

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1

TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

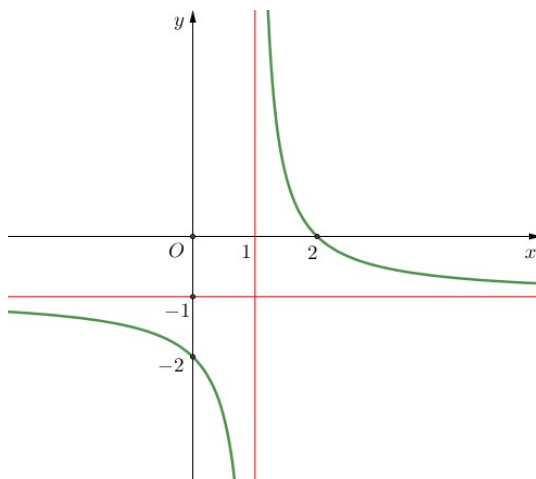
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						
	$-\infty$		3		-5	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -1. C. -5. D. 1.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $y = -1$

Câu 3: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

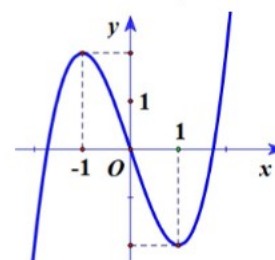
Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (chính xác tới hàng phần nghìn) là.

- A. 0,277. B. 0,331. C. 0,282. D. 0,276

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^3 + 2x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = x^3 + 3x^2$.



Câu 5: Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Nha Trang được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. $\frac{16175}{62}$. B. $\frac{1534}{7}$. C. $\frac{16275}{62}$. D. $\frac{16173}{60}$.

Câu 6: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(2; 2; -1); \vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $\vec{d}(-7; 0; -4)$. B. $\vec{d}(-7; 0; 4)$. C. $\vec{d}(7; 0; -4)$. D. $\vec{d}(7; 0; 4)$.

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A. $\min_{[0; 3]} y = -3$. B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$. C. $\min_{[0; 3]} y = -1$. D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; 2; 0); \vec{b}(2; 2; 0); \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|a+b+c|$ bằng

- A. 6. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$.
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = SA = 2$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AM}|$?

- A. 3. B. 9. C. 4. D. 6.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

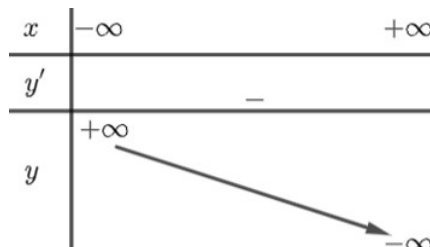
Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

$$y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$$

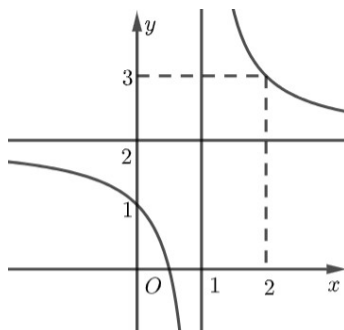
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là

b) Đạo hàm cấp một của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:



d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Câu 2: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$.

d) $|\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3: Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 2 năm của một nhà đầu tư về 3 lĩnh vực A, B, C được cho như sau:

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Lợi nhuận	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng theo lĩnh vực C	5	4	7	4	4

a) Lợi nhuận trung bình mỗi tháng của nhà đầu tư về 2 lĩnh vực A, B là như nhau.

b) Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực B là nhỏ hơn 5.1 (triệu đồng)

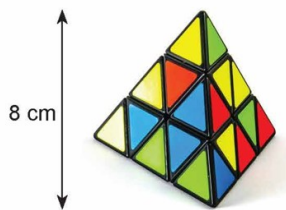
- c) Mức độ ổn định của lợi nhuận hằng tháng khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A,B là như nhau.
 d) Không đánh giá được đầu tư vào lĩnh vực C thì “rủi ro” cao hơn lĩnh vực A,B qua các số liệu trên.

