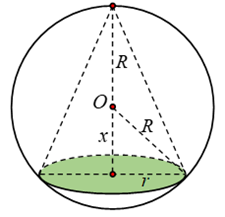
**Câu 1: [2H2-1-4]** **(TOÁN** **HỌC** **TUỔI** **TRẺ** **LẦN** **8)** Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính  là

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn D**



Rõ ràng trong hai khối nón cùng bán kính đáy nội tiếp trong một khối cầu thì khối nón có chiều cao lớn hơn thì thể tích lớn hơn, nên ta chỉ xét khối nón có chiều cao lớn hơn trong hai khối nón đó.

Giả sử rằng khối nón có đáy là hình tròn  bán kính . Gọi  với  là khoảng cách giữa tâm khối cầu đến đáy khối nón. Khi đó chiều cao lớn nhất của khối nón nội tiếp khối cầu với đáy là hình tròn  sẽ là . Khi đó bán kính đáy nón là , suy ra thể tích khối nón là



Áp dụng BĐT Cô-si ta có 

**Câu 2: [2H2-1-4]** **(THPT** **TRẦN** **PHÚ)** Cho khối nón đỉnh *O*, chiều cao là *h*. Một khối nón khác có đỉnh là tâm  của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Để thể tích của khối nón đỉnh  lớn nhất thì chiều cao của khối nón này bằng bao nhiêu?



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn B**

Gọi  là chiều cao cần tìm.  lần lượt là chiều cao của khối nón lớn và bé. Khi đó . Thể tích khối nón đỉnh  là 

Dấu đẳng thức xảy ra khi .

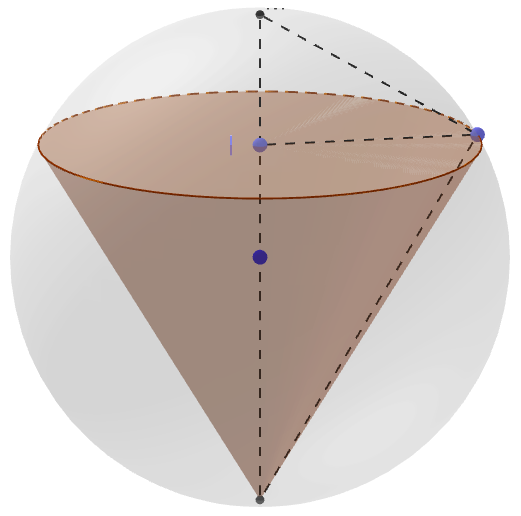
**Câu 3: [2H2-1-4]** **(THPT** **PHAN** **ĐÌNH** **TÙNG** **)** Trong các hình nón nội tiếp một hình cầu có bán kính bằng 3, tính bán kính mặt đáy của hình nón có thể tích lớn nhất.

**A.** Đáp án khác. **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời** **giải**

**Chọn D**



Giả sử chóp đỉnh  như hình vẽ là hình chóp có thể tích lớn nhất.

 vuông tại  Ta thấy  là bán kính đáy của chóp,  là chiều cao của chóp.





 trên

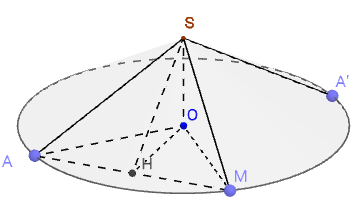


**Câu 4: [2H2-1-4]** **(THPT** **LƯƠNG** **VĂN** **CHÁNH)** Cho hình nón đỉnh , đáy là hình tròn tâm , góc ở đỉnh bằng . Trên đường tròn đáy, lấy điểm  cố định và điểm  di động. Có bao nhiêu vị trí điểm của điểm  để diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất?

**A.** Có  vị trí. **B.** Có  vị trí. **C.** Có  vị trí. **D.** Có vô số vị trí.

**Lời** **giải**

**Chọn A**



Gọi  là bán kính đáy của hình nón. Vì góc ở đỉnh .

Suy ra . Gọi *H* là trung điểm của và đặt .

Ta có: , .

Diện tích tam giác  bằng

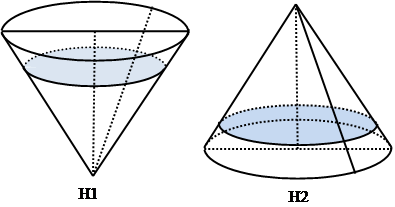


 đạt được khi . Tức là .

