

ĐỀ SỐ 5

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 150 phút (Không tính thời gian giao đề)

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

Câu 1. Cho $x^2 + x = 2$. Giá trị của biểu thức $A = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 10$ là:

- A. 10. B. 12. C. 14. D. 16.

Câu 2. Rút gọn biểu thức: $D = (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$. Ta được kết quả là:

- A. $x^4 + x^2y^2 + y^4$. B. $-x^4 + x^2y^2 + y^4$.
C. $x^4 - x^2y^2 + y^4$. D. $x^4 - x^2y^2 - y^4$.

Câu 3. Giá trị của m để đa thức $A = 3x^3 + 2x^2 - 7x + m$ chia hết cho đa thức $B = 3x - 1$ là:

- A. -2. B. 2. C. -3. D. 3.

Câu 4. Số dư trong phép chia đa thức $P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2022$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$ là:

- A. 2005. B. 2006. C. 2007. D. 2008.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 2x^2 + 3x - 4$

- A. $-\frac{41}{8}$. B. $\frac{40}{7}$. C. $-\frac{41}{9}$. D. 5.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 + 5y^2 - 4xy + 2x - 10y + 2032$ là:

- A. 2021 B. 2022 C. 2023 D. 2024

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn $x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 8. Cho hai đa thức $f(x) = x^3 - x - 6$ và đa thức $g(x) = x^2 + ax + b$. Xác định a, b để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$. Tìm đa thức thương.

- A. $x - 1$ B. $x - 2$ C. $x - 3$ D. $x - 4$

Câu 9. Xác định đa thức $P(x)$ biết $P(x)$ chia cho đa thức $x+1$ dư 4 và $P(x)$ chia cho đa thức $x+2$ thì dư 6, còn khi $P(x)$ chia cho đa thức $x^2 + 3x + 2$ thì được thương là $x+3$ và còn dư.

- A. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$. B. $P(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$.
C. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$. D. $P(x) = x^3 - 8x^2 + 9x + 8$.

Câu 10. Cho hình thang vuông $ABCD$; $AB \parallel CD$; $AD \perp AB$ có $AB = 16$; $CD = 24$; $BC = 17$. Khi đó độ dài cạnh AD bằng:

- A. $AD = 10$ B. $AD = 25$ C. $AD = 16$ D. $AD = 15$

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$ có $\angle A = a > 90^\circ$. Ở phía ngoài hình bình hành vẽ các tam giác đều ADE, ABF . Tam giác CEF là tam giác gì? Chọn câu trả lời **đúng** nhất.

- A. Tam giác B. Tam giác cân C. Tam giác đều D. Tam giác vuông cân

Câu 12.

Thủy rút ngẫu nhiên một lá bài từ bộ bài 52 lá. Sau khi rút ngẫu nhiên 60 lần, Thủy thấy rằng số lần rút được lá rô bằng $\frac{1}{4}$ tổng số lần rút, số lần rút được lá cơ bằng $\frac{7}{5}$ số lần rút được lá rô, số lần rút được lá tép kém trung bình cộng của số lần rút được lá cơ và lá rô là 4 đơn vị. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Rút được lá bích”.

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{7}{20}$ D. $\frac{7}{12}$

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$.

b) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn các điều kiện

$$(a+b+c)^3 = 12 + (a+b-c)^3 + (b+c-a)^3 + (a+c-b)^3$$

Chứng minh rằng: $2abc = 1$.

Câu II. (3 điểm)

a) Tìm nghiệm của đa thức sau. $f(x) = \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} - \frac{1}{x^2+13x+42} - \frac{1}{18}$.

b) Cho hai số a, b thỏa mãn các đẳng thức sau: $a^{2022} + b^{2022} = a^{2023} + b^{2023} = a^{2024} + b^{2024}$. Tính giá trị biểu thức $P = a^{2023} + b^{2024}$.

Câu III. (2 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $(3x - 16y - 24)^2 = 9x^2 + 16x + 32$.

b) Cho a là tích của 2020 số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng $a+1$ không là số chính phương.

