

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 08 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (12 CÂU).

- Câu 1.** Với $a \neq 0; b \neq 0; m, n$ là các số nguyên, khẳng định nào sau đây đúng?
A. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$. **B.** $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$.
C. $a^m + a^n = a^{m+n}$. **D.** $a^m \cdot b^n = (a \cdot b)^{m+n}$.
- Câu 2.** Rút gọn $\sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}} = a^{\frac{m}{n}}$ ($0 < a \neq 1; m, n \in \mathbb{N}$) và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản.
A. $m+n=9$. **B.** $m+n=-7$. **C.** $m+n=30$. **D.** $m+n=31$.
- Câu 3.** Với $a > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\log_a m + \log_a n = \log_a (m \cdot n)$ với mọi $m, n \in \mathbb{R}$.
B. $\log_a (m^2) = 2 \log_a |m|$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.
C. $\log_a m \cdot \log_a n = \log_a (m+n)$ với mọi m, n .
D. $\log_a m - \log_a n = \log_a (m/n)$ với mọi m, n .
- Câu 4.** Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?
A. $y = 3x^3 - x$ **B.** $y = 3^x$. **C.** $y = (x-1)^{2x}$. **D.** $y = \log x^2$.
- Câu 5.** Nghiệm của phương trình $3^x = \frac{1}{243}$ là?
A. $x=5$. **B.** $x=-5$. **C.** $x=-\frac{1}{5}$. **D.** $x=3^{-5}$.
- Câu 6.** Phương trình $\log_3 (3x-2) = 3$ có nghiệm là
A. $x = \frac{25}{3}$. **B.** $x = 87$. **C.** $x = \frac{29}{3}$. **D.** $x = \frac{11}{3}$.
- Câu 7.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$ bằng
A. 0° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 45° .
- Câu 8.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?
A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
- Câu 9.** Trong không gian cho điểm M và đường thẳng d . Có bao nhiêu mặt phẳng qua M và vuông góc với đường thẳng d ?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.
- Câu 10.** Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước x, y, z ($x, y, z > 0$) là
A. $\frac{1}{3}xyz$. **B.** $x^2y^2z^2$. **C.** xyz . **D.** $\sqrt{xyz}$.
- Câu 11.** Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+8} = 16$ là
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 12.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 2024a^2$ và chiều cao $h = a$ là
A. $2024a^3$. **B.** $\frac{2024}{3}a^3$. **C.** $\frac{2024}{3}a^2$. **D.** $2024a^2$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (4 CÂU – MỖI CÂU CÓ 4 Ý)

Câu 13. Hãy nhận xét tính Đúng – Sai của mỗi nhận định sau:

a) $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	
b) $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2\ln f(x) = 2\ln g(x)$	
c) Hàm số $y = 2^x \cdot 3^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$	
d) Với mọi $x > y > 0, x \neq 1$ thì $\log_x y < 1$	

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. M là trung điểm của AC .

- a) $SA \perp BC$
- b) $BM \perp (SAC)$
- c) BC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc có số đo là 45°
- d) Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SAC)

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a$.

- a) Góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .
- b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .
- c) Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng 60° .
- d) Nếu gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) thì ta có $\alpha \in (60^\circ; 160^\circ)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$.

- a. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .
- b. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích khối chóp $S.BCD$.
- c. Thể tích khối chóp $S.AMC$ bằng $\frac{1}{3}$ thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- d. Thể tích V của khối tứ diện $ACMN$ bằng $\frac{a^3}{12}$.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

Câu 17. Ở địa phương nọ, người ta tính toán thấy rằng: nếu diện tích khai thác rừng hàng năm không đổi như hiện nay thì sau 60 năm nữa diện tích rừng sẽ hết, nhưng trên thực tế thì diện tích khai thác rừng tăng trung bình hàng năm là 5% /năm. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa diện tích rừng sẽ bị khai thác hết? Giả thiết trong quá trình khai thác, rừng không được trồng thêm, diện tích rừng tự sinh ra và mất đi (do không khai thác) là không đáng kể.
Số năm để khai thác hết diện tích rừng là.....