Theo tính chất đối xứng của của đường tròn ta có hai vị trí của *M* thỏa yêu cầu.

**Câu 5: [2H2-1-4]** **(SGD** **–** **HÀ** **TĨNH** **)** Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng  (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Lời** **giải**

**Chọn B**

Gọi  là bán kính đáy của phễu. Thể tích của phễu là 

***Xét******hình******H1:***

Do chiều cao của phễu là , cột nước cao  nên bán kính đường tròn thiết diện tạo bởi mặt nước và thành phễu là .

Suy ra thể tích của nước trong phễu là .

***Xét******hình******H2:***

Gọi  là chiều cao cột nước trong phễu. Dựa vào tam giác đồng dạng ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến của mặt nước và thành phễu là 

Thể tích phần không chứa nước là 

Suy ra thể tích nước là: 

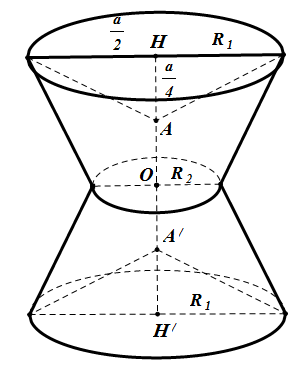
**Câu 6: [2H2-1-4]** **(THPT** **CHUYÊN** **LÊ** **QUÝ** **ĐÔN)** Bên trong hình vuông cạnh , dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn A**



Khi quay hình sao đó quanh trục  sinh ra hai khối có thể tích bằng nhau.

Gọi:  là thể tích khối hình sao tròn xoay cần tính.

 lần lượt là thể tích khối nón có chiều cao 

 là thể tích khối nón cụt có bán kính đáy lớn là  và bán kính đáy nhỏ là .

Dễ thấy 



.

**Câu 7: [2H2-1-4]** **(THI** **THỬ** **CỤM** **6** **TP.** **HỒ** **CHÍ** **MINH)** Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần chứa nước là một khối nón đỉnh  phía dưới (hình vẽ), đường sinh  mét. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lổ ở đỉnh . Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm  thuộc  thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm  thuộc  thì dừng, lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn . (Hình vẽ 4: Thiết diện qua trục của hình nón nước).



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn C**

Gọi  là thể tích của khối nón có đường sinh .

Theo đề bài ta suy ra .

Lại có: , mặt khác  nên

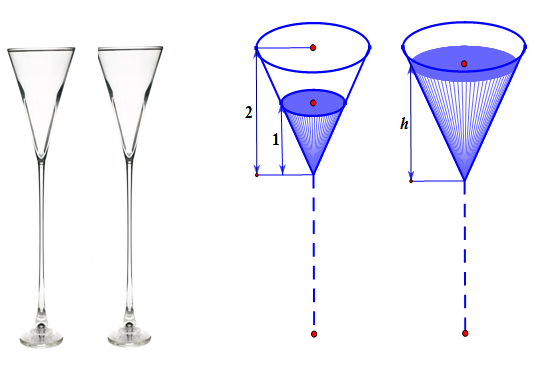
Ta có tỉ số thể tích bằng lập phương tỉ số cạnh không cần chứng minh.

.

Và 

Vậy .

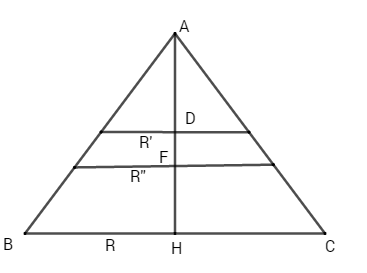
**Câu 8: [2H2-1-4] (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 3-2018) .**Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 *dm* (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1*dm*. Tính chiều cao *h* của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng *h* với sai số không quá 0,01*dm*).



**A. **. **B.** . **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**



Có chiều cao hình nón khi đựng đầy nước ở ly thứ nhất: .

Chiều cao phần nước ở ly thứ nhất sau khi đổ sang ly thứ hai: .

Chiều cao phần nước ở ly thứ hai sau khi đổ sang ly thứ hai: .

Theo Ta let ta có: ,  suy ra , .

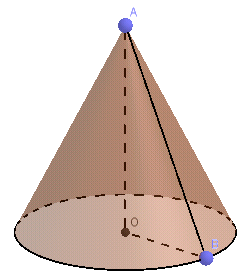
Thể tích phần nước ban đầu ở ly thứ nhất : .

Thể tích phần nước ở ly thứ hai : .

