



Chương

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC & PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH

A

Lý thuyết

1. Bất phương trình bậc hai



Định nghĩa

- » Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$),
Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai



Giải bất phương trình bậc hai

- » $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu không âm** (lớn hơn hoặc bằng 0).
- » $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu âm**.
- » $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu**

3. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$



» Ta làm như sau:

■ **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

■ **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$

Hoặc



4. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$



» Ta làm như sau:

■ **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

■ **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

Hoặc

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$$

Chú ý:

Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác

$$(1) \quad \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

$$(2) \quad \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0; B \geq 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$$

$$(3) \quad \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} + \sqrt{D}$$

» Nếu $A + B = C + D$ (hoặc $A.B = C.D$) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.

» Nếu $A + C = B + D$ (hoặc $A.C = B.D$) thì đưa phương trình về dạng: $\sqrt{A} - \sqrt{C} = \sqrt{D} - \sqrt{B}$ sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

$$(4) \quad \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$$

» Lập phương hai vế ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}) = C$

» Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{ABC} = C$.

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm nào lại, vì vậy phải thử



Các dạng bài tập

Dạng 1. Giải bất phương trình bậc hai



Phương

» Để giải bất phương trình bậc hai ta dựa vào việc **xét dấu tam thức bậc hai**.

✓ **Cách giải:**

Bước 1. Xét dấu tam thức bậc hai ở vế trái.

Bước 2. Chọn những giá trị của x làm cho vế trái dương hoặc âm tùy theo chiều của bất phương trình.



Ví dụ 1.1.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

(2) $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

(3) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

(4) $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

(5) $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$

(6) $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$

Lời giải

(1) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ có $a = -3 < 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = 1$
($f(x)$ cùng dấu với hệ số a).

Suy ra $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$

$$S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình:

(2) $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Tam thức $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ có $a = -36 < 0$ và $D = 0$

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right) = 0$

Suy ra $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

$$S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là

(3) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$



Điều kiện: $x^2 - 2x + 5 \geq 0$

Xét tam thức vế trái có $D' = -4 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

$$(4) \quad -36x^2 + 12x - 1 \geq 0$$

Ta có $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \leq -2 \\ x^2 - x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \leq 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{đúng } \forall x.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $T = \mathbb{R}$.

$$(5) \quad \frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2 + x - 1)(x^2 - x) - (x - 2) + x(x^3 - 2)}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0$$

BPT

$$\Leftrightarrow \frac{2}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow 0 < x < 1 \vee x > 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = (0; 1) \cup (2; +\infty)$.

$$(6) \quad (x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow (x + 2)^2 (x^2 - 2x) \leq 3(x + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 (x^2 - 2x - 3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \vee -1 \leq x \leq 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = [-1; 3] \cup \{-2\}$.



▮ Dạng 2. Tìm tham số để tam thức bậc hai luôn âm - dương



Phương

Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$. Đặt $D = b^2 - 4ac$.

$$\gg f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ D < 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) > 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \geq 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ D < 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) < 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ D \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \leq 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ D < 0 \end{cases}$$

✱ **Lưu ý:** Khi giải bất phương trình mà a chứa tham số m , thì xét 2 trường hợp :

» **Trường hợp 1:** hệ số $a = 0$



Ví dụ 2.1.

Với giá trị nào của m thì

(1) $f(x) = -2x^2 - mx + m$ luôn âm?

(2) $f(x) = (m-1)x^2 + (2m+1)x + m+1$ luôn âm?

(3) $f(x) = (2-m)x^2 - 2x + 1$ luôn dương?

🔑 Lời giải

(1) $f(x) = -2x^2 - mx + m$ luôn âm?

$$f(x) = -2x^2 - mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 < 0 \\ D = (-m)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 8m < 0 \Leftrightarrow -8 < m < 0.$$

Vậy $-8 < m < 0$.

(2) $f(x) = (m-1)x^2 + (2m+1)x + m+1$ luôn âm?

$$f(x) = 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}.$$

Trường hợp 1: $m = 1$. Khi đó: Vậy $m = 1$ (không thỏa).

Trường hợp 2: $m \neq 1$. Khi đó:



$$f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 < 0 \\ D = (2m + 1)^2 - 4(m - 1)(m + 1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 4m + 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m < -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{5}{4}$$

Vậy $m < -\frac{5}{4}$.

(3) $f(x) = (2 - m)x^2 - 2x + 1$ luôn dương?

Trường hợp 1: $m = 2$. Khi đó: $f(x) = -2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Vậy $m = 2$ (không thỏa).

Trường hợp 2: $m \neq 2$. Khi đó:

$$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - m > 0 \\ D' = (-1)^2 - (2 - m) \cdot 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2$$

Vậy $1 < m < 2$.



Ví dụ 2.2.

