

Câu I. (2,0 điểm)

1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 2}{x + 1}$ có đồ thị (C) và điểm $M(1; -3)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C) . Tính diện tích của tam giác MAB .

2. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 90 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 15x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 15 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Hỏi A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận cao nhất?

Câu II. (2,0 điểm)

1. Doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{24000}{1 + 6e^{-t}}$ với $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln a$. Tìm a .

2. Có bao nhiêu số nguyên y để với mỗi y có đúng 2 số thực x thỏa mãn bất phương trình: $\frac{2e^x}{\sqrt{16e^x - y}} + \ln(16e^x - y) \leq 2x + 2$.

Câu III. (2,0 điểm)

1. Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuấn (người từng đoạt huy chương vàng đơn nam môn bóng bàn tại Seagames 31) với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set (séc), người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng

chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuấn thắng mỗi set là $0,6$. Tính xác suất để vận động viên Tuấn giành chiến thắng trong trận đấu.

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{x}}{y} + 2 \\ y(\sqrt{x^2 + 1} - 1) = \sqrt{3x^2 + 3} \end{cases}$$

2. Giải hệ phương trình:

Câu IV. (3,0 điểm)

1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều có cạnh bằng 1 và $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, SC sao cho $SM = 3MB, NC = 2NS$. Tính độ dài đoạn SA và cosin của góc giữa hai đường thẳng MN và AC , biết rằng AN vuông góc CM .

2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a$. Biết rằng đường thẳng BC' hợp với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 30° và đường thẳng BC' hợp với mặt phẳng đáy một góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$.

a) Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN .

Câu V. (1,0 điểm)

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = (a^2 - b^2)(b - c) + c^2(1 - c)$$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi
Cán bộ coi thi số 1 Cán bộ coi thi số 2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 THPT CẤP TỈNH
HẢI DƯƠNG NĂM HỌC 2024 – 2025

NĂM HỌC 2024 – 2025

Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu ý	Nội Dung	Điểm
I	Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 2}{x + 1}$ có đồ thị (C) và điểm $M(1; -3)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C) . Tính diện tích của tam giác MAB .	
1	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ $y' = \frac{(2x - 2)(x + 1) - (x^2 - 2x - 2)}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$ $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \hat{U} \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ $y' > 0 \hat{U} x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty); y' < 0 \hat{U} x \in (-2; -1) \cup (-1; 0)$	0,25
	Hai điểm cực trị của đồ thị (C) là $A(-2; -6), B(0; -2)$ $AB = (2; 4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$	0,25
	Phương trình đường thẳng AB là: $2x - y - 2 = 0$. Ta có: $d(M, AB) = \frac{3}{\sqrt{5}}$	0,25
	$S_{MAB} = \frac{1}{2} \cdot d(M, AB) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot 2\sqrt{5} = 3$	0,25
2	Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 90 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 15x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 15 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Hỏi A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận cao nhất?	
	Doanh thu của A khi bán x tấn sản phẩm $D(x) = p(x) \cdot x = (90 - 0,01x^2) \cdot x = -0,01x^3 + 90x$	0,25
	Lợi nhuận của A khi bán x tấn sản phẩm $L(x) = D(x) - C(x) = -0,01x^3 + 90x - (100 + 15x)$ $= -0,01x^3 + 75x - 100$	0,25

