**ĐỀ ĐỘI TUYỂN SỐ 02- A1K75**

**Câu 1(6,0 điểm).** Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) 

b) .

**Câu 2(5,0 điểm).**

a) Cho các chữ số . Từ 8 chữ số trên lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối?

b) Cho dãy số  xác định bởi:  Tìm công thức số hạng tổng quát  theo *n*.

**Câu 3(5,0 điểm).** Cho hình chóp *S.ABC*, mặt phẳng (P) di động luôn cắt các cạnh *SA*, *SB*,*SC* tại *A’*, *B’*, *C’*. Gọi *G* là trọng tâm tam giác *ABC*.

a) Tìm giao điểm của *SG* với mp*(P).*

b) Biết rằng  chứng minh rằng mp(P) luôn đi qua một điểm cố định

**Câu 4(3,0 điểm).** Cho tứ diện .  là điểm thuộc miền trong của tam giác . Kẻ qua  đường thẳng . Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và mặt phẳng .

a) Kẻ qua  các đường thẳng lần lượt song song với  và  cắt các mặt phẳng  và  theo thứ tự tại . Chứng minh rằng .

b) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Câu 5(1,0 điểm).** Cho ba số thực x, y, z thoả mãn

x + y + z = 2 và x + 1 > 0; y + 1 > 0; z + 4 > 0.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức**: **.**

---------------------------------**Hết**---------------------------------

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ĐÁP ÁN** | | |
| **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **1**  **(6,0đ)** | **a) (3,0 điểm)** | |
| Phương trình đã cho tương đương với | **0,5** |
|  | **0,5** |
|  | **0,5** |
|  | **0,5** |
|  | **0,5** |
|  | **0,5** |
| **b) (3,0 điểm)** | |
| Điều kiện xác định: | **0,5** |
| Đặt | **1,0** |
|  | **1,0** |
| Vậy nghiệm bpt: | **0,5** |
| **2**  **(5,0đ)** | **a) (2,5 điểm)** | |
| Do , nên để tổng 4 chữ số đầu và tổng 4 chữ số cuối bằng nhau là tổng đó bằng .  Ta lập 4 bộ số có tổng là 14 và có chữ số 0 là:  ; ; ; . Với mỗi bộ số có số 0 trên ứng với một  bộ còn lại không có số 0 và có tổng bằng 14.  TH1: Bộ có số 0 đứng trước: có 4 bộ có chữ số 0, ứng với mỗi bộ có:  +) Xếp 4 số đầu có  cách.  +) Xếp 4 số cuối có  cách.  Áp dụng qui tắc nhân có  số.  TH2: Bộ có số 0 đứng sau: có 4 bộ có chữ số 0, ứng với mỗi bộ có:  +) Xếp bộ không có chữ số 0 đứng trước có  cách.  +) Xếp bộ có chữ số 0 đứng sau có  cách.  Áp dụng qui tắc nhân có  số.  Vậy có  số thỏa mãn yêu cầu bài toán. |  |
| **b) (2,5điểm)** | |
| Ta có  Đặt | **0,5** |
| Ta có: | **1,5** |
| Suy ra | **0,5** |
| **3**  **(5điểm)** | a, Gọi I là giao của AG và BC nên I là  trung điểm của BC.  SI cắt B’C’ tại I’  Trong tam giác SAI:  A’I’ cắt SG tại G’  Khi đó G’ là giao của SG và mặt phẳng (P) | **2,5** |
| b, Ta có  Thật vậy: từ B kẻ BM//B’C’ cắt SI tại M, từ C kẻ CN// B’C’ cắt SI tại N  Khi đó vì I là trung điểm BC nên SM+SN=2SI      Gọi O là trung điểm AI, A’I’ cắt SO tại O’ khi đó mặt phẳng (P) đi qua O’  Mặt khác từ (\*) ta chứng minh tương tự (1) có  vậy O’ là trung điểm của SO.  Hay O’ là điểm cố định nên (P ) luôn đi qua điểm cố định là O’ | **1,0**  **0,5**  **1,0** |
| **4**  **(3,0đ)** |  | |
|  | Trong mặt phẳng  gọi .  Trong mặt phẳng  kẻ .  Ta có  a) Trong mặt phẳng  gọi .  Trong mặt phẳng  kẻ .  Trong mặt phẳng  kẻ .  Ta có  Tương tự ta có .  Từ , và  Suy ra  c) Ta có .  Ta có  .  Dấu  xảy ra khi và chỉ khi . |  |
|  |
| **1,5**  **1.5** |
| **5**  **(1,0đ)** | Đặt a = x + 1; b = y + 1; c = z + 4. Ta có a, b, c > 0 và a + b + c = 8.  Khi đó P = . | **0,25** |
| Ta có  với a, b > 0 và dấu đẳng thức xảy ra khi a = b.  Tương tự , dấu đẳng thức xảy ra khi a + b = c. | **0,25** |
| Suy ra . Hay | **0,25** |
| Đẳng thức xảy ra khi a = b = 2 và c = 4. Vậy maxP = 1 | **0,25** |