Câu 18. Số ca bị nhiễm virus Covid-19 ở một quốc gia sau t ngày là $P(t)$ và được tính bởi công thức $P(t) = X \cdot e^{r_0(t-1)}$, trong đó X là số ca bị nhiễm virus trong ngày thống kê đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Hỏi ngày thứ 20 có bao nhiêu ca bị lây nhiễm virus? (làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng trong ngày đầu tiên thống kê có 253 ca bị nhiễm bệnh, ngày thứ 10 có 2024 ca bị lây nhiễm và trong suốt quá trình thống kê hệ số lây nhiễm là không đổi?
Ngày thứ 20 số ca bị lây nhiễm virus là.....

Câu 19. Một nhà sử học đến du lịch Đại kim tự tháp Giza (Ai Cập). Hướng dẫn viên du lịch cung cấp thông tin về Đại kim tự tháp này có dạng hình chóp tứ giác đều, với chiều cao $146,6m$ và độ nghiêng của nó là $51^\circ 50' 40''$ (tức là số đo góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy).

Nhà sử học rất muốn thông tin chi tiết hơn nữa về góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mặt bên kề nhau của Đại kim tự tháp. Hãy giúp nhà sử học này tính số đo của góc phẳng nhị diện trên?



Số đo của góc phẳng nhị diện là.....

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AC . Biết $SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB) bằng:.....

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:.....

Câu 22. Ông An muốn làm một bể cá hình hộp chữ nhật không nắp bằng kính có thể tích là $2m^3$ và có chiều cao không đổi là $0,5m$ (giả sử các mép nối là không đáng kể). Giá của kính làm bể là $150000 \text{ đồng}/m^2$. Chi phí mua kính để làm bể cá ít nhất làđồng.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN (12 CÂU).

1B	2D	3B	4B	5B	6C	7D	8C	9A	10C	11D	12B			
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	--	--	--

Câu 1. Với $a \neq 0; b \neq 0; m, n$ là các số nguyên, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$.

B. $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$.

C. $a^m + a^n = a^{m+n}$.

D. $a^m \cdot b^n = (a \cdot b)^{m+n}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Rút gọn $\sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}} = a^{\frac{m}{n}}$ ($0 < a \neq 1; m, n \in \mathbb{N}$) và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản.

A. $m+n=9$.

B. $m+n=-7$.

C. $m+n=30$.

D. $m+n=31$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}}} = a^{\left(\left(\left(\left(\frac{1}{2}+1\right)^{\frac{1}{2}+1}\right)^{\frac{1}{2}+1}\right)^{\frac{1}{2}+1}\right)^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{15}{16}}$.

Câu 3. Với $a > 0, a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_a m + \log_a n = \log_a (m \cdot n)$ với mọi $m, n \in \mathbb{R}$.

B. $\log_a (m^2) = 2 \log_a |m|$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

C. $\log_a m \cdot \log_a n = \log_a (m+n)$ với mọi m, n .

D. $\log_a m - \log_a n = \log_a (m \cdot n)$ với mọi m, n .

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

A. $y = 3x^3 - x$

B. $y = 3^x$.

C. $y = (x-1)^{2x}$.

D. $y = \log x^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. Nghiệm của phương trình $3^x = \frac{1}{243}$ là

A. $x=5$.

B. $x=-5$.

C. $x = -\frac{1}{5}$.

D. $x = 3^{-5}$.

Lời giải

Chọn B

$3^x = \frac{1}{243} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-5} \Leftrightarrow x = -5$.

Câu 6. Phương trình $\log_3 (3x-2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = \frac{25}{3}$.

