6} = 3,5A$$

$$I_2 = \frac{U_{AB} - 12}{3} = \frac{15 - 12}{3} = 1A$$

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{6} = \frac{15}{6} = 2,5A$$

Các giá trị cường độ dòng tìm được đều dương chứng tỏ chiều của các dòng điện chọn ban đầu là đúng.

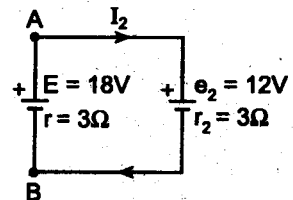
3. Thu gọn hai nhánh 1 và 3 về một nguồn tương đương (Hình 3.43)

Điện trở trong r của nguồn tương đương (E, r) :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \Rightarrow r = 3\Omega$$

Suất điện động E của nguồn tương đương :

$$E = \left(\frac{e_1}{r_1} + \frac{0}{R}\right).r = \frac{36}{6}.3 = 18V$$



Hình 3.43

Với nguồn tương đương ($E = 18V$, $r = 3\Omega$) thay cho hai nhánh 1 và 3, ta chỉ còn một mạch kín. Từ đó ta tính ngay được I_2 và U_{AB} :

$$I_2^{AB} = \frac{E - e_2}{r + r_2} = \frac{18 - 12}{3 + 3} = 1A$$

Qua e_2 : $U_{AB} = I_2^{AB} \cdot r_2 + e_2 = 1 \cdot 3 + 12 = 15V$

Hoặc qua E : $U_{AB} = -I_2^{BA} \cdot r + E = (-1) \cdot 3 + 18 = 15V$

Có U_{AB} ta tính được I_1 và I_3 theo định luật Ôm cho đoạn mạch có nguồn :

$$I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} = \frac{-U_{AB} + e_1}{r_1} = \frac{-15 + 36}{6} = \frac{21}{6} = 3,5A$$

$$I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{15}{6} = 2,5A.$$

4. Thu gọn hai nhánh 2 và 3 về một nguồn tương đương

Điện trở trong r của nguồn tương đương (E , r) (Hình 3.44) :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 2\Omega$$

Suất điện động E của nguồn tương đương :

$$E = \left(\frac{e_2}{r_2} + \frac{0}{R} \right) \cdot r = \frac{12}{3} \cdot 2 = 8V$$

Từ đó tính được :

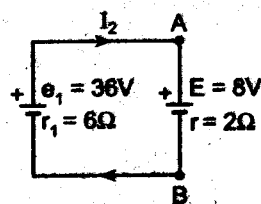
$$I_1^{BA} = \frac{e_1 - E}{r_1 + r} = \frac{36 - 8}{6 + 2} = \frac{28}{8} = 3,5A$$

$$U_{AB} = U_{AEB} = I_1 r + E = 3,5 \cdot 2 + 8 = 15V$$

Có U_{AB} ta tính I_2 , I_3 theo định luật Ôm cho đoạn mạch có nguồn :

$$I_2^{AB} = \frac{U_{AB} - e_2}{r_2} = \frac{15 - 12}{3} = 1A$$

$$I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{15}{6} = 2,5A$$



Hình 3.44

5. Thu gọn hai nhánh 1 và 2 về một nguồn tương đương

Điện trở trong r của nguồn tương đương (E, r) (Hình 3.45) :

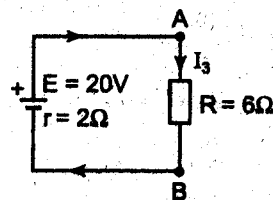
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 2\Omega$$

Suất điện động E của nguồn tương đương :

$$E = \left(\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} \right) \cdot r = \left(\frac{36}{6} + \frac{12}{3} \right) \cdot 2 = 20V$$

Dòng qua R :

$$I_3^{AB} = \frac{E}{r + R} = \frac{20}{2 + 6} = \frac{5}{2} = 2,5A$$



Hình 3.45

Hiệu điện thế U_{AB} :

$$U_{AB} = RI_3 = 6 \cdot 2,5 = 15V$$

Từ U_{AB} ta lại tính được dòng điện qua e_1 và e_2 nhờ định luật Ôm cho đoạn mạch có nguồn :

$$I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} = \frac{-U_{AB} + e_1}{r_1} = \frac{-15 + 36}{6} = \frac{21}{6} = 3,5A$$

$$I_2^{AB} = \frac{U_{AB} - e_2}{r_2} = \frac{15 - 12}{3} = 1A$$

6. Thay cả ba nhánh bằng một nguồn tương đương mạch hở ($E_{///}, r_{///}$)

Điện trở trong của nguồn tương đương :

$$\frac{1}{r_{///}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow r_{///} = 1,5\Omega$$

Suất điện động $E_{///}$ của nguồn tương đương :

$$E_{///} = \left(\frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \frac{0}{R} \right) \cdot r_{///} = \left(\frac{36}{6} + \frac{12}{3} + 0 \right) \cdot 1,5 = 15V$$

Vì nguồn ($E_{///}, r_{///}$) để mạch hở nên : $U_{AB} = E_{///} = 15V$.

Có U_{AB} ta tính được dòng trong mỗi nhánh nhờ định luật Ôm cho đoạn mạch có nguồn :

$$I_1^{BA} = \frac{-U_{AB} + e_1}{r_1} = \frac{-15 + 36}{6} = 3,5A$$

$$I_2^{AB} = \frac{U_{AB} - e_2}{r_2} = \frac{15 - 12}{3} = 1A$$

$$I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{15}{6} = 2,5A.$$

7. Phương pháp định luật Kiéc-sốp

Ta cũng đặt tên và giả sử chiều dòng điện trong các nhánh giống như trên. Ta có 3 ẩn số I_1, I_2, I_3 và cần thành lập 3 phương trình. Mạch điện có $n = 2$ nút, ta thành lập được $n - 1 = 1$ phương trình dựa trên định luật Kiéc-sốp thứ nhất :

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

Còn thiếu 2 phương trình. Ta chọn 2 vòng kín độc lập và viết phương trình định luật Kiéc-sốp thứ hai. Ví dụ ta chọn vòng kín Ae_1BA và vòng kín lớn Ae_1Be_2A , ta có :

$$\begin{cases} r_1 I_1 + RI_3 = e_1 \\ r_1 I_1 + r_2 I_2 = e_1 - e_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6I_1 + 6I_3 = 36 \\ 6I_1 + 3I_2 = 36 - 12 = 24 \end{cases} \quad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

Từ (2) và (3) rút ra :

$$I_2 = 8 - 2I_1$$

$$I_3 = 6 - I_1$$

Thay vào (1) ta có :

$$I_1 = I_2 + I_3 = 8 - 2I_1 + 6 - I_1 \Rightarrow I_1 = 3,5A$$

Suy ra :

$$I_2 = 8 - 2I_1 = 8 - 2.3,5 = 1A$$

$$I_3 = 6 - I_1 = 6 - 3,5 = 2,5A$$

$$U_{AB} = RI_3 = 6.2,5 = 15V$$

8. Phương pháp chống chất dòng điện

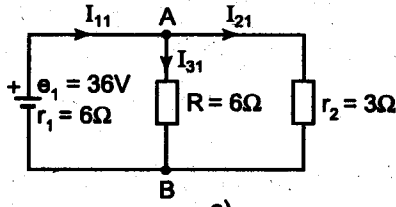
Cho lần lượt từng nguồn e_1, e_2 phát điện.