Thể tích phần nước còn lại ở ly thứ nhất: .

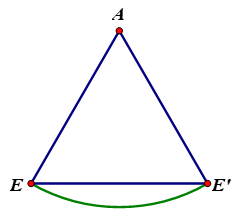
Mà:   .

**Câu 9: [2H2-1-4] (Lớp Toán - Đoàn Trí Dũng -2017 - 2018)** Một cây thông Noel có dạng hình nón với chiều dài đường sinh bằng 60*cm* và bán kính đáy . Một chú kiến bắt đầu xuất phát từ một đỉnh nằm trên mặt đáy hình nón và có dự định bò một vòng quanh cây thông sau đó quay trở lại vị trí xuất phát ban đầu. Tính quãng đường ngắn nhất mà chú kiến có thể đi được là bao nhiêu?



**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**



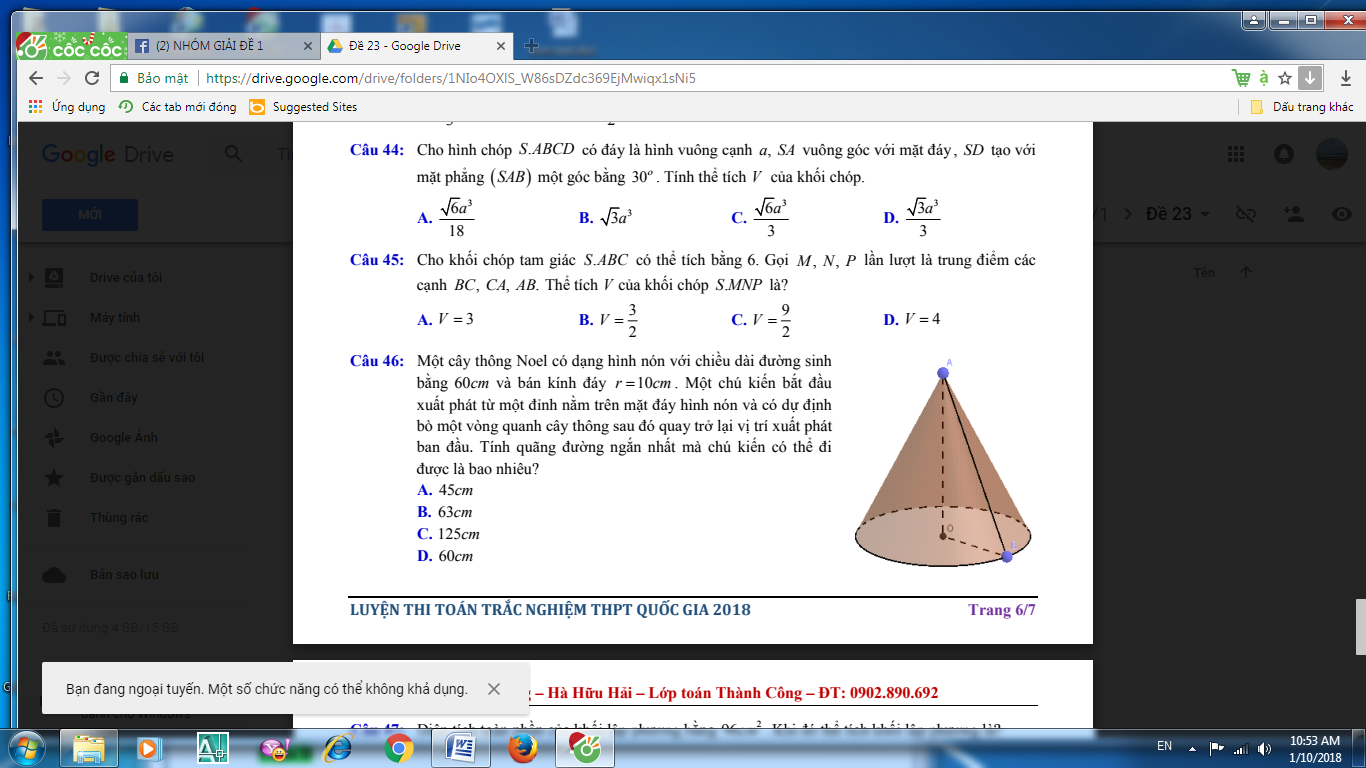
**Chọn D**

Ta “cắt” hình nón theo cạnh *AE* và trải hình nón ra được một hình quạt như hình vẽ bên. Ta chú ý rằng đường sinh của hình nón bằng bán kính quạt nên . Gọi là bán kính đáy nón và  là góc của cung tròn quạt khi đó chu vi của cung tròn quạt là:



Vậy hình quạt của ta là một phần 6 hình tròn và tam giác  là tam giác đều. Quãng đường ngắn nhất mà con kiến đi được chính là bằng độ dài .