B. $x = 87$.

C. $x = \frac{29}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải

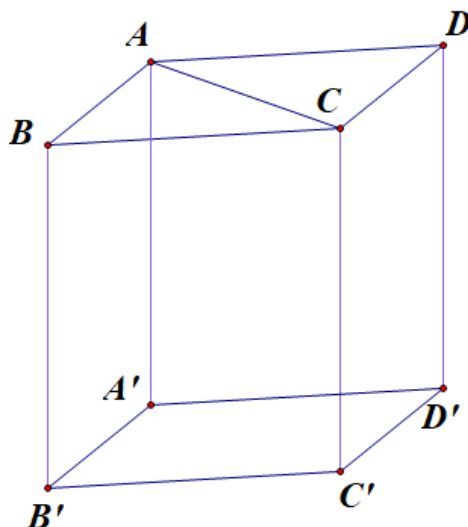
Chọn C

$\log_3 (3x-2) = 3 \Leftrightarrow 3x-2 = 27 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$ bằng

A. 0° .B. 60° .C. 90° .D. 45° .

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng AB và $A'B'$ song song với nhau, nên $(AC, A'B') = (AC, AB) = BAC = 45^\circ$

Câu 8. Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn C

Sử dụng định lý $\begin{cases} a \perp b \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \perp c$.

Câu 9. Trong không gian cho điểm M và đường thẳng d . Có bao nhiêu mặt phẳng qua M và vuông góc với đường thẳng d ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất trong lý thuyết: Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 10. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước x, y, z ($x, y, z > 0$) là

A. $\frac{1}{3}xyz$.B. $x^2y^2z^2$.C. xyz .D. $\sqrt{xyz}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước x, y, z ($x, y, z > 0$) là xyz .

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+8} = 16$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x^2-4x+8} = 16 \Leftrightarrow 2^{x^2-4x+8} = 2^4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 8 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 12. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 2024a^2$ và chiều cao $h = a$ là

A. $2024a^3$.

B. $\frac{2024}{3}a^3$.

C. $\frac{2024}{3}a^2$.

D. $2024a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.2024a^2.a = \frac{2024}{3}a^3$

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (4 CÂU – MỖI CÂU CÓ 4 Ý)

Câu 13. Hãy nhận xét tính Đúng – Sai của mỗi nhận định sau:

a) $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	
b) $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2\ln f(x) = 2\ln g(x)$	
c) Hàm số $y = 2^x \cdot 3^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$	
d) Với mọi $x > y > 0, x \neq 1$ thì $\log_x y < 1$	

Lời giải

a) $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$	Sai vì thiếu điều kiện xác định Sửa lại: $\log_2 f(x) > \log_2 g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$
b) $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2\ln f(x) = 2\ln g(x)$	Sai Sửa lại: $\ln f^2(x) = \ln g^2(x) \Leftrightarrow 2\ln f(x) = 2\ln g(x) $
c) Hàm số $y = 2^x \cdot 3^{-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$	Đúng vì $y = 2^x \cdot 3^{-x} = \frac{2^x}{3^x} = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$
d) Với mọi $x > y > 0, x \neq 1$ thì $\log_x y < 1$	Sai vì Nếu $x > 1$ thì $x > y > 0 \Rightarrow \log_x x > \log_x y \Rightarrow \log_x y < 1$ Nếu $0 < x < 1$ thì $x > y > 0 \Rightarrow \log_x x < \log_x y \Rightarrow \log_x y > 1$

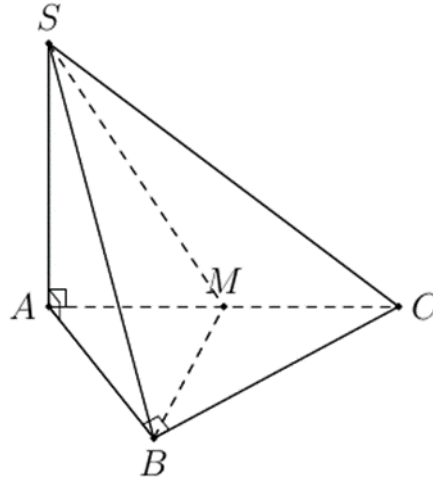
Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. M là trung điểm của AC .