Câu IV. (6 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$, lấy điểm M trên đường chéo BD sao cho $MB \neq MD$. Đường thẳng qua M và song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại E và F . Đường thẳng qua M và song song với AD cắt AB và CD lần lượt tại K và H .

1. Chứng minh $KF \parallel EH$

2. Chứng minh: các đường thẳng EK, HF, BD đồng quy

3. Chứng minh: $S_{MKA E} = S_{MHCF}$

Câu IV. (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2025$

----- **HẾT** -----

Họ tên học sinh:; Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.C	5.A	6.B	7.C	8.B	9.A	10.D
11.C	12.B								

Câu 1. Cho $x^2 + x = 2$. Giá trị của biểu thức $A = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 10$ là:

- A.** 10. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 16.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 10 \\ &= (x^4 + 2x^3 + x^2) + x^2 + x + 10 \\ &= (x^2 + x)^2 + x^2 + x + 10 \\ &= 2^2 + 2 + 10 = 16 \end{aligned}$$

Đáp án cần chọn là: D

Câu 2. Rút gọn biểu thức: $D = (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$. Ta được kết quả là:

- A.** $x^4 + x^2y^2 + y^4$
B. $-x^4 + x^2y^2 + y^4$
C. $x^4 - x^2y^2 + y^4$
D. $x^4 - x^2y^2 - y^4$

Lời giải

$$D = (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) = [(x^2 + y^2) - xy][(x^2 + y^2) + xy]$$

$$= (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = x^4 + x^2y^2 + y^4$$

Đáp án cần chọn là: A

Câu 3. Giá trị của m để đa thức $A = 3x^3 + 2x^2 - 7x + m$ chia hết cho đa thức $B = 3x - 1$ là:

- A.** -2. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Ta có sơ đồ Horner

x	3	2	- 7	m
$\alpha = \frac{1}{3}$	3	3	- 6	$m - 2$

Muốn cho đa thức A chia hết cho đa thức B thì $m - 2 = 0$ suy ra $m = 2$.

Vậy để đa thức A chia hết cho đa thức B thì $m = 2$.

Đáp án cần chọn là: B

- Câu 4.** Số dư trong phép chia đa thức $P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2022$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$.
- A.** 2005. **B.** 2006. **C.** 2007. **D.** 2008.

Lời giải

$$P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2022 = (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2022$$

Đặt $t = x^2 + 10x + 21$ ($t \neq -3$; $t \neq -7$), biểu thức $P(x)$ được viết lại:

$$P(x) = (t - 5)(t + 3) + 2022 = t^2 - 2t + 2007$$

Do đó khi chia $t^2 - 2t + 2007$ cho t ta có số dư là 2007.

Vậy số dư trong phép chia đa thức $P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2022$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$ là: 2007

Đáp án cần chọn là: C

- Câu 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 2x^2 + 3x - 4$
- A.** $-\frac{41}{8}$ **B.** $\frac{40}{7}$ **C.** $-\frac{41}{9}$ **D.** 5

Lời giải

Ta có: $A = 2x^2 + 3x - 4 = 2\left(x^2 + 2x \cdot \frac{3}{4} + \frac{9}{16}\right) - \frac{9}{8} - 4 = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{41}{8} \geq -\frac{41}{8}$

Dấu “=” xảy ra khi $x + \frac{3}{4} = 0$. Suy ra $x = -\frac{3}{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $-\frac{41}{8}$ đạt được khi $x = -\frac{3}{4}$

Đáp án cần chọn là: A

- Câu 6.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 + 5y^2 - 4xy + 2x - 10y + 2032$.
- A.** 2021 **B.** 2022 **C.** 2023 **D.** 2024

Lời giải

$$M = x^2 + 5y^2 - 4xy + 2x - 10y + 2032$$

$$M = x^2 - 2x(2y - 1) + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 6y + 2031$$

$$M = x^2 - 2x(2y - 1) + (2y - 1)^2 + y^2 - 6y + 9 + 2022$$

$$M = (x - 2y + 1)^2 + (y - 3)^2 + 2022$$

Ta có: $(x - 2y + 1)^2 \geq 0; (y - 3)^2 \geq 0$

Suy ra $(x - 2y + 1)^2 + (y - 3)^2 + 2022 \geq 2022$

$$M \geq 2022$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy M có giá trị nhỏ nhất là 2022 khi $x = 5; y = 3$.