• Khi e_1 phát điện (Hình 3.46a) :

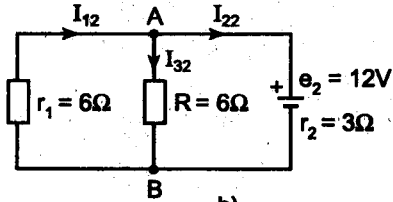
$$I_{11} = \frac{e_1}{r_1 + (r_2 // R)} = \frac{36}{6 + 2} = 4,5A$$

$$I_{31} = \frac{r_2}{r_2 + R} \cdot I_{11} = \frac{3}{3 + 6} \cdot 4,5 = 1,5A$$

$$I_{21} = \frac{R}{R + r_2} \cdot I_{11} = \frac{6}{6 + 3} \cdot 4,5 = 3A$$



a)



b)

Hình 3.46

- Khi e_2 phát điện (Hình 3.46b) :

$$I_{22} = \frac{e_2}{r_2 + (R // r_1)} = \frac{12}{3 + 3} = 2A$$

$$I_{12} = \frac{R}{R + r_1} \cdot I_{22} = \frac{I_{22}}{2} = 1A$$

$$I_{32} = \frac{r_1}{r_1 + R} \cdot I_{22} = \frac{I_{22}}{2} = 1A$$

- Vậy dòng trong từng nhánh :

$$I_1^{BA} = I_{11} - I_{12} = 4,5 - 1 = 3,5A$$

$$I_2^{AB} = I_{21} - I_{22} = 3 - 2 = 1A$$

$$I_3^{AB} = I_{31} + I_{32} = 1,5 + 1 = 2,5A$$

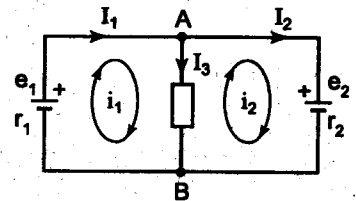
$$U_{AB} = RI_3 = 6 \cdot 2,5 = 15V$$

9. Phương pháp dòng mắt mạng

Mạch điện chỉ có hai mắt mạng, ta có hai dòng mắt mạng i_1, i_2 có chiều kim đồng hồ như trên Hình 3.47.

- Áp dụng định luật Kiéc-sốp thứ hai cho từng mắt :

$$\left. \begin{aligned} r_1 i_1 + R(i_1 - i_2) &= e_1 \\ r_2 i_2 + R(i_2 - i_1) &= -e_2 \end{aligned} \right\}$$



Hình 3.47

$$\Rightarrow \begin{cases} (r_1 + R)i_1 - Ri_2 = e_1 \\ -Ri_1 + (r_2 + R)i_2 = -e_2 \end{cases} \quad (1)$$

Thay số vào :

$$\begin{cases} 12i_1 - 6i_2 = 36 \\ -6i_1 + 9i_2 = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 3,5A \\ i_2 = 1A \end{cases}$$

Từ đó tính được dòng trong các nhánh và U_{AB} :

$$I_1 = i_1 = 3,5A$$

$$I_2 = i_2 = 1A$$

$$I_3 = i_1 - i_2 = 3,5 - 1 = 2,5A$$

$$U_{AB} = R(i_1 - i_2) = 6(3,5 - 1) = 15V$$

• Ta có thể thành lập hệ phương trình (1) bằng phương pháp ma trận các hệ số :

$$\begin{cases} R_{11}i_1 - R_{12}i_2 = E_1 \\ -R_{21}i_1 + R_{22}i_2 = E_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} R_{11} & -R_{12} \\ -R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

Với R_{11} là tổng các điện trở trong mắt thứ nhất : $R_{11} = r_1 + R = 6 + 6 = 12\Omega$

R_{22} là tổng các điện trở trong mắt thứ hai : $R_{22} = r_2 + R = 3 + 6 = 9\Omega$

$R_{12} = R_{21}$ là điện trở chung nhau giữa hai mắt : $R_{12} = R_{21} = R = 6\Omega$

E_1 là suất điện động trong mắt thứ nhất theo chiều i_1 : $E_1 = e_1 = 36V$

E_2 là suất điện động trong mắt thứ hai theo chiều i_2 : $E_2 = -e_2 = -12V$

Ta có hệ phương trình cho i_1 và i_2 :

$$\begin{cases} 12i_1 - 6i_2 = 36 \\ -6i_1 + 9i_2 = -12 \end{cases} \quad (1) \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 3,5A \\ i_2 = 1A \end{cases}$$

Chính là hệ phương trình (1) nói trên. Từ đó ta tính I_1, I_2, I_3 và U_{AB} .

10. Phương pháp thế nút mạng

Mạch điện chỉ có hai nút A, B. Ta chọn một nút là nút nối đất : $V_B = 0$.

Ta chỉ còn tìm V_A mà $V_A = U_{AB}$.

• Ta đặt tên và chọn chiều các dòng nhánh như ở các phương pháp trên.
Dùng định luật Ôm cho đoạn mạch có nguồn để biểu diễn các dòng nhánh :

$$I_1^{BA} = \frac{U_{BA} + e_1}{r_1} = \frac{V_B - V_A + e_1}{r_1} = \frac{-V_A + e_1}{r_1} = \frac{-V_A + 36}{6}$$

$$I_2^{AB} = \frac{U_{AB} - e_2}{r_2} = \frac{V_A - V_B - e_2}{r_2} = \frac{V_A - e_2}{r_2} = \frac{V_A - 12}{3}$$

$$I_3^{AB} = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{V_A - V_B}{R} = \frac{V_A}{R}$$

Thay vào hệ thức bảo toàn dòng điện ở nút A :

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ -\frac{V_A}{6} + 6 &= \frac{V_A}{3} - 4 + \frac{V_A}{6} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) V_A = 6 + 4 \Rightarrow V_A = 15V = U_{AB}$$

Từ đó tính được dòng trong mỗi nhánh.

$$I_1 = -\frac{V_A}{6} + 6 = -\frac{15}{6} + 6 = 3,5A$$

$$I_2 = \frac{V_A}{3} - 4 = \frac{15}{3} - 4 = 1A$$

$$I_3 = \frac{V_A}{6} = \frac{15}{6} = 2,5A$$

• Ta có thể áp dụng trực tiếp ma trận các hệ số để lập phương trình tìm V_A .
Ta chỉ có mỗi một phương trình :

$$G_{11} V_A = I_1^*$$

Với : G_{11} là tổng độ dẫn của các đoạn mạch nối với nút A :

$$G_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \Omega^{-1}$$

I_1^* là tổng đại số các dòng đoạn mạch ở các đoạn mạch nối với A khi tưởng tượng rằng ta chập hai đầu các đoạn mạch đó lại.

$$I_1^* = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} = \frac{36}{6} + \frac{12}{3} = 10A$$

Từ đó ta có :

$$G_{11} V_A = \frac{2}{3} V_A = I_1^* = 10 \Rightarrow V_A = 15V = U_{AB}.$$

Sau đó ta tính I_1, I_2, I_3 như trên.

11. Phương pháp Tê-vơ-nanh

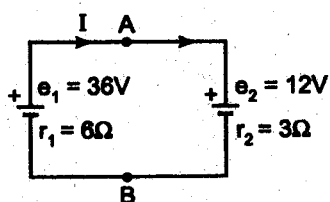
Phương pháp Tê-vơ-nanh có ý nghĩa và tác dụng lớn khi ta cần tìm dòng điện qua một điện trở tải R_t có giá trị thay đổi. Trong bài toán của ta các giá trị điện trở đều cố định nên phương pháp Tê-vơ-nanh không phát huy hết sức mạnh. Tuy nhiên ta vẫn có thể dùng để tính dòng trong các nhánh.

a) Để tìm I_3 ta xem $R = 6\Omega$ là điện trở tải R_t . Ta tìm nguồn Tê-vơ-nanh tương đương bằng cách tháo bỏ R (Hình 3.48a, b).