**Câu 10: [2H2-1-4] (Đề thi lần 6- Đoàn Trí Dũng - 2017 - 2018)**Một cây thông Noel có dạnh hình nón với chiều dài đường sinh bằng  và bán kính đáy . Một chú kiến bắt đầu xuất phát từ một đỉnh nằm trên mặt đáy hình nón và có dự định bò một vòng quanh cây thông sau đó quay trở lại vị trí xuất phát ban đầu. Tính quãng đường ngắn nhất mà chú kiến có thể đi được là bao nhiêu?



**A. **. **B. **. **C.** . **D. **.

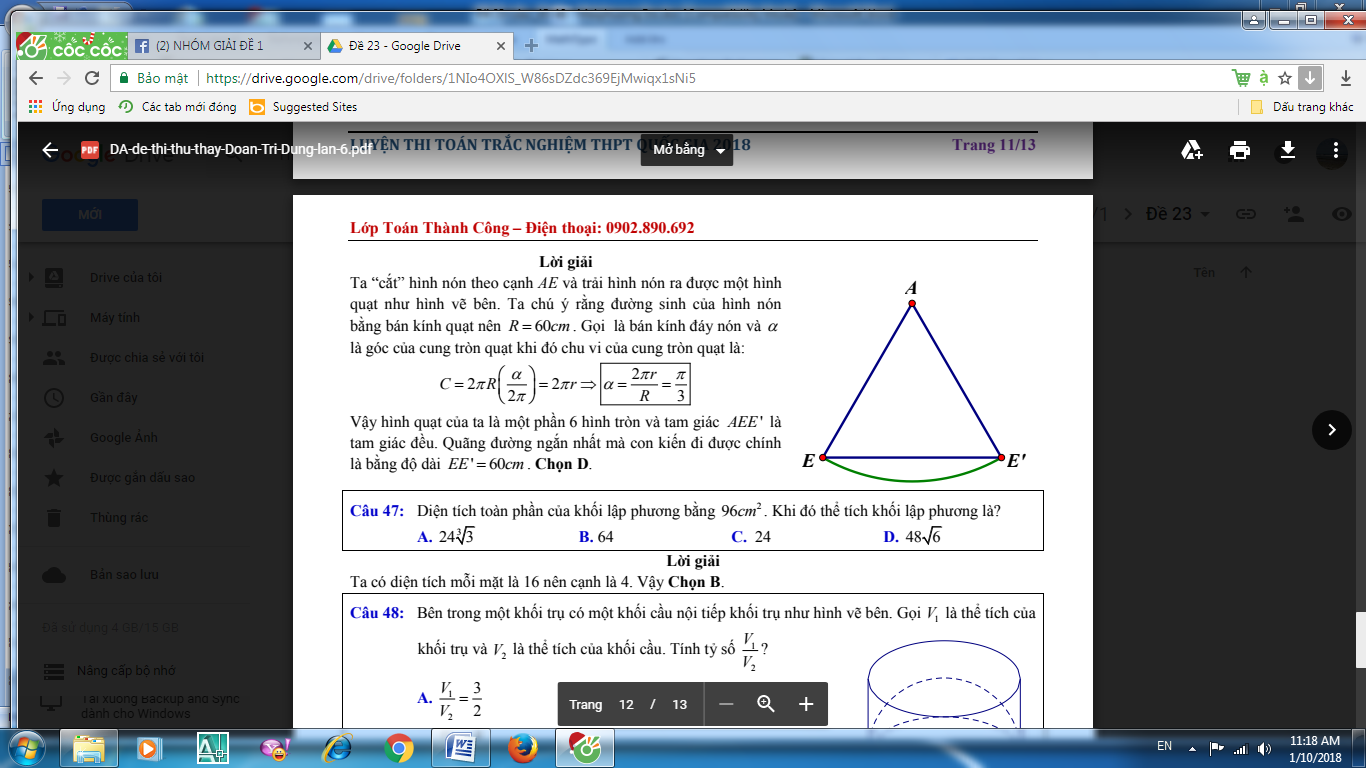
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta “cắt” hình nón theo cạnh  và trải hình nón ra được một hình quạt như hình vẽ. Ta chú ý rằng đường sinh của hình nón bằng bán kính quạt nên . Gọi  là bán kính đáy nón và  và  là góc của cung tròn quạt. Khi đó chu vi của của cung tròn quạt là:

.