Đáp án cần chọn là: B

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn $x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

$$x(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$x(x - 3)^2 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x - 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 3$$

$$x \in \{0; 3\}$$

Vậy

Đáp án cần chọn là: C

Câu 8. Cho hai đa thức $f(x) = x^3 - x - 6$ và đa thức $g(x) = x^2 + ax + b$. Xác định a, b để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$. Tìm đa thức thương.

A. $x - 1$

B. $x - 2$

C. $x - 3$

D. $x - 4$

Lời giải

Ta có: $x^3 - x - 6 = (x^2 + ax + b)(x - a) + (a^2 - b - 1)x + ab - 6$

Để $f(x) : g(x)$ thì $\begin{cases} a^2 - b - 1 = 0 \\ ab - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b - 1 = 0 \\ b = \frac{6}{a} \quad (a \neq 0) \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Với } b = \frac{6}{a} \text{ thì } a^2 - \frac{6}{a} - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow a^3 - a - 6 &= 0 \Leftrightarrow (a-2)(a^2+2a+3) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=0 \\ a^2+2a+3=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \text{ (Thỏa mãn)} \\ (a+1)^2 = -2 \text{ (Vô lý)} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $a=2$ thì $b=3$

Vậy $a=2$ và $b=3$ thì $f(x):g(x)$. Khi đó đa thức thương là: $x-2$.

Đáp án cần chọn là: B

Câu 9. Xác định đa thức $P(x)$ biết $P(x)$ chia cho đa thức $x+1$ dư 4 và $P(x)$ chia cho đa thức $x+2$ thì dư 6, còn khi $P(x)$ chia cho đa thức x^2+3x+2 thì được thương là $x+3$ và còn dư.

A. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$

B. $P(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$

C. $P(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$

D. $P(x) = x^3 - 8x^2 + 9x + 8$

Lời giải

Do đa thức x^2+3x+2 nên đa thức dư có dạng $ax+b$ (a và $b \in \mathbb{R}$)

$$P(x) = (x^2+3x+2)(x+3) + ax + b$$

Theo định lí Bozu $P(x)$ chia cho $x+1$ dư 4 $\Leftrightarrow -a+b=4$ (1)

$P(x)$ chia cho $x+2$ thì dư 6 $\Leftrightarrow -2a+b=6$ (2)

Từ (1) $\Rightarrow b=4+a$. Thay vào (2) ta được $-2a+4+a=6 \Leftrightarrow a=-2$

Thay $a=-2$ ta được $b=2$

$$P(x) = (x^2+3x+2)(x+3) - 2x + 2 \Leftrightarrow P(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$$

Vậy đa thức $P(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$

Đáp án cần chọn là: A

Câu 10. Cho hình thang vuông $ABCD$; $AB \parallel CD$; $AD \perp AB$ có $AB=16$; $CD=24$; $BC=17$. Khi đó độ dài cạnh AD bằng:

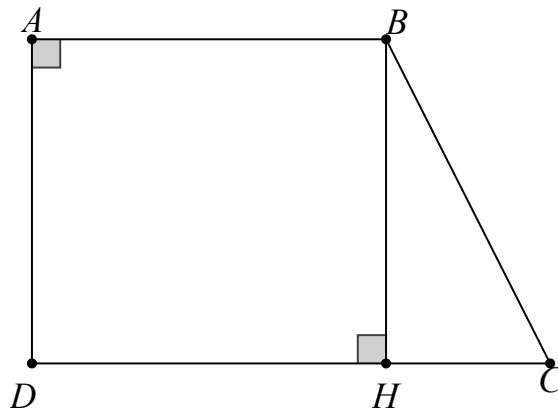
A. $AD=10$

B. $AD=25$

C. $AD=16$

D. $AD=15$

Lời giải



Kẻ $BH \perp DC$ tại H .