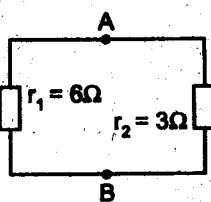
• Tính U_{AB} khi có các nguồn :

$$I = \frac{e_1 - e_2}{r_1 + r_2} = \frac{36 - 12}{6 + 3} = \frac{8}{3} A$$

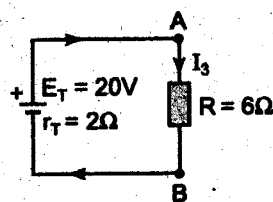
$$U_{AB} = r_2 I + e_2 = 3 \cdot \frac{8}{3} + 12 = 20V = E_T$$



a) $U_{AB} = E_T$



b) $R_{AB} = r_T$



c)

Hình 3.48

• Tính R_{AB} khi cho $e_1 = e_2 = 0$: $R_{AB} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = 2\Omega$

Mạch điện Tê-vơ-nanh tương đương để tính dòng qua R (Hình 3.48c) :

$$I_R^{AB} = I_3 = \frac{E_T}{r_T + R} = \frac{20}{2 + R}$$

Thay $R = 6\Omega$ vào ta được :

$$I_3 = \frac{20}{2 + 6} = 2,5A$$

b) Để tìm I_2 ta xem $r_2 = 3\Omega$ là điện trở tải R_L ta tháo bỏ r_2 đi (Hình 3.49).

Tính E_T bằng U_{AC} :

$$I = \frac{e_1}{r_1 + R} = \frac{36}{6 + 6} = 3A$$

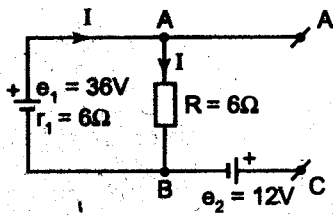
$$U_{AB} = RI = 6 \cdot 3 = 18V$$

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 18 - 12 = 6V = E_T$$

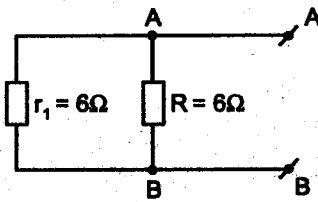
Tính

$$r_T = R_{AB} \text{ với } e_1 = e_2 = 0:$$

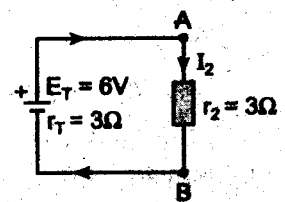
$$r_T = R_{AB} = \frac{r_1 R}{r_1 + R} = 3\Omega$$



a) $E_T = U_{AC}$



b) $r_T = R_{AB}$



c)

Hình 3.49

Nguồn Tê-vơ-nanh tương đương (E_T, r_T) = (6V, 3Ω).

Từ đó ta tính được I_2 qua r_2 :

$$I_2 = \frac{E_T}{r_T + r_2} = \frac{6}{3 + 3} = 1A$$

c) Để tìm I_1 ta xem $r_1 = 6\Omega$ là điện trở tải R_L . Ta tháo bỏ r_1 đi (Hình 3.50).

Tính E_T bằng U_{AD} :

$$I = \frac{e_2}{r_2 + R} = \frac{12}{3 + 6} = \frac{4}{3}A$$

$$U_{AB} = RI = 6 \cdot \frac{4}{3} = 8V$$

$$U_{DA} = E_T = U_{DB} + U_{BA} = 36 - 8 = 28V = E_T$$

Tính r_T bằng R_{AB} khi cho $e_1 = e_2 = 0$:

$$r_T = R_{AB} = \frac{r_2 R}{r_2 + R} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

Từ đó suy ra dòng điện trong mỗi đoạn :

$$I_1^{AO} = i_3 - i_2 = -0,9 - (-1,1) = 0,2A$$

$$I_2^{BO} = i_1 - i_3 = 2,1 - (-0,9) = 3A$$

$$I_3^{OC} = i_1 - i_2 = 2,1 - (-1,1) = 3,2A$$

$$I_4^{CB} = i_1 = 2,1A$$

$$I_5^{CA} = -i_2 = 1,1A$$

$$I_6^{AB} - i_3 = 0,9A$$

Ta có các kết quả như ở các phương pháp khác.

4. Phương pháp thế nút mạng

Mạng điện có 4 nút A, B, C, O. Ta chọn O làm nút nối đất $V_0 = 0$. Còn lại 3 ẩn số V_A, V_B, V_C . Dùng phương pháp ma trận hệ số để thành lập 3 phương trình :

$$[G_{ij}][V_j] = [I_i^*]$$

$$G_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{36} + \frac{1}{12} = \frac{4}{9} \Omega^{-1}$$

$$G_{22} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{5}{8} \Omega^{-1}$$

$$G_{33} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36} = \frac{17}{72} \Omega^{-1}$$

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{12} \Omega^{-1}$$

$$G_{13} = G_{31} = -\frac{1}{R_2} = -\frac{1}{36} \Omega^{-1}$$

$$G_{23} = G_{32} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{24} \Omega^{-1}$$

$$I_1^* = \frac{e_1}{r_1} + \frac{0}{R_2} + \frac{0}{R_3} = \frac{37,8}{3} = 12,6A$$

$$I_2^* = \frac{e_2}{r_2} + \frac{0}{R_1} + \frac{0}{R_3} = \frac{21,6}{2} = 10,8A$$

b) Để tìm I_2 ta xem $r_2 = 3\Omega$ là điện trở tải R_L ta tháo bỏ r_2 đi (Hình 3.49).

Tính E_T bằng U_{AC} :

$$I = \frac{e_1}{r_1 + R} = \frac{36}{6 + 6} = 3A$$

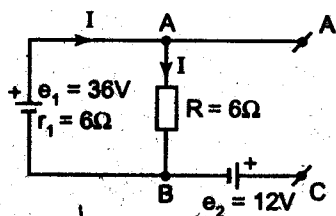
$$U_{AB} = RI = 6 \cdot 3 = 18V$$

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 18 - 12 = 6V = E_T$$

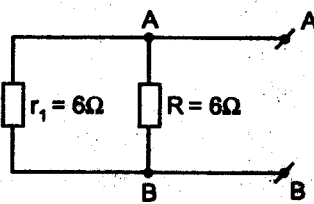
Tính

$$r_T = R_{AB} \text{ với } e_1 = e_2 = 0 :$$

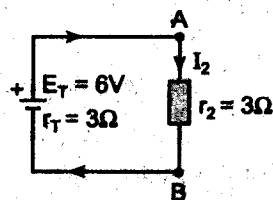
$$r_T = R_{AB} = \frac{r_1 R}{r_1 + R} = 3\Omega$$



a) $E_T = U_{AC}$



b) $r_T = R_{AB}$



c)

Hình 3.49

Nguồn Tê-vơ-nanh tương đương (E_T, r_T) = (6V, 3Ω).

Từ đó ta tính được I_2 qua r_2 :

$$I_2 = \frac{E_T}{r_T + r_2} = \frac{6}{3 + 3} = 1A$$

c) Để tìm I_1 ta xem $r_1 = 6\Omega$ là điện trở tải R_L . Ta tháo bỏ r_1 đi (Hình 3.50).