Vậy hình quạt của ta là một phần sáu hình tròn và tam giác  là tam giác đều. Quãng đường ngắn nhất mà con kiến đi được chính bằng độ dài 



**Câu 11: [2H2-1-4] (THPT Phan Đăng Lưu - Huế - Lần I - 2017 - 2018)**Cho hình nón  có đường cao  và bán kính đáy bằng , gọi là điểm trên đoạn , đặt , .  là thiết diện của mặt phẳng  vuông góc với trục  tại , với hình nón . Tìm  để thể tích khối nón đỉnh  đáy là  lớn nhất.

**A.** . **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

**Lời** **giải**

**Chọn D**



Ta có  là bán kính đường tròn .

Do tam giác  nên .

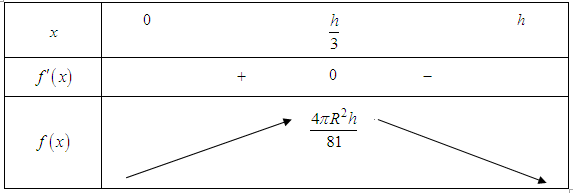
Thể tích của khối nón đỉnh  đáy là  là:

.

Xét hàm số ,  ta có

Ta có ; .

Lập bảng biến thiên ta có



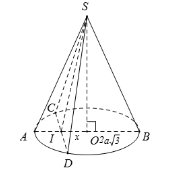
Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh  đáy là  lớn nhất khi .

**Câu 12: [2H2-1-4] (CỤM CÁC TRƯỜNG CHUYÊN ĐỒNG BẰNG SÔNG CỬU LONG-LẦN 2-2018)** Một hình nón có đỉnh  có bán kính đáý bằng , góc ở đỉnh là . Thiết diện qua đỉnh của hình nón là 1 tam giác. Diện tích lớn nhất  của tam giác là bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn** **A**



***Cách******1:*** Gọi thiết diện của hình chóp là ,  là trung điểm của .

Ta có .

Đặt  suy ra



.

 .

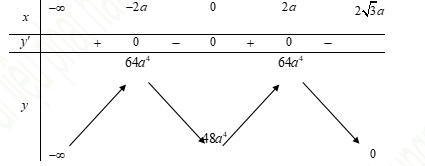


Xét hàm số  với .





Bảng biến thiên



Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy .

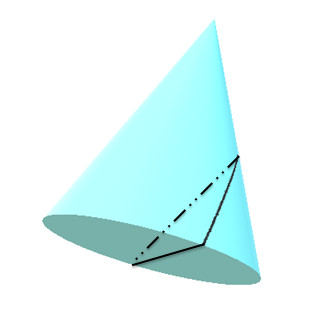
***Cách******2:*** Gọi thiết diện của hình chóp là .

Vì  vuông tại , có ,  nên .

Khi đó,  (vì ).

Vậy Diện tích lớn nhất  của thiết diện đó là  khi .

**Câu 13:** ----------**HẾT**---------- **[2H2-1-4] (THPT Trần Nhân Tông - Quảng Ninh - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng *R*, đường sinh 2*R* bởi một mặt phẳng  qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc  tính tỷ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng ?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Không mất tính tổng quát ta giả sử .

Khi cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng *R*, đường sinh 2*R* bởi một mặt phẳng  qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc  thì ta được thiết diện là một đường parabol có đỉnh là gốc  và đỉnh còn lại là , do đó thiết diện sẽ có diện tích là . Xét mặt phẳng đi qua cạnh đáy của thiết diện vuông góc với hình tròn đáy của hình nón cắt hình nón làm đôi.

Gọi đa diện chứa mặt thiết diện đó là . Gọi  là đa diện chứa đỉnh  của hình nón được sinh bởi khi cắt thiết diện Parabol với đa diện .

Khi đó khoảng cách từ  đến mặt thiết diện là .

Suy ra thể tích của đa diện  là .

Mặt khác thể tích của nửa khối nón là .

Do đó thể tích của đa diện nhỏ tạo bởi thiết diện và khối nón là .

Vậy tỉ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng  là .