$\Rightarrow ABHD$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow HD = AB = 16; AD = BH$

$\Rightarrow HC = DC - HD = 24 - 16 = 8$

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H

$$\Rightarrow BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

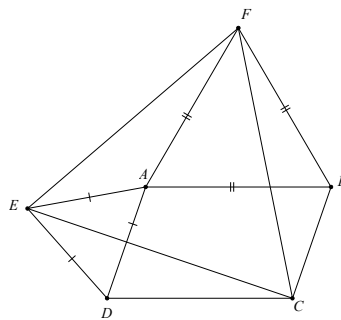
$$\Rightarrow AD = BH = 15.$$

Đáp án cần chọn là: D

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$ có $\angle A = \alpha > 90^\circ$. Ở phía ngoài hình bình hành vẽ các tam giác đều $\triangle ADE, \triangle ABF$. Tam giác CEF là tam giác gì? Chọn câu trả lời **đúng** nhất.

- A.** Tam giác **B.** Tam giác cân **C.** Tam giác đều **D.** Tam giác vuông cân

Lời giải



Ta có: $\angle EAF = 360^\circ - \angle PAB - \angle EAD - \alpha$

Mà $\angle BAF = \angle EAD = 60^\circ$ (vì $\triangle ADE$ và $\triangle ABF$ là tam giác đều)

$$\Rightarrow \angle EAF = 360^\circ - 60^\circ - 60^\circ - \alpha = 240^\circ - \alpha$$

Ta có : $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow AB \parallel CD$

$$\Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle EDE = \angle EDA + \angle ADC = 60^\circ + 180^\circ - \alpha = 240^\circ - \alpha$$

$$\Rightarrow \angle EDE = \angle EAF$$

Xét $\triangle CDE$ và $\triangle FAE$ có:

$$CD = FA (= AB)$$

$$\angle EDE = \angle EAF$$

$$DE = EA$$

$$\Rightarrow \triangle CDE = \triangle FAE \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow EC = EF \quad (1)$$

Tương tự ta có:

$$\angle ABC = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle EBF = \angle ABC + \angle FBC = 180^\circ - \alpha + 60^\circ = 240^\circ - \alpha$$

$$\Rightarrow \angle EBF = \angle EAF$$

Xét $\triangle FBC$ và $\triangle FAE$ có:

$$FB = FA$$

$$\angle EBF = \angle EAF$$

$$CB = EA (= AD)$$

$$\Rightarrow \triangle FBC = \triangle FAE \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow FC = FE \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $CF = FE = EC$ nên tam giác CEF đều.

Đáp án cần chọn là: C

Câu 12.

Thủy rút ngẫu nhiên một lá bài từ bộ bài 52 lá. Sau khi rút ngẫu nhiên 60 lần, Thủy thấy rằng số lần rút được lá rô bằng $\frac{1}{4}$ tổng số lần rút, số lần rút được lá cơ bằng $\frac{7}{5}$ số lần rút được lá rô, số lần rút được lá tép kém trung bình cộng của số lần rút được lá cơ và lá rô là 4 đơn vị. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố “Rút được lá bích”.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{7}{20}$.

D. $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Số lần Thủy rút được lá rô là: $60 \cdot \frac{1}{4} = 15$ (lần).

Số lần Thủy rút được lá cơ là: $15 \cdot \frac{7}{5} = 21$ (lần).

Số lần Thủy rút được lá tép là: $\frac{15+21}{2} - 4 = 14$ (lần).

Số lần Thủy rút được lá bích là: $60 - 21 - 15 - 14 = 10$ (lần).

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Rút được lá bích” là $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$.