	$L'(x) = -0,03x^2 + 75$ $L'(x) = 0 \hat{=} -0,03x^2 + 75 = 0 \hat{=} x^2 = \frac{75}{0,03} = 2500 \hat{=} x = 50$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>50</td><td>100</td></tr><tr><td>$L'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$L(x)$</td><td></td><td>$L(0)$</td><td>$L(50)$</td><td>$L(100)$</td></tr></table>	x	0	50	100	$L'(x)$		+	0	-	$L(x)$		$L(0)$	$L(50)$	$L(100)$	0,25
x	0	50	100													
$L'(x)$		+	0	-												
$L(x)$		$L(0)$	$L(50)$	$L(100)$												
	Vậy để thu được lợi nhuận cao nhất thì A cần bán cho B 50 tấn sản phẩm	0,25														
II	Doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{24000}{1+6e^{-t}}, t \in [0; +\infty)$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln a$. Tìm a .															
	Tốc độ bán hàng là: $f'(t) = \frac{-24000 \cdot (1+6e^{-t})'}{(1+6e^{-t})^2} = 144000 \cdot \frac{e^{-t}}{(1+6e^{-t})^2}$	0,25														
	Xét hàm số: $g(t) = \frac{e^{-t}}{(1+6e^{-t})^2}, t \in [0; +\infty)$ $g'(t) = \frac{-e^{-t} \cdot (1+6e^{-t})^2 - e^{-t} \cdot 2 \cdot (1+6e^{-t}) \cdot (-6e^{-t})}{(1+6e^{-t})^4} = \frac{e^{-t} \cdot (6e^{-t} - 1)}{(1+6e^{-t})^3}$	0,25														
1	$g'(t) = 0 \hat{=} e^{-t} = \frac{1}{6} \hat{=} t = \ln 6$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>$\ln 6$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(t)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$g(t)$</td><td></td><td>$\frac{1}{49}$</td><td>$\frac{1}{24}$</td><td>0</td></tr></table>	t	0	$\ln 6$	$+\infty$	$g'(t)$		+	0	-	$g(t)$		$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{24}$	0	0,25
t	0	$\ln 6$	$+\infty$													
$g'(t)$		+	0	-												
$g(t)$		$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{24}$	0												
	Vậy $\max_{[0; +\infty)} g(t) = \frac{1}{24} \text{ và } \max_{[0; +\infty)} f'(t) = 144000 \cdot \frac{1}{24} = 6000$. Tốc độ bán hàng lớn nhất là 6000 trong một năm đạt được khi $t = \ln 6 \text{ và } \ln a = \ln 6 \hat{=} a = 6$.	0,25														
2	Có bao nhiêu số nguyên y để với mỗi y có đúng 2 số thực x thỏa mãn bất phương															

trình: $\frac{2e^x}{\sqrt{16e^x - y}} + \ln(16e^x - y) \leq 2x + 2 (*)$

Điều kiện: $16e^x - y > 0$

Đặt $t = \sqrt{16e^x - y} (t > 0)$. Suy ra $t^2 = 16e^x - y \Rightarrow e^x = \frac{t^2 + y}{16} \Rightarrow x = \ln \frac{t^2 + y}{16}$

Ta có bất phương trình trở thành: $\frac{2(t^2 + y)}{16t} + \ln t^2 \leq 2 \ln \frac{t^2 + y}{16} + 2$

$\Leftrightarrow 2 \ln \frac{t^2 + y}{16t} - \frac{2(t^2 + y)}{16t} + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \ln \frac{t^2 + y}{16t} - \frac{t^2 + y}{16t} + 1 \geq 0$

Đặt $a = \frac{t^2 + y}{16t} (a > 0)$. Ta có: $\ln a - a + 1 \geq 0 (1)$

Xét hàm số $g(a) = \ln a - a + 1 \Rightarrow g'(a) = \frac{1}{a} - 1$
 $g'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 1$

Bảng biến thiên:

a	0	1	$+\infty$
$g'(a)$		+	-
$g(a)$		0	-

Từ bảng biến thiên ta có:

$g(a) \leq 0, \forall a \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \ln a + 1 - a \leq 0, \forall a \in (0; +\infty) (2)$

Từ (1), (2) ta có

$a = 1 \Rightarrow \frac{t^2 + y}{16t} = 1 \Rightarrow t^2 + y = 16t \Rightarrow 16e^x - y + y = 16\sqrt{16e^x - y}$