- $SA \perp BC$
- $BM \perp (SAC)$
- BC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc có số đo là 45°
- Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SAC)

Lời giải

- Đ
- Đ
- S
- S

Đáp án chi tiết



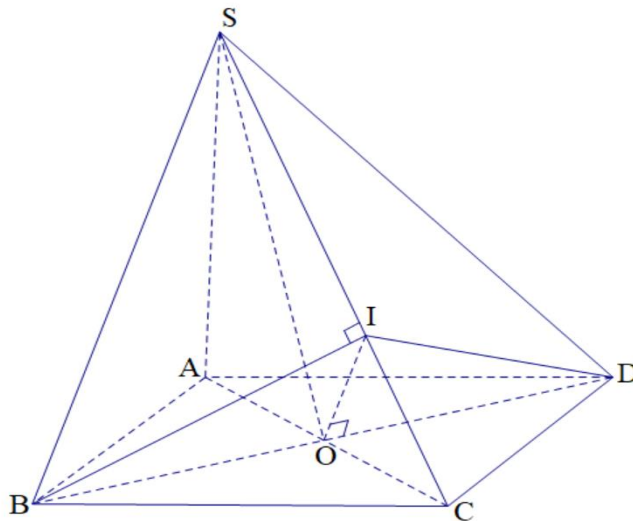
- a) $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$
 b) Vì tam giác ABC cân tại B nên $BM \perp AC$ mà $BM \perp SA$ nên $BM \perp (SAC)$
 c) Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên $BC \perp AB$ mà $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAB)$ nên BC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc có số đo là 90°

d) Ta có:
$$\begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ AC \perp SA (SA \perp (ABC)) \Rightarrow ((SAB), (SAC)) = BAC = 45^\circ \text{ nên d sai} \\ AB \perp SA (SA \perp (ABC)) \end{cases}$$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a$.

- a) Góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .
 b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .
 c) Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng 60° .
 d) Nếu gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) thì ta có $\alpha \in (60^\circ; 160^\circ)$.

Lời giải



a) Đúng

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$. Vậy góc giữa hai đường thẳng SA và BC bằng 90° .

b) Đúng

Do $SA \perp (ABCD)$ tại điểm A nên hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD . Suy ra góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc giữa SD và AD và bằng góc SDA . Tam giác SAD vuông cân tại A nên $SDA = 45^\circ$.

c) Sai

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó ta có $BO \perp AC$.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BO$.

Vậy có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC)$ tại O nên hình chiếu của SB lên (SAC) là SO .

Suy ra góc giữa SB và (SAC) là góc giữa SB và SO và bằng góc BSO .

Tam giác SAD vuông ở $A \Rightarrow SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SAB vuông ở $A \Rightarrow SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác ABD vuông ở $A \Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$.

Nên suy ra tam giác SBD là tam giác đều, vì vậy SO là đường cao đồng thời là đường phân giác nên $BSO = 30^\circ$.

d) Sai

Ta có $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

Kẻ $BI \perp SC, I \in SC$

Suy ra $DI \perp SC$.

Vậy có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (SCD) = SC \\ BI \subset (SBC), BI \perp SC \\ DI \subset (SCD), DI \perp SC \end{cases}$$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng góc giữa hai đường thẳng BI và DI .

Tam giác SDC vuông ở D , DI là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{DI^2} = \frac{1}{DS^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow DI = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Tương tự cũng tính được $BI = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác IBD cân ở I , O là trung điểm BD

$$\Rightarrow IO \perp BD \Rightarrow \sin OID = \frac{OD}{ID} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{3}} \Rightarrow OID = 60^\circ \Rightarrow BID = 120^\circ \Rightarrow (IB, ID) = 60^\circ.$$

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$.