Đáp án cần chọn là: B

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu I. (2 điểm)	a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$. b) Cho $a; b; c$ là các số thực thỏa mãn các điều kiện $(a+b+c)^3 = 12 + (a+b-c)^3 + (b+c-a)^3 + (a+c-b)^3$ Chứng minh rằng: $2abc = 1$.	
	a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $\begin{aligned} (a+b+c)^3 &= a^3 + (b+c)^3 + 3a(b+c)[a+b+c] \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3bc(b+c) + 3a(b+c)[a+b+c] \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3(b+c)[bc + a^2 + ab + ac] \\ &= a^3 + b^3 + c^3 + 3(b+c)(a+b)(a+c) \end{aligned}$ Từ đó $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3 = 3(a+b)(b+c)(a+c)$	
	$a+b+c = (a+b-c) + (b+c-a) + (a+c-b)$ Áp dụng kết quả câu a) $\begin{aligned} gt \Rightarrow (a+b+c)^3 - (a+b-c)^3 - (b+c-a)^3 - (a+c-b)^3 &= 12 \\ \Leftrightarrow 3[(a+b-c) + (b+c-a)][(b+c-a) + (a+c-b)][(a+c-b) + (a+b-c)] &= 12 \\ \Leftrightarrow 3 \cdot 8abc = 12 \Leftrightarrow 2abc = 1 \end{aligned}$	
Câu II. (3 điểm)	a) Tìm nghiệm của đa thức sau. $f(x) = \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} + \frac{1}{x^2+13x+42} - \frac{1}{18}$ b) Cho hai số a; b thỏa mãn các đẳng thức sau: $a^{2022} + b^{2022} = a^{2023} + b^{2023} = a^{2024} + b^{2024}$. Tính giá trị biểu thức $P = a^{2023} + b^{2024}$.	
	Ta có: $f(x) = \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} - \frac{1}{18}$	

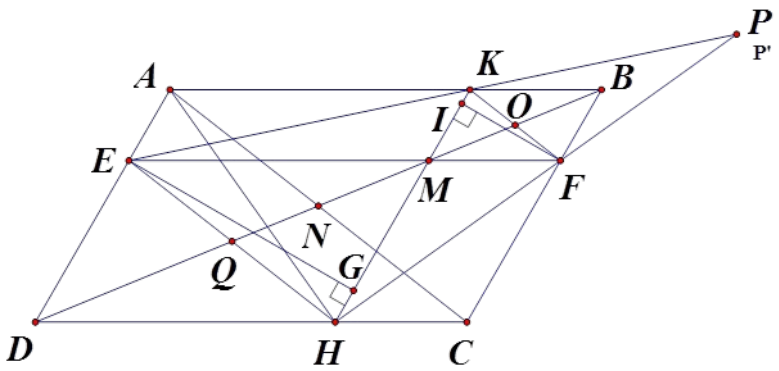
	ĐKXD: $x \neq -4; -5; -6; -7$ $f(x) = \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} - \frac{1}{18}$ $= \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} - \frac{1}{18}$ $= \frac{3}{(x+4)(x+7)} - \frac{1}{18}$ $= \frac{-x^2 - 11x + 26}{(x+4)(x+7)}$ $= \frac{(2-x)(x+13)}{(x+4)(x+7)}$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \begin{cases} x = 2 \\ x = -13 \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của pt là $S = \{2; -13\}$	
	b) $(a^{2023} + b^{2023})(a+b) - (a^{2022} + b^{2022})ab = a^{2024} + b^{2024}$ $\frac{(a^{2023} + b^{2023})(a+b)}{a^{2024} + b^{2024}} - \frac{(a^{2022} + b^{2022})ab}{a^{2024} + b^{2024}} = 1$ Hay $\Rightarrow (a+b) - ab = 1 \Leftrightarrow (a-1)(b-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ Từ đó $P = 1^{2023} + 1^{2024} = 2$	
Câu III. (2. điểm) a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $(3x - 16y - 24)^2 = 9x^2 + 16x + 32$. b) Cho a là tích của 2020 số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng $a+1$ không là số chính phương.		
	$(3x - 16y - 24)^2 = 9x^2 + 16x + 32$ a) $\Leftrightarrow 9.(3x - 16y - 24)^2 = 9.(9x^2 + 16x + 32)$ $\Leftrightarrow (9x - 48y - 72)^2 = (9x + 8)^2 + 224$	