$\Rightarrow e^x = \sqrt{16e^x - y} \Leftrightarrow y = 16e^x - e^{2x}$

Xét hàm số $h(x) = 16e^x - e^{2x}$

$h'(x) = 16e^x - 2e^{2x}$

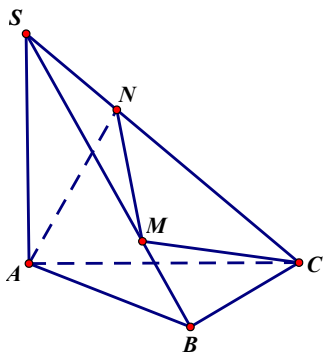
$h'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x = 8 \Leftrightarrow x = \ln 8$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\ln 8$	$+\infty$
$h'(x)$		+	-
$h(x)$		64	-

Từ bảng biến thiên suy ra để với mỗi số nguyên y có đúng 2 số thực x thỏa

		mãn bất phương trình thì $y \in \{1; 2; \dots; 63\}$. Vậy có 63 giá trị của y thỏa mãn.	
III		Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuấn (người từng đoạt huy chương vàng đơn nam môn bóng bàn tại Seagame 31) với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set (séc), người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuấn thắng mỗi set là $\frac{1}{6}$. Tính xác suất để vận động viên Tuấn giành chiến thắng trong trận đấu.	
		Gọi A_k là biến cố: “Tuấn thắng ở séc thứ k , $k \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.”. Theo giả thiết ta có $P(A_k) = \frac{1}{6}$ và $P(\overline{A_k}) = \frac{5}{6}$. Các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 đôi một độc lập.	0,25
1		Để Tuấn thắng trận đấu xảy ra các trường hợp sau: Trường hợp 1: Trận đấu có 3 séc, khi đó Tuấn thắng cả 3 séc. Xác suất trong trường hợp này là: $P_1 = \left(\frac{1}{6}\right)^3$ Trường hợp 2: Trận đấu có 4 séc, khi đó Tuấn thua 1 trong 3 séc đầu và thắng séc thứ 4. Số cách chọn 1 séc thua là C_3^1 . Nên xác suất trường hợp này là $P_2 = C_3^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$	0,25
		Trường hợp 3: Trận đấu có 5 séc, khi đó Tuấn thua 2 trong 4 séc đầu và thắng séc thứ 5. Số cách chọn 2 séc thua là C_4^2 . Nên xác suất trường hợp này là $P_3 = C_4^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$	0,25
		Các biến cố trong các trường hợp 1, 2, 3 đôi một xung khắc. Vậy xác suất để Tuấn thắng trận đấu là: $P = P_1 + P_2 + P_3 = \left(\frac{1}{6}\right)^3 + C_3^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 + C_4^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3$ $= \left(\frac{1}{6}\right)^3 (1 + 1,2 + 6 \cdot 0,16) = 0,68256$	0,25
2		$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{x}}{y} + 2 \\ y(\sqrt{x^2 + 1} - 1) = \sqrt{3x^2 + 3} \end{cases}$ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ Điều kiện xác định: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$. Vì $\sqrt{x^2 + 1} - 1 > 0$, "x > 0" nên từ (2) $y > 0$ (1) $y\sqrt{x} + y^2 = 2x\sqrt{x} + 2xy$ $\hat{=}$ $\sqrt{x}(y - 2x) + y(y - 2x) = 0$ $\hat{=}$ $(y - 2x)(\sqrt{x} + y) = 0$ $\hat{=}$ $y = 2x$ (3)	
		(Vì $x > 0; y > 0$ nên $\sqrt{x} + y > 0$) Thay (3) vào (2) ta có	0,25