Câu 4: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$.

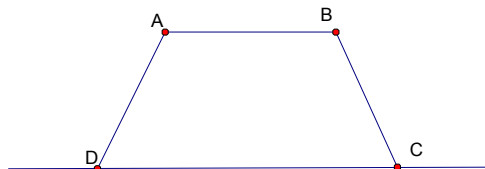
- a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
 b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
 c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
 d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\vec{AI} = 3\vec{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là $8cm$.



Câu 2: Một người nông dân có 3 tấm lưới thép $B40$, mỗi tấm dài $12(m)$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ (bờ sông là đường thẳng DC không phải rào, mỗi tấm là một cạnh của hình thang). Ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là $a(m^2)$. Tính $10a$ kết quả làm tròn đến hàng đơn vị?



Câu 3: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

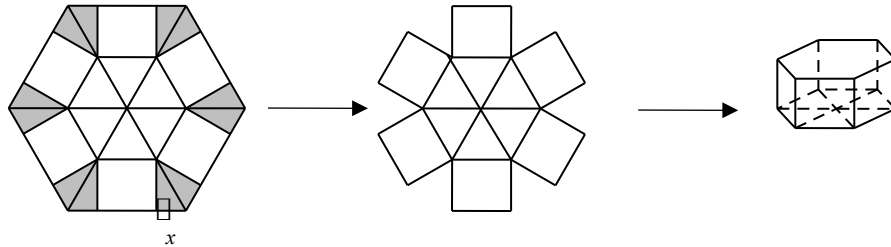
Câu 4: Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong bảng sau: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Câu 5: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm trên mặt đất với vận tốc trung bình $200km/h$. Sau thời gian 12 phút bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $31(km)$ v

à về phía Đông $25(km)$. Khi đó máy bay cách mặt đất bao nhiêu km (đơn vị km , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Biết máy bay bay theo một đường thẳng.

Câu 6: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh $90(cm)$. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng $x(cm)$ (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-5		$+\infty$

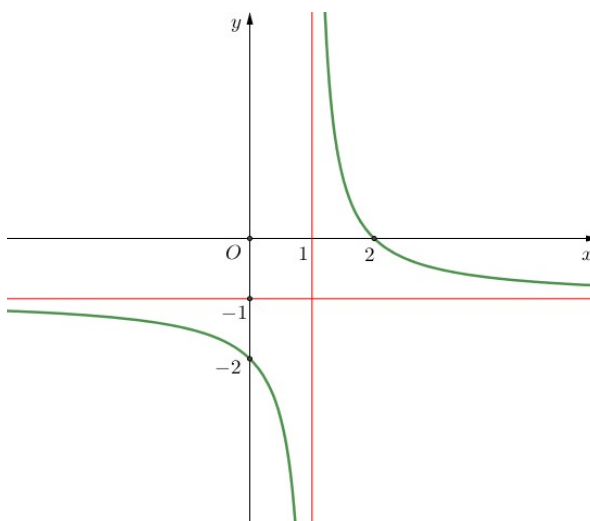
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 1.

Lời giải

Từ BBT suy ra đáp án **A**.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = -1$

Lời giải

Từ đồ thị suy ra đáp án **A**.

Câu 3: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (chính xác tới hàng phần nghìn) là.