	$\Leftrightarrow (9x - 48y - 72)^2 - (9x + 8)^2 = 224$ $\Leftrightarrow (18x - 48y - 64)(-48y - 80) = 224$ $\Leftrightarrow (9x - 24y - 32)(3y + 5) = -7$ Với x, y là số nguyên thì $3y + 5$ là ước của -7 và chia cho 3 dư 2, từ đó suy ra : $3y + 5 = -1 \quad \text{hoặc} \quad 3y + 5 = -7$ TH1. $3y + 5 = -1 \Leftrightarrow y = -2 \Rightarrow x = -1$ TH2. $3y + 5 = -7 \Leftrightarrow y = -4 \Rightarrow x = -7$ Vậy các cặp nghiệm nguyên $(x; y)$ là $(-1; -2)$, $(-7; -4)$.	
	Vì trong 2020 số nguyên tố đầu tiên chỉ có 2 là số nguyên tố chẵn duy nhất nên a chẵn và a không chia hết cho 4 (1) $\Rightarrow a + 1$ là số lẻ. Giả sử $a + 1$ là số chính phương thì tồn tại số nguyên dương k sao cho $a + 1 = (2k + 1)^2$ $\Rightarrow a + 1 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k + 1) \Rightarrow a : 4$. Điều này trái với (1) Vậy $a + 1$ không phải là số chính phương.	

Câu IV. (6 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$, lấy điểm M trên đường chéo BD sao cho $MB \neq MD$. Đường thẳng qua M và song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại E và F . Đường thẳng qua M và song song với AD cắt AB và CD lần lượt tại K và H

1. Chứng minh $KF // EH$
2. Chứng minh: các đường thẳng EK, HF, BD đồng quy
3. Chứng minh: $S_{MKA E} = S_{MHCF}$

		
	a. Chứng minh được: $\frac{MF}{ME} = \frac{BF}{DE} = \frac{BF}{FC}$ (hệ quả định lí Ta – lét) Chứng minh được: $\frac{BK}{AK} = \frac{MB}{MD} = \frac{MF}{ME}$ (định lí Ta – lét) Suy ra $\frac{BK}{AK} = \frac{BF}{FC} \Rightarrow KF \parallel AC$ (định lí Ta – lét đảo) Chứng minh tương tự ta có: $EH \parallel AC$ Kết luận $KF \parallel EH$	
	Gọi giao điểm của BD với KF và HE lần lượt là O và Q. N là giao điểm của AC và BD. Chứng minh được $\frac{OK}{OF} = \frac{QE}{QH} = 1$ Gọi giao điểm của đường thẳng EK và HF là P, giao điểm của đường thẳng EK và DB là P'. Chứng minh được P và P' trùng nhau. Kết luận các đường thẳng EK, HF, BD đồng quy tại P.	
	c. Kẻ EG và FI vuông góc với HK, I và G thuộc HK. Chỉ ra được: $S_{MKAE} = MK \cdot EG$; $S_{MHCF} = MH \cdot FI$ Chứng minh được: $\frac{MK}{MH} = \frac{KB}{HD}$ Suy ra $\frac{MK}{MH} = \frac{MF}{ME}$ Chứng minh được: $\frac{MF}{ME} = \frac{FI}{EG}$ Suy ra $\frac{MK}{MH} = \frac{FI}{EG}$, suy ra $MK \cdot EG = MH \cdot FI$ Suy ra $S_{MKAE} = S_{MHCF}$ (đpcm).	

Câu IV. (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2025$.

$$M = x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2029$$

$$= (x^2 + y^2 + 2^2 + 2.x.y - 2.x.2 - 2.y.2) + (4y^2 - 4y + 1) + 2024$$

$$= (x + y - 2)^2 + (2y - 1)^2 + 2024 \geq 2024$$

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 2020 khi

----- HẾT -----

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.