Tính E_T bằng U_{AD} :

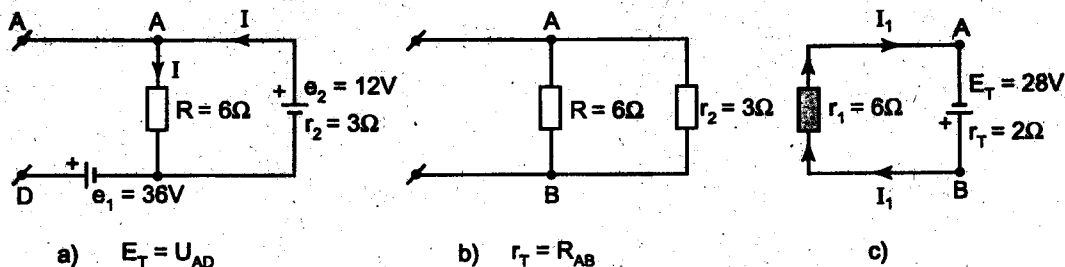
$$I = \frac{e_2}{r_2 + R} = \frac{12}{3 + 6} = \frac{4}{3}A$$

$$U_{AB} = RI = 6 \cdot \frac{4}{3} = 8V$$

$$U_{DA} = E_T = U_{DB} + U_{BA} = 36 - 8 = 28V = E_T$$

Tính r_T bằng R_{AB} khi cho $e_1 = e_2 = 0$:

$$r_T = R_{AB} = \frac{r_2 R}{r_2 + R} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\Omega$$



Hình 3.50

Với nguồn Tê-vơ-nanh tương đương $(E_T, r_T) = (28V, 2\Omega)$ ta có :

$$I_1 = \frac{E_T}{r_T + r_1} = \frac{28}{2 + 6} = 3,5A$$

12. Phương pháp Noóc-tôn

Giống như phương pháp Tê-vơ-nanh, phương pháp Noóc-tôn rất có hiệu quả khi điện trở tải R_t có giá trị thay đổi. Ở bài này các điện trở không đổi, nhưng ta vẫn có thể dùng phương pháp Noóc-tôn để tính dòng trong các nhánh.

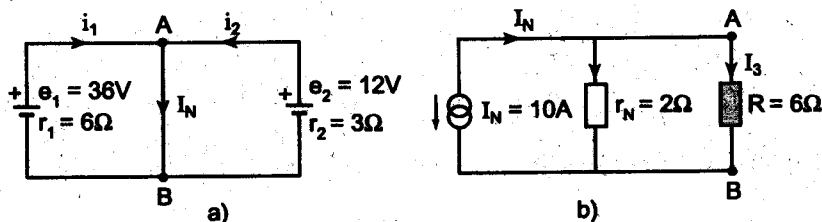
a) Để tìm I_3 ta xem $R = 6\Omega$ là điện trở tải R_t . Tháo bỏ R , tính R_{AB} khi cho $e_1 = e_2 = 0$ để tìm điện trở r_N (Hình 3.51). Giống như trước ta có $r_N = r_T = 2\Omega$.

Để tìm I_N ta thay $R = 6\Omega$ bằng dây không điện trở nối tắt A, B :

$$I_N = i_1 + i_2 = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} = \frac{36}{6} + \frac{12}{3} = 10A$$

Với nguồn dòng Noóc-tôn tương đương $(I_N = 10A, r_N = 2\Omega)$ ta tính được I_3 qua $R = 6\Omega$:

$$I_3 = \frac{r_N}{r_N + R} \cdot I_N = \frac{2}{2 + 6} \cdot 10 = 2,5A$$



Hình 3.51

b) Để tính I_2 ta xem $r_2 = 3\Omega$ là điện trở tải. Tháo bỏ r_2 đi. Tính r_N bằng R_{AB} khi cho $e_1 = e_2 = 0$ (Hình 3.52). Giống như trên ta có $r_N = R_{AB} = 3\Omega$. Để tính I_N ta nối tắt r_2 . Dùng phương pháp chồng chất dòng điện. Dòng do e_1 cung cấp đi qua e_2 mà không qua R vì điện trở nhánh e_2 bằng không :

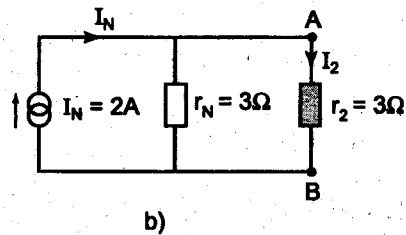
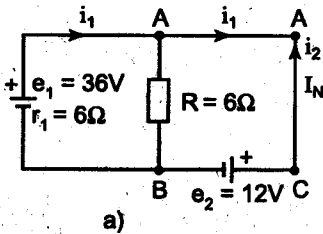
$$i_1 = \frac{e_1}{r_1} = \frac{36}{6} = 6A$$

Dòng do e_2 cung cấp sẽ chia đều cho r_1 và R :

$$i_2 = \frac{e_2}{(r_1 // R)} = \frac{12}{(6 // 6)} = 4A$$

Suy ra I_N qua dây nối tắt r_2 :

$$I_N^{AB} = i_1 - i_2 = 6 - 4 = 2A$$



Hình 3.52

Với nguồn Noóc-tôn tương đương ($I_N = 2A$, $r_N = 3\Omega$) ta tính được I_2 :

$$I_2 = \frac{r_N}{r_N + r_2} \cdot I_N = \frac{3}{3 + 3} \cdot 2 = 1A$$

c) Để tính I_1 ta xem $r_1 = 6\Omega$ là điện trở tải. Tháo bỏ r_1 đi. Tính r_N bằng R_{AB} khi cho $e_1 = e_2 = 0$ (Hình 3.53). Giống như trên ta có :

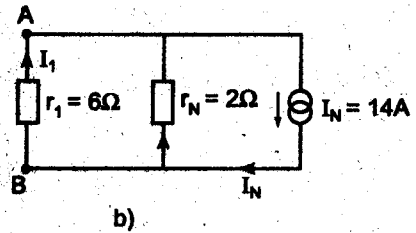
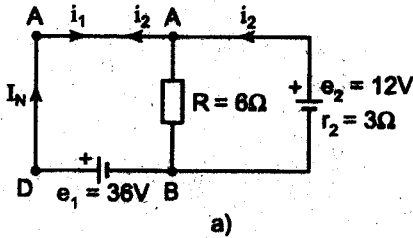
$$r_N = R_{AB} = 2\Omega$$

Để tính I_N ta nối tắt r_1 và dùng phương pháp chồng chất dòng điện. Dòng i_1 do e_1 cung cấp :

$$i_1 = \frac{e_1}{(R // r_2)} = \frac{36}{(6 // 3)} = \frac{36}{2} = 18A$$

Dòng i_2 do e_2 cung cấp đi cả qua e_1 mà không qua R vì điện trở nhánh e_1 bằng không.

$$i_2 = \frac{e_2}{r_2} = \frac{12}{3} = 4A$$



Hình 3.53

Vậy I_N qua dây nối tắt r_1 do nguồn Noóc-tôn tương đương cung cấp :

$$I_N^{BA} = i_1 - i_2 = 18 - 4 = 14A$$

$$\text{Dòng } I_1 \text{ qua } e_1 = I_1^{BA} = \frac{r_N}{r_N + r_1} \cdot I_N = \frac{2}{3 + 6} \cdot 14 = 3,5A.$$

Qua 12 phương pháp giải Bài tập mẫu số 1 này ta thấy ngay là dù vẫn giải được nhưng nếu chỉ tính dòng trong các nhánh thì hai phương pháp Tê-vơ-nanh và Noóc-tôn không hiệu quả lắm vì khó và dài. Các phương pháp nguồn tương đương, dòng mắt mạng, thế nút mạng nhanh gọn hơn. Thế nhưng nếu cho một điện trở trong mạng thay đổi giá trị hoặc tính công suất cực đại trên một điện trở biến thiên nào đó trong mạng thì hai phương pháp Tê-vơ-nanh và Noóc-tôn thể hiện rõ ưu điểm nổi trội.

