

CHỦ ĐỀ 6. TAM GIÁC CÂN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tam giác cân

- Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.
- $\triangle ABC$ cân tại A:
 - $AB = AC$.
 - AB, AC là các cạnh bên; BC là cạnh đáy,
 - $\hat{B}, \hat{C}$ là các góc ở đáy; $\hat{A}$ là góc ở đỉnh.
- Một tam giác là tam giác cân nếu:
 - Tam giác có hai cạnh bằng nhau.
 - Tam giác có hai góc bằng nhau,

2. Tam giác đều

- Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau,
- Trong tam. giác đều, mỗi góc bằng 60° .
- Một tam giác là tam giác đều nếu:
 - Tam giác có ba cạnh bằng nhau,
 - Tam giác có ba góc bằng nhau,
 - Tam giác cân và có một góc bằng 60° .

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết tam giác cân, tam giác đều

Phương pháp giải: Dựa và dấu hiệu nhận biết của tam giác cân, tam giác đều.

1A. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 80^\circ, \hat{B} = 50^\circ$. Chứng minh tam giác ABC cân.

1B. Cho tam giác ABC. Tia phân giác góc B cắt cạnh AC tại D. Qua D kẻ đường thẳng song song với BC, nó cắt cạnh AB tại E. Chứng minh tam giác EBD cân.

2A. Cho tam giác ABC cân tại A Tia phân giác góc B cắt cạnh AC tại D, tia phân giác góc C cắt cạnh AB tại E. Chứng minh tam giác ADE cân.

2B. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$, Chứng minh tam giác ADE cân.

3A. Cho $\angle xOy = 120^\circ$, điểm A thuộc tia phân giác của góc xOy . Kẻ $AB \perp Ox$ ($B \in Ox$) và $AC \perp Oy$ ($C \in Oy$). Tam giác ABC là tam giác gì? Tại sao?

3B. Cho $\angle xOy = 60^\circ$, điểm A thuộc tia phân giác của góc xOy. Kẻ $AB \perp Ox$ ($B \in Ox$) và $AC \perp Oy$ ($C \in Oy$). Tam giác OBC là tam giác gì? Tại sao?

Dạng 2. Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác đều để tính số đo góc hoặc chứng minh các góc bằng nhau

Phương pháp giải: Dựa vào tính chất về góc của tam giác cân, tam giác đều.

4A. Cho tam giác ABC cân tại A. Tính số đo các góc còn lại của tam giác ABC nếu biết:

a) $\angle A = 40^\circ$; b) $\angle B = 50^\circ$; c) $\angle C = 60^\circ$.

4B. Cho tam giác ABC cân tại B. Gọi Bx là tia phân giác của góc ngoài tại đỉnh B. Chứng minh $Bx \parallel AC$.

5A. Cho tam giác ABD cân tại A có $\angle A = 40^\circ$. Trên tia đối của tia DB lấy điểm C sao cho $DC = DA$. Tính số đo góc ACB.

5B. Cho tam giác ABC cân tại B có $\angle B = 80^\circ$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm M sao cho $CM = CA$. Tính số đo các góc $\triangle AMB$.

6A. Cho tam giác ABC có $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Trên cạnh BC lấy các điểm D, E sao cho $BD = BA, CE = CA$. Tính số đo góc DAE.

6B. Cho tam giác ABC có $\angle A = 100^\circ$. Trên cạnh BC lấy các điểm D, E sao cho $BD = BA, CE = CA$. Tính số đo góc DAE

Dạng 3. Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác đều để chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau

Phương pháp giải: Dựa vào tính chất về cạnh của tam giác cân, tam. giác đều.

7A. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho $AD = AE$. Chứng minh $BE = CD$.

7B. Cho tam giác MON cân tại O. Gọi C, D theo thứ tự là trung điểm của OM, ON. Chứng minh $CN = DM$.

8A. Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle A = 36^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt cạnh AC tại D. Chứng minh $DA = DB = BC$.

8B. Cho tam giác ABC có $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$. Tia phân giác của góc C cắt cạnh AB tại K. Chứng minh $KB = KC$.

Dạng 4. Một số bài tập tổng hợp

9A. Cho tam giác ABC cân tại A ($\angle A < 90^\circ$). Kẻ BD vuông góc với AC tại D, kẻ CE vuông góc với AB tại E.

a) Chứng minh tam giác ADE cân.

b) Chứng minh $DE \parallel BC$.

c) Gọi I là giao điểm của BD và CE. Chứng minh $IB = IC$

d) Chứng minh. $AI \perp BC$.

9B. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $BD = CE$, Gọi I là giao điểm của BE và CD.

a) Chứng minh $IB = IC$, $ID = IE$.

b) Chứng minh $DE \parallel BC$.

c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm A, M, I thẳng hàng.

