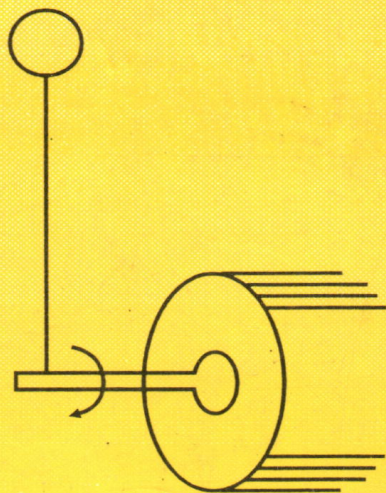


• NGUYỄN TRẦN TRÁC
Tiến Sĩ Vật Lí

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN VẬT LÍ
THƯỜNG RA TRONG CÁC KỲ THI TỬ ĐẠI HỌC

90 BÀI TOÁN CƠ HỌC CHỌN LỌC

Ôn luyện thi vào các trường Đại Học
(Theo CT chỉnh lí hợp nhất năm 2000)



NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

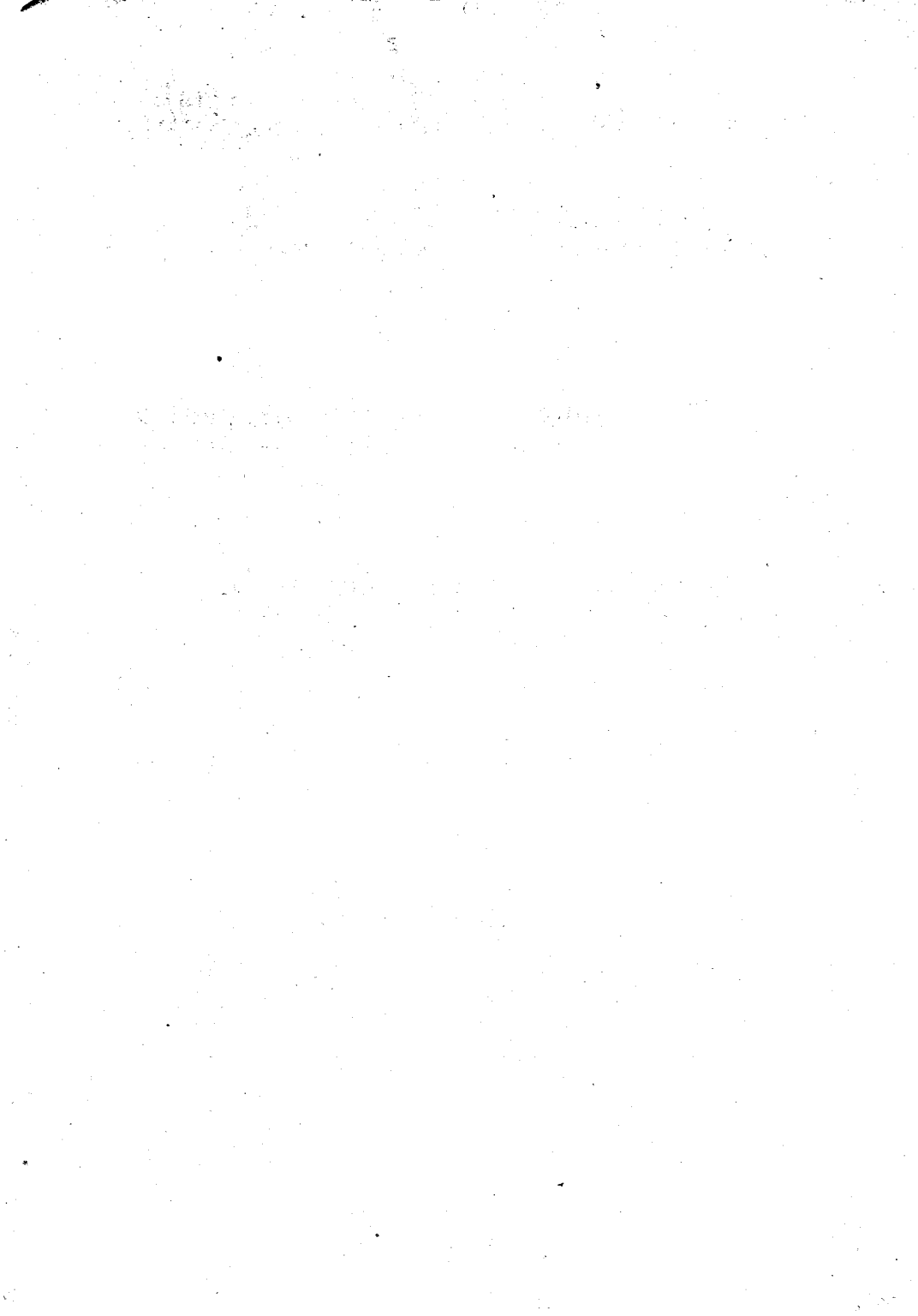
(In lần thứ 5)

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN VẬT LÝ
THƯỜNG RA TRONG CÁC KỲ THI TS ĐẠI HỌC

90 BÀI TOÁN CƠ HỌC CHỌN LỌC

Ôn luyện thi vào các trường Đại Học
(Theo CT chính lí hợp nhất năm 2000)

Hoàng Thị Khánh



• NGUYỄN TRẦN TRÁC
Tiến Sĩ Vật Lí

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN VẬT LÍ
THƯỜNG RA TRONG CÁC KỲ THI TS ĐẠI HỌC

90 BÀI TOÁN CƠ HỌC CHỌN LỌC

Ôn luyện thi vào các trường Đại Học
(Theo CT chỉnh lí hợp nhất năm 2000)



NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

(In lần thứ 5)



LỜI NÓI ĐẦU

Nhằm để giúp các em học sinh học tốt môn Vật lí PTTH, chuẩn bị tốt cho kì thi TS vào các trường Cao đẳng và Đại học trong cả nước, do vậy chúng tôi biên soạn cuốn **TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN VẬT LÍ VỚI 90 BÀI TOÁN CƠ HỌC** chọn lọc thường được ra thi trong các kì thi TSDH.

Cơ học là một phần quan trọng trong chương trình Vật lí 12. Đa số các em học sinh gặp nhiều khó khăn khi học tập bộ môn này; nhất là trong vấn đề giải toán Cơ học. Cuốn sách này được soạn thảo với mục đích giúp học sinh lớp 12, hệ phân ban và hệ không phân ban, hệ thống hóa các kiến thức cơ bản trong chương trình Cơ học và rèn luyện thêm kĩ năng giải toán Cơ; vốn được coi là "hóc búa" đối với phần lớn học sinh lớp 12.

- Với mỗi vấn đề cơ học, có phần tóm lược lí thuyết cơ bản.
- Sau đó là phần toán áp dụng với nhiều dạng toán khác nhau, xếp từ dễ đến khó và có hướng dẫn cách giải. Phần này giúp hệ thống lại phần lí thuyết và xây dựng các kĩ năng giải toán Cơ cho học sinh.
- Phần thứ hai là các đề toán thi tổng hợp, có bài giải, và các đề thi trắc nghiệm nhằm giúp học sinh rèn luyện để sửa soạn một cách vững chắc cho kì thi Tú tài và Tuyển sinh Đại học.

Trong lần tái bản này, tập sách được bổ sung thêm một số đề thi cơ học trong những kì thi tuyển sinh Đại học trong các năm gần đây và nhiều bài toán khó, dành cho học sinh lớp chuyên và học sinh có năng khiếu.

Chúng tôi hi vọng rằng, với cuốn sách này, các em học sinh lớp 12 sẽ đạt nhiều tiến bộ và sẽ trở nên yêu thích môn Cơ học.

Chúc các em thành công trong kì thi tới.

Sài Gòn, Mùa khai trường 2000 – 2001

Soạn giả

TS. NGUYỄN TRẦN TRÁC

MỤC LỤC

▶ Phần 1	CHUYỂN ĐỘNG THẲNG & CHUYỂN ĐỘNG TRÒN.....	3
▶ Phần 2	DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA	25
▶ Phần 3	DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC ĐƠN.....	43
▶ Phần 4	CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA MỘT VẬT THỂ QUANH MỘT TRỤC.....	58
▶ Phần 5	CƠ NĂNG – CÔNG.....	66
▶ Phần 6	CON LẮC KÉP	78
▶ Phần 7	TỔNG HỢP DAO ĐỘNG.....	86
▶ Phần 8	SỰ TRUYỀN SÓNG.....	93
▶ Phần 9	SÓNG DỪNG	103
▶ Phần 10	ĐỀ TOÁN TỔNG HỢP.....	112
▶ Phần 11	ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM	378

1

CHUYỂN ĐỘNG THẲNG & CHUYỂN ĐỘNG TRÒN

A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

I. CHUYỂN ĐỘNG THẲNG ĐỀU

- Gia tốc $a = 0$
- Vận tốc $v = \text{hằng số}$
- Phương trình chuyển động

$$x = vt + x_0$$

Hợp lực tác dụng : $\sum \vec{F} = \vec{0}$

II. CHUYỂN ĐỘNG THAY ĐỔI ĐỀU

- Gia tốc $a = \text{hằng số}$
- Vận tốc $v = at + v_0$
- Phương trình chuyển động

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

v_0 và x_0 là vận tốc và hoành độ của động tử khi $t = 0$

- Hệ thức giữa v và x :

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

Hợp lực tác dụng :

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (\text{hằng})$$

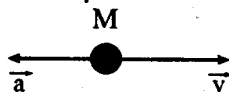
- Chuyển động nhanh dần



$\vec{v}$ và $\vec{a}$ cùng chiều

tích đại số $v \cdot a > 0$

- Chuyển động chậm dần



$\vec{v}$ và $\vec{a}$ ngược chiều

tích đại số $v \cdot a < 0$

III. CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

- Vận tốc dài $v = \text{hằng số}$
- Phương trình chuyển động

$$s = vt + s_0$$

Hợp lực tác dụng hướng tâm

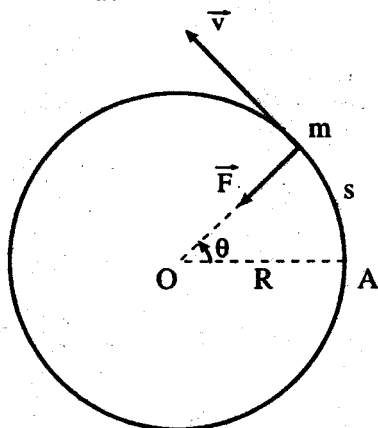
$$F = m \frac{v^2}{R} = m\theta'^2 R$$

Góc quay

$$\theta = \frac{s}{R}$$

Vận tốc góc

$$\omega = \theta' = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R} = \text{hằng số}$$



Phương trình chuyển động tính theo góc quay : $\theta = \theta' t + \theta_0$

- Chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\theta'}$$

- Tần số

$$N = \frac{1}{T} = \frac{\theta'}{2\pi}$$

- Gia tốc hướng tâm

$$a = \frac{v^2}{R} = R\theta'^2$$

Vận tốc góc cũng thường được kí hiệu là ω .

IV. CHUYỂN ĐỘNG QUAY THAY ĐỔI ĐỀU

- Gia tốc góc $\theta' = \text{hằng số}$
- Vận tốc góc $\theta = \theta' t + \theta_0$
- Phương trình chuyển động

$$\theta = \frac{1}{2} \theta' t^2 + \theta_0 t + \theta_0$$

- Hệ thức giữa θ' và θ

$$\theta'^2 - \theta_0'^2 = 2\theta'(\theta - \theta_0)$$

V. CÔNG THỨC TÍNH SAI SỐ TRONG MỘT PHÉP ĐO

Cho đại lượng $x = f(a, b, c)$. Nếu a, b, c phạm các sai số là da, db, dc thì x sẽ có sai số là dx

$$x = a + b - c \rightarrow dx = da + db - dc$$

$$x = a \cdot b \cdot c \rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c}$$

$$x = \frac{a}{b} \rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{da}{a} - \frac{db}{b}$$

$$x = a^m \rightarrow \frac{dx}{x} = m \frac{da}{a}$$

VI. CÔNG THỨC GẦN ĐÚNG

$$(1 \pm \varepsilon)^n \approx 1 \pm n\varepsilon$$

$$(1 + \varepsilon)(1 - \varepsilon') \approx 1 + \varepsilon - \varepsilon'$$

$$(\text{với } \varepsilon, \varepsilon' \ll 1)$$

$$\sin \alpha \approx \alpha; \quad \tan \alpha \approx \alpha; \quad \cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

$$(\text{với } \alpha \text{ bé, tính ra rad})$$

B. TOÁN

▲ CHUYỂN ĐỘNG THẲNG

1

Một động tử A chuyển động thẳng thay đổi đều. Khi $t = 4s$ thì $x = 3m$. Khi $t = 5s$ thì $x = 8m$ và $v = 6m/s$.

1. Viết phương trình chuyển động.
2. Mô tả chuyển động từ thời điểm $t_1 = 0$ tới $t_2 = 10s$.
3. Tìm vị trí của động tử khi có vận tốc là $v = -2m/s$.
4. Một động tử thứ hai B chuyển động trên cùng quỹ đạo với phương trình $x = 5t - 5$ (x tính ra m, t tính ra s). Tìm thời điểm và vị trí hai động tử gặp nhau.

Hướng dẫn

- 1) Phương trình chuyển động:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\text{Khi } t = 4s : \quad x = 8a + 4v_0 + x_0 = 3 \quad (1)$$

$$\text{Khi } t = 5s : \quad x = 12,5a + 5v_0 + x_0 = 8 \quad (2)$$

$$v = at + v_0 = 5a + v_0 = 6 \quad (3)$$

$$(2) - (1), \text{ ta có : } 4,5a + v_0 = 5 \quad (4)$$

$$(3) - (4), \text{ suy ra : } 0,5a = 1$$

Vậy gia tốc là $a = 2m/s^2$

$$\text{Từ (3), suy ra: } v_0 = 6 - 5a = -4m/s$$

$$\text{Từ (1), ta có: } x_0 = 3 - 8a - 4v_0 = 3m$$

$$\text{Vậy: } x = t^2 - 4t + 3 \text{ và } v = 2t - 4$$

$$2) \text{ Thời điểm khi } v = 2t - 4 = 0 : t = \frac{4}{2} = 2(s)$$

Bảng xét dấu :

t	0	2s	10s
a	+	0	+
v	-	0	+
v.a	-	0	+
x(m)	3	Chậm dần -1	nhANH dần 63

Vậy trong 2 giây đầu tiên, động tử chuyển động theo chiều (-), chậm dần đều.

Khi $t = 2s$, $v = 0$, cách gốc O là 1m theo chiều (-). Chuyển động đổi chiều.

Trong 8s sau, động tử chuyển động theo chiều (+), nhanh dần đều.

3) Ta có : $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

Suy ra : $x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} + x_0 = \frac{(-2)^2 - (-4)^2}{4} + 3 = 0$

4) Khi hai động tử gặp nhau : $x_A = x_B$

$$t^2 - 4t + 3 = 5t - 5$$

Suy ra : $t^2 - 9t + 8 = 0$

Các nghiệm là: $t_1 = 1s$ và $t_2 = 8s$

Ứng với $t_1 = 1s$, ta có: $x_1 = 0$, $v_1 = -2m/s$

Ứng với $t_2 = 8s$, ta có: $x_2 = 35m$, $v_2 = 12m/s$

Lần gặp nhau thứ nhất vào lúc $t_1 = 1s$, tại gốc tọa độ. Khi đó A đang chạy theo chiều (-), ngược chiều với B ($v_B = +5m/s$)

Lần gặp nhau thứ hai vào lúc $t_2 = 8s$, cách gốc 35m theo chiều (+). khi đó hai động tử chạy cùng chiều theo chiều dương.

2

Động tử chuyển động trên trục $x'Ox$ với gia tốc không đổi.

Động tử có hoành độ $x_1 = 5cm$ và vận tốc $v_1 = 4cm/s$ vào lúc $t_1 = 2s$, có vận tốc $v_2 = 16cm/s$ vào lúc $t_2 = 5s$.

1. Viết phương trình chuyển động.

2. Tìm nơi và lúc động tử đổi chiều chuyển động.

Hướng dẫn

1) Chuyển động thay đổi đều (vì gia tốc không đổi)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v = at + v_0$$

$$\text{Vào lúc } t_1 = 2s: \quad x_1 = 5 = 2a + 2v_0 + x_0 \quad (1)$$

$$v_1 = 4 = 2a + v_0 \quad (2)$$

$$\text{Vào lúc } t_2 = 5s: \quad v_2 = 16 = 5a + v_0 \quad (3)$$

$$(3) - (2), \text{ ta có: } 12 = 3a$$

$$\text{Suy ra gia tốc: } a = 4\text{cm/s}^2$$

$$\text{Từ (2), suy ra: } v_0 = 4 - 2a = -4\text{cm/s}$$

$$\text{Từ (1): } x_0 = 5 - 2a - 2v_0 = 5\text{cm}$$

$$\text{Vậy: } x = 2t^2 - 4t + 5 \text{ (cm)}$$

2) Khi động tử đổi chiều chuyển động thì $v = 0$.

$$\text{Từ } v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \text{ suy ra } x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} + x_0$$

$$x = \frac{0 - 16}{8} + 5 = 3\text{cm}$$

$$\text{Ngoài ra: } v = at + v_0$$

$$\text{Suy ra: } t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 + 4}{4} = 1s$$

3 1) Từ điểm O, thả rơi lần lượt hai vật A và B cách nhau là 0,1s. Tìm thời điểm khi hai vật cách nhau là AB = 1m. Cho $g = 9,8\text{m/s}^2$.

2) Tính đoạn đường đi được và vận tốc của A và B khi đó.

Hướng dẫn

1) Phương trình rơi của A :

$$x_A = \overline{OA} = \frac{1}{2}gt^2, \text{ g là gia tốc trọng lực.}$$

Phương trình rơi của B :

$$x_B = \overline{OB} = \frac{1}{2}gt'^2 \quad \text{với } t' = t - 0,1$$

$$x_B = \frac{1}{2}g(t - 0,1)^2$$

Khi hai vật cách nhau 1m, ta có : $x_A - x_B = AB = 1\text{m}$

$$\frac{g}{2}[t^2 - (t - 0,1)^2] = 1$$

hay $\frac{g}{2}(0,2t - 0,01) = 1$

Suy ra $t = \left(\frac{2}{g} + 0,01\right) \frac{1}{0,2} = 1,07\text{s}$

2) Đoạn đường đi được của A và B :

$$x_A = \frac{1}{2}gt^2 = 5,61\text{m} ; \quad x_B = 4,61\text{m}$$

Vận tốc : $v_A = gt = 10,49\text{m/s} ;$

$$v_B = g(t - 0,1) = 9,51 \text{ m/s}$$

4 Từ điểm O, cao hơn mặt đất là 25m, ném một hòn đá lên cao theo phương thẳng đứng với vận tốc là $v_0 = 20\text{m/s}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

1) Viết phương trình chuyển động của hòn đá.

- 2) Tìm độ cao tối đa viên đá lên được.
- 3) Sau bao lâu viên đá lại đi qua O.. Tính vận tốc khi đó.
- 4) Tìm thời điểm và vận tốc viên đá khi tới đất.

Hướng dẫn

- 1) Phương trình chuyển động

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

Chọn lúc ném lên làm gốc thời gian. O làm gốc tọa độ.

Ta có $x_0 = 0$

$$x = -\frac{10}{2}t^2 + 20t$$

$$x = -5t^2 + 20t \text{ (m)}$$

- 2) Khi lên tới độ cao tối đa (tại K) thì

$$v_K = 0$$

Từ $v^2 - v_0^2 = 2gx_K$

Suy ra $x_K = OK = \frac{v^2 - v_0^2}{2} = \frac{0 - 20^2}{2(-10)}$

$$OK = 20\text{m}$$

- 3) Khi viên đá lại đi qua O : $x_0 = 0 = -5t^2 + 20t$

Suy ra $t = 0$ và $t = 4\text{s}$.

Nghiệm $t = 0$ ứng với lúc ban đầu, khi đó $v = v_0 = 20\text{m/s}$.

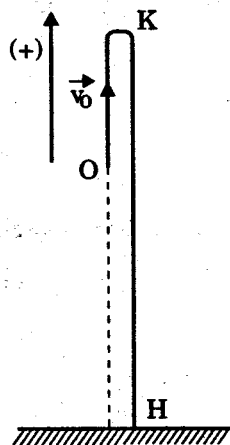
Nghiệm $t = 4\text{s}$ ứng với lúc rơi trở xuống đi qua O.

Vận tốc khi đó là :

$$v = gt + v_0 = -10t + 20$$

$$v = -10(4) + 20 = -20\text{m/s}$$

ngược chiều và bằng với vận tốc ban đầu



4) Khi viên đá rơi tới đất :

$$x_H = -25 = -5t^2 + 20t$$

Suy ra $5t^2 - 20t - 25 = 0$. Nghiệm là :

a) $t_1 = -1s$ (loại, vì viên đá tới đất sau điểm gốc thời gian nên phải có $t > 0$)

b) $t_2 = 5s$.

