|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD & ĐT NGHỆ AN  **TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN ÔN** | **KÌ THI KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HSG TỈNH LỚP 12**  **NĂM HỌC 2022- 2023**  *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.* |

**Câu 1 (*6,0 điểm*).**

1. Cho hàm số.

Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số đồng biến trên nửa khoảng .

b) Giải hệ phương trình:  ().

**Câu 2 (*5,0 điểm*).**

a) Trong tiết học môn thể dục, giáo viên cho 20 học sinh đứng thành một vòng tròn để truyền đạt kiến thức, sau đó giáo viên gọi ngẫu nhiên bốn học sinh lên làm mẫu. Tính xác suất để trong bốn học sinh được gọi không có hai học sinh đứng cạnh nhau.

b) Một người thợ gò hàn làm một cái thùng đựng nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng đường chéo hình hộp bằng  và chỉ được sử dụng vừa đủ  tôn. Tính thể tích lớn nhất của cái thùng.

**Câu 3 (*1,5 điểm*).**

Cho số thực thoả mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:.

**Câu 4 (*6,0 điểm*).**

Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh bằng . Biết hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng là điểm  thỏa mãn  . Biết góc giữa  và bằng 60°.

a) Tính theo  thể tích khối chóp .

b) Trên cạnh  lấy các điểm ,  sao cho  và  vuông góc với . Tính theo  khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**Câu 5 (*1,5 điểm*).**

Cho lăng trụ đứng  có đáy là tam giác cân tại  và . Gọi  là trung điểm của , mặt phẳng  tạo với đáy  góc . Xác định hệ thức giữa và để tam giác  là tam giác vuông.

………… ***Hết*** …………

|  |  |
| --- | --- |
| *Họ và tên thí sinh………………………………………..* | *Số báo danh…………………..* |

**ĐÁP ÁN-BIỂU ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1a** | Ta có, hàm số  liên tục trên nửa khoảng . .  Hàm số đồng biến trên nửa khoảng  khi và chỉ khi .  Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm trên khoảng .  Do      Đặt  ***\*) Điều kiện cần:*** Nếu  không có nghiệm  thì  có nghiệm  là nghiệm đơn nên  sẽ đổi dấu trên . Do đó, để  thì điều kiện cần là .  ***\*) Điều kiện đủ:***  + Với  thì. Dấu đẳng thức xảy ra khi .  Do đó, hàm số đồng biến trên nửa khoảng . Vậy ra  thoả mãn.  + Với  thì  .  Dấu đẳng thức xảy ra khi . Do đó, hàm số đồng biến trên nửa khoảng . Vậy ra  thoả mãn.  Vậy tất cả các giá trị của tham số  là: . | 3 |
| **1b** | Điều kiện: .  Từ phương trình (1), ta có: .  Thay vào phương trình (2) và chú ý rằng .  Lúc này ta được    (3)  Xét hàm số: , ta có: hàm số đồng biến trên R. Do đó từ (3) ta được .  Thay vào phương trình (1) ta được    (do ). Tìm được  .  Kết luận: Hệ có đúng một nghiệm  là | 3 |
| **2a** | Ta có .  Gọi  là biến cố ‘Không có hai học sinh đứng cạnh nhau’  Ta tính .  TH1: Bốn người được gọi đứng cạnh nhau có 20 cách  TH2: Trong bốn người được gọi có đúng ba người đứng cạnh nhau có 20.15=300 cách  TH3: Trong bốn người được gọi có hai người đứng cạnh nhau và hai người còn lại cũng đứng cạnh nhau và 4 người không đứng cạnh nhau có; 20.15):2=150 cách  TH4: Trong bốn người được gọi có hai người đứng cạnh nhau và hai người còn lại không đứng cạnh nhau có cách.  Do đó .  Vậy . | 2 |
| **2b** | Gọi kích thước của khối hộp là  theo bài ra ta có    Ta có  Thể tích:    Khi đó  Vậy thể tích lớn nhất của thùng  khi và các hoán vị của nó. | 3 |
| **3** | Do  Kết hợp với giả thiết suy ra . Ta có  Đặt , do  Khi đó ta có  Áp dụng bất đẳng thức    Từ đó ta suy ra  Đặt .  Xét hàm số  Hàm số đồng biến . Vậy  khi | 1,5 |
| **4a** | Ta có :    Khi đó : | 3 |
| **4b** | Ta có :  Đặt .  Áp dụng định lý cosin ta có  Gọi .Ta có    Suy ra:  Kẻ  vuông góc với ,  vuông góc với . Suy ra:  Ta có : | 3 |
| **5** | Gọi E là giao điểm của C’M và AB.  Dễ thấy vuông tại B.  .  Đặt  Do  Từ đó . Do MB=MC’ nên tam giác BMC’ là tam giác vuông thì chỉ có thể vuông tại M , mà | 1,5 |