		$2x(\sqrt{x^2+1}-1) = \sqrt{3x^2+3} \hat{=} \frac{2x}{\sqrt{3x^2+3}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}-1} (*)$	
		Xét các hàm số $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{3x^2+3}}; g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}-1}, x \in (0; +\infty)$ Ta có $f'(x) = \frac{6}{(\sqrt{3x^2+3})^3} > 0, g'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x^2+1}-1)^2} < 0, \forall x > 0$ Vậy $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $g(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.	0,25
		Mặt khác $f(\sqrt{3}) = g(\sqrt{3}) = 1$ nên $x = \sqrt{3}$ là nghiệm phương trình (*) Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x, y) = (\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$	0,25
IV	1	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều có cạnh bằng 1 và $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, SC sao cho $SM = 3MB, NC = 2NS$. Tính độ dài đoạn SA và cosin của góc giữa hai đường thẳng MN và AC biết rằng AN vuông góc CM.  $\vec{AN} = \vec{AS} + \vec{SN} = \vec{AS} + \frac{1}{3}\vec{SC} = \vec{AS} + \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{AS}) = \frac{1}{3}(2\vec{AS} + \vec{AC})$ $\vec{CM} = \vec{CB} + \vec{BM} = \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{1}{4}\vec{BS} = \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{1}{4}(\vec{AS} - \vec{AB})$ $= \frac{1}{4}(3\vec{AB} - 4\vec{AC} + \vec{AS})$ $AN \perp CM \Rightarrow \vec{AN} \cdot \vec{CM} = 0 \hat{=} \frac{1}{12}(2\vec{AS} + \vec{AC}) \cdot (3\vec{AB} - 4\vec{AC} + \vec{AS}) = 0$ $\hat{=} 2AS^2 + 3\vec{AB} \cdot \vec{AC} - 4AC^2 = 0 \hat{=} 2SA^2 + 3 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ - 4AC^2 = 0$ $\hat{=} 2SA^2 + 3 \cdot 1^2 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot 1^2 = 0 \hat{=} SA^2 = \frac{5}{4} \hat{=} SA = \frac{\sqrt{5}}{2}$ $\cos \alpha = \left \cos(\vec{MN}, \vec{AC}) \right = \frac{ \vec{MN} \cdot \vec{AC} }{ \vec{MN} \cdot \vec{AC} }$ Gọi α là góc giữa MN và AC. $\vec{MN} = \vec{SN} - \vec{SM} = \frac{1}{3}\vec{SC} - \frac{3}{4}\vec{SB} = \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{AS}) - \frac{3}{4}(\vec{AB} - \vec{AS})$ $= \frac{1}{12}(4\vec{AC} - 9\vec{AB} + 5\vec{AS})$	0,25
			0,25

$$MN^2 = \overline{MN}^2 = \frac{1}{144} (16AC^2 + 81AB^2 + 25AS^2 - 72AB \cdot AC) = \frac{369}{576}$$

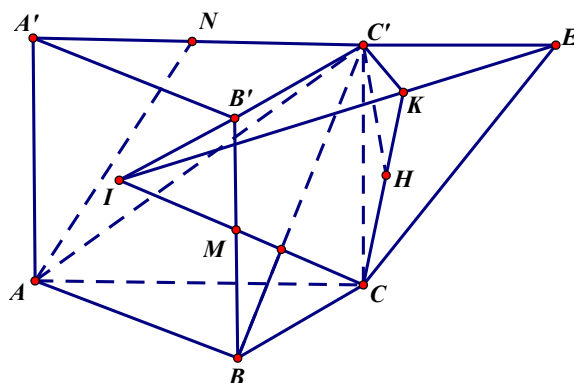
$$\Rightarrow MN = \frac{\sqrt{41}}{8}$$

$$\overline{MN} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{12} (4AC^2 - 9AB \cdot AC \cos 60^\circ) = -\frac{1}{24}$$

$$\cos a = \frac{|\overline{MN} \cdot \overline{AC}|}{|\overline{MN}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{\left| -\frac{1}{24} \right|}{\frac{\sqrt{41}}{8} \cdot 1} = \frac{\sqrt{41}}{123}$$

0,25

- 2 Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a$. Biết rằng đường thẳng BC' hợp với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 30° và đường thẳng BC' hợp với mặt phẳng đáy một góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và $A'C'$.
- a) Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN .