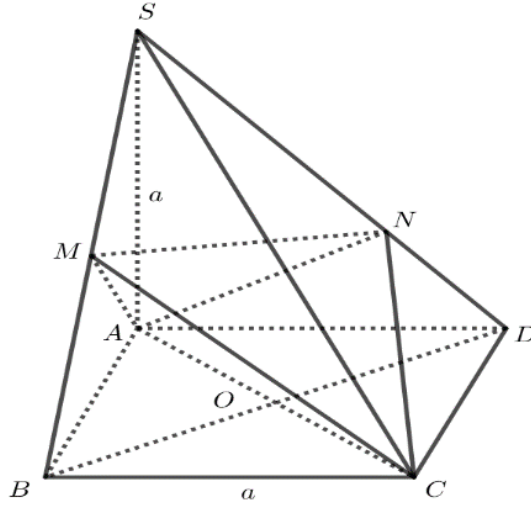
a. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .

b. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích khối chóp $S.BCD$.

c. Thể tích khối chóp $S.AMC$ bằng $\frac{1}{3}$ thể tích khối chóp $S.ABCD$.

d. Thể tích V của khối tứ diện $ACMN$ bằng $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải



a. Sai.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

b. Đúng.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.BCD}$.

c. Sai.

Ta có: $\frac{V_{S.AMC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AMC} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}$.

d. Đúng.

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

Vì $\frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(N, (ABCD)) = \frac{1}{3} SA = \frac{a}{3}$.

Do $\frac{MB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2} SA = \frac{a}{2}$.

Mà $V_{ACMN} = V_{S.ABCD} - V_{S.AMN} - V_{S.CMN} - V_{M.ABC} - V_{N.ADC}$

Mặt khác $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$.

$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} V_{S.ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3}{18}$.

$\frac{V_{S.CMN}}{V_{S.BCD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.CMN} = \frac{1}{3} V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3}{18}$.

$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} d(M, (ABCD)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{12}$.

$V_{N.ADC} = \frac{1}{3} d(N, (ABCD)) \cdot S_{ADC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{a^3}{18}$.

Vậy $V_{ACMN} = \frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{18} - \frac{a^3}{12} - \frac{a^3}{18} = \frac{a^3}{12}$.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (6 CÂU)

Câu 17. Ở địa phương nọ, người ta tính toán thấy rằng: nếu diện tích khai thác rừng hàng năm không đổi như hiện nay thì sau 60 năm nữa diện tích rừng sẽ hết, nhưng trên thực tế thì diện tích khai thác rừng tăng trung bình hàng năm là 5%/năm. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa diện tích rừng sẽ bị khai thác hết? Giả thiết trong quá trình khai thác, rừng không được trồng thêm, diện tích rừng tự sinh ra và mất đi (do không khai thác) là không đáng kể.
Số năm để khai thác hết diện tích rừng là.....

Lời giải

Gọi S là diện tích rừng khai thác hàng năm theo dự kiến. Ta có tổng diện tích rừng là $60S$. Trên thực tế diện tích rừng khai thác tăng 5%/năm nên diện tích rừng đã khai thác trong năm thứ n là $S(1+0,05)^{n-1}$.

Tổng diện tích rừng đã khai thác sau năm thứ n là

$$S + S(1+0,05)^1 + S(1+0,05)^2 + \dots + S(1+0,05)^{n-1} = S \frac{(1+0,05)^n - 1}{0,05}$$

Sau n năm khai thác hết nếu:

$$S \frac{(1+0,05)^n - 1}{0,05} = 60S \Leftrightarrow (1,05)^n - 1 = 3 \Leftrightarrow (1,05)^n = 4 \Leftrightarrow n = \log_{1,05} 4 \approx 28,41$$

Vậy sau 29 năm diện tích rừng sẽ bị khai thác hết.

Câu 18. Số ca bị nhiễm virus Covid-19 ở một quốc gia sau t ngày là $P(t)$ và được tính bởi công thức $P(t) = X \cdot e^{r_0(t-1)}$, trong đó X là số ca bị nhiễm virus trong ngày thống kê đầu tiên, r_0 là hệ số lây nhiễm. Hỏi ngày thứ 20 có bao nhiêu ca bị lây nhiễm virus? (làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng trong ngày đầu tiên thống kê có 253 ca bị nhiễm bệnh, ngày thứ 10 có 2024 ca bị lây nhiễm và trong suốt quá trình thống kê hệ số lây nhiễm là không đổi?
Ngày thứ 20 số ca bị lây nhiễm virus là.....