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

10. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên các cạnh AC, AB lần lượt lấy M, N sao cho $AM = AN$.

a) Chứng minh $\angle ABM = \angle ACN$

b) Gọi O là giao điểm của BM. và CN. Chứng minh tam giác OBC cân.

11. Cho tam giác ABC đều. Lấy các điểm D, E, F theo thứ tự thuộc các cạnh AB, BC, CA sao cho $AD = BE = CF$. Chứng minh:

a) $\triangle ADF = \triangle BED$.

b) $\triangle DEF$ đều.

12. Cho tam giác ABC. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BC$. Chứng minh $BD \parallel EC$.

13. Cho tam giác MAB cân tại M. Trên tia đối của tia MB lấy điểm C sao cho $MC = MB$. Tính số đo góc BAC.

14. Cho $\triangle AMNP$ vuông tại M. Kẻ $MK \perp NP$ ($K \in NP$). Tia phân giác của góc PMK cắt NP tại I. Chứng minh $NM = NI$.

15. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi Ax là tia phân giác góc A. Qua trung điểm M của BC kẻ đường thẳng vuông góc với Ax, cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E.

a) Chứng minh tam giác ADE cân.

b) Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt DE tại F. Chứng minh $BD = BF$.

c) Chứng minh $BD = CE$.

16 . Cho tam giác ABC vuông tại A, $\angle B = 30^\circ$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AC$.

a) Tam giác BCD là tam giác gì? Tại sao?

b) Chứng minh $BC = 2 AC$.

HƯỚNG DẪN

1A. Tính được $\angle C = 50^\circ$, do đó tam giác ABC cân tại A.

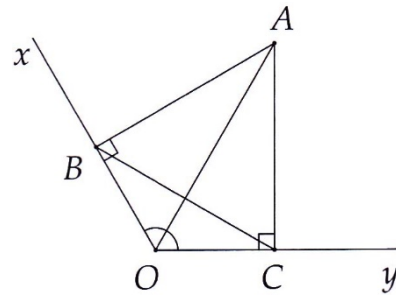
1B. Chứng minh được $\widehat{EBD} = \widehat{EBC} = \widehat{EDB}$, từ đó tam giác EBD cân tại E.

2A. Chứng minh được $\triangle ADB = \triangle AEC$ (g-c-g) $\Rightarrow AD = AE$, từ đó tam giác ADE cân tại A.

2B. Chứng minh được

$\Delta ABD = \Delta ACE$ (c-g-c) $\Rightarrow AD = AE$,
tức tam giác ADE cân tại A.

3A. Chứng minh được

$$\triangle OAB = \triangle OAC \text{ (c.g.c), suy ra}$$
$$AB = AC \text{ v\grave{a}} \angle A B = \angle A C.$$


Tính được $\angle BAC = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều.

3B. Chứng minh được

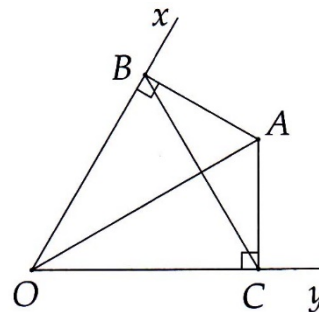
$$\triangle OAB = \triangle OAC \text{ (g.c.g) suy ra}$$
$$AB = AC \Rightarrow \exists \text{PCPM.}$$

4A. a) $B = C = 70^\circ$.

b) $C = 50^\circ; A = 80^\circ$

c) $\angle A = \angle B = 60^\circ$.

4B. Chứng minh được

$$x_{BC} = x_{CB} \Rightarrow \exists \text{PCM.}$$


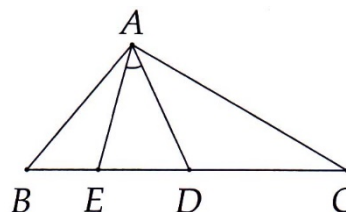
5A. Tính được $\angle ADB = 70^\circ$, chú ý $\triangle ADC$ cân tại D nên

$$\angle ACB = \angle DAC = \frac{\angle ADB}{2} = 35^\circ$$

5B. Làm tương tự 5A, ta có $\angle AMB = 25^\circ$ và $\angle BAM = 75^\circ$

6A. Chú ý tam giác BAD cân tại B, tam giác CAE cân tại C, tính được

$$\angle BAD = \angle ADB = 60^\circ; \angle EAC = \angle AEC = 75^\circ,$$



từ đó $\angle BAE = 40^\circ$.

6B. Chứng minh được

$$\angle ADB = \frac{180^\circ - \angle B}{2}, \angle AEC = \frac{180^\circ - \angle C}{2}$$

Suy ra
$$\angle BAE = \frac{\angle B + \angle C}{2} = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = 40^\circ$$

7A. Chứng minh được $\triangle ADC = \triangle AEB$ (c-g-c) $\Rightarrow BE = CD$.

7B. Tương tự **7A**.