Vận tốc viên đá khi tới đất :

$$v_H = gt + v_0 = -10t + 20 = -30m/s$$

▲ CHUYỂN ĐỘNG TRÒN

1 Một vệ tinh nhân tạo bay quanh Trái Đất ở độ cao $h = 1600km$.

1) Tính trọng lượng vệ tinh. Cho khối lượng vệ tinh là $1000kg$, gia tốc trọng lực trên mặt đất là $g_0 = 9,8m/s^2$ và gia tốc này biến thiên theo độ cao h như sau :

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2, R = 6400km \text{ (bán kính Trái Đất)}$$

2) Tính vận tốc và chu kì của vệ tinh.

Hướng dẫn

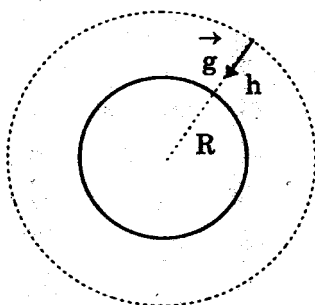
1) Trọng lượng vệ tinh ở độ cao h :

$$P = mg_h \text{ với } m = 1000kg$$

Với: $g_h = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 = 9,8 \left(\frac{6400}{8000} \right)^2$

$$g_h = 6,272m/s^2$$

Vậy $P = 6272N$



2) Gia tốc của vệ tinh là gia tốc trọng lực $\vec{g}$, hướng tâm.

Vậy:
$$g_h = \frac{v^2}{R + h}$$

Suy ra vận tốc dài của vệ tinh :

$$v = \sqrt{g_h(R + h)} = \sqrt{6,272.8000.10^3} = 7,084.10^3 \text{ m/s}$$

$$v = 7,084 \text{ km/s}$$

Chu kì vệ tinh là thời gian để vệ tinh quay được một vòng.

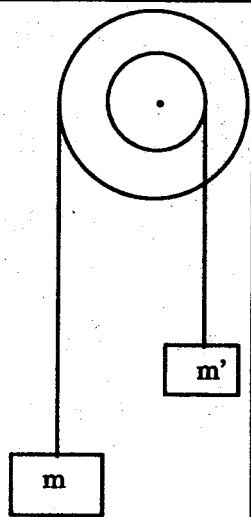
$$T = \frac{2\pi(R + h)}{v} = \frac{2\pi.8000.10^3}{7084.10^3} = 7092 \text{ s}$$

2 1) Cho một ròng rọc có hai rãnh, bán kính các rãnh lần lượt là $R_1 = 10\text{cm}$, $R_2 = 5\text{cm}$. Ròng rọc quay quanh trục với vận tốc $N = 4\text{vòng/s}$. Tính vận tốc dài của một điểm M trên rãnh lớn và điểm N trên rãnh nhỏ.

2) Trên các rãnh có cuốn các sợi dây mang các khối m và m' . Cho biết m đi xuống, nhanh dần với gia tốc $a_m = 2\text{m/s}^2$.

Tính : Vận tốc, gia tốc và quãng đường của m và m' sau khi m di chuyển được 4s.

Viết phương trình chuyển động của ròng rọc.



Hướng dẫn

- 1) Vận tốc góc của ròng rọc :

$$\theta' = 2\pi N = 8\pi \text{ rad/s}$$

Vận tốc dài của M trên rãnh lớn :

$$v_1 = R_1 \theta' = 10.8\pi = 251,2 \text{ cm/s}$$

Vận tốc dài của N trên rãnh nhỏ :

$$v_2 = R_2 \theta' = 40\pi = 125,6 \text{ cm/s}$$

- 2) Các khối m và m' có chuyển động nhanh dần đều. Vận tốc của m sau 4s

$$v_m = a_m t = 8 \text{ m/s}$$

Vận tốc góc của ròng rọc khi đó là :

$$\theta' = \frac{v_m}{R_1} = \frac{8}{0,1} = 80 \text{ rad/s}$$

Vận tốc dài của m' :

$$v_{m'} = \theta' \cdot R_2 = 80 \cdot 0,05 = 4 \text{ m/s}$$

Gia tốc góc của ròng rọc:

$$\theta'' = \frac{a_m}{R_1} = \frac{2}{0,1} = 20 \text{ rad/m}^2$$

Suy ra gia tốc dài của m' khi đó :

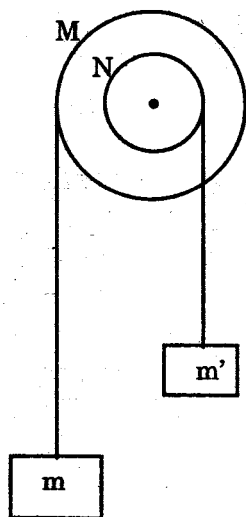
$$a_{m'} = \theta'' \cdot R_2 = 20 \cdot 0,05 = 1 \text{ m/s}^2$$

Quãng đường di chuyển của m và m' sau 4s :

$$x_m = \frac{1}{2} a_m t^2 = 16 \text{ m} ; x_{m'} = \frac{1}{2} a_{m'} t^2 = 8 \text{ m}$$

Phương trình chuyển động của ròng rọc : Ròng rọc có chuyển động quay nhanh dần đều

$$\theta(\text{rad}) = \frac{1}{2} \theta'' t^2 = 10 t^2, t \text{ tính ra s}$$



3

Cho một sợi dây dài 1m , có treo một quả cầu m . Đầu kia của sợi dây được buộc vào đầu O của một trục Oz thẳng đứng. Cho trục Oz quay đều với vận tốc $N = 2$ vòng/s thì sợi dây vẽ thành mặt nón có nửa góc ở đỉnh là 45° .

- 1) Tính vận tốc góc và vận tốc dài của quả cầu m .
- 2) Xác định véc tơ gia tốc của m .
- 3) Trục Oz đang quay với vận tốc trên thì được tăng tốc với gia tốc góc là $0,5\text{rad/s}^2$.
 - Viết phương trình quay của trục từ lúc bắt đầu tăng tốc.
 - Tính vận tốc của m sau khi quay thêm được 5 vòng.

Hướng dẫn

- 1) Vận tốc góc của m :

$$\theta' = 2\pi N = 4\pi \text{ rad/s}$$

Vận tốc dài : $v = \theta' \cdot R$

Trong đó $R = l \sin \alpha$

$$R = 1 \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$

Suy ra $v = 4\pi \frac{\sqrt{2}}{2} = 8,88 \text{ m/s}$

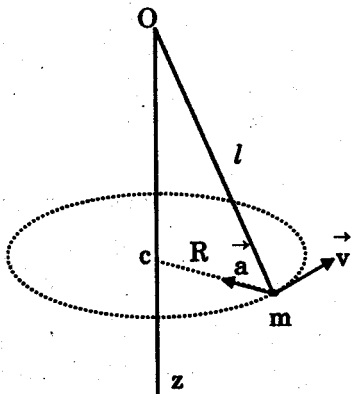
- 2) Vật m có gia tốc hướng tâm

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{8\pi^2}{\sqrt{2}/2} = 111,6 \text{ m/s}^2$$

3. Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu tăng tốc. Vậy vào lúc $t = 0$, vận tốc góc ban đầu của trục là $\theta'_0 = 4\pi \text{ rad/s}$.

Góc quay thêm được của trục (hay phương trình chuyển động quay) kể từ lúc tăng tốc là : $\theta = \frac{1}{2}\theta''t^2 + \theta'_0 t$

$$\theta \text{ (rad)} = 0,25t^2 + 4\pi \cdot t, \text{ t tính ra s}$$



Vận tốc góc sau khi quay thêm được 5 vòng :

$$\begin{aligned}\theta'^2 - \theta_0'^2 &= 2\theta'' \cdot \theta \\ &= 2\theta'' \cdot \theta = 2\theta'' \cdot 2\pi n \text{ với } n = 5 \text{ vòng}\end{aligned}$$

Suy ra $\theta'^2 = \theta_0'^2 + 20\pi \cdot \theta'' = 16\pi^2 + 10\pi$

$$\Rightarrow \theta' = 13,75 \text{ rad/s}$$

Vận tốc dài của m khi đó :

$$v_m = \theta' \cdot R = 9,7 \text{ m/s}$$

4 Một người đi xe đạp với vận tốc $\vec{v}$ trên một đoạn đường vòng nằm ngang với bán kính quỹ đạo là r . Coi như hệ "người + xe" có khối lượng là M tập trung tại trọng tâm G .

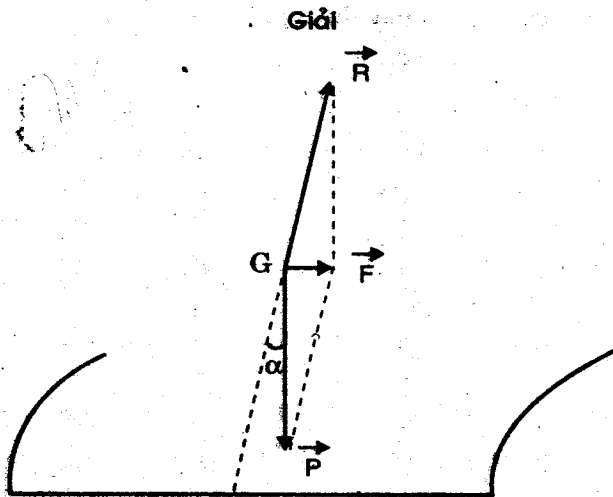
1) Phân tích các lực đặt vào G .

2) Cho $M = 100 \text{ kg}$, bán kính trung bình của mặt đường là $r = 10 \text{ m}$, bề rộng của mặt đường là $l = 5 \text{ m}$. Hỏi xe có thể chạy với vận tốc lớn nhất là bao nhiêu để không bị trượt ra phía ngoài đường vòng. Cho lực ma sát giữa mặt đường và các bánh xe là một lực tiếp xúc với mặt đường và có cường độ 200 N .

Vận tốc cực đại này cần thay đổi thế nào nếu mặt đường bị trơn hơn do trời mưa ?

3) Người ta có thể làm mặt đường nghiêng đi để xe có thể chạy vòng theo tim đường với vận tốc $11,4 \text{ km/giờ}$ mà không sợ bị trượt dù mặt đường thật nhẵn bóng. Nếu lực ma sát giữa mặt đường và các bánh xe vẫn như câu trên, xe có thể chạy với vận tốc lớn nhất ở trong khoảng nào để không bị trượt. Các vận tốc giới hạn trên có thể chạy trên phần nào của đường vòng ?

Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Độ nghiêng của mặt đường được định nghĩa là $\tan \alpha$ và có thể coi $\tan \alpha \approx \alpha \text{ (rad)}$



1) Các lực tác dụng vào hệ :

- Trọng lượng của hệ $\vec{P} = M \vec{g}$
 - Phản lực mặt đường $\vec{R}$
- Hợp lực $\vec{F} = \vec{P} + \vec{R}$

Hệ “người + xe” chuyển động tròn đều nên $\vec{F}$ là lực hướng tâm, có phương nằm ngang. Do đó phản lực $\vec{R}$ phải nghiêng như hình vẽ. Vì vậy khi xe đạp đi vào khúc quanh bao giờ cũng bị nghiêng vào phía trong đường vòng. Góc nghiêng với đường thẳng đứng là α xác định bởi :

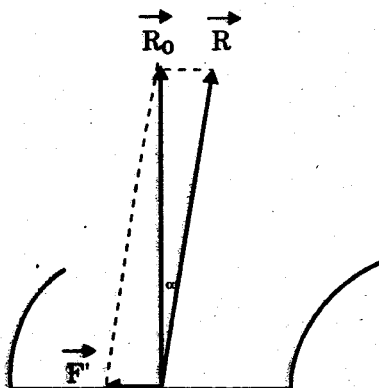
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{P} = \frac{M \frac{v^2}{r}}{Mg} = \frac{v^2}{rg}$$

Góc nghiêng α phụ thuộc vào vận tốc v của xe và bán kính đường vòng.

- Trên thực tế, phản lực của mặt đường đặt vào điểm tiếp xúc giữa bánh xe với mặt đường.

Trong trường hợp mặt đường hoàn toàn nhẵn bóng, phản lực $\vec{R}_0$ của mặt đường vuông góc với mặt đường. Phản lực này gồm hai thành phần :

- Phản lực nghiêng $\vec{R}$ như để cặp ở trên.
- Thành phần $\vec{F}'$ ly tâm, có khuynh hướng làm xe trượt ra phía ngoài đường vòng .

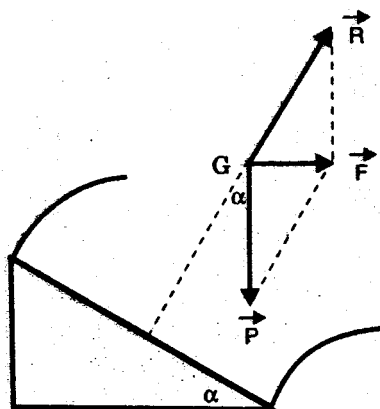


Vì vậy, nếu mặt đường hoàn toàn nhẵn bóng xe chạy vào khúc quanh sẽ bị trượt ra phía ngoài.

Trên thực tế, mặt đường bao giờ cũng có lực ma sát $\vec{f}_{ms}$ tác dụng vào bánh xe, ngược chiều với $\vec{F}'$. Xe chạy được trên khúc quanh khi $\vec{f}_{ms} = -\vec{F}'$.

Tuy nhiên lực ma sát $\vec{f}_{ms}$ có một giới hạn tối đa. Nếu $|\vec{F}'| > f_{ms}$ (tối đa) thì xe sẽ bị trượt ra ngoài.

Để xe có thể chạy được đường vòng, người ta làm mặt đường nghiêng một góc α sao cho $\vec{R}_0$ trùng với $\vec{R}$, để cho $\vec{F}' = 0$.



- 2) Để xe không bị trượt khi chạy vào khúc quanh, cần có điều kiện : $F' \leq f_{ms}$ với $F' = M \frac{v^2}{r}$

Để giảm bớt F' khi có v lớn, xe phải chạy sát ra mép ngoài đường vòng có bán kính là :

$$r_1 = r + \frac{l}{2} = 12,5\text{m}$$

$$M \frac{v^2}{r_1} \leq f_{ms}$$

Vận tốc lớn nhất là v_1 thỏa : $M \frac{v_1^2}{r_1} = f_{ms}$

$$\text{Suy ra } v_1 = \sqrt{\frac{r_1 \cdot f_{ms}}{M}} = \sqrt{\frac{12,5 \cdot 200}{100}} = 5\text{m/s}$$

$$v_1 = 18\text{km/h}$$

Khi trời mưa, mặt đường trơn hơn nên lực ma sát f_{ms} giảm, do đó, muốn không bị trượt xe phải giảm bớt vận tốc.

3) Tính góc nghiêng của mặt đường

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{rg} \text{ với } v = 11,4 \text{ km/h} = \frac{19}{6} \text{ m/s}$$

$$\tan \alpha = \frac{19^2}{3600} = 0,1003$$

$$\alpha = 0,1003 \text{ rad} = 5^\circ 43'$$

Khi xe chạy sát mép trong, vận tốc để không bị trượt phải

$$\text{thỏa điều kiện : } F' = M \frac{v_1^2}{r_n} \leq f_{ms}$$

Vậy v_1 lớn nhất ứng với :

$$M \frac{v_1^2}{r_n} = f_{ms} \text{ với } r_n = r - \frac{l}{2} = 7,5\text{m}$$

$$\text{Suy ra : } v_1^2 = \frac{r_n \cdot f_{ms}}{M} = \frac{7,5 \cdot 200}{100} = 15$$

$$v_1 = \sqrt{15} \text{ m/s}$$

Khi xe chạy sát mép ngoài ($r_1 = 12,5\text{m}$) :

$$F' = M \frac{v_2^2}{r_1} \leq f_{ms}$$

$$\text{Suy ra : } v_2^2 (\text{lớn nhất}) = \frac{r_1 \cdot f_{ms}}{M} = 25$$

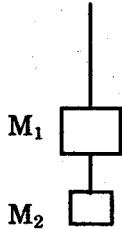
$$v_2 = 5\text{m/s}$$

Vậy vận tốc lớn nhất của xe phải ở trong giới hạn :

$$\sqrt{15} \text{ m/s} \leq v (\text{lớn nhất}) \leq 5\text{m/s}$$

▲ TOÁN TỔNG HỢP

- 1** Hai khối $M_1 = 3\text{kg}$, $M_2 = 1\text{kg}$ được nối với nhau và treo bằng một sợi dây như hình vẽ. Cho $g = 10\text{SI}$. Tính sức căng của hai sợi dây trong trường hợp:



- 1) Hệ đứng yên.
- 2) Hệ được kéo lên, nhanh dần đều với gia tốc $a = 2\text{m/s}^2$

Giải

- 1) Khi hệ đứng yên

- Xét khối M_2 :

$$\sum \vec{F} = M_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

Suy ra $T_2 = M_2 g = 10\text{N}$

- Xét khối M_1 :

$$\sum \vec{F} = M_1 \vec{g} + \vec{T}_1 + (-\vec{T}_2) = \vec{0}$$

hay $T_1 = M_1 g + T_2 = 30 + 10 = 40\text{N}$

- 2) Khi hệ đi lên, nhanh dần, gia tốc

$$a = 2\text{m/s}^2$$

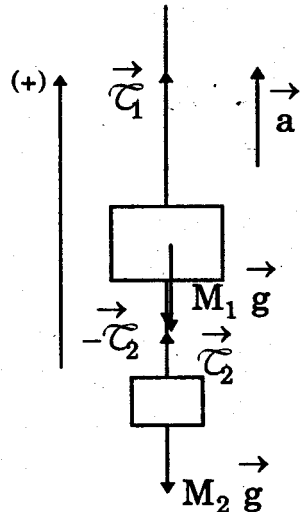
- Xét khối M_2 :

$$\sum F = -M_2 g + T_2 = M_2 a$$

Suy ra : $T_2 = M_2(g + a) = 12\text{N}$

- Xét khối M_1 : $\sum F = T_1 - M_1 g - T_2 = M_1 a$

Suy ra : $T_1 = M_1(g + a) + T_2 = 36 + 12 = 48\text{N}$



2

Một người A, khối lượng $M = 80\text{kg}$ đứng trong một thang máy chuyển động theo phương thẳng đứng. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

- 1) Thang máy đi lên, nhanh dần đều với gia tốc 1m/s^2 . Tính phản lực của sàn thang máy lên người A.
- 2) Cho biết khi người này đứng trên một cái cân, thang máy vẫn đi lên, độ chỉ của cân là 72 kg . Hỏi tính chất chuyển động của thang máy. Tính gia tốc.
- 3) Nếu thang máy rơi xuống nhanh dần đều với gia tốc bằng g thì cân chỉ bao nhiêu ?

Giải

- 1) Gia tốc $\vec{a}$ hướng lên.

Người A cân bằng do các lực :

- Trọng lượng $\vec{P} = M\vec{g}$
- Phản lực $\vec{R}$ của sàn
- Lực quán tính $\vec{F}' = -M\vec{a}$ hướng xuống

Ta có : $\vec{R} + \vec{P} + \vec{F}' = \vec{0}$

Suy ra $R = P + F' = Mg + Ma = 880\text{N}$

- 2) Độ chỉ của cân cho ta biết phản lực của mặt cân tác dụng lên người A.

Ta có $R = 72.g = 72.10 = 720\text{N}$

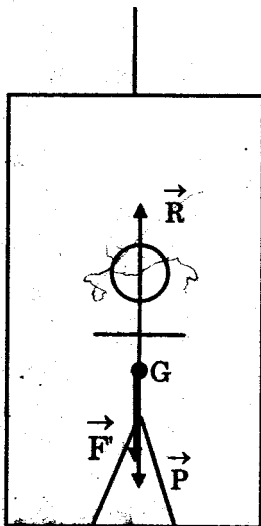
Và $\vec{R} = -(\vec{P} + \vec{F}')$ với $P = Mg = 800\text{N}$

Người A dường như nhẹ đi. Suy ra lực quán tính $\vec{F}'$ hướng lên.

Thực vậy, trong trường hợp này ta có :

$$R = P - F'$$

Suy ra $F' = P - R = 800 - 720 = 80\text{N}$



Ta có: $\vec{F}' = -M \vec{a}$, suy ra $\vec{a}$ hướng xuống, ngược chiều với $\vec{v}$.
 Vậy thang máy chuyển động chậm dần đều.

Gia tốc $a = \frac{F'}{M} = \frac{80}{80} = 1 \text{ m/s}^2$

- 3) Thang máy rơi xuống ($\vec{v}$ hướng xuống) nhanh dần đều, vậy gia tốc $\vec{a} = \vec{g}$ (hướng xuống).

Lực quán tính tác dụng vào người A là :

$$\vec{F}' = -M \vec{a} = -M \vec{g} = -\vec{P}$$

Khi đó phản lực của sàn thang máy, hay độ chỉ của cân là không. Người A dường như không có trọng lượng (Tình trạng vô trọng lượng).

3 Một xe hơi có khối lượng $M = 4000 \text{ kg}$ chạy trên đường ngang với vận tốc $v = 90 \text{ km/g}$. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$. Lực ma sát trên mặt đường là 300 N/tấn .

- 1) Ta muốn xe dừng lại sau khi chạy thêm được 50 m kể từ lúc tắt máy và hãm thắng thì lực thắng F_t là bao nhiêu ?
- 2) Xác định vị trí cân bằng của một dây dọi treo trên trần xe.
- 3) Trong xe có một chậu nước. Cạnh của đáy chậu có phương song song với phương chuyển động, dài là $l = 20 \text{ cm}$. Tính độ lệch của hai mực nước ở hai thành chậu vuông góc với phương chuyển động.