Lời giải

Theo giả thiết ta có $P(1) = X = 253$.

$$\text{Ngày thứ 10 có 2024 ca nên } P(10) = X \cdot e^{9r_0} \Leftrightarrow 2024 = 253 \cdot e^{9r_0} \Leftrightarrow r_0 = \frac{\ln 8}{9}.$$

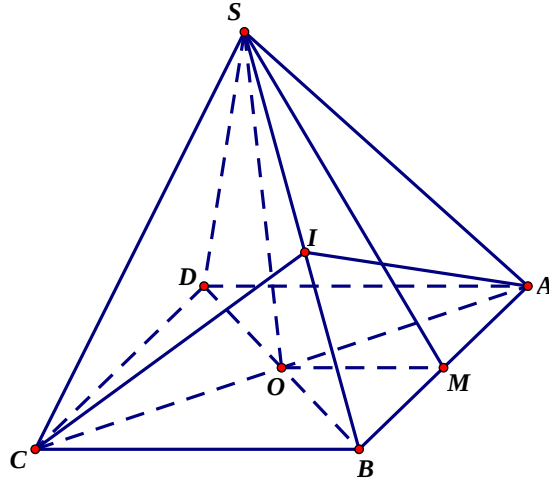
$$\text{Vậy ngày thứ 20 số ca nhiễm bệnh là } P(20) = 253 \cdot e^{\frac{19 \ln 8}{9}} \approx 20401.$$

Câu 19. Một nhà sử học đến du lịch Đại kim tự tháp Giza (Ai Cập). Hướng dẫn viên du lịch cung cấp thông tin về Đại kim tự tháp này có dạng hình chóp tứ giác đều, với chiều cao 146,6m và độ nghiêng của nó là $51^\circ 50' 40''$ (tức là số đo góc phẳng nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy). Nhà sử học rất muốn thông tin chi tiết hơn nữa về góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mặt bên kề nhau của Đại kim tự tháp. Hãy giúp nhà sử học này tính số đo của góc phẳng nhị diện trên?



Số đo của góc phẳng nhị diện là.....

Lời giải



+ Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ như hình vẽ, $O = AC \cap BD$, M là trung điểm của AB . Khi đó góc nhị diện tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là $[S, AB, O]$.

Ta có $SM \perp AB$ và $OM \perp AB$, suy ra SMO là góc phẳng nhị diện $[S, AB, O]$.

Xét tam giác SMO ta có $\tan SMO = \frac{SO}{OM} \Rightarrow BC = 2OM = \frac{2SO}{\tan SMO} \approx 230,36(m)$

+ Tìm số đo của góc phẳng nhị diện hai mặt bên, tức là số đo của góc phẳng nhị diện $[A, SB, C]$

Kẻ $AI \perp SB$, lại có $SB \perp AC$ (vì $AC \perp (SBD)$) từ đó suy ra $SB \perp CI$.

Vậy góc phẳng nhị diện $[A, SB, C]$ là góc AIC .

Hai tam giác $\triangle SAB = \triangle SBC$ suy ra hai đường cao $AI = CI$, tam giác $\triangle IAC$ cân tại I .
Đặt $a = 230,36; h = 146,6$

Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}$;

$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}$$

Trong tam giác cân SAB ta có $S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} AI \cdot SB = \frac{1}{2} SM \cdot AB \Rightarrow AI = \frac{SM \cdot AB}{SB} = \frac{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} \cdot a}{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}}$