Tìm giá trị của tham số m để các biểu thức sau đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

(1) $f(x) = -2x^2 + 2(m - 2)x + m - 2$

Lời giải

(1) $f(x) = -2x^2 + 2(m - 2)x + m - 2$

Tìm m sao cho $f(x) = -2x^2 + 2(m - 2)x + m - 2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do $a = -2 < 0$ nên $f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m - 2)^2 - (-2)(m - 2) \leq 0$

Ta có $\Delta' = (m - 2)^2 + (m - 2) = m(m - 2) \Rightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

(2) $f(x) = (m - 1)x^2 - 2(m - 1)x - 4$

Tìm m sao cho $f(x) = (m - 1)x^2 - 2(m - 1)x - 4 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$, khi đó $f(x) = -4 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$, khi đó

$$f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 < 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 + 4(m - 1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó suy ra } \begin{cases} m - 1 < 0 \\ \Delta' = (m - 1)(m + 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 < 0 \\ m + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$$

Kết hợp hai trường hợp ta suy ra giá trị của m cần tìm là $-3 \leq m \leq 1$.



Dạng 3. Giải phương trình quy về phương trình bậc hai



Phương

✓ **Phương trình dạng** $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

■ **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

■ **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$

Hoặc

✓ **Phương trình dạng** $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

■ **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

■ **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$$



Ví dụ 3.1.

Giải phương trình sau:

$$(1) \sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$(2) \sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$$

$$(3) \sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$$

$$(4) \sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

Lời giải

$$(1) \sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 4x - 2 = x^2 - x - 2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x = 0$

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = 3$

Thay lần lượt hai giá trị này vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.

$$(2) \sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.



$$S = \left\{ 0; -\frac{3}{5} \right\}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là

$$(3) \sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 - 3x - 5 = x^2 - 7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Thay lần lượt giá trị này vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

$$(4) \sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

Ta có : $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 2x^2 - 5x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x^2 + 11x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x = 0 \\ x = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -11 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{0; -11\}$



Ví dụ 3.2.

Giải phương trình sau:

$$(1) \sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$$

$$(2) \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$$

$$(3) \sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$$

$$(4) \sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$$

👉 **Lời giải**

$$(1) \sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 5x - 9 = x^2 - 2x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Từ đó tìm được $x = -2$ hoặc $x = 5$.

Thay lần lượt vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 5$.

$$(2) \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 + x + 3 = 1 - 2x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 + 3x + 2 = 0$

Từ đó tìm được $x = -1$ hoặc $x = -2$

Thay lần lượt vào phương trình đã cho, ta thấy $x = -1$ hoặc $x = -2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -2\}$.

$$(3) \sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$$



Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 13x + 14 = x^2 - 6x + 9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

Từ đó tìm được $x=1$ hoặc $x=\frac{5}{2}$.

Thay lần lượt vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\emptyset$.

(4) $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$

$$\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2 + 9x - 5 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 9x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4}$$

Ta có

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.



Ví dụ 3.2.

Giải phương trình sau:

(1) $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

(2) $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$

(3) $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$

(4) $13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12$

➤ **Lời giải**

(1) $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 2x + 8} (t \geq 0)$, khi đó phương trình trở thành: $-t^2 = 4t \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -4 (L) \end{cases}$

$t = 0 \Rightarrow \sqrt{-x^2 + 2x + 8} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$

Với

(2) $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 8x}$, $t \geq 0$. Pt: $2t = t^2 - 3 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (L) \\ t = 3 (N) \end{cases}$

$t = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 8x} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -1 \end{cases}$

Với

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 8.

(3) $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$

Điều kiện xác định của phương trình: $x^3 + x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$

Ta có $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{(x-1)(x^2 + 2x)} = 2(x^2 + 2x) + 2(x-1) \quad (*)$

Ta thấy với $x=1$ không phải là nghiệm của phương trình $(*)$.

Với $x \neq 1$ ta có phương trình $(*) \Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 + 2x}{x-1}\right) - 5\sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x-1}} + 2 = 0$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+2x}{x-1}} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{x^2+2x}{x-1}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+2x}{x-1} = \frac{1}{4} \\ \frac{x^2+2x}{x-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2+7x+1=0 \\ x^2-2x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7+\sqrt{33}}{8} \\ x = \frac{-7-\sqrt{33}}{8} \end{cases}$$

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{8}$ thỏa mãn.

(4) $13\sqrt{x^3+x^2-6x} = 5x^2+21x-12$

Điều kiện xác định của phương trình: $x^3+x^2-6x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$.

Ta có $13\sqrt{x^3+x^2-6x} = 5x^2+21x-12 \Leftrightarrow 13\sqrt{(x-2)(x^2+3x)} = 5(x^2+3x)+6(x-2) \quad (*)$

Ta thấy với $x=2$ không phải là nghiệm của phương trình $(*)$.

Với $x \neq 2$ ta có phương trình $(*) \Leftrightarrow 5\left(\frac{x^2+3x}{x-2}\right) - 13\sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = \frac{3}{5} \\ \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3x}{x-2} = \frac{9}{25} \\ \frac{x^2+3x}{x-2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x^2+66x+18=0 \\ x^2-x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-33+3\sqrt{71}}{25} \\ x = \frac{-33-3\sqrt{71}}{25} \end{cases}$$

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-33 \pm 3\sqrt{71}}{25}$ thỏa mãn.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>