- A.** 0,277. **B.** 0,331. **C.** 0,282. **D.** 0,276

Lời giải

Ta có bảng sau:

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25

đại diện					
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

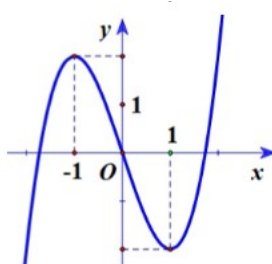
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[13.(19,25)^2 + 45.(19,75)^2 + 24.(20,25)^2 + 12.(20,75)^2 + 6.(21,25)^2 \right] - (20,015)^2 \approx 0,277$$

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 + 3x$ **B.** $y = x^3 + 2x + 1$ **C.** $y = x^3 - 3x$ **D.** $y = x^3 + 3x^2$

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ nên loại đáp án **A.**

Mặt khác ta thấy đồ thị đi qua điểm $O(0;0)$ nên loại **B.**

Lại có đồ thị nhận $x = 1$ là điểm cực trị nên đáp án là **C**

Câu 5: Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Nha Trang được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A.** $\frac{16175}{62}$ **B.** $\frac{1534}{7}$ **C.** $\frac{16275}{62}$ **D.** $\frac{16173}{60}$

Lời giải

Số hộ gia đình được khảo sát (cỡ mẫu) là $n = 24 + 62 + 34 + 21 + 9 = 150$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ là tổng thu nhập trong năm 2024 của 150 hộ gia đình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; \dots; x_{24} \in [200; 250)$$

$$x_{25}; \dots; x_{86} \in [300; 350)$$

$$x_{87}; \dots; x_{120} \in [300; 350)$$

$$x_{121}; \dots; x_{141} \in [350; 400)$$

$$x_{142}; \dots; x_{150} \in [400; 450)$$

Do đó, đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ thì

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [250; 300)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 250 + \frac{\frac{150}{4} - 24}{62} (300 - 250) = \frac{16175}{62}$$

Câu 6: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Lời giải

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector a là

A. $(-1; 2; -3)$

B. $(2; -3; -1)$

C. $(2; -1; -3)$

D. $(-3; 2; -1)$

Lời giải

$$a = -i + 2j - 3k \Rightarrow a(-1; 2; -3)$$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $a(1; 2; 3); b(2; 2; -1); c(4; 0; -4)$. Tọa độ của vecto $d = a - b + 2c$ là

A. $d(-7; 0; -4)$

B. $d(-7; 0; 4)$

C. $d(7; 0; -4)$

D. $d(7; 0; 4)$

Lời giải

$$\text{Ta có: } d = a - b + 2c = (1 - 2 + 2.4; 2 - 2 + 2.0; 3 + 1 + 2.(-4)) = (7; 0; -4)$$

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

A. $\min_{[0; 3]} y = -3$

B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$

C. $\min_{[0; 3]} y = -1$

D. $\min_{[0; 3]} y = 1$

Lời giải

Hàm số đã cho liên tục trên $[0;3]$

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \in [0;3]$. Ta có $y(0) = -1; y(3) = \frac{1}{2}$. Do đó $\min_{x \in [0;3]} y = y(0) = -1$

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho $a(-2;2;0), b(2;2;0), c(2;2;2)$. Giá trị của $|a+b+c|$ bằng
- A.** 6. **B.** 11. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Ta có: $a+b+c = (2;6;2)$.

Vậy $|a+b+c| = 2\sqrt{11}$.

- Câu 11:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$ **B.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$
- C.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$ **D.** $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = 0$.

Lời giải

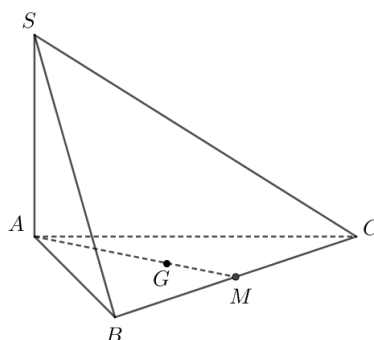
M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = 0$$

Suy ra: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$ hay $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$.

- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = SA = 2$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AM}|$?
- A.** 3. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}$.