8A. Tính được $\angle DBA = 36^\circ, \angle BDC = \angle BCD = 72^\circ$. Từ đó tam giác DAB cân tại D, tam giác BDC cân tại B $\Rightarrow \triangle PCM$.

8B. Chứng minh được $\angle ECB = \angle BCB = 40^\circ \Rightarrow \triangle PCM$.

9A. Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACE$ (c.g.c) $\Rightarrow \triangle PCM$.

b) Chứng minh được

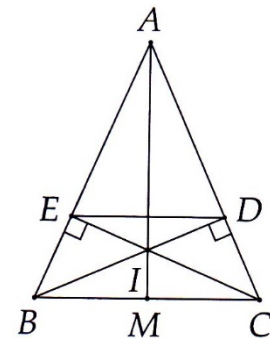
$$\angle ADE = \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} \Rightarrow DE \parallel BC$$

c) Chứng minh được $\angle IBC = \angle ICB \Rightarrow \triangle PCM$.

d) Gọi M là giao điểm của AI và BC,

chứng minh được AI là tia phân giác của góc $\angle BAC$,

từ đó $\angle AMB = 90^\circ \Rightarrow \triangle PCM$



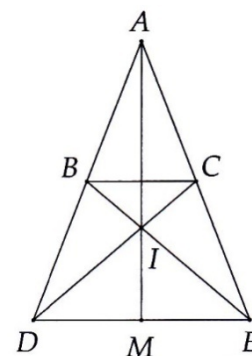
9B. a) Chứng minh được $\triangle ADE$ cân, từ đó

$\triangle BDE = \triangle CED$ (c-g-c)

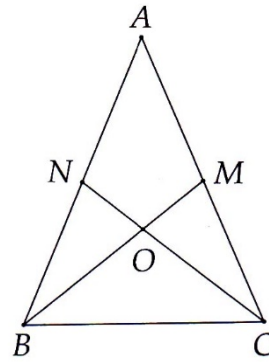
$$\Rightarrow \angle IBC = \angle ICB \Rightarrow IB = IC.$$

b) Chú ý $\angle ABC = \angle ADE$.

c) Chứng minh được AI, AM cùng là



phân giác của $\angle BAC \Rightarrow \Delta PCM$



10. a) Chứng minh được

$$\Delta AMB = \Delta ANC \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \angle ABM = \angle ACN.$$

b) Dùng kết quả câu a, với chú ý rằng

$$\angle ABC = \angle ACB \text{ suy ra } \angle OBC = \angle OCB \Rightarrow \Delta PCM.$$

11. a) Chứng minh được $AF = BD$, với

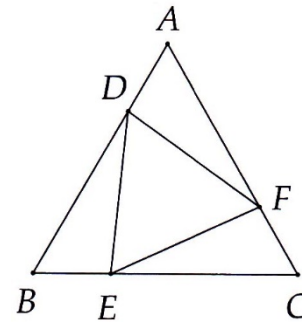
$$\text{chú ý } \angle A = \angle B = 60^\circ$$

$$\Delta ADF = \Delta BED \text{ (c-g-c).}$$

b) Từ kết quả câu a, ta có $DE = DF$,

chứng minh tương tự cũng có

$$FD = FE \Rightarrow \Delta PCM$$



12. Chú ý ΔBEC cân tại B, từ đó chứng

$$\text{minh được } \angle ABD = \angle AEC = \frac{\angle ABC}{2} \Rightarrow \Delta PCM$$

13. Chú ý các tam giác MAB, MAC cân, ta có

$$\angle MCA + \angle MBA = \angle MAC + \angle MAB = \angle BAC \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ.$$

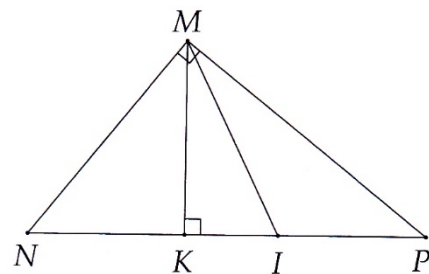
14. Chú ý rằng

$$\angle NMI = 90^\circ - \angle IMP,$$

$$\angle NIM = 90^\circ - \angle MKI \text{ và}$$

$$\angle MKI = \angle IMP \Rightarrow \angle NMI = \angle NIM$$

$$\Rightarrow \Delta PCM.$$



15. a) Chứng minh được



$\widehat{ADE} = \widehat{AED}$ nên tam giác ADE

cân tại A.

b) Dùng kết quả câu a, chứng minh

được $\widehat{BDF} = \widehat{BFD} \Rightarrow BD = BF$

c) Dùng kết quả câu b, với chú ý rằng

$\triangle BMF = \triangle CME$ (g-c-g)

$\Rightarrow CE = BF = BD$.

16. a) Chứng minh được $\triangle ABC = \triangle ACD$ (c-g-c), từ đó suy ra được tam giác BCD đều,

b) Dùng kết quả câu a, ta có $BC = CD = 2AC$

.....

.....