B. BÀI TẬP MẪU SỐ 2

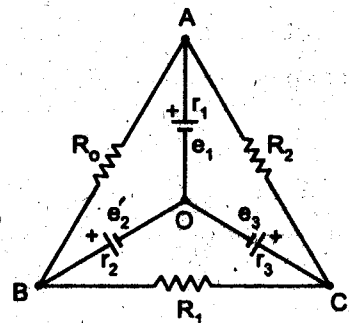
Cho mạch điện như Hình 3.54a với :

$$(e_1, r_1) = (37,8V ; 3\Omega) \quad R_1 = 24\Omega$$

$$(e_2, r_2) = (21,6V ; 2\Omega) \quad R_2 = 36\Omega$$

$$(e_3, r_3) = (97,2V ; 6\Omega) \quad R_3 = 12\Omega$$

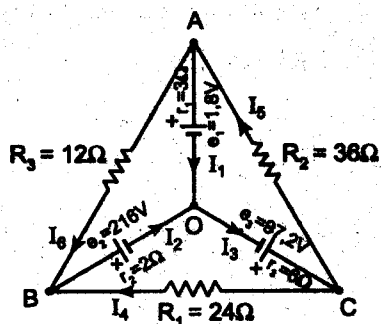
Tìm dòng điện trong từng đoạn mạch.



Giải

Mạch điện này mắc hỗn hợp phức tạp, các phương pháp định luật Ôm thuần túy không giải quyết được. Ta phải dùng các phương pháp nêu ở Chương III.

Mạch điện có 4 nút O, A, B, C ; có 6 đoạn mạch OA, OB, OC, AB, AC, BC ; có 3 mắt mạng OAB, OAC, OBC ; có 3 nguồn điện e_1, e_2, e_3 . Ta cần tìm 6 ẩn số là 6 cường độ dòng trong mỗi đoạn mạch. Ta đặt tên và giả sử chiều của các dòng điện như trên Hình 3.54b.



Hình 3.54b

Đưa các số liệu của đầu bài lên 3.54b.

1. Phương pháp Kiếc-sốp

Áp dụng định luật Kiếc-sốp thứ nhất ta có 3 phương trình :

$$\left. \begin{aligned} \bullet \text{ Nút A : } I_1 &= I_5 - I_6 \\ \bullet \text{ Nút B : } I_2 &= I_4 + I_6 \\ \bullet \text{ Nút C : } I_3 &= I_4 + I_5 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Áp dụng định luật Kiếc-sốp thứ hai cho ba vòng kín quanh 3 mắt mạng ta có thêm 3 phương trình :

$$\left. \begin{aligned} e_1 - e_2 &= 37,8 - 21,6 = -r_1 I_1 + R_3 I_6 + r_2 I_2 = -3I_1 + 12I_6 + 2I_2 \\ e_3 - e_1 &= 97,2 - 37,8 = r_3 I_3 + R_2 I_5 + r_1 I_1 = 6I_3 + 36I_5 + 3I_1 \\ e_3 - e_2 &= 97,2 - 21,6 = r_3 I_3 + R_1 I_4 + r_2 I_2 = 6I_3 + 24I_4 + 2I_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có hệ 3 phương trình bậc nhất của 3 ẩn I_4, I_5, I_6 :

$$\left. \begin{aligned} -3(I_5 - I_6) + 12I_6 + 2(I_4 + I_6) &= 2I_4 - 3I_5 + 17I_6 = 16,2 \\ 6(I_4 + I_5) + 36I_5 + 3(I_5 - I_6) &= 6I_4 + 45I_5 - 3I_6 = 59,4 \\ 6(I_4 + I_5) + 24I_4 + 2(I_4 + I_6) &= 32I_4 + 6I_5 + 2I_6 = 75,6 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Giải hệ (3) ta được : $I_4 = 2,1\text{A} ; I_5 = 1,1\text{A} ; I_6 = 0,9\text{A}$

Thay vào (1) suy ra : $I_1 = 1,1 - 0,9 = 0,2\text{A} ; I_2 = 2,1 + 0,9 = 3\text{A}$

$I_3 = 2,1 + 1,1 = 3,2\text{A} .$

2. Phương pháp chồng chất dòng điện

Lần lượt cho từng nguồn phát dòng.

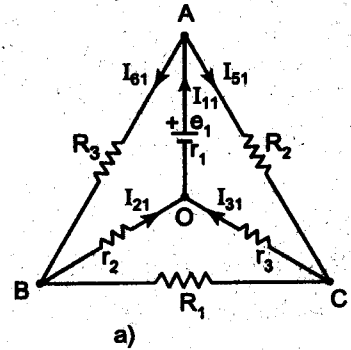
• Chỉ có e_1 phát dòng : chú ý đến mạch cầu cân bằng ta có thể bỏ R_1 đi (Hình 3.55a) :

$$I_{11} = \frac{e_1}{r_1 + [(R_3 + r_2) // (R_2 + r_3)]}$$

$$= \frac{37,8}{3 + (14 // 42)} = 2,8A$$

$$I_{61} = I_{21} = \frac{42}{42 + 14} I_{11} = 2,1A$$

$$I_{51} = I_{31} = \frac{14}{14 + 42} I_{11} = 0,7A$$



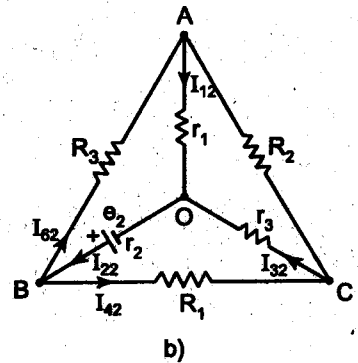
• Chỉ có e_2 phát dòng : chú ý đến mạch cầu cân bằng ta có thể bỏ R_2 đi (Hình 3.55b) :

$$I_{22} = \frac{e_2}{r_2 + [(R_3 + r_1) // (R_1 + r_3)]}$$

$$= \frac{21,6}{2 + (15 // 30)} = \frac{21,6}{2 + 10} = 1,8A$$

$$I_{62} = I_{12} = \frac{30}{30 + 15} I_{22} = 1,2A$$

$$I_{32} = I_{42} = \frac{15}{15 + 30} I_{22} = 0,6A$$



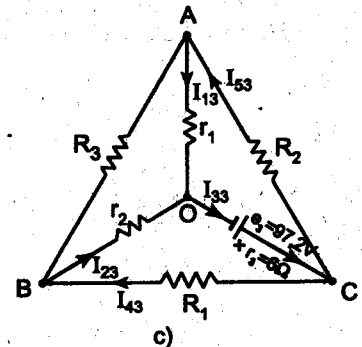
• Chỉ có e_3 phát dòng : chú ý đến mạch cầu cân bằng ta có thể bỏ R_3 đi (Hình 3.55c) :