0,25

$$\begin{cases} AB \perp AA' \\ AB \perp AC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A') \Rightarrow$$

Góc giữa BC' và $(ACC'A')$ là góc

$$\angle BC'A = 30^\circ$$

Góc giữa BC' và (ABC) là góc $\angle C'BC = \alpha$.

$$\begin{cases} BC' = 2x \\ AB = x \Rightarrow AC' = x\sqrt{3} \\ CC' = \sqrt{3x^2 - a^2} \end{cases}$$

Đặt
Ta có

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \hat{=} \frac{CC'}{BC'} = \frac{\sqrt{6}}{3} \hat{=} \frac{\sqrt{3x^2 - a^2}}{2x} = \frac{\sqrt{6}}{3} \hat{=} 3\sqrt{3x^2 - a^2} = 2\sqrt{6}x$$

$$\hat{=} 27x^2 - 9a^2 = 24x^2 \hat{=} x^2 = 3a^2 \hat{=} x = a\sqrt{3}$$

$$AA' = \sqrt{3 \cdot 3a^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$$

0,25

	$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \sqrt{3} a = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$	0,25
	$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2\sqrt{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} = a^3 \sqrt{6}$	0,25
	b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC'.	
	Kẻ $CE \parallel AN (E \in A'C'), I = CM \cap B'C'$ $AN \parallel (CIE) \Rightarrow d(AN, CM) = d(AN, (CIE))$ $= d(N, (CIE)) = 2 \cdot d(C', (CIE))$	0,25
	Kẻ $C'K \perp IE, C'H \perp CK \Rightarrow C'H \perp (CIE) \Rightarrow C'H = d(C', (CIE))$	0,25
	Xét tam giác $C'IE$ có: $C'I = 4a, C'E = \frac{a}{2}, \angle C'IE = 120^\circ \Rightarrow \begin{cases} S_{IC'E} = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \\ IE = \sqrt{16a^2 + \frac{a^2}{4} - 2 \cdot 4a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{a\sqrt{73}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow C'K = \frac{S_{IC'E}}{IE} = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{73}}$	0,25
	$\frac{1}{C'H^2} = \frac{1}{C'K^2} + \frac{1}{CC'^2} \Rightarrow C'H = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{149}} a \Rightarrow d(AN, CM) = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{149}} a$	0,25
V	Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = (a^2 - b^2)(b - c) + c^2(1 - c)$	
	Xét hàm số: $f(a) = (a^2 - b^2)(b - c) + c^2(1 - c), a \in [0; b]$ $f'(a) = 2 \cdot (b - c) \cdot a \in 0, "a \in [0; b], b \in [0; c]$. Suy ra hàm số $f(a)$ nghịch biến trên $[0; b] \Rightarrow f(a) \leq f(0) = -b^2(b - c) + c^2(1 - c)$	0,25
	Xét hàm số: $g(b) = -b^2(b - c) + c^2(1 - c), b \in [0; c]$ $g'(b) = -3b^2 + 2bc$ $g'(b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \frac{2c}{3} \end{cases}$ $g(0) = c^2(1 - c); g(\frac{2c}{3}) = -\frac{23}{27}c^3 + c^2; g(c) = c^2(1 - c)$ Suy ra $g(b) \leq g(\frac{2c}{3}) = -\frac{23}{27}c^3 + c^2$	0,25
	Xét hàm số: $h(c) = -\frac{23}{27}c^3 + c^2, c \in [0; 1]$	0,25

	$h'(c) = -\frac{23}{9}c^2 + 2c$ $h'(c) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = \frac{18}{23} \end{cases}$ $h(0) = 0; h\left(\frac{18}{23}\right) = \frac{108}{529}; h(1) = \frac{4}{27}$	
	$\max_{[0;1]} h(c) = h\left(\frac{18}{23}\right) = \frac{108}{529}$ Vậy giá trị lớn nhất của $P = \frac{108}{529}$ khi $a = 0; b = \frac{12}{23}; c = \frac{18}{23}$	0,25