Giải

1) Ta có: $M = 4000 \text{ kg} = 4 \text{ tấn}$.

Lực ma sát: $f_{ms} = 300.4 = 1200 \text{ N}$

Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2ax$

Khi xe ngừng: $v = 0$, $x = 50 \text{ m}$, $v_0 = 90 \text{ km/g} = 25 \text{ m/s}$.

Suy ra :
$$a = \frac{0 - v_0^2}{2x} = \frac{-25^2}{100} = -6,25 \text{ m/s}^2$$

(chiều dương là chiều chuyển động)

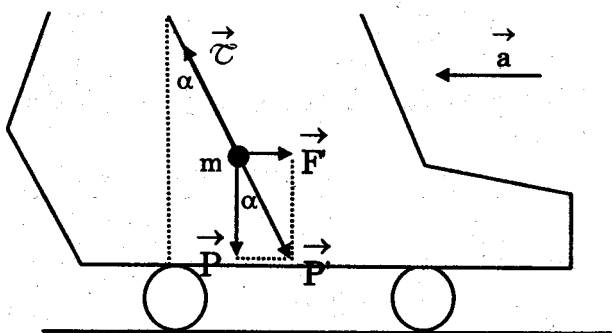
Hợp lực tác dụng:

$$\sum F = -F_t - f_{ms} = M.a = 4000(-6,25)$$

Suy ra lực thắng là:

$$F_t = 25000 - 1200 = 23800 \text{ N}$$

2) Quả dọi m chịu tác dụng của các lực



- Trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$
- Sức căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$ hướng về phía trước xe làm sợi dây lệch về phía trước một góc là α .

$$\text{tg} \alpha = \frac{F'}{P} = \frac{|ma|}{mg} = \frac{|a|}{g}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{6,25}{10} = 0,625$$

$$\alpha = 32^\circ$$

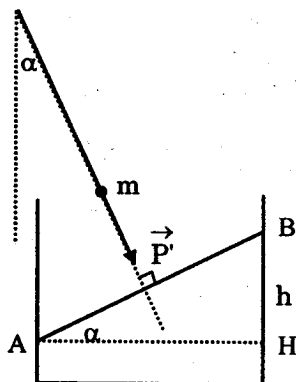
- 3) Trong chuyển động trên của xe, quả dọi dường như có trọng lượng là $\vec{P}'$ (gọi là trọng lượng biểu kiến).

Mặt thoáng của nước nghiêng đi sao cho vuông góc với phương của $\vec{P}'$ (tương tự như khi xe đứng yên, mặt nước vuông góc với $\vec{P}$).

Vậy hai mực nước chênh nhau là

$$h = AH \cdot \tan \alpha = 20 \cdot \tan 32^\circ = 20 \cdot 0,625$$

$$h = 12,5 \text{ cm}$$



- 4** Một xe hơi có khối lượng $M = 1000 \text{ kg}$ chạy vào một khúc quanh với vận tốc 54 km/g . Khúc quanh có bán kính là $r = 30 \text{ m}$. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Đ) Nếu lực ma sát không đáng kể. Mặt đường phải nghiêng một góc bao nhiêu?

2) Tính gia tốc và hợp lực tác dụng vào trọng tâm xe.

3) Tính phản lực của mặt đường.

4) Cho mặt đường nằm ngang có ma sát mà trị số lớn nhất là $\varphi = 400 \text{ N}$. Tìm vận tốc lớn nhất của xe để không bị trượt ra ngoài khúc quanh.

5) Một sợi dây treo vào trần xe và có mang một quả cầu $m = 100 \text{ g}$. Xe chạy với vận tốc lớn nhất như câu (4). Xác định vị trí cân bằng của dây treo. Tính sức căng dây.

Giải

1) Hợp lực $\vec{F} = \vec{P} + \vec{R}$ là lực hướng tâm : $F = M \frac{v^2}{r}$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{F}{P} = \frac{M \frac{v^2}{r}}{Mg} \quad \text{với } v = 54 \text{ km/g} = 15 \text{ m/s}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{15^2}{30 \cdot 10} = 0,75.$$

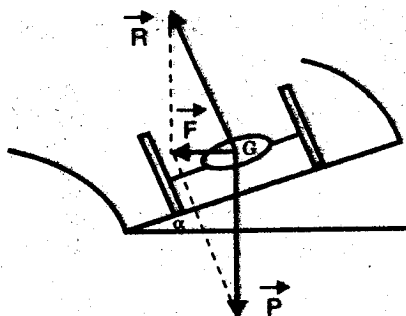
Suy ra $\alpha = 36^\circ 52'$

2) Gia tốc hướng tâm :

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{15^2}{30} = 7,5 \text{ m/s}^2$$

Hợp lực tác dụng vào xe :

$$F = Ma = 7500 \text{ N}$$



3) Phản lực mặt đường:

$$R = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{Mg}{\cos \alpha} = \frac{10000}{0.799} = 12.515 \text{ N}$$

4) Để xe không bị trượt ra ngoài khúc quanh, ta phải có lực ly tâm F' nhỏ hơn φ :

$$F' = M \frac{v^2}{r} \leq \varphi$$

$$\text{Vậy } v \text{ lớn nhất là : } v_1 = \sqrt{\frac{\varphi r}{M}} = \sqrt{\frac{400 \cdot 30}{1000}} = \sqrt{12} \text{ m/s}$$

$$v_1 = 12,5 \text{ km/g}$$

5) Lực quán tính $\vec{f}$ tác dụng vào quả dọi làm sợi dây lệch về phía ngoài đường vòng :

$$f = m \frac{v_1^2}{r}$$

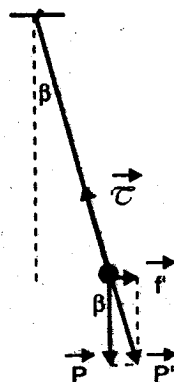
$$\text{Ta có } \operatorname{tg} \beta = \frac{f}{P} = \frac{m \frac{v_1^2}{r}}{mg} = \frac{v_1^2}{rg} = \frac{12}{30 \cdot 10} = 0,04$$

Suy ra $\beta = 0,04 \text{ rad}$

Sức căng dây :

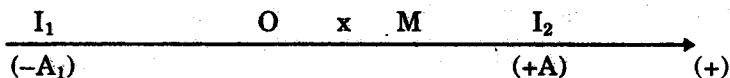
$$\mathcal{T} = P' = \frac{P}{\cos \beta} = \frac{mg}{\cos \beta} = \frac{1}{0,999}$$

$$\mathcal{T} \approx 1 \text{ N}$$



A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

I. PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA



$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Trong đó:

O là vị trí cân bằng của động tử

x là li độ vào lúc t của động tử

A là biên độ

ω là tần số góc

φ là pha ban đầu

II. CHU KÌ VÀ TẦN SỐ

Chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ tính ra giây (s)}$$

Tần số

$$N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ tính ra Hertz (Hz)}$$

III. VẬN TỐC

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

Hệ thức giữa v và x

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

Nhận xét:

$v = 0$ ở các vị trí ngoại biên ($x = \pm A$)

$|v| = A\omega$ (cực đại) ở vị trí cân bằng

IV. GIA TỐC

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = -\omega^2 x$$

V. LỰC TÁC DỤNG VÀO ĐỘNG TỬ

Lực phục hồi $\vec{F}$ luôn luôn hướng về vị trí cân bằng

$$\vec{F} = -m\omega^2 \vec{x}$$

với $m\omega^2 = k$ (hằng số), m = khối lượng của động tử.

VI. ỨNG DỤNG

Chuyển động của vật gắn vào lò xo.

Hợp lực tác dụng $\vec{F} = \vec{\mathcal{T}} + \vec{P}$ là lực phục hồi ($\vec{\mathcal{T}}$ là sức căng lò xo, $\vec{P}$ là trọng lượng của vật) có dạng :

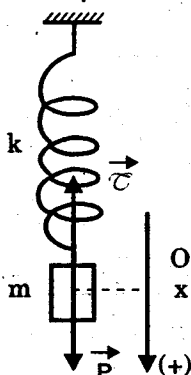
$$F = -kx$$

Với k là hệ số đàn hồi của lò xo.

Vật dao động điều hòa với

Tần số góc : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Chu kỳ : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$



B. TOÁN

▲ VẬT DAO ĐỘNG ĐƠN GIẢN

1 Treo một vật có khối lượng $m = 300\text{g}$ vào một lò xo có chiều dài ban đầu là $l_0 = 20\text{cm}$. Độ giãn lò xo tỉ lệ với lực tác dụng và cho biết lò xo giãn 1cm khi lực kéo là $0,75\text{N}$. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

- a) Tìm chiều dài lò xo khi treo vào vật m .
b) Kéo vật xuống khỏi vị trí cân bằng là 2cm rồi buông cho dao động. Lập phương trình dao động của vật. Chọn chiều dương đi xuống và gốc thời gian là lúc buông vật.

Hướng dẫn

a. Hệ số đàn hồi của lò xo:

$$k = \frac{f}{\Delta l} = \frac{0,75}{0,01} = 75\text{N/m}$$

Độ giãn lò xo khi treo vật:

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,3 \cdot 10}{75} = \frac{3}{75} = 0,04\text{m}$$

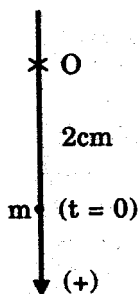
Chiều dài lò xo:

$$l = l_0 + \Delta l = 24\text{cm}$$

b. Phương trình dao động $x = A \sin(\omega t + \varphi)$

với biên độ $A = 2\text{cm}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{75}{0,3}} = 5\sqrt{10} \text{ rad/s}$$



- Xác định pha ban đầu φ
Xét gốc thời gian : $t = 0$
Khi đó $x = +2\text{cm}$. Thay vào phương trình dao động, ta có : $+2 = 2 \sin \varphi$
Suy ra $\sin \varphi = 1$ hay $\varphi = \frac{\pi}{2}$
Vậy $x(\text{cm}) = 2 \sin(5\sqrt{10} t + \frac{\pi}{2})$

2

Vật có khối lượng 200g treo vào một lò xo có hệ số đàn hồi (hay độ cứng) là $k = 200\text{N/m}$. Cho $g = 10\text{m/s}^2$

- Treo hệ vào trần một thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc $a = 2\text{m/s}^2$. Tìm chiều dài lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Cho chiều dài ban đầu của lò xo là $l_0 = 20\text{cm}$.
- Bây giờ cho thang máy chuyển động đều. Kéo vật xuống khỏi vị trí cân bằng là 3cm rồi buông ra. Chọn chiều dương hướng lên và gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng lần thứ nhất. Viết phương trình dao động.
- Tính chu kỳ dao động, gia tốc và vận tốc của vật khi cách vị trí cân bằng là 1cm .

Hướng dẫn

- Vật cân bằng dưới tác dụng của các lực :

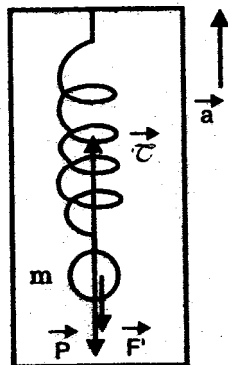
- Sức căng lò xo $\vec{C}$

$$C = k \cdot \Delta l, \Delta l = \text{độ dãn của lò xo.}$$

- Trọng lượng của vật $\vec{P} : P = mg$

- Lực quán tính $\vec{F} = -m \vec{a}$

Ta có
$$\vec{C} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$



hay

$$k.\Delta l = mg + ma = m(g + a)$$

$$\Delta l = \frac{m(g + a)}{k} = \frac{0,2(10 + 2)}{200} = 0,012\text{m}$$

$$l = l_0 + \Delta l = 21,2 \text{ cm}$$

- b) Khi thang máy chuyển động đều thì gia tốc $a = 0$. Vật có vị trí cân bằng giống như thang máy đứng yên.

Phương trình dao động $x = A \sin(\omega t + \varphi)$

$$\text{Với } A = 3\text{cm}, \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{0,2}} = 10\sqrt{10} \text{ rad/s}$$

Khi $t = 0$, vật đi qua vị trí cân bằng thứ nhất. Vậy vận tốc hướng lên: $v(t = 0) > 0$.

Khi đó $x = A \sin \varphi = 0$, suy ra $\sin \varphi = 0$ hay $\varphi = 0$ hoặc π .

Nếu $\varphi = \pi$: $v(t = 0) = A\omega \cos \varphi = A\omega \cos \pi < 0$: trái giả thiết trên

Vậy $\varphi = 0$, khi đó $v(t = 0) = A\omega \cos 0 > 0$

$$x \text{ (cm)} = 3 \sin 10\sqrt{10} t$$

$$\text{c) Chu kì } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{10}} = 0,2\text{s}$$

$$\text{Gia tốc } a = -\omega^2 x = -1000(\pm 1) = \pm 1000 \text{ cm/s}^2$$

$$\text{Vận tốc } v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2) = 1000(9 - 1) = 8000$$

$$v = \pm 10\sqrt{80} \text{ cm/s}$$

3

Lò xo có độ cứng $k = 20\text{N/m}$ có mang một vật $m = 200\text{g}$ và được treo vào trần một thang máy.

a. Thang máy đứng yên. Cho vật dao động theo phương thẳng đứng:

– Tính tần số và chu kỳ.

- Nếu đặt thêm lên vật một gia trọng $\Delta m = 2g$ thì chu kỳ thay đổi thế nào? bao nhiêu?
- b) Cho thang máy đi lên, nhanh dần đều với gia tốc là $2m/s^2$ và cho vật m dao động theo phương thẳng đứng. Chứng minh vật vẫn dao động điều hòa. Tính chu kỳ

Hướng dẫn

a) Chu kỳ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{20}} = \frac{2\pi}{10} = 0,63s$

Tần số $N = \frac{1}{T} = \frac{10}{2\pi} = 1,59 \text{ (Hz)}$

Chu kỳ khi có thêm gia trọng: $T' = 2\pi\sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}} > T$: chu kỳ tăng

Ta có $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}}$

$$= \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)^{1/2} = \left(1 + \frac{2}{200}\right)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{200}$$

Suy ra $\frac{T'}{T} - 1 = \frac{1}{200}$ hay $\frac{T' - T}{T} = \frac{1}{200}$

$$\Delta T = T' - T = \frac{T}{200} = \frac{0,63}{200} = 0,003 \text{ s}$$

- b) Thang máy đi lên, nhanh dần đều với gia tốc $a = 2m/s^2$

Khi vật ở vị trí cân bằng:

$$\vec{C}_0 + \vec{P} + \vec{F}' = \vec{0} \text{ (Xem bài giải 2)}$$

hay $k \cdot \Delta L_0 = m(g + a)$

Với ΔL_0 = độ dãn lò xo ứng với vị trí cân bằng.

Xét khi vật cách vị trí cân bằng là

x. Trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$ và lực

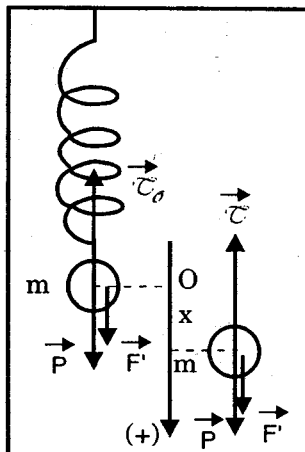
quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$ không thay đổi nhưng sức căng lò xo bây giờ là : $\vec{C} = k(\Delta l_0 + x)$

Hợp lực tác dụng vào vật là :

$$\begin{aligned} F &= -\vec{C} + \vec{P} + \vec{F}' \\ &= -k(\Delta l_0 + x) + mg + ma \\ &= -k\Delta l_0 + m(g + a) - kx \\ m\vec{a} &= -kx : \text{lực phục hồi} \end{aligned}$$

Vậy vật có dao động điều hòa.

$$\text{Chu kỳ } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,63s$$



4

Một vật hình trụ, chiều cao $h = 10cm$, khối lượng riêng là $\rho = 0,8g/cm^3$ đứng cân bằng trong nước theo phương thẳng đứng.

- Tính chiều cao phần chìm của vật.
- Vật đang ở vị trí cân bằng, ấn vật xuống một đoạn là $1cm$ theo phương thẳng đứng rồi buông ra cho tự do chuyển động. Chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa. Tính tần số góc. Cho $g = 10m/s^2$

Hướng dẫn

a) Vật cân bằng do hai lực :

- Trọng lượng của vật :

$$P = mg = hspg \text{ với } s \text{ là thiết diện}$$

- Lực đẩy Archimede của nước :

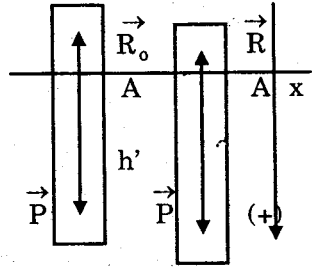
$$R_0 = h'sp'g$$

với h' = chiều cao phần chìm của vật.

ρ' = khối lượng riêng của nước.

Ta có $P = R_0$ hay $h'sp'g = h'sp'g$

$$\text{Suy ra } h' = h \frac{\rho}{\rho'} = 10 \cdot \frac{0,8}{1} = 8\text{cm}$$



Khi đó mặt nước ngang với vạch A trên vật

b) Xét khi vật chìm thêm một đoạn x so với vị trí cân bằng.

Lấy vị trí cân bằng là vị trí mặt nước.

Lực đẩy Archimede bây giờ :

$$R = (h' + x)sp'g$$

$$\text{Hợp lực} \quad F = P - R = h'sp'g - (h' + x)sp'g$$

$$= h'sp'g - h'sp'g - xsp'g$$

$$= P - R_0 - sp'gx = -sp'gx$$

với $sp'g = k$ (hằng số)

Vậy $F = -kx$: lực hồi phục, nên vật dao động điều hòa

$$\text{với} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ trong đó } k = sp'g ; m = sh\rho$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho'g}{\rho h}} = \sqrt{\frac{10^3 \cdot 10}{800 \cdot 0,1}} = 5\sqrt{5} \text{ rad/s}$$

5

Một ống chữ U có chứa 200g thủy ngân. Thiết diện của ống là $S = 0,5\text{cm}^2$. Hai nhánh của ống có phương thẳng đứng. Khối lượng riêng của thủy ngân là $\rho = 13,6\text{g/cm}^3$. Ấn mực thủy ngân ở một nhánh xuống rồi buông ra cho dao động.

a. Chứng tỏ thủy ngân trong ống dao động điều hòa.

b. Tính chu kỳ dao động.

Hướng dẫn

- a) Chọn vị trí cân bằng O là vị trí mặt thoáng của thủy ngân khi cân bằng. Chiều dương như hình vẽ.

Xét khi mực thủy ngân ở nhánh B cao hơn O là x . Khi đó mực thủy ngân ở nhánh A thấp hơn O cũng là x .

Trọng lượng P của một thủy ngân chênh lệch giữa hai nhánh, có chiều cao $2x$, làm thủy ngân trong ống chữ U dao động

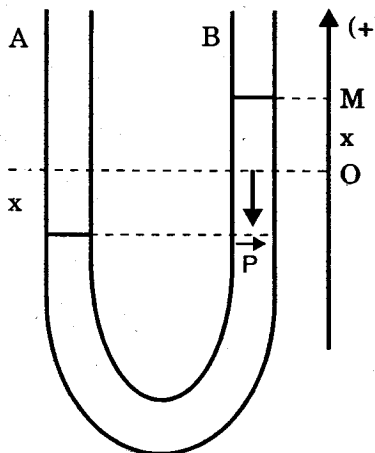
Lực tác dụng là $F = -P = -mg$, trong đó m = khối lượng cột thủy ngân chênh lệch

$$m = s \cdot 2x \cdot \rho$$

$$\text{Vậy } F = -2s\rho g \cdot x = -kx$$

với $k = 2s\rho g$ (hằng số)

Suy ra $\vec{F}$ là lực phục hồi, nên thủy ngân trong ống dao động điều hòa.



- b) Chu kỳ $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ với $M = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$ (khối lượng cả khối thủy ngân trong ống chữ U)

$$k = 2s\rho g = 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 13,5 \cdot 10^3 \cdot 10 = 13,6 \text{ N/m}$$

$$\text{Vậy } T = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{13,6}} = 0,76 \text{ s}$$

- 6** Giải lại bài toán trên nếu ống có một nhánh thẳng đứng, nhánh thứ hai nghiêng với phương thẳng đứng một góc $\theta = 30^\circ$

Hướng dẫn

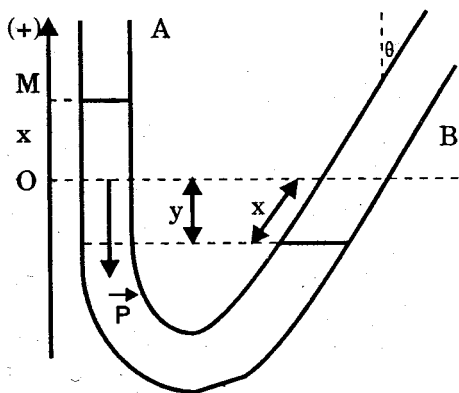
Xét khi mực thủy ngân trong nhánh a cao hơn vị trí cân bằng O là x. Khi đó, mực thủy ngân ở nhánh B thấp hơn O là y.