$$I_{33} = \frac{e_3}{r_3 + [(R_1 + r_2) // (R_2 + r_1)]}$$

$$= \frac{97,2}{6 + (26 // 39)} = 4,5A$$

$$I_{43} = I_{23} = \frac{39}{39 + 26} I_{33} = 2,7A$$

$$I_{53} = I_{13} = \frac{26}{26 + 39} I_{33} = 1,8A$$



Hình 3.55

• Dòng trong mỗi đoạn mạch là tổng đại số các dòng thành phần do từng nguồn cung cấp :

$$I_1^{AO} = I_{12} + I_{13} - I_{11} = 1,2 + 1,8 - 2,8 = 0,2A$$

$$I_2^{BO} = I_{21} + I_{23} - I_{22} = 2,1 + 2,7 - 1,8 = 3A$$

$$I_3^{OC} = I_{33} - I_{31} - I_{32} = 4,5 - 0,7 - 0,6 = 3,2A$$

$$I_6^{AB} = I_{61} - I_{62} = 2,1 - 1,2 = 0,9A$$

$$I_5^{CA} = I_{53} - I_{51} = 1,8 - 0,7 = 1,1A$$

$$I_4^{CB} = I_{43} - I_{42} = 2,7 - 0,6 = 2,1A$$

Ta được các kết quả như ở các phương pháp khác.

3. Phương pháp dòng mắt mạng

Ta có ba mắt mạng. Đặt tên và chọn chiều các dòng mắt mạng như trên Hình 3.56.

Dùng phương pháp ma trận hệ số :

$$[R_{ij}][i_j] = [e_i]$$

$$R_{11} = r_2 + r_3 + R_1 = 2 + 6 + 24 = 32\Omega$$

$$R_{22} = r_1 + r_3 + R_2 = 3 + 6 + 36 = 45\Omega$$

$$R_{33} = r_1 + r_2 + R_3 = 3 + 2 + 12 = 17\Omega$$

$$R_{12} = R_{21} = -r_3 = -6\Omega$$

$$R_{13} = R_{31} = -r_2 = -2\Omega$$

$$R_{23} = R_{32} = -r_1 = -3\Omega$$

Ta có hệ phương trình :

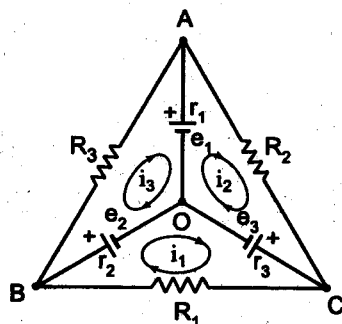
$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + R_{13}i_3 &= 32i_1 - 6i_2 - 2i_3 = e_3 - e_2 = 75,6 \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + R_{23}i_3 &= -6i_1 + 45i_2 - 3i_3 = e_1 - e_3 = -59,4 \\ R_{31}i_1 + R_{32}i_2 + R_{33}i_3 &= -2i_1 - 3i_2 + 17i_3 = e_2 - e_1 = -16,2 \end{aligned} \right\} (*)$$

Giải hệ phương trình (*) ta được :

$$i_1 = 2,1A$$

$$i_2 = -1,1A$$

$$i_3 = -0,9A$$



Hình 3.56

Từ đó suy ra dòng điện trong mỗi đoạn:

$$I_1^{AO} = i_3 - i_2 = -0,9 - (-1,1) = 0,2A$$

$$I_2^{BO} = i_1 - i_3 = 2,1 - (-0,9) = 3A$$

$$I_3^{OC} = i_1 - i_2 = 2,1 - (-1,1) = 3,2A$$

$$I_4^{CB} = i_1 = 2,1A$$

$$I_5^{CA} = -i_2 = 1,1A$$

$$I_6^{AB} - i_3 = 0,9A$$

Ta có các kết quả như ở các phương pháp khác.

4. Phương pháp thế nút mạng

Mạng điện có 4 nút A, B, C, O. Ta chọn O làm nút nối đất $V_0 = 0$. Còn lại 3 ẩn số V_A, V_B, V_C . Dùng phương pháp ma trận hệ số để thành lập 3 phương trình:

$$[G_{ij}][V_j] = [I_i^*]$$

$$G_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{36} + \frac{1}{12} = \frac{4}{9} \Omega^{-1}$$

$$G_{22} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{5}{8} \Omega^{-1}$$

$$G_{33} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36} = \frac{17}{72} \Omega^{-1}$$

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{12} \Omega^{-1}$$

$$G_{13} = G_{31} = -\frac{1}{R_2} = -\frac{1}{36} \Omega^{-1}$$

$$G_{23} = G_{32} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{1}{24} \Omega^{-1}$$

$$I_1^* = \frac{e_1}{r_1} + \frac{0}{R_2} + \frac{0}{R_3} = \frac{37,8}{3} = 12,6A$$

$$I_2^* = \frac{e_2}{r_2} + \frac{0}{R_1} + \frac{0}{R_3} = \frac{21,6}{2} = 10,8A$$

$$I_3^* = \frac{e_3}{r_3} + \frac{0}{R_1} + \frac{0}{R_2} = \frac{97,2}{6} = 16,2A$$

Ta có hệ phương trình :

$$\left. \begin{aligned} G_{11}V_A + G_{12}V_B + G_{13}V_C &= \frac{4}{9}V_A - \frac{1}{12}V_B - \frac{1}{36}V_C = I_1^* = 12,6 \\ G_{21}V_A + G_{22}V_B + G_{23}V_C &= -\frac{1}{12}V_A + \frac{5}{8}V_B - \frac{1}{24}V_C = I_2^* = 10,8 \\ G_{31}V_A + G_{32}V_B + G_{33}V_C &= -\frac{1}{36}V_A - \frac{1}{24}V_B + \frac{17}{72}V_C = I_3^* = 16,2 \end{aligned} \right\} (*)$$

Giải hệ (*) ta được :

$$V_A = 38,4 \text{ V}$$

$$V_B = 27,6 \text{ V}$$

$$V_C = 78V$$

Từ đó tính được :

$$I_1^{AO} = \frac{V_A - V_O - e_1}{r_1} = \frac{38,4 - 37,8}{3} = 0,2A$$

$$I_2^{BO} = \frac{V_B - V_O - e_2}{r_2} = \frac{27,6 - 21,6}{2} = 3A$$

$$I_3^{OC} = \frac{V_O - V_C + e_3}{r_3} = \frac{-78 + 97,2}{6} = 3,2A$$

$$I_4^{CB} = \frac{V_C - V_B}{R_1} = \frac{78 - 27,6}{24} = 2,1A$$

$$I_5^{CA} = \frac{V_C - V_A}{R_2} = \frac{78 - 38,4}{36} = 1,1A$$

$$I_6^{AB} = \frac{V_A - V_B}{R_3} = \frac{38,4 - 27,6}{12} = 0,9A$$

Ta được các kết quả quen thuộc.

5. Phương pháp Tê-vơ-nanh

Tuy phương pháp Tê-vơ-nanh không phát huy hết hiệu quả và tác dụng vì ở đây các điện trở đều không đổi. Nhưng ta vẫn có thể dùng để tìm cường độ dòng qua từng đoạn mạch.

a) Ta xem $r_1 = 3\Omega$ là điện trở tải R_1 . Để tìm nguồn Tê-vơ-nanh tương đương, ta tháo bỏ r_1 và tìm r_T và E_T . Từ đó tính dòng I_1 qua r_1 (Hình 3.57a).