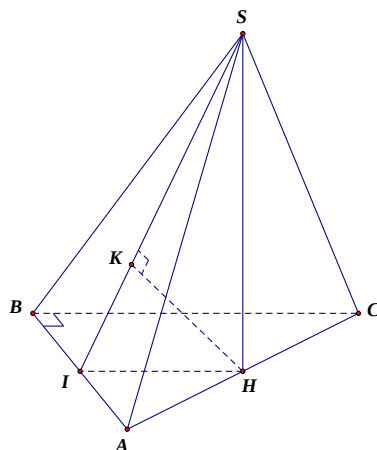
$$\cos AIC = \frac{AI^2 + CI^2 - AC^2}{2AI \cdot CI} = \frac{2a^2 \left(\frac{4h^2 + a^2}{2(2h^2 + a^2)} \right) - 2a^2}{2 \cdot \frac{4h^2 + a^2}{2(2h^2 + a^2)} a^2} = \frac{-a^2}{4h^2 + a^2}, \text{ thay số}$$

$$a = 230,36; h = 146,6$$

Ta suy ra được $AIC \approx 112^\circ 26' 16''$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H của cạnh AC . Biết $SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB) bằng:.....

Lời giải



Dựng $HI \perp AB$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} AB \perp IH \\ AB \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SIH) \text{ và } (SIH) \cap (SAB) = SI$.

Dựng $HK \perp SI$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HK \perp AB \\ HK \perp SI \end{array} \right\} \Rightarrow HK \perp (SAB)$.

Vậy $d(H, (SAB)) = HK$.

Do $HI \parallel BC$ nên dễ dàng chỉ ra được I là trung điểm của AB và $IH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$$IA = IB = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Ta có $AB \perp SI$ nên $SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Do $SH \perp IH$ nên xét tam giác vuông SIH có:

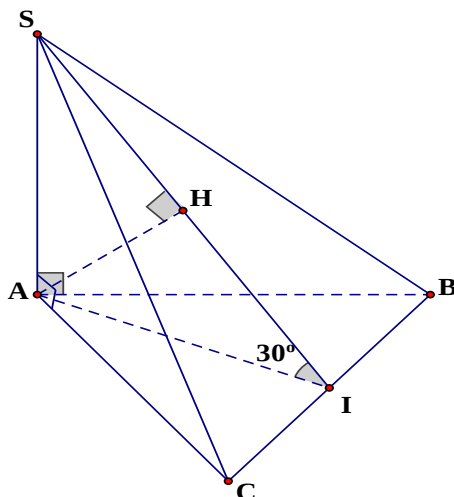
$$SH = \sqrt{SI^2 - IH^2} = \sqrt{\frac{7a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}} = a; \quad HK = \frac{SH \cdot HI}{SI} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{7}}{2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Do vậy, ta có $d(H, (SAB)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° .

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:.....

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC , khi đó góc giữa $\text{mp}(SBC)$ và $\text{mp}(ABC)$ là $SIA = 30^\circ$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d(A, (SBC)) = AH = a$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Giả sử tam giác đều ABC có cạnh bằng x , mà AI là đường cao nên: $2a = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{4a}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \left(\frac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{8a^3}{9}$.

Câu 22. Ông An muốn làm một bể cá hình hộp chữ nhật không nắp bằng kính có thể tích là $2m^3$ và có chiều cao không đổi là $0,5m$ (giả sử các mép nối là không đáng kể). Giá của kính làm bể là 150000 đồng/ m^2 . Chi phí mua kính để làm bể cá ít nhất làđồng.

Lời giải

Gọi $x(m)$ là độ dài 1 cạnh của đáy.

Diện tích đáy của bể cá là $S = \frac{2}{0,5} = 4(m^2)$. Suy ra độ dài cạnh còn lại của đáy là $\frac{4}{x}(m)$.

Để chi phí mua kính làm bể là thấp nhất thì tổng diện tích các mặt của hình hộp là nhỏ nhất. Tổng

diện tích các mặt là $S = 0,5 \cdot x \cdot 2 + \frac{4}{x} \cdot 0,5 \cdot 2 + 4 = x + \frac{4}{x} + 4(m^2)$.

$$= (\sqrt{x})^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 - 2\sqrt{x} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}} + 8$$

$$= \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2 + 8 \geq 8$$

Vậy S nhỏ nhất bằng $8(m^2) \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 2$

Chi phí mua kính ít nhất là $8 \cdot 150000 = 1200000$ đồng.

Đáp án: 1200000 đồng.