Lực gây ra chuyển động của thủy ngân trong ống là trọng lượng cột thủy ngân chênh lệch ở hai nhánh, có chiều cao

$$h = x + y \text{ với } y = x \cos\theta.$$

$$h = x(1 + \cos\theta)$$

$$F = -P = -mg = -s.h.\rho.g$$



$$F = -s(1 + \cos\theta)\rho g.x = -kx \text{ (lực hồi phục)}$$

với

$$k = s\rho g(1 + \cos\theta)$$

$$= 0,5.10^{-4}.13,6.10^3.10.(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 12,7\text{N/m}$$

Vậy thủy ngân dao động điều hòa :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} = 0,79 \text{ s}$$

Nhận xét : nếu nhánh B cũng thẳng đứng thì $\theta = 0$, ta có kết quả giống bài 5.

▲ VẬT DAO ĐỘNG GẮN VỚI NHIỀU Lò XO

1

Cho hai lò xo nối tiếp có hệ số đàn hồi lần lượt là $k_1 = 20\text{N/m}$, $k_2 = 30\text{N/m}$, treo vào một điểm cố định và có mang một vật A ($m = 400\text{g}$). Cho biết khi $t = 0$ thì A đi qua vị trí cân bằng, đang đi xuống với vận tốc $v_0 = 0,9\text{m/s}$.

- Tìm hệ số đàn hồi của lò xo tương đương với hệ hai lò xo nối tiếp này.
- Lập phương trình dao động của A.

Hướng dẫn

- Khi A cân bằng, ta có :

$$P = mg = \mathcal{T}_1 = \mathcal{T}_2$$

$\mathcal{T}_1 = k_1 \Delta l_1$ là sức căng lò xo thứ nhất

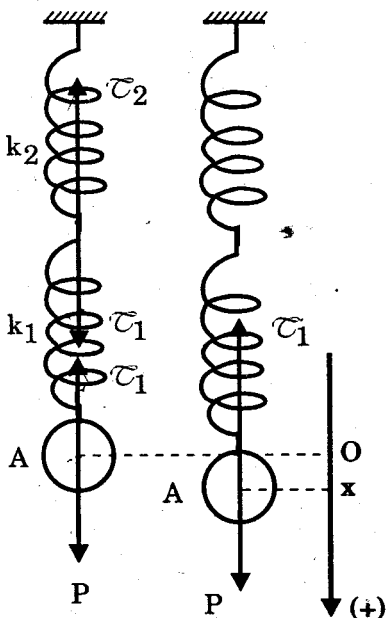
$\mathcal{T}_2 = k_2 \Delta l_2$ là sức căng lò xo hai

với $\Delta l_1, \Delta l_2$ là độ giãn của hai lò xo khi A ở vị trí cân bằng Xét khi A cách vị trí cân bằng là x (hình vẽ). Khi đó các lò xo giãn thêm lần lượt là x_1 và x_2 với $x = x_1 + x_2$

Sức căng của các lò xo là

$$\mathcal{T}_1 = k_1(\Delta l_1 + x_1)$$

$$\mathcal{T}_2 = k_2(\Delta l_2 + x_2)$$



Hợp lực tác dụng vào A là .

$$F = P - \mathcal{T}_1 = mg - k_1(\Delta l_1 + x_1) = -k_1 x_1$$

Độ giãn lò xo tỉ lệ nghịch với hệ số đàn hồi của lò xo nên ta có:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

Vậy $x_2 = \frac{k_1}{k_2} x_1$

Suy ra $x = x_1 + x_2 = x_1 + \frac{k_1}{k_2} x_1 = \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) x_1 = \frac{k_2 + k_1}{k_2} x_1$

hay $x_1 = \frac{k_2}{k_2 + k_1} x$

Suy ra $F = -k_1 \frac{k_2}{k_2 + k_1} x = -kx$: lực phục hồi

với $k = \frac{k_1 k_2}{k_2 + k_1}$ (hằng số)

Vậy hai lò xo nối tiếp trên tương đương với một lò xo có hệ số đàn hồi là: $k = \frac{k_1 k_2}{k_2 + k_1} = 12 \text{ N/m}$

hay $\boxed{\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$

Vật A dao động điều hòa

b) Phương trình dao động $x = A_0 \sin(\omega t + \varphi)$

với A_0 = biên độ ; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{12}{0,4}} = \sqrt{30} \text{ rad/s}$

Khi $t = 0$: $x = 0 = A_0 \sin \varphi$ suy ra $\sin \varphi = 0$ hay $\varphi = 0, \pi$ lúc đó, với chiều dương như hình vẽ, ta có

$$v_0 (t = 0) = A_0 \omega \cos \varphi > 0 \text{ hay } \cos \varphi > 0$$

Vậy $\varphi \neq \pi$ (vì $\cos \pi = -1$). Suy ra $\varphi = 0$

Ngoài ra $v_0 = 0,9 \text{ m/s} = A_0 \omega \cos \varphi = A_0 \omega$, suy ra :

$$A_0 = \frac{v_0}{\omega} = \frac{0,9}{\sqrt{30}} \text{ m} = 0,16 \text{ m}$$

Vậy $x = 16 \sin(\sqrt{30} t) \text{ cm}$

2

Cho hai lò xo có hệ số đàn hồi lần lượt là 25N/m và 35N/m , mắc song song với nhau vào hai điểm cố định gần nhau. Treo vào hai lò xo này một vật nhỏ có khối lượng $m = 400\text{g}$ và cho vật dao động theo phương thẳng đứng.

- Tính hệ số đàn hồi của lò xo tương đương với hệ hai lò xo mắc song song này.
- Tính chu kỳ dao động của A.

Hướng dẫn

- Khi vật ở vị trí cân bằng O

$$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$$

hay $P = T_1 + T_2$

với $T_1 = k_1 \Delta l_1$, $T_2 = k_2 \Delta l_2$ lần lượt là sức căng của các lò xo.

Khi vật cách vị trí cân bằng là x , sức căng của các lò xo lần lượt là :

$$T_1 = k_1(\Delta l_1 + x)$$

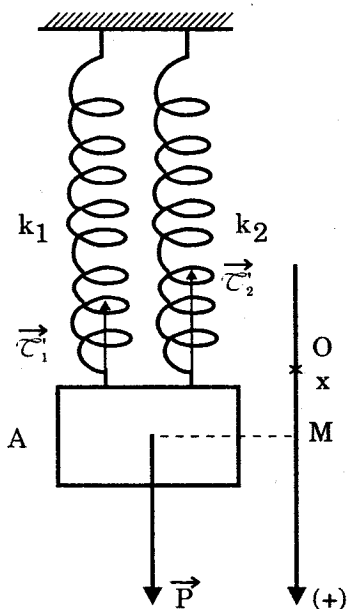
$$T_2 = k_2(\Delta l_2 + x)$$

Hợp lực tác dụng vào vật:

$$F = P - T_1 - T_2$$

$$= P - k_1(\Delta l_1 + x) - k_2(\Delta l_2 + x)$$

$$F = -(k_1 + k_2)x : \text{lực hồi phục}$$



Vậy hai lò xo mắc song song trên tương đương một lò xo có hệ số đàn hồi là :

$$k = k_1 + k_2$$

- Chu kỳ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,4}{25 + 35}} = \frac{2\pi}{\sqrt{150}} = 0,51\text{s}$$

- 3** a) Cho hai lò xo R_1 và R_2 có độ cứng bằng nhau là $k_1 = k_2 = 40 \text{ N/m}$ nối tiếp với nhau, được treo vào một điểm cố định và có mang một quả cầu A ($m = 200 \text{ g}$) cho A dao động điều hòa Tính chu kì.
- b) Cắt R_1 thành hai phần bằng nhau rồi treo vật A nói trên vào một nửa lò xo và cho A dao động điều hòa. Tính chu kì dao động.

Hướng dẫn

- a) Hai lò xo nối tiếp nên hệ số đàn hồi của lò xo tương đương là k.

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{2}{40}$$

Suy ra: $k = 20 \text{ N/m}$

Chu kì dao động của vật :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{20}} = 0,63 \text{ s}$$

- b) Gọi k' là hệ số đàn hồi của mỗi nửa lò xo. Ta có thể coi lò xo R_1 là hai nửa lò xo này nối tiếp với nhau. Vậy ta có :

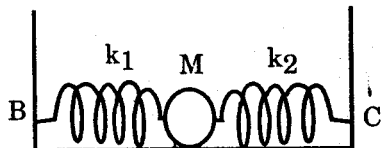
$$\frac{1}{k_1} = \frac{1}{k'} + \frac{1}{k'} = \frac{2}{k'}$$

Suy ra: $k' = 2k_1 = 80 \text{ N/m}$

Chu kì dao động của A là :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{80}} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

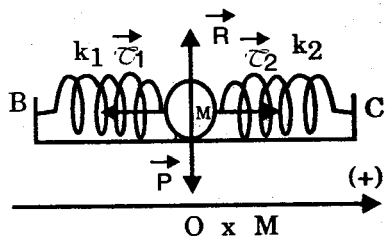
- 4** Cho vật M ($m = 100\text{g}$) nối với hai lò xo ở trên mặt ngang như hình vẽ. Hệ số đàn hồi của các lò xo là $k_1 = 15\text{N/m}$, $k_2 = 25\text{N/m}$.



- a) Phân tích các lực tác dụng vào M khi cân bằng.
 b) Kéo M khỏi vị trí cân bằng một đoạn 4cm theo phương BC rồi buông cho dao động.
 Chứng minh vật dao động điều hòa. Lập phương trình dao động. Bỏ qua các lực ma sát.

Hướng dẫn

- a) Trọng lượng $\vec{P} = m\vec{g}$ của vật bị cân bằng bởi phản lực $\vec{R}$ của mặt ngang. Khi M ở vị trí cân bằng O , các lực căng $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ của hai lò xo trực đối nhau.



Ta có : $\vec{P} + \vec{R} = 0$

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \text{ hay } k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2$$

Δl_1 và Δl_2 là các độ dãn (hay độ nén) của hai lò xo khi vật cân bằng.

- b) Xét khi vật ở vị trí có li độ là x (hình vẽ).

Khi đó các sức căng lò xo là :

$$T_1 = k_1(\Delta l_1 + x) ; T_2 = k_2(\Delta l_2 - x)$$

Hợp lực tác dụng vào vật là :

$$F = \mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1 = k_2(\Delta l_2 - x) - k_1(\Delta l_1 + x)$$

$$F = k_2\Delta l_2 - k_1\Delta l_1 - (k_2 + k_1)x = -(k_2 + k_1)x$$

$\vec{F}$ có dạng lực phục hồi :

$$F = -kx \text{ với } k = k_1 + k_2 .$$

Vậy vật M dao động điều hòa

Phương trình dao động $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ với $A = 4\text{cm}$,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{15 + 25}{0,1}} = 20 \text{ rad/s}$$

Chọn gốc thời gian là lúc vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều dương thì ta có $\varphi = 0$.

Vậy: $x = 4 \sin(20t) \text{ cm}$.

5 Lò xo có chiều dài ban đầu là l_0 , treo vào một điểm cố định O, đầu dưới có treo quả cầu khối lượng m . Cho quả cầu dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số là f . Trong khi vật dao động, chiều dài lò xo biến thiên từ l_1 đến l_2 .

- Viết phương trình dao động của quả cầu. Tính vận tốc và gia tốc quả cầu khi lò xo có chiều dài là l_2 và l_3 .
- Treo thêm vào lò xo một gia trọng là dm thì quả cầu và gia trọng dao động với tần số là f . Tính gia trọng dm và hệ số đàn hồi của lò xo.

Áp dụng bằng số $l_1 = 19,6 \text{ cm}$, $l_2 = 24\text{cm}$, $l_3 = 22,9\text{cm}$,
 $m = 144\text{g}$, $f = 6,5\text{Hz}$, $f' = 6\text{Hz}$,
 $g = 10\text{m/s}^2$, $\pi^2 = 10$.

Hướng dẫn

- a) Trong hình, IK là đoạn di chuyển của vật :
- $$IK = l_2 - l_1$$

Biên độ dao động :

$$A = \frac{IK}{2} = \frac{l_2 - l_1}{2}$$

Tần số góc : $\omega = 2\pi f$

Chọn gốc thời gian như bài toán 4, ta có $\varphi = 0$

Vậy phương trình dao động là :

$$x = A \sin \omega t = \frac{l_2 - l_1}{2} \sin(2\pi f t)$$

- Khi chiều dài là l_2 : vật ở vị trí ngoại biên K.

Vận tốc $v_k = 0$

Gia tốc $a_k = -\omega^2 x = -4\pi^2 f^2 \frac{l_2 - l_1}{2}$;

$$a_k = -2\pi^2 f^2 (l_2 - l_1) ,$$

- Khi chiều dài lò xo là l_3 :

Li độ của vật :

$$x = l_3 - HO = l_3 - \frac{l_1 + l_2}{2} = \frac{2l_3 - l_1 - l_2}{2}$$

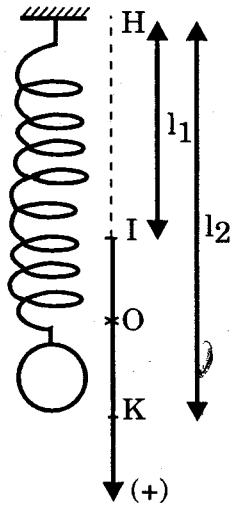
Ta có : $v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$

$$= 4\pi^2 f^2 \left[\left(\frac{l_2 - l_1}{2} \right)^2 - \left(\frac{2l_3 - l_1 - l_2}{2} \right)^2 \right]$$

$$= \pi^2 f^2 [(l_2 - l_1)^2 - (2l_3 - l_1 - l_2)^2]$$

Vận tốc : $v = \pi f \sqrt{(l_2 - l_1)^2 - (2l_3 - l_1 - l_2)^2}$

Gia tốc : $a = -\omega^2 x = -2\pi^2 f^2 (2l_3 - l_1 - l_2)$



b) Chu kì $T' = \frac{1}{f'} = 2\pi\sqrt{\frac{m + dm}{k}}$

So sánh với chu kì $T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, ta có :

$$\frac{T'}{T} = \frac{f}{f'} = \sqrt{\frac{m + dm}{m}} = \sqrt{1 + \frac{dm}{m}}$$

$$\left(\frac{f}{f'}\right)^2 = 1 + \frac{dm}{m}. \text{ Suy ra } \frac{dm}{m} = \left(\frac{f}{f'}\right)^2 - 1$$

Vậy gia trọng là: $dm = m \left[\left(\frac{f}{f'}\right)^2 - 1 \right]$

Ngoài ra : $\frac{1}{f'^2} = 4\pi^2 \frac{m}{k}$

Suy ra hệ số đàn hồi của lò xo : $k = 4\pi^2 m f'^2$

- Áp dụng bằng số : $A = \frac{l_2 - l_1}{2} = 2,2\text{cm}$, $\omega = 2\pi f = 13\pi \text{ rad/s}$

Phương trình dao động :

$$x = A \sin \omega t = 2,2 \sin(13\pi t) \text{ cm}$$

- Với chiều dài lò xo l_2 :

Gia tốc $a_k = -2\pi^2 \cdot 6,5^2 \cdot (4,4) = -3718 \text{ cm/s}^2$

- Với chiều dài lò xo l_3 :

$$x = \frac{2l_3 - l_1 - l_2}{2} = 1,1\text{cm}$$

Vận tốc : $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 13\pi \sqrt{2,2^2 - 1,1^2} \text{ cm/s}$

$$v = 77,8 \text{ cm/s}$$

Gia tốc $a = -\omega^2 x = -(13\pi)^2 \cdot 1,1 = 1859 \text{ cm/s}^2$

Gia trọng: $dm = 144 \left[\left(\frac{6,5}{6}\right)^2 - 1 \right] = 25\text{g}$

Hệ số đàn hồi: $k = 4\pi^2 m f'^2 = 4 \cdot 10 \cdot 0,144 \cdot 6,5^2 = 243,4 \text{ N/m}$



DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC ĐƠN

A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

- Lực phục hồi:

$$f = -\frac{mg}{l} x$$

- Phương trình dao động : góc lệch với phương thẳng đứng :

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

với $\alpha_0 =$ biên độ góc (góc lệch lớn nhất)

- Với điều kiện α_0 bé, chuyển

động của vật M (kích thước rất nhỏ) coi như chuyển động thẳng trên đoạn $I_1 I_2$ với phương trình

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

với $x = l \cdot \alpha$

$$A = l \cdot \alpha_0 \quad (\alpha, \alpha_0 \text{ tính ra radian})$$

- Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

- Chu kỳ $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

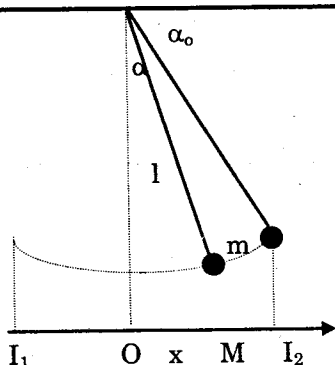
- Lưu ý : Chu kỳ thay đổi theo l và g .

– Chiều dài thay đổi theo nhiệt độ θ : $l = l_0(1 + \lambda\theta)$

$\lambda =$ hệ số nở dài của sợi dây

$l_0 =$ chiều dài sợi dây ở 0°C

– Gia tốc trọng lực g thay đổi theo độ cao h



$$g_h = g_0 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

g_0 = gia tốc trọng lực trên mặt đất ; R = bán kính trái đất

nếu $h \ll R$, ta có $g \approx g_0 \left(1 - \frac{2h}{R} \right)$

Con lắc đơn còn gọi là con lắc toán học

- Vận tốc quả cầu : $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$
- Sức căng dây: $T = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

B. TOÁN

1 Con lắc đơn có chiều dài là 1m, dao động tại một nơi có $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$. Biên độ góc $\alpha_0 = 0,1 \text{ rad}$.

- a) Tính chu kỳ dao động.
- b) Tính vận tốc góc và vận tốc dài của quả cầu khi đi qua vị trí cân bằng

Hướng dẫn

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\text{s}$

b) Khi qua vị trí cân bằng, vận tốc con lắc cực đại.

Vận tốc góc $\alpha' = \alpha_0 \omega \cos(\omega t + \varphi)$

Tại vị trí cân bằng: $\alpha'_{\max} = \alpha_0 \omega$

với $\alpha_0 = 0,1 \text{ rad}$, $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \pi \text{ s}^{-1}$

Suy ra: $\alpha'_{\max} = \frac{\pi}{10} \text{ rad/s}$

Vận tốc dài: $v_{\max} = \alpha'_{\max} \cdot l = \frac{\pi}{10} \text{ m/s}$

2 Con lắc đơn có chu kì dao động ở 0°C là $T_0 = 2\text{s}$

a) Tính chu kì dao động ở 10°C .

Cho hệ số nở dài của sợi dây là $\lambda = 1,6 \cdot 10^{-5}$.

b) Trong một ngày (12 giờ) con lắc bị chậm đi hay nhanh lên bao nhiêu so với khi dao động ở 0°C

Hướng dẫn

a) Chu kì ở 0°C : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$

Chu kì ở nhiệt độ $\theta = 10^\circ\text{C}$:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda\theta)}{g}}$$

Suy ra : $\frac{T}{T_0} = \sqrt{1 + \lambda\theta}$

Áp dụng công thức $(1 + \varepsilon)^m \approx 1 + m\varepsilon$ với $\varepsilon = \lambda\theta \ll 1$

Ta có: $\sqrt{1 + \lambda\theta} = (1 + \lambda\theta)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\lambda\theta$

Suy ra: $\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{1}{2}\lambda\theta$

$$T = T_0(1 + \frac{1}{2}\lambda\theta)$$

hay $T = 2(1 + \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot 10)$

$T = 2,00016\text{ s} > T_0$: con lắc chạy chậm hơn so với khi dao động ở 0°C .

b) Trong 1s, con lắc chậm đi là : $\frac{T - T_0}{T_0} = \frac{1}{2}\lambda\theta = 8 \cdot 10^{-5}\text{s}$

Trong 12g = 43200s, con lắc chậm đi là $8 \cdot 10^{-5} \cdot 43200 = 3,46\text{s}$

- 3** Con lắc đơn, khi dao động gần mặt đất, có chu kì là $T_0 = 2s$.
 Tính chu kì dao động ở độ cao 3,2km. Cho bán kính Trái Đất là 6400km

Hướng dẫn

Chu kì ở độ cao $h = 3,2\text{km}$: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0(1 - \frac{2h}{R})}}$

So sánh với chu kì trên mặt đất : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}}$

Suy ra $\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2h}{R}}}$ với $\frac{2h}{R} \ll 1$

Vậy $\frac{T}{T_0} = \left(1 - \frac{2h}{R}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{h}{R}$

Suy ra $T = T_0 \left(1 + \frac{h}{R}\right) = 2 \left(1 + \frac{3,2}{6400}\right) = 2,001s$

- 4** Con lắc đơn có chu kì là $T_0 = 2s$ ở 0°C và ở gần mặt đất. Hệ số nở dài của sợi dây là $\lambda = 1,6 \cdot 10^{-5}$.

- Tính chu kì ở 40°C .
- Giữ nhiệt độ là 40°C và đưa con lắc lên độ cao 1,6km thì chu kì dao động là bao nhiêu ?
- Muốn chu kì ở độ cao trên vẫn như chu kì dao động ở gần mặt đất (ở 40°C) thì nhiệt độ ở độ cao này phải tăng hay giảm bao nhiêu so với trên mặt đất.