Suy ra:

$$|SA + SB + SC + AM| = |3SG + 3GM| = |3SM| = 3SM = 3\sqrt{SA^2 + AM^2} = 3\sqrt{SA^2 + AB^2 + BM^2} = 9.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$.

$$y' = \frac{-1}{(x - 1)^2}$$

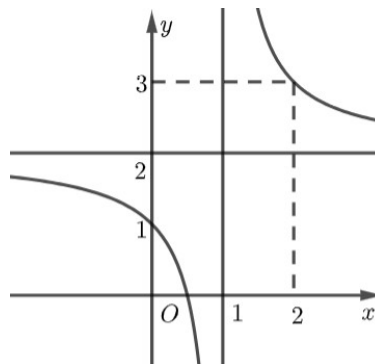
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là

b) Đạo hàm cấp một của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	—	
y	$+\infty$  $-\infty$	

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

$$y' = \frac{2(-1) - (-1).1}{(x - 1)^2} = -\frac{1}{(x - 1)^2}$$

b) Đúng

$$y' = \frac{2(-1) - (-1).1}{(x - 1)^2} = -\frac{1}{(x - 1)^2} < 0, \forall x \neq 1$$

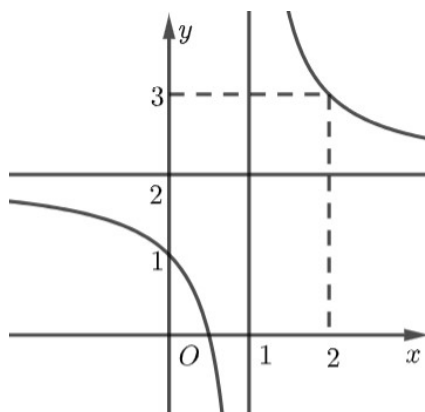
c) Sai

Bảng biến thiên của hàm số đã cho như hình dưới là sai vì hàm số không xác định tại $x = 1$

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	—	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) Đúng

Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Câu 2: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$.

d) $\left| \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} \right| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Mệnh đề **sai**.

b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$. Mệnh đề **đúng**.

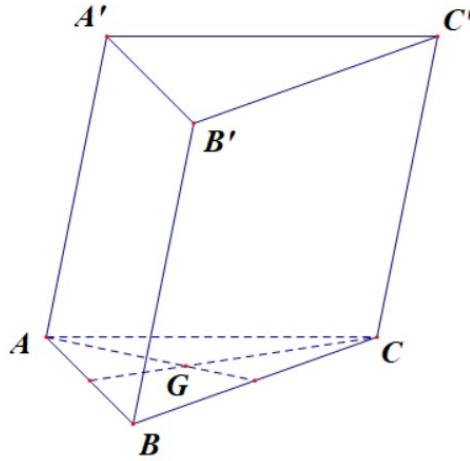
c) Ta có $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{CG}$.

Từ đó suy ra $3\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$ do đó $3\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$. Mệnh đề **sai**.

d) $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{A'G}$ nên $\left| \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} \right| = 3\left| \overrightarrow{A'G} \right|$. Xét tam giác vuông $A'AG$ ta có

$$A'G^2 = A'A^2 + AG^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{2a^2}{3}$$

. Mệnh đề **đúng**.



Câu 3: Thống kê lợi nhuận hằng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 2 năm của một nhà đầu tư về 3 lĩnh vực A, B, C được cho như sau:

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Lợi nhuận	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng theo lĩnh vực C	5	4	7	4	4

- a) Lợi nhuận trung bình mỗi tháng của nhà đầu tư về 2 lĩnh vực A, B là như nhau.
- b) Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực B là nhỏ hơn 5.1 (triệu đồng)
- c) Mức độ ổn định của lợi nhuận hằng tháng khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A,B là như nhau.
- d) Không đánh giá được đầu tư vào lĩnh vực C thì “rủi ro” cao hơn lĩnh vực A,B qua các số liệu trên.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có bảng:

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Lợi nhuận	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng theo lĩnh vực C	5	4	7	4	4

a) **ĐÚNG**

Lợi nhuận trung bình hằng tháng của nhà đầu tư về 2 lĩnh vực A, B là

$$\bar{x}_A = \frac{1}{24}(2.7,5 + \dots + 2.27,5) = 17,5$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{24}(1.7,5 + \dots + 2.27,5) = 17,5$$

b) **SAI**

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực B là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{24}(7,5^2 + \dots + 2.27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,204$$

c) **ĐÚNG**

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực A là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{24}(2.7,5^2 + \dots + 2.27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,204$$

Vì $s_A = s_B$ nên mức độ ổn định của lợi nhuận hàng tháng khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A, B là như nhau.

d) **ĐÚNG**

Lợi nhuận trung bình hằng tháng của nhà đầu tư về lĩnh vực C là:

$$\bar{x}_C = \frac{1}{24}(5.515 + \dots + 4.555) \approx 534,16$$

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực C là:

$$s_C = \sqrt{\frac{1}{24}(5.515^2 + \dots + 4.555^2) - 534,16^2} \approx 13,775$$

Ta thấy do lợi nhuận trung bình của phương án C khác xa rất nhiều với lợi nhuận trung

bình hằng tháng của 2 phương án A,B nên dù $s_C > s_A, s_C > s_B$ nhưng ta cũng không dùng

làm căn cứ để so sánh độ rủi ro của phương án C với 2 phương án A,B.

Câu 4: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$.

a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.

b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.

c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.

d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Theo bài ra ta có vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Vận tốc của viên đạn là $v = h'(t) = 294 - 9,8t(m/s)$.

Do đó vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $v(2) = 294 - 9,8 \cdot 2 = 274,4(m/s)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất

tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây), suy ra mệnh đề **sai**.

d) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất

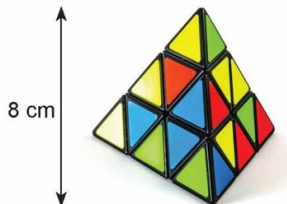
tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30$ (giây)

Khi đó độ cao lớn nhất của viên đạn là $h(t) = 20 + 294 \cdot 30 - 4,9 \cdot 30^2 = 4430(m)$

suy ra mệnh đề **đúng**.

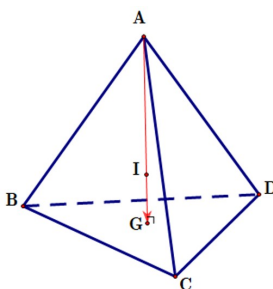
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\vec{AI} = 3\vec{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là $8cm$.



Lời giải

Trả lời: 2



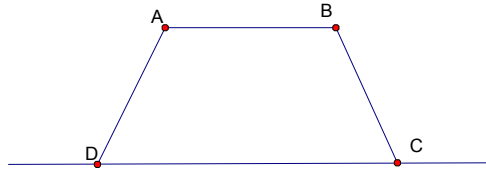
Đặt tên khối rubik là tứ diện đều $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , I là trọng tâm tứ diện

$ABCD$. Do đó, $\vec{AI} = 3\vec{IG} \Rightarrow IG = \frac{1}{4}AG$

Vì chiều cao của rubik bằng $8cm$ nên $AG = 8cm \Rightarrow IG = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2(cm)$

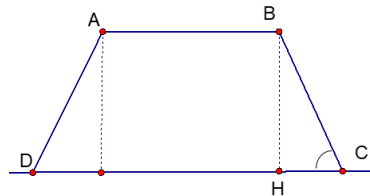
Vậy khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó bằng 2 cm .

Câu 2: Một người nông dân có 3 tấm lưới thép $B40$, mỗi tấm dài $12(m)$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ (bờ sông là đường thẳng DC không phải rào, mỗi tấm là một cạnh của hình thang). Ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là $a(m^2)$. Tính $10a$ kết quả làm tròn đến hàng đơn vị?