Khi tính r_T ta cho $e_1 = e_2 = e_3 = 0$. Vì mạch cầu cân bằng ta bỏ qua R_1 và có :

$$r_T = (R_3 + r_2) // (R_2 + r_3) = (12 + 2) // (36 + 6) = 10,5\Omega$$

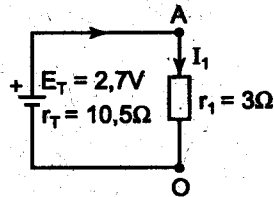
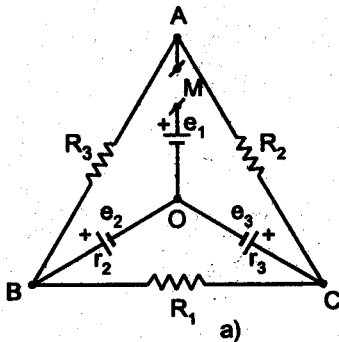
Khi tính E_T , ta thấy e_2 và e_3 là nối tiếp ngược chiều cho nguồn tương đương ($E_{23} = 97,2 - 21,6 = 75,6V$; $r_{23} = r_2 + r_3 = 2 + 6 = 8\Omega$). Điện trở mạch ngoài là :

$$R_N = R_1 // (R_2 + R_3) = 24 // (36 + 12) = 16\Omega$$

Cường độ dòng chạy qua e_3 từ O đến C là :

$$I_{e_3}^{OC} = \frac{E_{23}}{r_{23} + R_N} = \frac{75,6}{8 + 16} = 3,15A.$$

Suy ra :
$$I_{R_2}^{CA} = \frac{R_1}{R_1 + R_{23}} \cdot I_{e_3} = \frac{24}{24 + 48} \cdot 3,15 = 1,05A.$$



Hình 3.57

Từ đó ta tính được các hiệu điện thế :

$$U_{OC} = r_3 I_{e_3} - e_3 = 6,3,15 - 97,2 = -78,3V$$

$$U_{CA} = R_2 I_{R_2} = 36 \cdot 1,05 = 37,8V$$

Vậy
$$E_T = U_{AM} = U_{AC} + U_{CO} + U_{OM} = -37,8 + 78,3 + 37,8 = 2,7V.$$

Trong mạch tương đương với nguồn Tê-vơ-nanh (E_T, r_T), ta tính ngay được dòng qua r_1 . Đó chính là I_1^{AO} (Hình 3.57b) :

$$I_1^{AO} = \frac{E_T}{r_T + r_1} = \frac{2,7}{10,5 + 3} = 0,2A$$

Kết quả này trùng khớp với kết quả tìm bằng các phương pháp khác.

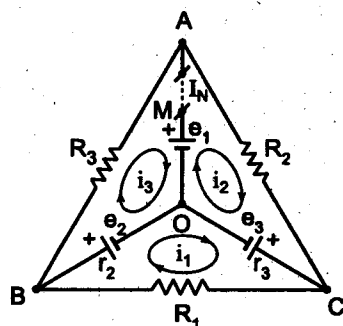
b) Để tìm I_2 và I_3 ta cũng làm tương tự như tìm I_1 . Chỉ tính riêng I_1 đã khó và dài hơn các phương pháp khác tìm tất cả dòng trong các đoạn mạch. Quá trình tính toán còn dài hơn nếu khi tính r_T ta không có mạch cầu cân bằng. Sau khi tìm được I_1, I_2, I_3 ta suy ra các hiệu điện thế U_{AB}, U_{AC}, U_{BC} và từ đó tính I_4, I_5, I_6 .

Ta dừng lại sau khi tính thử I_1 qua nguồn (e_1, r_1) thấy kết quả trùng khớp với các phương pháp khác. Điều đó chứng tỏ rằng ta có thể áp dụng phương pháp Tê-vơ-nanh để giải toàn bộ bài toán này nhưng việc đó phức tạp gấp vài lần so với áp dụng bốn phương pháp trên. Do đó nếu chọn phương pháp Tê-vơ-nanh trong trường hợp này là không hợp lí.

6. Phương pháp Noóc-tôn

Giống như phương pháp Tê-vơ-nanh, phương pháp Noóc-tôn có thể dùng để giải bài toán này tuy rằng đó không phải là cách lựa chọn nên làm.

Để làm mẫu rằng có thể dùng phương pháp Noóc-tôn, ta tính thử I_1 qua (e_1, r_1) . Muốn vậy ta chọn r_1 làm điện trở tải R_T . Để tìm nguồn dòng Noóc-tôn (I_N, r_N) tương đương, ta tháo bỏ $r_1 = 3\Omega$ (Hình 3.58a).



Hình 3.58a

Khi tính r_N ta cũng cho $e_1 = e_2 = e_3 = 0$ và tính R_{AM} hai đầu r_1 . Giống như ở phương pháp Tê-vơ-nanh, ta cũng tìm được :
 $r_N = r_T = 10,5\Omega$.

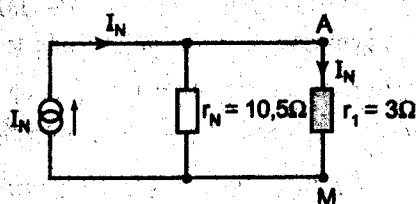
Khi tính I_N ta phải nối tắt r_1 bằng một dây không điện trở và tính dòng I_N đi qua dây đó. Để tính I_N này ta phải dùng một trong các phương pháp trước đây. Ví dụ ta dùng phương pháp dòng mắt mạng với ba biến số là i_1, i_2, i_3 như trên hình vẽ. Ta có 3 phương trình :

$$\begin{cases} (R_1 + r_2 + r_3)i_1 - r_3i_2 - r_2i_3 = e_3 - e_2 = (24 + 2 + 6)i_1 - 6i_2 - 2i_3 = 97,2 - 21,6 \\ -r_3i_1 + (r_3 + R_2)i_2 - 0i_3 = e_1 - e_3 = -6i_1 + (6 + 36)i_2 - 0i_3 = 37,8 - 97,2 \\ -r_2i_1 - 0i_2 + (r_2 + R_3)i_3 = e_2 - e_1 = -2i_1 - 0i_2 + (12 + 2)i_3 = 21,6 - 37,8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32i_1 - 6i_2 - 2i_3 = 75,6 \\ -6i_1 + 42i_2 - 0i_3 = -59,4 \\ -2i_1 - 0i_2 + 14i_3 = -16,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 2,1A \\ i_2 = -1,11429A \\ i_3 = -\frac{6}{7}A \end{cases}$$

Suy ra dòng Noóc-tôn I_N qua dây nối tắt (Hình 3.58b) :

$$I_N^{AM} = i_3 - i_2 = -\frac{6}{7} - (-1,11429) \\ = 0,257147A$$



Hình 3.58b

Với nguồn dòng Noóc-tôn tương đương I_N đó ta tính được dòng qua r_1 :

$$I_1^{AM} = \frac{r_N}{r_N + r_1} \cdot I_N = \frac{10,5}{10,5 + 3} \cdot 0,257147 = 0,2A$$

Kết quả mới trùng khớp với các phương pháp khác.

Tương tự ta cũng có thể tìm được I_2, I_3 rồi suy ra I_4, I_5, I_6 bằng phương pháp Noóc-tôn như thế. Tuy nhiên việc làm này không có lợi, vì dài và khó. Chỉ riêng tìm I_1 đã dài và khó hơn tìm tất cả 6 ẩn số $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$ bằng một trong 4 phương pháp trên. Chỉ khi có một điện trở thay đổi giá trị thì phương pháp Noóc-tôn cũng như phương pháp Tê-vơ-nanh mới phát huy tác dụng và hiệu quả.