Hướng dẫn

- a) Chu kì ở nhiệt độ $\theta = 40^\circ\text{C}$ và ở gần mặt đất :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda\theta)}{g_0}} = T_0\sqrt{1 + \lambda\theta}$$

$$T \approx T_0(1 + \frac{1}{2}\lambda\theta) = 2(1 + \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot 40)$$

$$T = 2,00064s$$

b) Chu kì ở nhiệt độ $\theta = 40^\circ\text{C}$ và ở độ cao $h = 4,6\text{ km}$.

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0(1 - \frac{2h}{R})}} = T(1 - \frac{2h}{R})^{-1/2}$$

$$T' = T(1 + \frac{h}{R}) = 2,00064(1 + \frac{1,6}{6400}) = 2,00114\text{ s}$$

c) Muốn T' vẫn bằng T thì nhiệt độ θ' ở độ cao h phải thấp hơn $\theta = 40^\circ\text{C}$

Chu kì bây giờ là:

$$T'' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g_h}} = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g_0}} = T \text{ với } l' = l[1 + \lambda(\theta' - \theta)]$$

Suy ra $\frac{l'}{g_h} = \frac{l}{g_0}$

hay $\frac{l[1 + \lambda(\theta' - \theta)]}{g_0(1 - \frac{2h}{R})} = \frac{l}{g_0}$

hay $1 + \lambda(\theta' - \theta) = 1 - \frac{2h}{R}$

Suy ra $\Delta\theta = \theta' - \theta = -\frac{2h}{\lambda R} = -\frac{2 \cdot 1,6}{1,6 \cdot 10^{-5} \cdot 6400}, \Delta\theta = -31,25^\circ\text{C}$

hay $\theta' = \theta - 31,25 = 8,75^\circ\text{C}$

5

Con lắc đơn có khối lượng quả cầu là $m = 100\text{g}$, chiều dài sợi dây $l = 1\text{m}$, dao động với biên độ góc $\alpha_0 = 0,1\text{rad}$. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

a) Tính vận tốc dài của quả cầu khi góc lệch của sợi dây là $\alpha = 0,05\text{ rad}$.

b) Tính sức căng dây ở vị trí :

- ngoại biên; - cân bằng; - có góc lệch $\alpha = 0,05\text{rad}$

Hướng dẫn

a) Vận tốc quả cầu : $v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

Vì α, α_0 nhỏ nên $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$, $\cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$

$$v^2 = 2gl \frac{\alpha_0^2 - \alpha^2}{2} = gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)$$

$$= 10 \cdot 1(0,1^2 - 0,05^2) = 0,075$$

$$v = 0,27\text{m/s}$$

b) Sức căng dây :

- Ở các vị trí ngoại biên : $v = 0$; $\alpha = \alpha_0$

$$\mathcal{T} = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l} = mg\cos\alpha_0$$

$$\mathcal{T} \approx mg\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right) = 0,1 \cdot 10\left(1 - \frac{0,1^2}{2}\right) = 0,995\text{N}$$

- Ở vị trí cân bằng : $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$

$$\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \approx mg(3 - 2\cos\alpha_0)$$

$$\mathcal{T} = mg(1 + \alpha_0^2) = 0,1 \cdot 10(1 + 0,1^2) = 1,01\text{N}$$

- Ở vị trí $\alpha = 0,05\text{ rad}$

$$\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = mg\left(1 - \frac{3\alpha^2}{2} + \alpha_0^2\right)$$

$$\mathcal{T} = 1,006\text{N}$$

6 Con lắc đơn, quả cầu bằng sắt có khối lượng riêng $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$. Sợi dây dài 1 m . Cho $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$.

a) Tính chu kỳ dao động khi biên độ nhỏ.

b) Nếu kể tới sức đẩy Archimede của không khí thì chu kỳ là bao nhiêu? Cho khối lượng riêng của không khí là $d = 1,3 \text{ g/l}$.

c) Bỏ qua sức đẩy Archimede. Đặt dưới quả cầu một nam châm.

Tính lực hút do nam châm tác dụng vào quả cầu, biết rằng chu kỳ con lắc bây giờ là $1,8 \text{ s}$. Cho khối lượng quả cầu là 100 g .

Hướng dẫn

a) Chu kỳ
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\text{s}$$

b) Do sức đẩy Archimede $\vec{R}$ đẩy lên nên coi như quả cầu A có trọng lượng là:

$$P' = mg' = P - R = mg - R$$

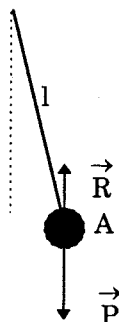
Lực đẩy Archimede bằng trọng lượng chỗ không khí bị A chiếm chỗ : $R = V.d.g$

V cũng là thể tích của quả cầu A.

Ta có :
$$P' = mg' = mg - Vdg$$

Suy ra
$$g' = g - \frac{Vd}{m}g \quad \text{với } m = V.\rho$$

$$g' = g \left(1 - \frac{d}{\rho} \right)$$



Chu kỳ con lắc :
$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(1 - \frac{d}{\rho})}} \quad \text{với } \frac{d}{\rho} \ll 1$$

$$T' = T \left(1 - \frac{d}{\rho} \right)^{-1/2} \approx T \left(1 + \frac{d}{2\rho} \right)$$

với $d = 1,3 \text{ g/l}$; $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ g/dm}^3$

Suy ra:
$$T' = 2 \left(1 + \frac{1,3}{27,8 \cdot 10^3} \right) = 2,00016 \text{ s}$$

- **Nhận xét:** T' rất gần với T nên trên thực tế người ta bỏ qua sức đẩy Archimede khi tính chu kì con lắc.

c) Quả cầu A bị nam châm hút xuống

bởi một lực $\vec{F}$, quả cầu A dường như nặng hơn.

$$P'' = mg'' = P + F = mg + F$$

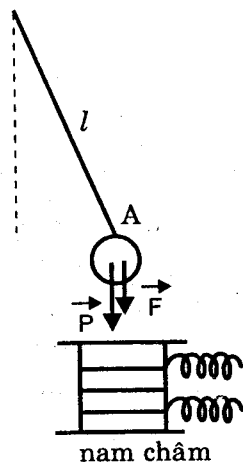
Suy ra
$$g'' = g + \frac{F}{m}$$

Chu kì
$$T'' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g''}}$$

Suy ra
$$g'' = \frac{4\pi^2 l}{T''^2}$$

Ta có:
$$\frac{4\pi^2 l}{T''^2} = g + \frac{F}{m}$$

Suy ra:
$$F = \left(\frac{4\pi^2 l}{T''^2} - g \right) m = \left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1}{1,8^2} - \pi^2 \right) 0,1; F = 0,23 \text{ N}$$



7

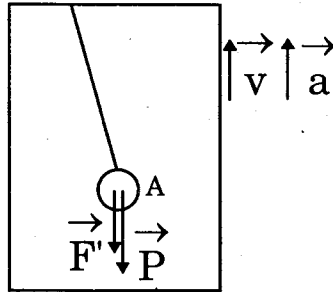
Con lắc đơn, khi treo vào một điểm cố định, có chu kì là 2s. Treo con lắc vào trần một thang máy. Tính chu kì con lắc trong các trường hợp:

- Thang máy đi lên nhanh dần đều, hoặc chậm dần đều với gia tốc $0,2 \text{ m/s}^2$.
- Thang máy chuyển động đều.
- Thang máy đi xuống nhanh dần đều với gia tốc $0,4 \text{ m/s}^2$.

$$\text{Cho } g = \pi^2 m/s^2$$

Hướng dẫn

- a) Thang máy đi lên nhanh dần đều. Vậy gia tốc $\vec{a}$ cùng chiều với vận tốc $\vec{v}$ của thang máy.



Quả cầu A ngoài trọng lượng $\vec{P} = m\vec{g}$ còn chịu lực quán tính $\vec{F'} = -m\vec{a}$ hướng xuống. Quả cầu A coi như có trọng lượng là :

$$\vec{P'} = m\vec{g'} = \vec{P} + \vec{F'}$$

hay $mg' = mg + ma$ hay $g' = g + a$

Chu kì con lắc $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$

So với chu kì con lắc được treo vào điểm cố định :

$$T = 2s = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ta có $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g+a}} = 0,95$

Suy ra $T' = 0,95T = 1,9s$

Khi thang máy đi lên, chậm dần đều thì $\vec{a}$ ngược chiều với $\vec{v}$, lực quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$ hướng lên (ngược chiều với $\vec{P}$)

Ta có $P' = mg' = mg - ma$ hay $g' = g - a$

Tương tự trên, ta có :

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g-a}} = \sqrt{\frac{9,86}{9,66}} = 1,01$$

Suy ra $T' = 1,01.T = 2,02s$

b) Thang máy chuyển động đều : $a = 0$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = T = 2s$$

c) Thang máy đi xuống, nhanh dần đều :

$\vec{v}$ và $\vec{a}$ cùng hướng xuống, lực quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$ hướng lên

$$g' = g - a$$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g-a}} = \sqrt{\frac{9,86}{9,46}} = 1,02$$

Suy ra $T' = 1,02.T = 2,04s$

8 Con lắc đơn, chiều dài sợi dây $l = 1m$, được treo vào trần một xe. Cho $g = \pi^2 m/s^2$.

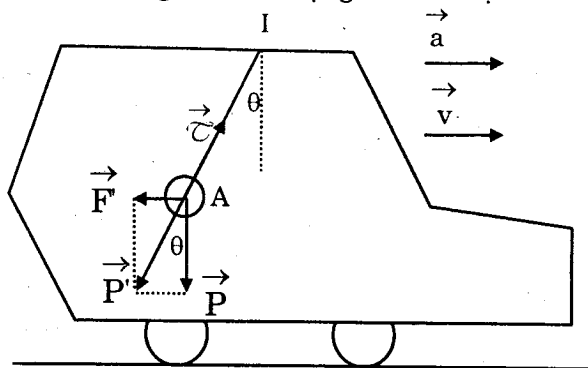
a) Xe chạy ngang với gia tốc $a = g\sqrt{3}$ ($\vec{a}$ cùng chiều chuyển động)

- Xác định vị trí cân bằng của con lắc
- Tính chu kì khi con lắc dao động với biên độ nhỏ trong mặt phẳng cân bằng của sợi dây.

b) Làm lại câu (a) nếu xe lên dốc 30°

Hướng dẫn

a) Quả cầu cân bằng dưới tác dụng của các lực :



- Trọng lực : $\vec{P} = m \vec{g}$
- Lực quán tính : $\vec{F}' = -m \vec{a}$
- Sức căng dây $\vec{T}$

Khi đó dây treo làm với phương thẳng đứng một góc là θ .

Ta có $\vec{P} + \vec{F}' + \vec{T} = \vec{0}$

hay $\vec{P}' + \vec{T} = \vec{0}$ với $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}'$

Ta có $\operatorname{tg} \theta = \frac{F'}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{g\sqrt{3}}{g} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \theta = 60^\circ$

Con lắc dao động trong mặt phẳng nghiêng làm với phương thẳng đứng một góc θ dưới tác dụng của trọng lượng biểu kiến

$\vec{P}' = m \vec{g}'$

Ta có : $\cos \theta = \frac{P}{P'} = \frac{mg}{mg'} = \frac{g}{g'}$

hay $g' = \frac{g}{\cos \theta} = 2g$

Chu kì $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}} = \frac{T}{\sqrt{2}}$

với
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2s$$

Vậy
$$T' = \sqrt{2} s$$

b) Xe lên dốc 30°

Xét tam giác APP' :

$$\widehat{APP'} = 90^\circ + \beta = 120^\circ$$

$$P'^2 = P^2 + F'^2 - 2PF'\cos 120^\circ$$

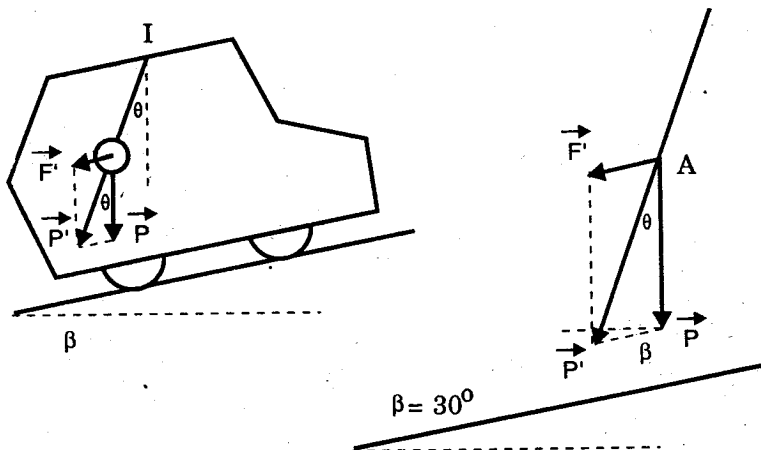
$$= m^2g^2 + m^2a^2 + 2m^2gac\cos 60^\circ \text{ với } a = g\sqrt{3}$$

$$= g^2m^2(4 + \sqrt{3})$$

hay
$$P' = mg\sqrt{4 + \sqrt{3}}$$

Ngoài ra :
$$\frac{F'}{\sin\theta} = \frac{P'}{\sin 120^\circ}; \quad \frac{ma}{\sin\theta} = \frac{mg\sqrt{4 + \sqrt{3}}}{\sin 60^\circ}$$

Suy ra
$$\frac{\sqrt{3}}{\sin\theta} = \frac{2\sqrt{4 + \sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$$



Vậy
$$\sin\theta = \frac{3}{2\sqrt{4 + \sqrt{3}}} = 0,6265$$

Suy ra $\theta = 38^\circ 47'$ (xác định phương cân bằng của dây treo)

• Tính chu kì : $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$

với $P' = mg' = mg\sqrt{4 + \sqrt{3}}$

Suy ra $g' = g\sqrt{4 + \sqrt{3}} = 2,39 \text{ g}$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2,39g}} = \frac{T}{\sqrt{2,39}} = \frac{2}{\sqrt{2,39}} = 1,29\text{s}$$

9

Con lắc đơn, ($m = 200\text{g}$, $l = 1\text{m}$). Cho $g = 10\text{m/s}^2$

a) Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng là 60° rồi buông ra. Tính vận tốc quả cầu khi qua vị trí cân bằng.

b) Tính sức căng dây khi góc lệch sợi dây là $\alpha = 30^\circ$.

Ở vị trí nào thì dây dễ bị đứt nhất ?

c) Giả sử dây treo bị đứt khi quả cầu đang đi về vị trí cân bằng và góc lệch sợi dây là $\alpha = 20^\circ$. Khảo sát chuyển động quả cầu sau khi dây đứt.

Mặt đất cách vị trí cân bằng của quả cầu là 2m .

d) Xác định vị trí quả cầu khi chạm đất và tính vận tốc quả cầu khi đó.

Hướng dẫn

a) Vận tốc quả cầu khi qua vị trí cân bằng :

$$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \quad \text{với } \alpha = 0, \cos\alpha = 1$$

$$v = \sqrt{gl} = \sqrt{10} \text{ m/s} \quad \cos\alpha_0 = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

b) Sức căng dây :

$$\mathcal{T} = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

$$\mathcal{T} = 0,2 \cdot 10(3 \cdot \cos 30^\circ - 2 \cdot \cos 60^\circ) = 3,2\text{N}$$

Ta thấy : tại vị trí cân bằng thì $\cos\alpha = \cos 0 = 1$ (cực đại) và v cực đại nên T lớn nhất. Do đó sợi dây dễ bị đứt nhất khi con lắc đi qua vị trí cân bằng .

- c) Khoảng cách từ O (vị trí quả cầu khi dây đứt) tới mặt đất :

$$ON = h + SK = h + (IS - IK) = h + l(1 - \cos\alpha)$$

$$ON = 2 + 1(1 - \cos 20^\circ) = 2,06\text{m}$$

Sau khi dây đứt , quả cầu M rơi dưới tác dụng duy nhất của trọng lượng . Vậy gia tốc của M chính là $\vec{g}$

Hình chiếu Q của M trên trục Ox có chuyển động đều với vận tốc

$$v = v_0 \cos\alpha$$

với
$$v_0 = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = 2,97\text{m/s}$$

Phương trình chuyển động :

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \quad (1)$$

Hình chiếu Q trên trục Oy có gia tốc là :

$$a_p = \overset{\rightarrow}{hc} \vec{g} / Oy = g$$

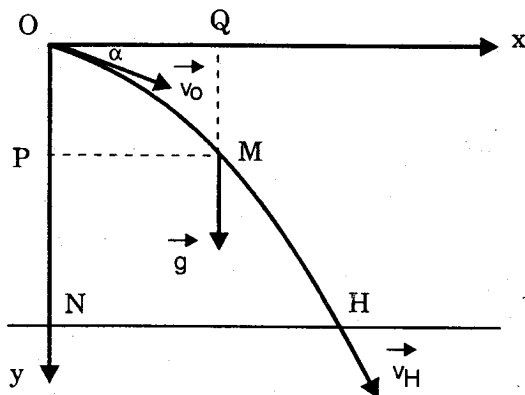
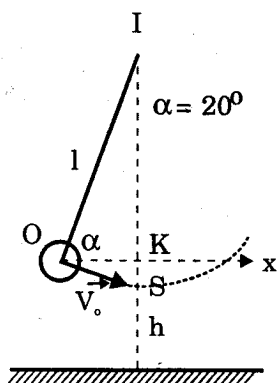
Vậy P chuyển động thay đổi đều, vận tốc ban đầu là $v_0 \sin\alpha$

Phương trình chuyển động :

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t \quad (2)$$

Từ (1), suy ra $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$, thế vào (2) ta được phương trình quỹ đạo của quả cầu sau khi dây đứt

$$\begin{aligned} y &= \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha \cdot x \\ &= 0,64x^2 + 0,36x \text{ có dạng parabol} \end{aligned}$$



d) Quả cầu rơi tới đất tại H với $y_H = \overline{ON} = 2,06\text{m}$

Ta có : $0,64x^2 + 0,36x - 2,06 = 0$

Suy ra: $x_H = 1,53\text{m}$

Vận tốc tại H :

$$v_H^2 = v_0^2 + 2gy_H$$

$$v_H^2 = (2,97)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2,06 = 50$$

$$\Rightarrow v_H = \sqrt{50} \text{ m/s} = 7,07\text{m/s}$$

A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

I. MÔMEN QUÁN TÍNH

- Mômen quán tính của một điểm vật chất (chất điểm) quay quanh một trục Δ :

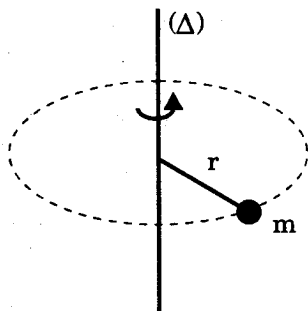
$$I = mr^2$$

m = khối lượng của chất điểm

- Mômen quán tính của một cố thể (một vật có hình dạng nhất định)

$$I = \sum mr^2$$

- Mômen quán tính đối với trục qua trọng tâm của vật có khối lượng M



Vành tròn đối với trục vành tròn / đường kính	$I = MR^2$ $I = \frac{1}{2}MR^2$
Đĩa tròn / trục	$I = \frac{1}{2}MR^2$
Đĩa tròn / đường kính	$I = \frac{1}{4}MR^2$
Hình trụ rỗng / trục	$I = MR^2$
Hình trụ đặc / trục	$I = \frac{1}{2}MR^2$
Hình cầu rỗng / đường kính	$I = \frac{2}{3}MR^2$
Hình cầu đặc / đường kính	$I = \frac{2}{5}MR^2$

Đoạn thẳng dài $2a$ / trung trực

$$I = \frac{1}{3}Ma^2$$

R là bán kính

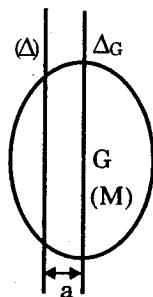
II. NGUYÊN LÝ CĂN BẢN ĐỘNG LỰC HỌC TRONG CHUYỂN ĐỘNG QUAY

$$\mathcal{M} = I\theta''$$

$\mathcal{M}$ = momen của các ngoại lực tác dụng vào cố thể đối với trục quay

I = momen quán tính của cố thể / trục quay

θ'' = gia tốc góc của cố thể



III. ĐỊNH LÝ HUYGHENS

$$I_{\Delta} = I_{\Delta_G} + Ma^2$$

I_{Δ} = momen quán tính của vật / trục Δ

I_{Δ_G} = momen quán tính của vật / trục Δ_G

$\Delta_G \parallel \Delta$ và cách Δ là a

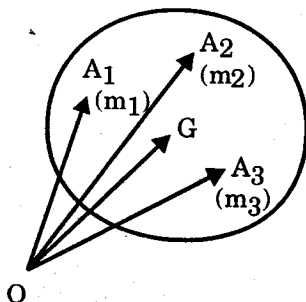
IV. XÁC ĐỊNH TRỌNG TÂM CỦA HỆ VẬT

Hệ gồm các khối lượng $m_1, m_2, m_3, \dots$ đặt tại $A_1, A_2, A_3, \dots$

$$\vec{OG} = \frac{m_1 \vec{OA_1} + m_2 \vec{OA_2} + m_3 \vec{OA_3} + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

Đặc biệt : $O, A_1, A_2, A_3, \dots$ cùng ở trên một đường thẳng, ta có :

$$\overline{OG} = \frac{m_1 \overline{OA_1} + m_2 \overline{OA_2} + m_3 \overline{OA_3} + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$



B. TOÁN

1 Hai quả cầu rất nhỏ cùng có khối lượng là $m = 100g$ được gắn vào hai đầu một thanh $AB = 20cm$

a) Nếu khối lượng của AB không đáng kể, tính mômen quán tính của hệ đối với đường trung trực của AB .

b) Làm lại câu (a) nếu thanh AB có khối lượng $M = 200g$

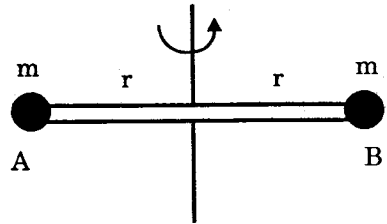
Hướng dẫn

a) Bỏ qua khối lượng của thanh AB .