Lời giải

Trả lời: 1871



Kẻ đường cao BH , gọi số đo 2 góc ở đáy CD của hình thang là $x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Diện tích mảnh vườn là:

$$S = \frac{1}{2} BH (AB + CD) = \frac{1}{2} BC \cdot \sin x (2 \cdot AB + 2 BC \cdot \cos x) = \frac{1}{2} AB^2 (2 \sin x + \sin 2x)$$

Xét hàm số $f(x) = 2 \sin x + \sin 2x$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ có $f'(x) = 2 \cos x + 2 \cos 2x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x + 2 \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

Ta có:

Do $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên ta nhận $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}$. Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	

Từ bảng biến thiên ta thấy: $\max_{\left(0; \frac{\pi}{2}\right)} f(x) \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$ đạt được tại $x = \frac{\pi}{3}$.

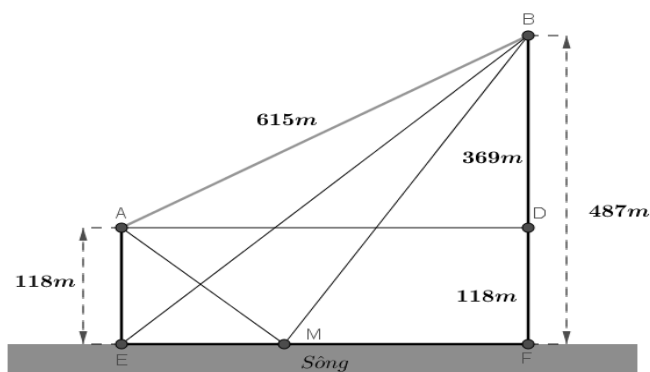
$\Rightarrow \max S = 108\sqrt{3} (m^2)$ khi góc ở đáy CD của hình thang bằng $\frac{\pi}{3}$ ($\angle C = \angle D = \frac{\pi}{3}$).

Khi đó $a = 108\sqrt{3} \Rightarrow 10.a \approx 1871$

Câu 3: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 780



Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B .
để dàng tính được $BD = 369, EF = 492$. Ta đặt $EM = x$, khi đó ta được:

$$MF = 492 - x, AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}.$$

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \quad \text{với } x \in [0; 492]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}.$$

trị điểm M .

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ô} \quad & \begin{cases} x^2 - 492x + 487^2 = (492 - x)^2 (x^2 + 118^2) \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \quad \text{Ô} \quad \begin{cases} (487x)^2 = (58056 - 118x)^2 \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \\ \text{Ô} \quad & \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \text{ hay } x = -\frac{58056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \quad \text{Ô} \quad x = \frac{58056}{605} \end{aligned}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0, 492]$. So sánh các giá trị của $f(0)$, $f\left(\frac{58056}{605}\right)$, $f(492)$ ta có giá trị nhỏ nhất là $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 780(m)$

Câu 4: Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong bảng sau: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Lời giải

Trả lời: 4,75

Cỡ mẫu là $n = 56$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12,5; 15,5)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó, $p = 2; a_2 = 12,5; m_2 = 12; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 3$ và ta có $Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15,25$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18,5; 21,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 4; a_4 = 18,5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$ và ta có

$$Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20$$

Vậy khoảng tứ phân vị: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 20 - 15,25 = 4,75$.

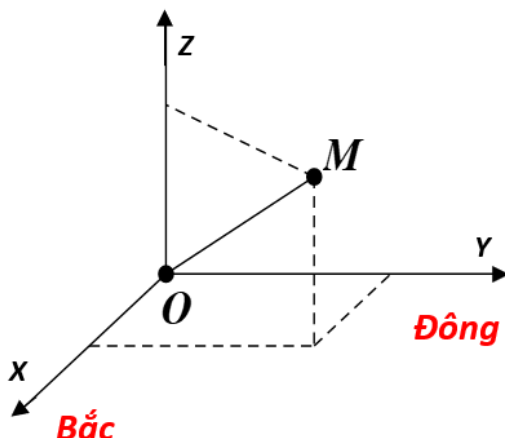
Câu 5: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm trên mặt đất với vận tốc trung bình 200 km/h . Sau thời gian 12 phút bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $31(km)$ v

à về phía Đông $25(km)$. Khi đó máy bay cách mặt đất bao nhiêu km (đơn vị km , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Biết máy bay bay theo một đường thẳng.