* *

Ta đã khảo sát các phương pháp dựa trên các định luật Ôm và sáu phương pháp cơ bản khác. Các phương pháp này có thể giúp ta về nguyên tắc giải được mọi bài toán mạch điện một chiều. Tuy nhiên mỗi phương pháp đều có mặt mạnh mặt yếu. Việc lựa chọn phương pháp nào để giải một bài toán mạch điện cụ thể đòi hỏi người làm phải nắm vững các phương pháp, phải thành thạo trong lập luận, thiết lập hệ phương trình, nắm vững các công thức tương đương, tính toán (kể cả tính nhẩm theo các quy tắc đã trình bày ở các phần trên) nhanh và chính xác. Sau đó phân tích đúng đắn đầu bài, chọn một phương pháp phù hợp nhất, nhanh gọn nhất để giải. Khi có điều kiện có thể dùng thêm một phương pháp thứ hai để kiểm chứng, xác nhận kết quả tìm được. Ta cần lưu ý tránh những nhầm lẫn do dùng sai đơn vị. Thông thường nên đổi hết các số đo về các đơn vị hệ SI quen thuộc.

Điều cuối cùng muốn lưu ý các độc giả là ta hạn chế xét ở trên các bài toán mạch điện một chiều. Tuy nhiên các phương pháp cơ bản và tổng quát nói trên còn có thể mở rộng việc áp dụng cho cả các mạch điện xoay chiều.

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
Lời nói đầu	3
Chương I	
CÁC PHƯƠNG PHÁP DỰA TRÊN ĐỊNH LUẬT ÔM CHO ĐOẠN MẠCH CHỈ CHỨA ĐIỆN TRỞ THUẦN	5
I - Dòng điện	5
II - Định luật Ôm cho đoạn mạch chỉ chứa điện trở thuần	11
III - Điện trở tương đương của đoạn mạch mắc nối tiếp và mắc song song	33
IV - Các đoạn mạch điện trở có tính đối xứng	53
V - Đối mạch điện trở hình tam giác Δ về mạch hình sao Y và ngược lại	61
VI - Mạch cầu các điện trở	66
VII - Các đoạn mạch có số điện trở vô cùng nhiều	79
VIII - Công suất tiêu thụ điện trên đoạn mạch điện trở thuần	83
Chương II	
CÁC PHƯƠNG PHÁP DỰA TRÊN ĐỊNH LUẬT ÔM CHO TOÀN MẠCH VÀ ĐỊNH LUẬT ÔM TỔNG QUÁT CHO ĐOẠN MẠCH CÓ NGUỒN ĐIỆN	90
I - Nguồn điện và các cách ghép nguồn điện đơn giản	90
II - Định luật Ôm cho toàn mạch (mạch kín)	101
III - Định luật Ôm tổng quát cho đoạn mạch có nguồn điện	135
IV - Ghép song song các nguồn điện bất kì với chiều khác nhau	143
Chương III	
CÁC PHƯƠNG PHÁP KHÁC	154
I - Phương pháp dựa trên các định luật Kiếc-sốp	154
II - Phương pháp chống chất dòng điện	163
III - Phương pháp dòng mắt mạng	172
IV - Phương pháp thế nút mạng	177
V - Phương pháp Tê-vơ-nanh	187
VI - Phương pháp Noóc-tôn	194
VII - Hai bài tập vận dụng giải bằng nhiều phương pháp	201

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :

Phó Tổng Giám đốc kiêm Giám đốc NXBGD tại TP. Hà Nội
NGUYỄN XUÂN HOÀ

Biên tập nội dung và sửa bản in :

PHAN THỊ THANH BÌNH

Biên tập kỹ thuật :

NGUYỄN KIM TOÀN

Trình bày bìa và minh họa :

NGUYỄN THỊ HỒNG VY

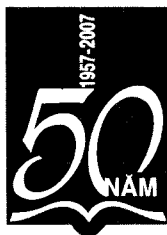
Chế bản :

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC TẠI HÀ NỘI)

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN MẠCH ĐIỆN MỘT CHIỀU

Mã số : 8I434M7-CPD

In 3.000 bản (QĐ in 113), khổ 17x24cm, tại Công ty Cổ phần In và Dịch vụ Quảng Nam- 260 Hùng Vương, TP. Tam Kỳ. Số đăng ký KHXB : 73-2007/CXB/17-57/GD. In xong và nộp lưu chiểu tháng 01 năm 2008.



VƯƠNG MIỆN KIM CƯƠNG
CHẤT LƯỢNG QUỐC TẾ

TÌM ĐỌC SÁCH THAM KHẢO BỔ TRỢ SGK MÔN VẬT LÝ LỚP 11 CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

- | | |
|--|---|
| 1. Hướng dẫn làm bài tập và ôn tập Vật Lí 11 | Vũ Quang (Chủ biên) |
| 2. Hướng dẫn làm bài tập và ôn tập
Vật Lí 11 nâng cao | Nguyễn Phúc Thuận (Chủ biên) |
| 3. Luyện tập làm bài tập trắc nghiệm Vật Lí 11 | Đào Văn Phúc (Chủ biên) |
| 4. Hỏi đáp Vật Lí 11 | Nguyễn Văn Thuận (Chủ biên) |
| 5. Bài tập chọn lọc Vật Lí 11 | Đoàn Ngọc Căn (Chủ biên) |
| 6. Các dạng bài tập cơ bản Vật Lí 11
(tự luận - trắc nghiệm) | Vũ Thanh Khiết |
| 7. Tự luận Vật Lí 11 : Một số vấn đề từ trường | Nguyễn Phúc Thuận |
| 8. Tự luận Vật Lí 11 : Dòng điện trong các
môi trường và ứng dụng | Nguyễn Văn Hùng |
| 9. Phương pháp giải các bài toán
mạch điện một chiều | Nguyễn Mạnh Tuấn |
| 10. Thiết kế bài giảng Vật Lí 11 theo hướng tích cực
hóa hoạt động nhận thức của học sinh | Bùi Gia Thịnh (Chủ biên) |
| 11. Hướng dẫn thí nghiệm ảo trong dạy và học
Vật Lí 11 (tài liệu CD) | Phạm Đình Thiệt |
| 12. Những chuyên đề nâng cao Vật Lí THPT | Tô Bá Hạ - Phạm Văn Thiều
(Sưu tầm và tuyển chọn) |
| 13. Các đề thi học sinh giỏi Vật Lí (HS giỏi toàn quốc
2000 - 2005 ; Chọn đội tuyển APHO 2003 - 2005 ;
Chọn đội tuyển IPHO 200 - 2005) | Vũ Đình Túy - Vũ Thanh Khiết
(Sưu tầm và tuyển chọn) |

Bạn đọc có thể mua sách tại các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương hoặc các cửa hàng sách của Nhà xuất bản Giáo dục :

- Tại TP. Hà Nội : 187 Giảng Võ; 232 Tây Sơn; 23 Tràng Tiền; 25 Hàn Thuyên.
- Tại TP. Đà Nẵng : 15 Nguyễn Chí Thanh; 62 Nguyễn Chí Thanh.
- Tại TP. Hồ Chí Minh : 104 Mai Thị Lựu, Quận 1; 240 Trần Bình Trọng, Quận 5;
451B - 453, Hai Bà Trưng, Quận 3.
- Tại TP. Cần Thơ : 5/5, đường 30/4.

Website : www.nxbgd.com.vn



Giá : 24.500đ