Mômen quán tính của hệ

$$I = \sum mr^2 = 2mr^2$$

$$I = 2 \cdot 0,1 \cdot (0,1)^2 = 0,002 kg \cdot m^2$$



b) Thanh AB có khối lượng $M = 200g$

$$I = I_{AB} + 2mr^2 = \frac{1}{3}Mr^2 + 2mr^2$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot 0,2 \cdot (0,1)^2 + 0,002 = \frac{8}{3} \cdot 10^{-3} kg \cdot m^2$$

2 Một vành tròn đồng chất bán kính $R = 5cm$, khối lượng $M = 500g$ có thể quay quanh trục do tác dụng của một lực không đổi $F = 0,2N$ luôn tiếp xúc với vành.

a) Tính mômen quán tính của vành đối với trục quay.

b) Tính gia tốc góc của vành.

c) Tìm thời gian và góc quay khi vành đạt vận tốc $24 rad/s$.

Sau đó lực $\vec{F}$ bị triệt tiêu thì vành có chuyển động gì ?

Hướng dẫn

a) Mômen quán tính của vành :

$$I = MR^2 = 0,5(0,05)^2 = 125.10^{-5} \text{kg.m}^2$$

b) Mômen tác dụng do lực $\vec{F}$:

$$\mathcal{M} = F.R = I\theta''$$

Suy ra gia tốc góc :

$$\theta'' = \frac{F.R}{I} = \frac{0,2.0,05}{125.10^{-5}} = 8 \text{rad/s}^2$$

c) Vận tốc góc : $\theta' = \theta''t$

$$\text{Suy ra: } t = \frac{\theta'}{\theta''} = \frac{24}{8} = 3 \text{s}$$

Góc quay của vành :

$$\theta = \frac{1}{2}\theta''t^2 = \frac{1}{2}.8.3^2 = 36 \text{rad}$$

Sau khi lực $\vec{F}$ bị triệt tiêu, $\mathcal{M} = 0$, nên vành tiếp tục quay đều với vận tốc góc không đổi là 24 rad/s

3

Một hình trụ đặc bán kính $R = 0,6\text{m}$, khối lượng $M = 28\text{kg}$ có thể quay quanh trục nằm ngang của hình trụ. Một sợi dây được cuộn trên hình trụ, đầu kia của dây mang một khối $m = 6\text{kg}$. Buông m để hệ chuyển động.

a) Tính gia tốc của m , gia tốc góc của hình trụ và sức căng dây. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

b) Tính số vòng quay và vận tốc góc sau 2s.

c) Sau khi m đi được 7,26m thì dây bị đứt. Tính lực cản $\vec{F}$ tiếp xúc với hình trụ để hình trụ ngừng quay sau 2,75s. Tìm số vòng quay từ lúc dây đứt tới lúc hình trụ ngừng quay.

Hướng dẫn

a) - Xét khối m :

$$P - \mathcal{T} = ma$$

Suy ra sức căng dây :

$$\mathcal{T} = P - ma = mg - ma$$

- Xét chuyển động quay của khối trụ

Mômen tác dụng vào ròng rọc :

$$\mathcal{M} = \mathcal{T}.R = I\theta''$$

Với $I = \frac{1}{2}MR^2, \theta'' = \frac{a}{R}$

Suy ra: $\mathcal{T}.R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R}$

Vậy: $\mathcal{T} = \frac{1}{2}Ma$

Suy ra : $mg - ma = \frac{1}{2}Ma$

Gia tốc của m : $a = \frac{mg}{\frac{M}{2} + m} = \frac{6.10}{14 + 6}$

$$a = 3\text{m/s}^2$$

Gia tốc góc khối trụ :

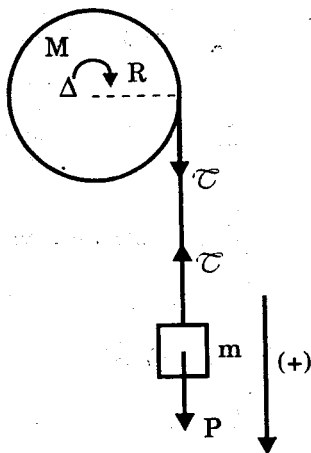
$$\theta'' = \frac{a}{R} = \frac{3}{0,6} = 5\text{rad/s}^2$$

Sức căng dây : $\mathcal{T} = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{2}.28.3 = 42\text{N}$

b) Gia tốc góc θ'' là hằng số nên chuyển động của khối trụ là nhanh dần đều.

Góc quay của khối trụ : $\theta = \frac{1}{2}\theta''t^2$

(tương tự $x = \frac{1}{2}at^2$ trong chuyển động thẳng thay đổi đều)



$$\theta = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2^2 = 10 \text{ rad}$$

Số vòng quay: $n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = 1,6 \text{ vòng}$

Vận tốc góc sau 2s: $\theta' = \theta''t = 5 \cdot 2 = 10 \text{ rad/s}$

c) Vận tốc của m khi dây đứt :

$$v^2 = 2ax = 2 \cdot 3 \cdot 7,26 = 43,56$$

$$v = 6,6 \text{ m/s}$$

Khi đó hình trụ có vận tốc góc là :

$$\theta'_0 = \frac{v}{R} = \frac{6,6}{0,6} = 11 \text{ rad/s}$$

Mômen tác dụng vào hình trụ do lực cản $\vec{F}'$

$$M = F'R = I\theta''$$

với

$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 0,6^2 = 5 \text{ kg.m}^2$$

Suy ra :

$$F' = \frac{\theta''I}{R}$$

Mặt khác, hình trụ ngừng quay khi :

$$\theta' = \theta''t + \theta'_0 = 0$$

Với θ'_0 là vận tốc góc khi dây đứt :

$$\theta'_0 = 11 \text{ rad/s}$$

Suy ra :

$$\theta'' = \frac{\theta' - \theta'_0}{t} = \frac{0 - 11}{2,75} = -4 \text{ rad/s}^2$$

Vậy :

$$F' = \frac{-4 \cdot 5}{0,6} = -33,3 \text{ N}$$

Góc quay thêm được của hình trụ :

$$\theta = \frac{1}{2}\theta''t^2 + \theta'_0t = -\frac{4}{2} \cdot 2,75^2 + 11 \cdot 2,75$$

$$\theta = 15,125 \text{ rad}$$

Số vòng quay :

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = 2,4 \text{ vòng}$$

4

Một ròng rọc có khối lượng $\mu = 100\text{g}$, bán kính $r = 6\text{cm}$ quay không ma sát quanh trục nằm ngang. Một sợi dây nhẹ quàng qua ròng rọc. Hai đầu sợi dây mang các khối $M = 300\text{g}$ và $m = 100\text{g}$. Khối m sát mặt đất, khối M được giữ cách mặt đất là 3m . Buông cho hệ chuyển động.

- Tính gia tốc của M và các sức căng dây ở hai bên ròng rọc.
- Tính vận tốc của M khi tới đất.
- Tìm vận tốc góc của ròng rọc khi M tới đất. Khối lượng ròng rọc coi như phân phối đều trên vành. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

Hướng dẫn

- Lưu ý :** Khi ròng rọc có khối lượng đáng kể thì sức căng dây ở hai bên không bằng nhau.

Xét chuyển động của khối M :

$$P - \mathcal{T}_2 = Ma \quad (1)$$

Xét chuyển động của m :

$$\mathcal{T}_1 - p = ma \quad (2)$$

Xét chuyển động quay của ròng rọc:

$$\mathcal{M} = (\mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1)r = I\theta'' \quad (3)$$

$$\text{Với } I = \mu r^2, \theta'' = \frac{a}{r}$$

$$\text{Suy ra } (\mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1)r = \mu ra$$

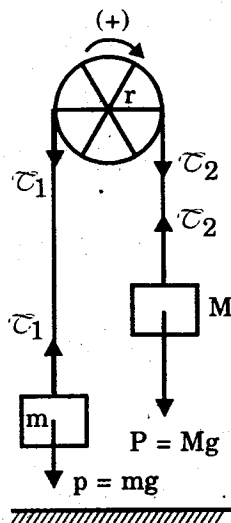
$$\text{hay } \mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1 = \mu a \quad (4)$$

(1) + (2), ta có :

$$P - p + \mathcal{T}_1 - \mathcal{T}_2 = (M + m)a$$

hay $Mg - mg - \mu a = (M + m)a$. Vậy gia tốc của M và m là :

$$a = \frac{(M - m)g}{M + m + \mu} = \frac{(0,3 - 0,1)10}{0,5} = 4\text{m/s}^2$$



Suy ra các sức căng dây :

$$T_2 = P - Ma = M(g - a) = 0,3(10 - 4) = 1,8N$$

$$T_1 = p + ma = m(g + a) = 0,1(10 + 4) = 1,4N$$

b) Vận tốc của M khi chạm đất

$$v^2 = 2ax = 2.4.3 = 24 ; v = 4,9m/s$$

c) Vận tốc góc của ròng rọc khi M chạm đất :

$$\theta' = \frac{v}{r} = 81,7 \text{ rad/s}$$

5

Một quả cầu đặc, khối lượng $m = 100g$, bán kính $r = 10cm$, gắn với một thanh kim loại rất nhẹ, dài $1m$. Hệ quay quanh một trục thẳng góc với thanh và đi qua đầu kia của thanh. Tính momen quán tính của hệ đối với trục quay.

Hướng dẫn

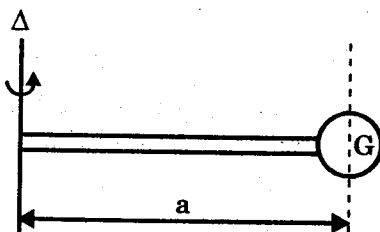
Mômen quán tính của hệ đối với trục quay Δ

$$I_{\Delta} = I_{\text{thanh}} + I_{\text{quả cầu}}$$

vì thanh rất nhẹ nên

$$I_{\text{thanh}} \approx 0$$

Vậy $I_{\Delta} = I_{\text{quả cầu}}$



Trục Δ không đi qua trọng tâm G của quả cầu, nên theo định lí Huyghens, ta có :

$$I_{\Delta} = I_G + ma^2 = \frac{2}{5}mr^2 + ma^2$$

$$I_{\Delta} = m\left(\frac{2}{5}r^2 + a^2\right) = 0,1\left(\frac{2}{5}0,1^2 + 1,1^2\right)$$

$$I_{\Delta} = 0,1214 \text{ kg.m}^2$$

A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

I. ĐỘNG NĂNG

Động năng của một cố thể (một vật có hình dạng nhất định) có khối lượng m)

- Trong chuyển động tịnh tiến với vận tốc v

$$E_d = \frac{1}{2}mv^2$$

- Trong chuyển động quay quanh một trục với vận tốc góc θ'

$$E_d = \frac{1}{2}I\theta'^2$$

I = mômen quán tính của vật đối với trục quay

- Định lí động năng

$$\Delta E_d = E_{d2} - E_{d1} = W$$

Độ biến thiên của động năng trong một khoảng thời gian bằng công W của các ngoại lực tác dụng vào vật trong thời gian đó.

II. THẾ NĂNG

- Thế năng do trọng lực tại một vị trí cách mặt tiêu chuẩn là h :

$$E_t = mgh$$

- Thế năng đàn hồi khi lò xo bị nén hay dãn một đoạn x so với vị trí cân bằng

$$E_t = \frac{1}{2}kx^2$$

k = hệ số đàn hồi của lò xo

III. CƠ NĂNG TOÀN PHẦN

$$E = E_d + E_t$$

IV. NGUYÊN LÝ BẢO TOÀN CƠ NĂNG

- Cơ năng toàn phần của một hệ cô lập là một hằng số :

$$E = E_d + E_t = \text{hằng số}$$

- Cơ năng toàn phần của vật dao động gắn vào lò xo :

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2, A = \text{biên độ}$$

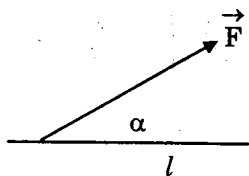
- Cơ năng toàn phần của con lắc đơn :

$$E = mgl(1 - \cos\alpha_0), \alpha_0 = \text{biên độ góc}$$

V. CÔNG

- Công của lực $\vec{F}$ không đổi làm với đoạn di chuyển l một góc α .

$$W = F.l.\cos\alpha$$



$\alpha < 90^\circ : W > 0 : \text{công phát động}$

$\alpha > 90^\circ : W < 0 : \text{công cản}$

$\alpha = 0 : W = F.l$

$\alpha = 90^\circ : W = 0$

- Công của lực $\vec{F}$ có suất không đổi, trong chuyển động quay

$$W = \mathcal{M}.\theta$$

trong đó $\mathcal{M}$ là momen của $\vec{F}$ đối với trục quay; θ là góc quay

- Công của ngẫu lực

$$W = \mathcal{M}.\theta$$

với $\mathcal{M}$ là momen của ngẫu lực

$\mathcal{M} = F.AB$, AB là khoảng cách giữa hai lực của ngẫu lực.

B. TOÁN

- 1** a) Một xe hơi có khối lượng 8 tấn, khởi chạy trên đường ngang có hệ số ma sát $\beta = 5\%$. Tính lực phát động để xe đạt vận tốc 72km/giờ sau khi chạy được 100m . Cho $g = 10\text{m/s}^2$.
- b) Đang có vận tốc 72km/g và với lực phát động của động cơ như trên, xe lên dốc 30° , hệ số ma sát của mặt đường cũng là 5% . Tìm vận tốc của xe sau khi lên dốc được 50m .

Hướng dẫn

a) Hệ số ma sát : $\beta = \frac{f_{ms}}{R}$ với

$$R = P = Mg = 80000\text{N}$$

$\Rightarrow$ lực ma sát :

$$f_{ms} = \beta R = \frac{5}{100} 80000 = 4000\text{N}$$

Áp dụng định lí động năng trong khoảng thời gian từ lúc khởi hành tới lúc đạt vận tốc.
 $v = 72\text{km/giờ} = 20\text{m/s}$

$$\Delta E_d = E_d - E_{d0} = W$$

với $E_d = \frac{1}{2}Mv^2$, $E_{d0} = 0$ (vì $v_0 = 0$)

W = tổng các công của các ngoại lực

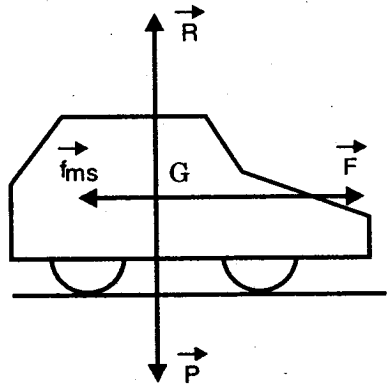
$$W = W_F - W_{fms}$$

Ta có $W = E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}8000(20)^2 = 16 \cdot 10^5\text{J}$

$$W_{ms} = f_{ms} \cdot x = 4000 \cdot 100 = 4 \cdot 10^5\text{J}$$

Suy ra $W_F = F \cdot x = W + W_{fms} = 20 \cdot 10^5\text{J}$

Lực phát động bởi động cơ :



$$F = \frac{W_F}{x} = \frac{20 \cdot 10^5}{100} = 20\,000 \text{ N}$$

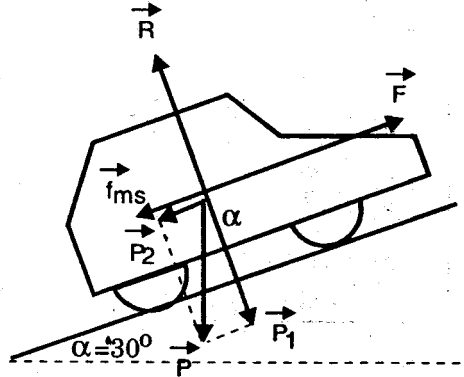
- Lưu ý : nhiều bài toán động lực học có thể giải bằng hai cách: hoặc dùng định luật Newton, hoặc dùng định lí động năng

b) Phân tích $\vec{P}$ thành hai thành phần :

$\vec{P}_1$ vuông góc với mặt phẳng nghiêng

$\vec{P}_2$ song song với mặt phẳng nghiêng trong đó:

$$\vec{P}_1 + \vec{R} = \vec{0}$$



với $\vec{R}$ là phản lực của mặt nghiêng

$$P_1 = Mg \cos \alpha$$

$$P_2 = Mg \sin \alpha$$

Lực ma sát:

$$\begin{aligned} f_{ms} &= \beta \cdot R = \beta P_1 = \beta P \cos \alpha = \beta \cdot Mg \cos \alpha \\ &= \frac{5}{100} \cdot 8000 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2000\sqrt{3} \text{ N} \end{aligned}$$

Áp dụng định lí động năng cho khoảng thời gian xe lên dốc được 50m

$$\begin{aligned} \Delta E_d &= E'_d - E_d = \frac{1}{2} M v'^2 - \frac{1}{2} M v^2 \\ &= W_F - W_{P2} - W_{fms} = (F - P_2 - f_{ms})x \end{aligned}$$

Ta có :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} M v'^2 - 16 \cdot 10^5 &= (20000 - 8000 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ - 2000\sqrt{3}) 50 \\ &= (-10 - \sqrt{3}) 10^5 \end{aligned}$$

Hay $4000v'^2 = (6 - \sqrt{3}) \cdot 10^5 = 4,468 \cdot 10^5$
 $v' = 10,6 \text{ m/s}$

2 Một vành tròn ($r = 50 \text{ cm}$, $M = 60 \text{ kg}$) chịu tác dụng của một lực $F = 476,8 \text{ N}$ tiếp xúc với vành.

- a) Tính lực cản $\vec{R}$ tiếp xúc với vành để sau khi quay được 4 vòng, vành có vận tốc 4 vòng/s.
 b) Tính động năng của vành khi đó.
 c) Khi vành đạt vận tốc 8 vòng/s thì ta bỏ lực $\vec{F}$ đi. Tìm số vòng quay thêm được của vành trước khi ngừng.

Hướng dẫn

a) Áp dụng định lí động năng :

$$\Delta E_d = \frac{1}{2} I \theta'^2 - \frac{1}{2} I \theta_0'^2 = W_{\vec{F}} - W_{\vec{R}}$$

với $\theta_0' = 0$ (lúc bắt đầu quay)

$$\theta' = 2\pi N = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$W_{\vec{F}} - W_{\vec{R}} = \mathcal{M}_{\vec{F}} \cdot \theta - \mathcal{M}_{\vec{R}} \cdot \theta = (F - R)r \cdot \theta$$

Trong đó $\theta = 2\pi n$ là góc quay, n là số vòng quay.

Ta có $\frac{1}{2} I \theta'^2 = (F - R)r\theta$

Suy ra $F - R = \frac{I \theta'^2}{2r\theta}$ với $I = Mr^2$

Lực cản $R = F - \frac{I \theta'^2}{2r\theta} = F - \frac{Mr \theta'^2}{2\theta}$

$$R = 476,8 - \frac{60 \cdot 0,5 \cdot (8\pi)^2}{2 \cdot 2\pi \cdot 4} = 100 \text{ N}$$

b) Động năng của vành

$$E_d = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} M r^2 \cdot \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 0,5^2 \cdot (8\pi)^2$$

$$E_d = 4800 \text{ J}$$

c) Áp dụng định lí động năng

$$\Delta E_d = 0 - \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 = W_{\vec{R}} = -\mathcal{M}_{\vec{R}} \cdot \theta = -R \cdot r \cdot \theta$$

với $\dot{\theta}_0 = 2\pi N' = 2\pi \cdot 8 = 16\pi \text{ rad/s};$

$$I = M r^2 = 60 \cdot 0,5^2 = 15 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Suy ra góc quay thêm được trước khi ngừng của vành .

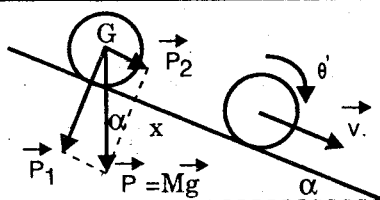
$$\theta = \frac{I \dot{\theta}_0^2}{2 R r} = \frac{15 \cdot (16\pi)^2}{2 \cdot 100 \cdot 0,5} = 378,6 \text{ rad}$$

Số vòng quay thêm :

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = 60,3 \text{ vòng}$$

3

Một quả cầu lăn không trượt trên mặt dốc nghiêng góc α đối với mặt phẳng ngang.



a) Tính gia tốc của trọng tâm theo góc α trong các trường hợp :

- Quả cầu đặc, đồng chất
- Quả cầu rỗng

b) Cho gia tốc quả cầu đặc là $3,5 \text{ m/s}^2$.

Tính α . Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Hướng dẫn

a) Chuyển động của quả cầu được phân tích làm hai chuyển động.