Lời giải

Trả lời: $3,74$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Đông, trục Oz có phương thẳng đứng và hướng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (hình vẽ).



Gọi M là vị trí của máy bay sau khi bay được 12 phút.

Thời gian bay: $t = 12$ phút $= 0,2h$.

Quãng đường bay được sau 12 phút: $OM = v_{tb} \cdot t = 200 \cdot 0,2 = 40km$

Gọi x là cao độ của điểm M . Điều kiện $x > 0$.

Từ giả thiết ta có $M(31; 25; x)$

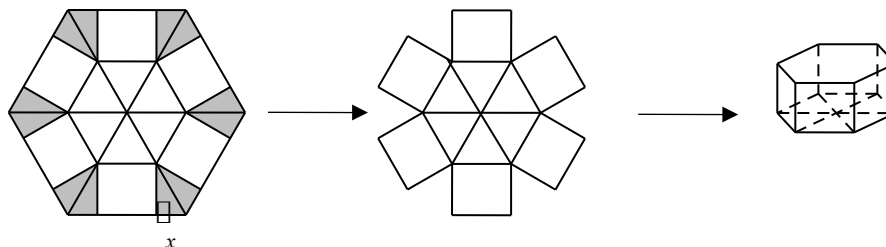
Khi đó x là khoảng cách máy bay với mặt đất sau khi bay được 12 phút.

$$OM = 40 \Leftrightarrow OM^2 = 40^2 \Leftrightarrow 31^2 + 25^2 + x^2 = 40^2 \Leftrightarrow x^2 = 14$$

Suy ra $x = \sqrt{14} \approx 3,74$

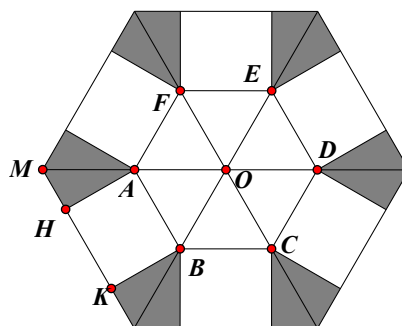
Vậy sau khi bay được 12 phút, máy bay cách mặt đất $3,74km$.

Câu 6: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh $90(cm)$. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng $x(cm)$ (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



Lời giải

Trả lời: 0,75.



Điều kiện $0 < x < 45$

Cạnh đáy của lăng trụ lục giác đều: $AB = HK = 90 - 2x$

Chiều cao của lăng trụ lục giác đều: $HA = MH \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$

Diện tích đáy của lăng trụ lục giác đều: $S_{ABCDEF} = 6S_{ABO} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} (90 - 2x)^2$

Thể tích của khối lăng trụ lục giác đều: $V(x) = HAS_{ABCDEF} = \frac{9}{2} x (90 - 2x)^2$

Hay $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$

Xét hàm số $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$ trên khoảng $(0; 45)$.

$$V'(x) = 54x^2 - 3240x + 36450$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 54x^2 - 3240x + 36450 = 0 \Leftrightarrow x = 15 \text{ hoặc } x = 45 \text{ (loại).}$$

Bảng biến thiên:

x	0	15	45	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0	243000	0	

Từ bảng biến thiên ta có: $\max_{(0; 45)} V(x) = 243000 (\text{cm}^3)$ khi và chỉ khi $x = 15 \text{ cm}$

Vậy thể tích của khối lăng trụ lục giác đều lớn nhất khi và chỉ khi $x = 15\text{cm}$

----- **HẾT** -----