- Chuyển động tịnh tiến của trọng tâm G với vận tốc $\vec{v}$ (vào lúc t)

- Chuyển động quay của quả cầu quanh một trục qua trọng tâm G với vận tốc góc θ' (vào lúc t)

Ta có hệ thức $v = r\theta'$, r = bán kính quả cầu.

Động năng ban đầu $E_{d1} = 0$

Sau khi di chuyển đoạn x , động năng là :

$$E_{d2} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{r^2}$$

Định lí động năng :

$$E_{d2} - E_{d1} = W$$

W là công của trọng lượng $\vec{P}$ trong đoạn di chuyển x :

$$W = P_2 \cdot x = Mg \sin \alpha \cdot x$$

(công của $\vec{P}_1$ bằng không vì $\vec{P}_1$ vuông góc với đoạn di chuyển)

Ta có :

$$\frac{v^2}{2} \left(M + \frac{I}{r^2} \right) = Mgsin\alpha \cdot x$$

$$v^2 = \frac{2Mg \sin \alpha}{M + \frac{I}{r^2}} x$$

Lấy đạo hàm 2 vế theo t , ta có :

$$2v \cdot v' = \frac{2Mg \sin \alpha}{M + \frac{I}{r^2}} x'$$

hay

$$v \cdot a = \frac{Mg \sin \alpha}{M + \frac{I}{r^2}} v$$

Vậy gia tốc của trọng tâm G là :

$$a = \frac{Mg \sin \alpha}{M + \frac{I}{r^2}}$$

- Với quả cầu đặc : $I = \frac{2}{5}Mr^2$

$$a = \frac{Mg \sin \alpha}{M + \frac{2}{5}M} = \frac{g \sin \alpha}{7/5} = \frac{5}{7} \cdot 9,8 \cdot \sin \alpha$$

$$a = 7 \sin \alpha$$

– Với quả cầu rỗng:

$$I = \frac{2}{3}Mr^2$$

$$a = \frac{Mg \sin \alpha}{\frac{5}{3}M} = \frac{3}{5}g \sin \alpha = 5,9 \sin \alpha$$

b) Với $a = 3,5 \text{ m/s}^2 = 7 \sin \alpha$.

Suy ra : $\sin \alpha = \frac{3,5}{7} = \frac{1}{2}$

Vậy: $\alpha = 30^\circ$

4 Một ròng rọc được coi là một vành tròn có khối lượng $m = 180 \text{ g}$. Hai đầu sợi dây vắt qua rãnh của ròng rọc có mang hai khối A và B lần lượt có khối lượng là $M_1 = 420 \text{ g}$ và $M_2 = 400 \text{ g}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) Thả cho hệ chuyển động. Dùng định lý động năng để tính vận tốc của M_1 , M_2 theo đoạn di chuyển x . Suy ra gia tốc a .

b) Tính sức căng dây ở hai bên ròng rọc.

Hướng dẫn

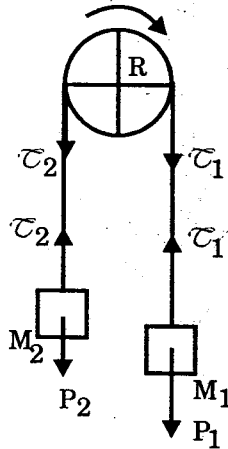
a) Động năng lúc đầu của hệ $E_{d1} = 0$

Sau khi M_1 và M_2 di chuyển đoạn x , các khối này có vận tốc $\vec{v}$, ròng rọc có vận tốc góc θ' . Động năng của hệ là :

$$E_{d2} = \frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}M_1v^2 + \frac{1}{2}M_2v^2$$

với $\theta' = \frac{v}{R}$, $I = mR^2$

$$E_{d2} = \frac{v^2}{2}(m + M_1 + M_2)$$



Áp dụng định lí động năng :

$$\Delta E_d = E_{d2} - E_{d1} = W = W_{\vec{P}_1} - W_{\vec{P}_2}$$

với

$$W_{\vec{P}_1} = P_1 x = M_1 g x;$$

$$W_{\vec{P}_2} = P_2 x = M_2 g x$$

Suy ra :

$$(m + M_1 + M_2) \frac{v^2}{2} = (M_1 - M_2) g x \quad (1)$$

Do đó :

$$v = \sqrt{\frac{2(M_1 - M_2) g x}{m + M_1 + M_2}} = \sqrt{0,4x}, \text{ x tính ra m}$$

Lấy đạo hàm theo thời gian hai vế của phương trình (1).

Ta có :

$$\frac{1}{2}(m + M_1 + M_2) 2v \cdot v' = (M_1 - M_2) g \cdot v$$

Suy ra gia tốc của M_1 và M_2 là :

$$a = v' = \frac{M_1 - M_2}{m + M_1 + M_2} g = \frac{0,02}{1} 10 = 0,2 \text{ m/s}^2$$

b) Xét chuyển động của khối M_1 :

$$M_1g - T_1 = M_1a$$

Suy ra sức căng dây :

$$T_1 = M_1(g - a) = 0,42(10 - 0,2) = 4,12N$$

Xét chuyển động của khối M_2 :

$$T_2 - M_2g = M_2a$$

Suy ra

$$T_2 = M_2(g + a) = 0,4(10 + 0,2) = 4,08N$$

5

Một ròng rọc có khối lượng $\mu = 50g$ được coi như một đĩa đặc đồng chất có bán kính $R = 10cm$. Ròng rọc có hai rãnh với bán kính là $R = 10cm$ và $r = 5cm$. Một sợi dây cuốn trên rãnh ngoài có mang khối $m = 100g$, sợi dây thứ hai cuốn trên rãnh trong có mang khối lượng $M = 300g$. Hai sợi dây được cuốn sao cho khi một khối đi lên thì khối kia đi xuống. Hệ được buông cho chuyển động. Cho $g = 10m/s^2$.

- Xác định chiều chuyển động của m và M .
- Tìm hệ thức liên lạc giữa x , v , a (đoạn đường, vận tốc, gia tốc) của m và của M .
- Tính gia tốc của m và M .
- Tìm các vận tốc của m và M , vận tốc góc của ròng rọc sau 2s

Hướng dẫn

a) Mômen tác dụng bởi trọng lượng :

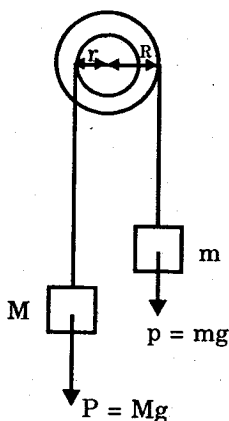
$$\vec{P} = M \vec{g}$$

là

$$M_1 = P.r = Mgr = 0,3.10.0,05$$

$$M_1 = 0,15N.m$$

Mômen tác dụng bởi $\vec{p} = m \vec{g}$:



$$\mathcal{M}_2 = p.R = mgR = 0,1.10.0,1 = 0,1 \text{ N.m}$$

Ta thấy $\mathcal{M}_1 > \mathcal{M}_2$. Vậy chiều chuyển động là chiều đi xuống của M. Khối m đi lên.

- b) Khi ròng rọc quay được một góc θ thì m và M lần lượt đi được các đoạn là :

$$x_m = R.\theta, \quad x_M = r.\theta$$

Suy ra $\frac{x_m}{x_M} = \frac{R}{r}$

Lấy đạo hàm của x_m và x_M theo t, ta có:

$$v_m = R\theta', \quad v_M = r\theta'$$

Tương tự : $a_m = R\theta'', \quad a_M = r\theta''$

Vậy ta có : $\frac{x_m}{x_M} = \frac{v_m}{v_M} = \frac{a_m}{a_M} = \frac{R}{r}$

- c) Áp dụng định lí động năng vào chuyển động của hệ

$$\Delta E_d = E_{d2} - E_{d1} = W$$

Trong đó $E_{d1} = 0$ (động năng lúc đầu, hệ đứng yên)

$$E_{d2} = \frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2$$

với $I = \frac{1}{2}\mu R^2$, $\theta' = \frac{v_m}{R}$, $v_M = \frac{r}{R}v_m$

Suy ra
$$E_{d2} = \frac{1}{2} \left(m + M \frac{r^2}{R^2} + \frac{\mu}{2} \right) v_m^2$$

W là tổng các công của $\vec{P}$ và $\vec{p}$

$$W = Mgx_M - mgx_m = g \left(M \frac{r}{R} - m \right) x_m$$

Vậy :
$$\frac{1}{2} \left(m + M \frac{r^2}{R^2} + \frac{\mu}{2} \right) v_m^2 = g \left(M \frac{r}{R} - m \right) x_m$$

Lấy đạo hàm hai vế theo t , ta có :

$$(m + M \frac{r^2}{R^2} + \frac{\mu}{2}) v_m \cdot a_m = g(M \frac{r}{R} - m) v_m$$

Suy ra gia tốc của m là :

$$a_m = \frac{M \frac{r}{R} - m}{m + M \frac{r^2}{R^2} + \frac{\mu}{2}} g$$

với $M = 0,3\text{kg}$; $m = 0,1\text{kg}$; $\mu = 0,05\text{kg}$; $\frac{r}{R} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Ta có: $a_m = 2,5 \text{ m/s}^2$

Suy ra: $a_M = \frac{r}{R} a_m = 1,25 \text{ m/s}^2$

d) Vận tốc của m và M

$$v_m = a_m \cdot t = 2,5 \cdot 2 = 5 \text{ m/s}$$

$$v_M = a_M \cdot t = 1,25 \cdot 2 = 2,5 \text{ m/s}$$

Vận tốc góc của ròng rọc :

$$\theta' = \frac{v_m}{R} = \frac{v_M}{r} = 50 \text{ rad/s}$$

A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

- Phương trình dao động :

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

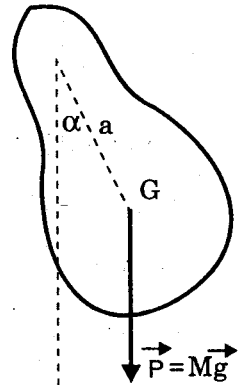
với α_0 = biên độ góc (điều kiện : α_0 bé)

- Gia tốc góc

$$\alpha'' = -\omega^2 \alpha$$

- Mômen tác dụng lên con lắc kép

$$\mathcal{M} = -Mga\alpha$$



- Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{Mga}{I}}$, I là momen quán tính của con lắc đối với trục quay

- Chu kì

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mga}}$$

- Con lắc đơn đồng bộ với con lắc kép (chu kì bằng nhau) có chiều dài là:

$$l = \frac{I}{Ma}$$

- Con lắc thuận nghịch

Một con lắc kép được gọi là con lắc thuận nghịch nếu có chu kì như nhau khi dao động quanh hai trục quay khác nhau và song song.

Chiều dài con lắc đơn đồng bộ với con lắc thuận nghịch bằng với khoảng cách giữa hai trục quay của con lắc này.

B. TOÁN

- 1** a) Dùng định lí động năng, tìm vận tốc góc của con lắc kép khi góc lệch của con lắc này là θ
 b) Từ công thức trên, tìm lại công thức tính vận tốc v của con lắc đơn theo góc lệch θ của sợi dây.

Hướng dẫn

- a) Tại vị trí ngoại biên G_0 :

$$E_{d0} = 0$$

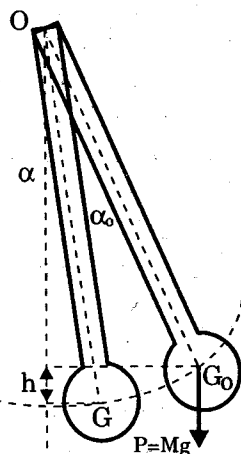
Khi con lắc ở vị trí G , vận tốc góc là α' .

$$\text{Động năng là: } E_d = \frac{1}{2} I \alpha'^2$$

Công W là công của trọng lượng khi di chuyển từ G_0 tới G .

$$W = Ph = Mga(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

với $a = OG$



Áp dụng định lí động năng :

$$E_c - E_{c0} = W$$

$$\text{Ta có : } \frac{1}{2} I \alpha'^2 - 0 = Mga(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

$$\text{Vậy } \alpha' = \sqrt{\frac{2Mga}{I} (\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

- b) Nếu coi con lắc trên là con lắc đơn :

$$a = l \quad (\text{chiều dài sợi dây})$$

$$I = Ml^2$$

Ngoài ra : $\alpha' = \frac{v}{l}$

Vậy ta có : $\frac{v}{l} = \sqrt{\frac{2Mgl}{Ml^2}(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

Suy ra $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

2 Một máy đánh nhịp gồm một thanh BC khối lượng không đáng kể, có thể dao động quanh một trục thẳng góc với BC tại một điểm O. Đặt $OB = b$, $OC = c$. Tại B và C có gắn hai quả cầu rất nhỏ, lần lượt có khối lượng là M và m

- Xác định trọng tâm của hệ theo b, c, M, m
- Tính mômen quán tính của hệ đối với trục quay O
- Tính chu kì của hệ khi dao động với biên độ nhỏ θ_0
- Tính vận tốc của hệ khi qua vị trí cân bằng.

Áp dụng bằng số : $M = 180g$, $m = 20g$, $b = c = 20cm$,
 $g = 10m/s^2$, $\theta_0 = 6^\circ$

Hướng dẫn

- a) Trọng tâm của hệ được xác định bởi công thức :

$$\overline{OG} = \frac{M \cdot \overline{OB} + m \cdot \overline{OC}}{M + m}$$

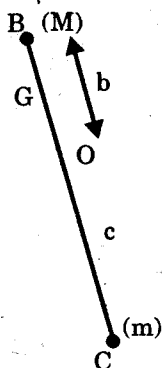
Trong đó $\overline{OG}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ là các khoảng cách đại số.

Vì $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OC}$ ngược chiều nên ta có

$$\overline{OG} = \frac{-M \cdot b + m \cdot c}{M + m}$$

(qui ước chiều $\overrightarrow{OC}$ là chiều dương)

Áp dụng bằng số : $\overline{OG} = \frac{-180 \cdot 20 + 20 \cdot 20}{180 + 20} = -16cm$



b) Mômen quán tính :

$$I = Mb^2 + mc^2$$

Áp dụng số : $I = 0,18(0,2)^2 + 0,02(0,2)^2 = 8.10^{-3} \text{ kg.m}^2$

c) Chu kì $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{(M+m)ga}}$ với $a = OG = 16\text{cm}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{8.10^{-3}}{0,2 \cdot 10 \cdot 16}} = 1\text{s}$$

d) Theo bài toán trên , ta có :

$$\alpha'^2 = \frac{2(M+m)ga}{I} (\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

Khi con lắc qua vị trí cân bằng : $\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$

Ngoài ra, α_0 là góc nhỏ :

$$\cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$$

$$\alpha'^2 = \frac{2(M+m)ga}{I} \frac{\alpha_0^2}{2} \text{ với } \alpha_0 = 6^\circ = \frac{6\pi}{180} \text{ rad}$$

$$\alpha'^2 = \frac{0,2 \cdot 10 \cdot 16}{8 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{\pi}{30} \right)^2 = 0,44$$

Suy ra: $\alpha' = 0,66 \text{ rad/s}$

3

Một con lắc kép gồm một quả cầu đặc khối lượng $m = 100\text{g}$, bán kính $r = 10\text{cm}$, gắn với một thanh kim loại rất nhẹ. Khoảng cách từ điểm treo tới tâm quả cầu là $a = 1\text{m}$. Lấy $g = \pi^2(\text{SI})$

- Tính chu kì con lắc kép này và chiều dài con lắc đơn đồng bộ.
- Nếu coi con lắc kép này là con lắc đơn thì sai số về chu kì là bao nhiêu ?

Hướng dẫn

a) Chu kì con lắc kép :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}$$

với $m = 0,1\text{kg}$, $g = \pi^2\text{m/s}^2$ $a = 1\text{m}$

Trục quay không đi qua trọng tâm G nên áp dụng định lí Huyghens, ta có :

$$I = I_G + ma^2 = \frac{2}{5}mr^2 + ma^2$$

$$I = \left(\frac{2}{5} \cdot 0,1^2 + 1\right)0,1 = 0,1004 \text{ kgm}^2$$

Vậy
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,1004}{0,1 \cdot \pi^2 \cdot 1}} = 2,004\text{s}$$

Chiều dài con lắc đơn đồng bộ :

$$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}$$

Suy ra
$$l = \frac{I}{ma} = \frac{0,1004}{0,1 \cdot 1} = 1,004 \text{ m}$$

b) Nếu có con lắc kép trên là con lắc đơn, ta có $l' = a = 1\text{m}$

Chu kì
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\text{s}$$

Nghĩa là chu kì nhỏ bớt đi 0,004s

4 Một con lắc kép là một vành tròn bán kính R , khối lượng m , có thể quanh một trục vuông góc với mặt phẳng của vành tròn một điểm A trên vành.

a) Tính chu kì con lắc này theo R và g và tính chiều dài con lắc đơn đồng bộ.

b) Gắn vào vành một quả cầu rất bé, khối lượng $2m$ ở điểm B đối tâm với A .

Tính lại chu kì con lắc kép và chiều dài con lắc đơn đồng bộ.

c) - Tính R để chu kì $T = 3s$. Cho $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$.

- Tính độ biến thiên của chu kì khi nhiệt độ tăng lên 10°C .

Cho hệ số nở dài của vành là $\lambda = 2 \cdot 10^{-5}$.

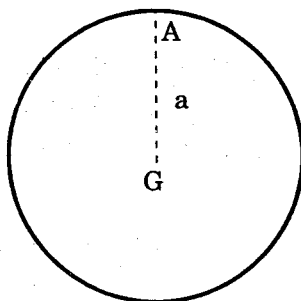
Hướng dẫn

a) Chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}$ với $a = R$

$$I = I_G + ma^2 = mR^2 + ma^2$$

hay $I = 2mR^2$

Vậy $T = 2\pi\sqrt{\frac{2mR^2}{mgR}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$



Chiều dài con lắc đơn đồng bộ :

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

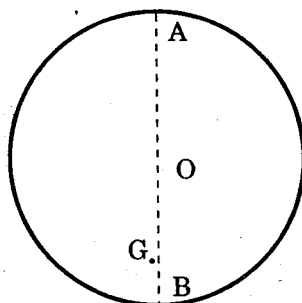
Suy ra : $l = 2R$

b) Hệ coi như gồm một khối lượng m đặt ở O và một khối lượng $2m$ đặt ở B.

Trọng tâm G được xác định bởi

$$\overline{OG} = \frac{2m \cdot \overline{OB} + m \cdot \overline{OO}}{3m} = \frac{2}{3} \overline{OB} = \frac{2}{3} R$$

Suy ra: $a = AG = R + OG = \frac{5}{3}R$



Chu kì $T' = 2\pi\sqrt{\frac{I'}{3m \cdot g \cdot a}}$

với $I' = I_{\text{vành}} + I_{2m} = 2mR^2 + 2m(2R)^2$; $I' = 10mR^2$

Vậy $T' = 2\pi\sqrt{\frac{10mR^2}{3m \cdot g \cdot \frac{5}{3}R}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} = T$

Chiều dài con lắc đơn đồng bộ vẫn là $2R$

c) Với $T = 3\text{s}$, ta có : $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} = 3$

Suy ra: $R = \frac{9g}{8\pi^2} = \frac{9}{8} \text{ m}$

Khi nhiệt độ tăng lên 10°C :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{2R'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R'}{\pi^2}} = 2\sqrt{2R'}$$

Chu vi vành tròn: $L = 2\pi R$ (ở nhiệt độ ban đầu)

Ở nhiệt độ sau : $L' = 2\pi R' = L(1 + \lambda.\Delta\theta)$

hay $2\pi R' = 2\pi R(1 + \lambda.\Delta\theta)$

Suy ra $R' = R(1 + \lambda.\Delta\theta)$

So sánh $T' = 2\sqrt{2R'}$ với T ban đầu $= 2\sqrt{2R}$

Ta có: $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{R'}{R}} = \sqrt{1 + \lambda.\Delta\theta} \approx 1 + \frac{1}{2}\lambda.\Delta\theta$

hay $\frac{T'}{T} - 1 = \frac{T' - T}{T} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}\lambda.\Delta\theta$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 = 10^{-4}$$

Vậy chu kì tăng thêm là:

$$\Delta T = T \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

5 a) Chứng minh rằng một đĩa đồng chất, bán kính R có cùng chu kì khi dao động lún lượt quanh hai trục nằm ngang, vuông góc với mặt phẳng của đĩa, một trục đi qua một điểm ở vành đĩa, trục kia đi qua một điểm cách tâm đĩa là $\frac{R}{2}$

b) Tính chiều dài con lắc đơn đồng bộ.

Hướng dẫn

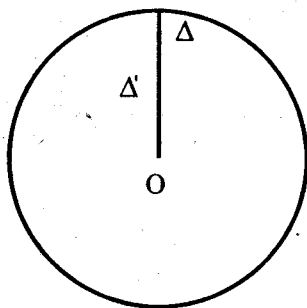
a) Xét trục quay Δ

$$\text{Chu kì } T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mga}}$$

$$\text{Với } I = I_G + Ma^2 \quad (G \equiv O)$$

$$= \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 \quad (a = R)$$

$$= \frac{3}{2}MR^2$$



$$\text{Vậy: } T = 2\pi\sqrt{\frac{3MR^2}{2.MgR}} = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$$

Xét khi đĩa quay quanh trục Δ' :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{I'}{Mga'}} \quad \text{với } a' = \frac{R}{2}$$

$$\text{Với } I' = I_G + Ma'^2 = \frac{1}{2}MR^2 + M\frac{R^2}{4} = \frac{3}{4}MR^2$$

$$\text{Suy ra } T' = 2\pi\sqrt{\frac{3MR^2}{4.M.g\frac{R}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$$

$$\text{Ta thấy } T' = T$$

b) Chiều dài con lắc đơn đồng bộ:

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$$

$$\text{Suy ra } l = \frac{3R}{2}$$

A. LÝ THUYẾT CẦN BẢN

- Tổng hợp hai dao động cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ

$$x_1 = A \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Dao động tổng hợp : $x = x_1 + x_2$ có dạng :

$$x = 2A \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \sin \left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right)$$

(cùng tần số với x_1, x_2)

Biên độ $\bar{a} = 2A \left| \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right|$

- Biên độ tổng hợp cực đại $\bar{a} = 2A$ khi x_1 và x_2 đồng pha :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k2\pi, k = \text{số nguyên}$$

- Biên độ tổng hợp triệt tiêu $\bar{a} = 0$ khi x_1 và x_2 đối pha :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi$$

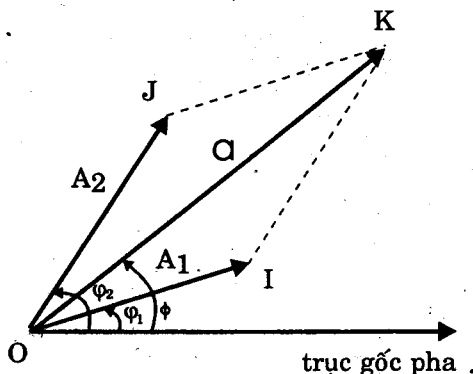
- Phương pháp đồ thị Fresnel

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Dao động tổng hợp $x = x_1 + x_2$ có dạng:

$$x = \bar{a} \sin(\omega t + \varphi)$$



$\vec{OI}$ biểu diễn dao động x_1

$\vec{OJ}$ biểu diễn dao động x_2

Véc tơ tổng $\vec{OK} = \vec{OI} + \vec{OJ}$ biểu diễn dao động tổng hợp

$$x = x_1 + x_2$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1);$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

B. TOÁN

1 Tìm dao động tổng hợp của các cặp dao động sau :

a) $x_1 = 4 \sin 100\pi t$, $x_2 = 4 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})$;

b) $x_1 = \sin 20\pi t$, $x_2 = \sqrt{3} \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$

c) $x_1 = 3 \sin 100\pi t$, $x_2 = -3 \sin(100\pi t + \frac{2\pi}{3})$

d) $x_1 = 3 \sin 100\pi t$, $x_2 = 4 \cos 100\pi t$

Hướng dẫn

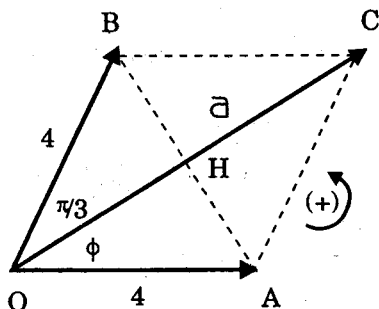
Dao động tổng hợp có dạng :

$$x = a \sin(\omega t + \phi)$$

Có thể xác định biên độ A và pha ϕ bằng các công thức trong phần lí thuyết, hoặc trực tiếp từ giản đồ Fresnel

a) $x = x_1 + x_2$

$$= 4 \sin 100\pi t + 4 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})$$



- **Nhận xét :** $OACB$ là hình thoi nên $a = OC = 2.OH$

Suy ra: $a = 2OA \cos\phi$ mà $\phi = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \frac{\pi}{6}$.

Vậy: $a = 2 \cdot 4 \cdot \cos\frac{\pi}{6} = 4\sqrt{3}$

Dao động tổng hợp :

$$x = 4\sqrt{3} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$$

b) $x = \sin 20\pi t + \sqrt{3} \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$

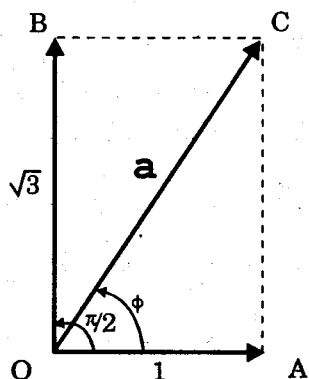
$OACB$ là hình chữ nhật

$$a = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 2$$

$$\tan\phi = \frac{AC}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

Suy ra $\phi = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

Vậy $x = 2 \sin(20\pi t + \frac{\pi}{3})$



c) $x_1 = 3 \sin 100\pi t$

$$x_2 = -3 \sin(100\pi t + \frac{2\pi}{3})$$

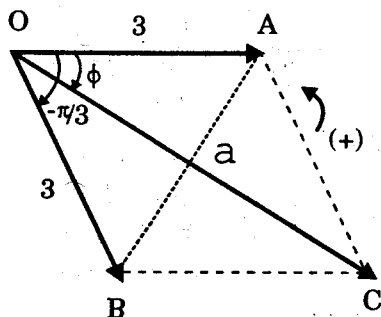
$$= 3 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})$$

$OACB$ là hình thoi

$$a = 2.OA \cdot \cos\frac{\pi}{6} = 3\sqrt{3};$$

$$\phi = -\frac{\pi}{6}$$

Vậy $x = 3\sqrt{3} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$



d) $x_1 = 3 \sin 100\pi t$

$$x_2 = 4 \cos 100\pi t = 4 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Dao động tổng hợp :

$$x = x_1 + x_2 = a \sin(100\pi t + \phi)$$

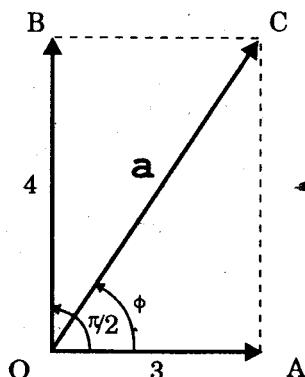
OABC là hình chữ nhật

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\tan \phi = \frac{AC}{OA} = \frac{4}{3}$$

$$\phi = 53^\circ = \frac{53\pi}{180} \text{ rad}$$

Suy ra: $x = 5 \sin(100\pi t + \frac{53\pi}{180})$



2

Cho $u = u_1 + u_2 + u_3$

Với $u_1 = RI \sin \omega t$,

$$u_2 = L\omega I \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}),$$

$$u_3 = \frac{I}{C\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Lập biểu thức của dao động tổng hợp u .

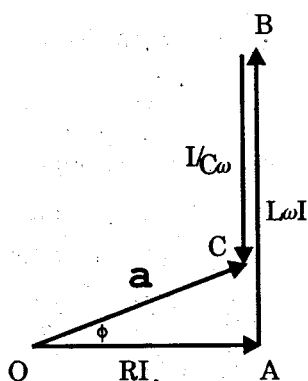
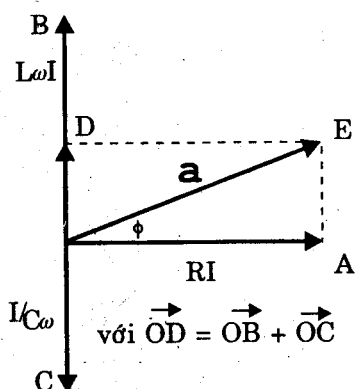
Hướng dẫn

Dao động tổng hợp:

$$u = RI \sin \omega t + L\omega I \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I}{C\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

có dạng $u = a \sin(\omega t + \phi)$

Ta có thể vẽ giản đồ Fresnel theo hai cách sau :



Ta có:
$$a^2 = \left(L\omega I - \frac{I}{C\omega} \right)^2 + (RI)^2$$

Suy ra:
$$a = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 + R^2 I}$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

3 Cho N dao động cùng phương, cùng chu kì :

$$x_1 = A \sin \alpha t,$$

$$x_2 = A \sin (\alpha t + \varphi),$$

$$x_3 = A \sin (\alpha t + 2\varphi)$$

$$x_4 = A \sin (\alpha t + 3\varphi),$$

$$x_N = A \sin [\alpha t + (N-1)\varphi]$$

a) Tìm biên độ của dao động tổng hợp

b) Lập phương trình dao động tổng hợp. Xét trường hợp $N=2, N=3$

Vậy biên độ của dao động tổng hợp là :

$$a = OA_N = 2.OK = A \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

b) Xác định ϕ

$$\phi = \widehat{A_1OC} + \widehat{COK} = \frac{\pi - \varphi}{2} + \widehat{COK}$$

trong đó

$$\widehat{COK} = \frac{\pi - \widehat{OCA_N}}{2} = \frac{N\varphi - \pi}{2}$$

$$\phi = \frac{\pi - \varphi}{2} + \frac{N\varphi - \pi}{2} = \frac{(N-1)\varphi}{2}$$

Vậy phương trình dao động tổng hợp là :

$$x = A \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \sin \left[\omega t + \frac{(N-1)\varphi}{2} \right]$$

• Với $N = 2$: $\sin \frac{N\varphi}{2} = \sin \varphi = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}$

Suy ra $x = 2A \cos \frac{\varphi}{2} \sin \left[\omega t + \frac{\varphi}{2} \right]$

• Với $N = 3$: $x = A \frac{\sin \frac{3\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \sin [\omega t + \varphi]$



A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

I. VẬN TỐC TRUYỀN SÓNG

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Δs là quãng đường sóng truyền đi được trong thời gian Δt

Với cùng một loại sóng, vận tốc truyền sóng v thay đổi theo môi trường truyền sóng.

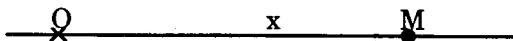
II. BƯỚC SÓNG (HAY ĐỘ DÀI SÓNG)

Bước sóng λ là quãng đường mà sóng truyền đi được trong một chu kì

$$\lambda = v.T = \frac{v}{N}$$

T là chu kì, N là tần số của sóng

III. BIỂU THỨC CỦA SÓNG TẠI MỘT ĐIỂM



Sóng tại nguồn O là :

$$u_o = a \sin \omega t = A \sin 2\pi Nt$$

Sóng truyền tới M cách O một đoạn x là :

$$u_M = A \sin \left(2\pi Nt - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

Nếu giữ t không đổi (nghĩa là xét một thời điểm nhất định) đường biểu diễn u_M theo x cho ta biết dạng của vật dao động (mặt nước, sợi dây,...) vào thời điểm đó.

IV. ĐỘ LỆCH PHA

Độ lệch pha giữa hai điểm M_1 , M_2 cách nguồn O lần lượt là x_1 , x_2 .

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda} = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$$

- Nếu $\Delta\varphi = k2\pi$ (k = số nguyên) : dao động tại M_1 và M_2 đồng pha. Ta có $\Delta x = k\lambda$.
- Nếu $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ hay $\Delta x = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$: dao động tại M_1 và M_2 đối pha

B. TOÁN

1 Đầu O của một sợi dây dao động theo phương trình :

$$u(\text{cm}) = 4\sin 20\pi t$$

- Hỏi tần số và chu kì của sóng truyền trên sợi dây. Tính bước sóng.
- Viết phương trình dao động tại một điểm M cách O là $62,5\text{cm}$. Cho vận tốc truyền sóng là $2,5\text{m/s}$

Hướng dẫn

- Ta có : $u = 4 \sin 20\pi t$ (cm)
suy ra: $\omega = 20\pi \text{ rad/s}$ mà $\omega = 2\pi N$
nên tần số của sóng là:

$$N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10\text{Hz}$$

Chu kì $T = \frac{1}{N} = \frac{1}{10}\text{s}$

Bước sóng $\lambda = vT = 2,5 \cdot \frac{1}{10} = 0,25\text{m}$

- Phương trình dao động của sóng tại M :

$$u = a \sin\left(2\pi Nt - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$u = 4 \sin\left(20\pi t - \frac{2\pi \cdot 62,5}{0,25}\right) = 4\sin(20\pi t - 500\pi)$$

Vậy

$$u = 4 \sin 20\pi t \text{ (cm)}$$

2

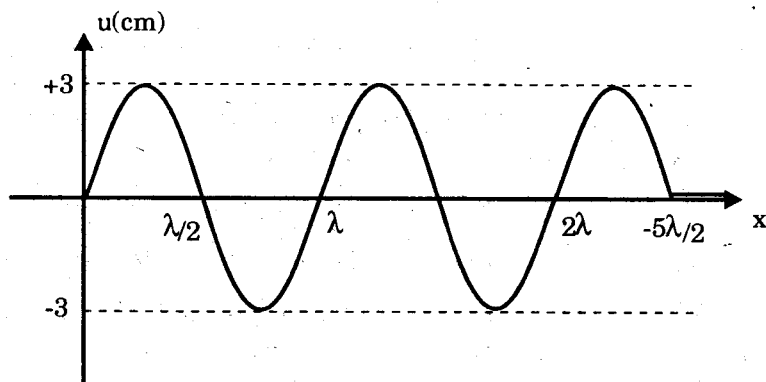
Đầu A của một sợi dây cao su bắt đầu rung vào lúc $t = 0$ với phương trình:

$$u(\text{cm}) = 3 \sin 100\pi t$$

a) Xác định dạng sợi dây vào lúc $t = 0,05\text{s}$

b) Viết phương trình dao động tại điểm M cách A là 21cm. Cho vận tốc truyền sóng trên dây là 2m/s

Hướng dẫn



Phương trình dao động của sóng tại một điểm trên dây là :

$$u = 3\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \text{ (cm)}$$

với

$$\lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 2 \cdot \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{2}{50} \text{ m} = 4\text{cm}$$

Vậy

$$u = 3 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi x}{2}\right), \text{ x tính ra cm}$$

Vào lúc $t = 0,05\text{ s}$, ta có :

$$u(x) = 3 \sin(5\pi - \frac{\pi}{2}x) = 3\sin\frac{\pi}{2}x$$

Dạng của sợi dây chính là đường biểu diễn của u theo x .

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$\frac{3\lambda}{4}$	λ	$\frac{5\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{2}$	...	$\frac{5\lambda}{2}$
u	0	3	0	-3	0	3	0	...	0

vào thời điểm $t = 0,05s$, sóng đã truyền được một đoạn là $d = vt = 2,0,05 = 0,1m = 2,5\lambda$. Ở các điểm xa hơn, sóng chưa truyền đến nên sợi dây vẫn nằm yên.

b) Phương trình dao động tại điểm M cách A là $x = 21cm$

$$u_M(t) = 3\sin(100\pi - \frac{2\pi}{4} \cdot 21) = 3 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$

3

Gây ra tại đầu O của một sợi dây đàn hồi một dao động ngang có dạng: $u(cm) = 4 \sin 50\pi t$.

Vận tốc truyền sóng tùy thuộc sức căng T của sợi dây như

sau: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, trong đó μ là khối lượng mỗi đơn vị chiều dài của sợi dây. Sợi dây có khối lượng là 10g và dài 4m.

a) Tìm độ dài sóng khi sợi dây có sức căng là 1N

b) Xác định dạng sợi dây vào lúc $t = 0,1s$

c) Nhận xét gì về dao động tại các điểm M_1, M_2, M_3 lần lượt cách O là 80cm, 120cm, 240cm.

Hướng dẫn

a) Vận tốc truyền sóng trên dây

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ với } \mu = \frac{m}{l} = \frac{0,01}{4} = 0,25 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}$$

với $T = 1N$, ta có:

$$v = \sqrt{\frac{1}{0,25 \cdot 10^{-2}}} = \frac{10}{0,5} = 20 \text{ m/s}$$

Suy ra độ dài sóng :

$$\lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 20 \cdot \frac{2\pi}{50\pi} = 0,8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

b) Vào lúc $t = 0,1 \text{ s}$, ta có :

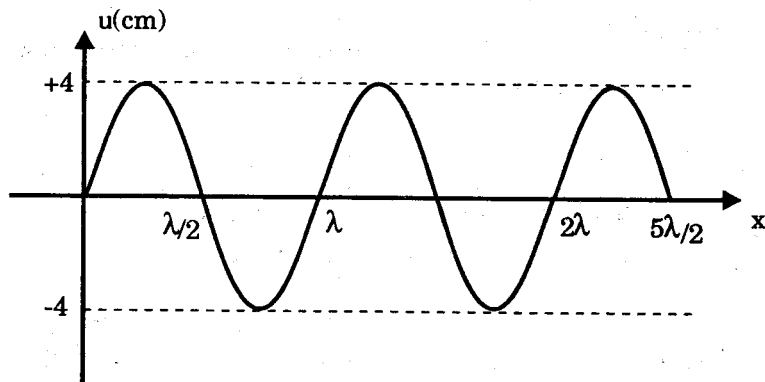
$$u = A \sin\left(50\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$u = 4 \sin\left(\pi - \frac{\pi x}{40}\right) = 4 \sin \frac{\pi x}{40}$$

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$\frac{3\lambda}{4}$	λ	$\frac{5\lambda}{4}$	...	$\frac{5\lambda}{2}$
u	0	4	0	-4	0	4	...	0

Vào thời điểm $t = 0,1 \text{ s}$, sóng đã truyền được một đoạn là

$$d = v \cdot t = 20 \cdot 0,1 = 2 \text{ m} = 2,5\lambda$$



c) Với các điểm M_1, M_2, M_3 ta có :

$$x_1 = OM_1 = 80 \text{ cm} = \lambda,$$

$$x_2 = OM_2 = 120 \text{ cm} = \frac{3}{2}\lambda$$

$$x_3 = OM_3 = 240 \text{ cm} = 3\lambda$$

Vậy M_1 và M_3 cách O một đoạn là 2λ nên hai điểm này dao động đồng pha với nhau và đồng pha với O , M_2 cách O là $\frac{3\lambda}{2}$ nên M_2 dao động đối pha với O , M_1 , M_3

- 4** Cho một sợi dây dài $OA = 4m$ căng nằm ngang. Đầu A quàng qua một ròng rọc và có treo một quả cân khối lượng m . Gây ra ở đầu O một dao động là :

$$u(cm) = 4 \sin 40\pi t$$

Vẽ dạng sợi dây vào thời điểm $t = 0,1s$ trong các trường hợp sau :

a) $m = 100g$;

b) $m = 150g$

Cho khối lượng sợi dây OA là $15g$ và gia tốc trọng lực là $g = 10m/s^2$

Hướng dẫn

Ta có :

$$u(x) = 4 \sin(40\pi t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

với $t = 0,1s$

$$u(x) = 4 \sin(4\pi - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

$$= 4 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$

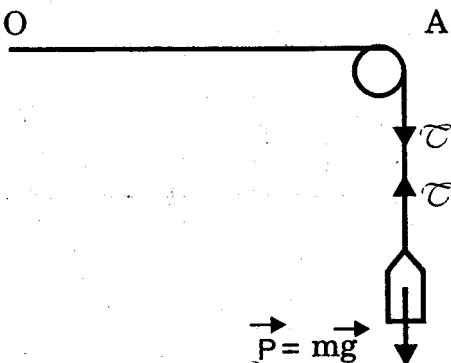
trong đó $\lambda = v.T$

$$\text{với } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40\pi} = \frac{1}{20}s$$

Vận tốc truyền sóng $v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$ (theo bài toán 3)

Với sức căng dây

$$\tau = P = mg$$



và
$$\mu = \frac{m_{\text{(dây)}}}{l} = \frac{0,015}{4} = \frac{1,5}{4} \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}$$

Vậy
$$v = 20 \sqrt{\frac{mg}{1,5}}$$

Suy ra:
$$\lambda = v \cdot T = 20 \sqrt{\frac{mg}{1,5}} \cdot \frac{1}{20} = \sqrt{\frac{2}{3}} mg$$

a) Với $m = 100g = 0,1kg$

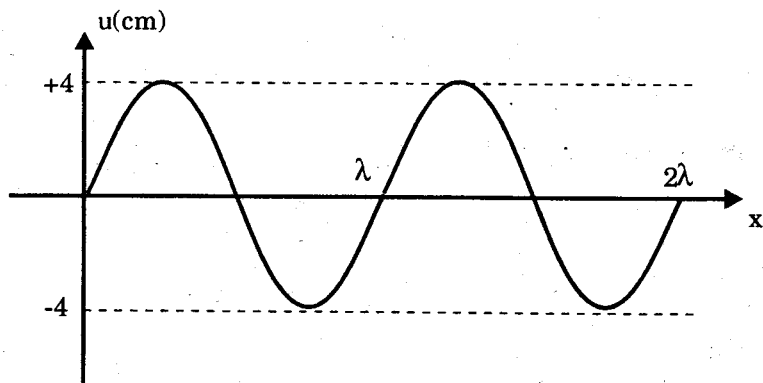
Ta có:
$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{3}} 0,1 \cdot 10 = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ m và } v = 20 \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ m/s}$$

Suy ra:
$$u(x) = 4 \sin 2\pi \sqrt{\frac{3}{2}} x$$

Vào thời điểm $t = 0,1s$, sóng đã truyền được một đoạn

$$d = v \cdot t = 20 \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 0,1 = 2 \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ m} = 2\lambda$$

– Dạng sợi dây



b) Với $m = 150g = 0,15kg$

Ta có
$$v = 20 \sqrt{\frac{mg}{1,5}} = 20 \text{ m/s} ; \lambda = 1 \text{ m}$$

Sóng đã truyền đi được một đoạn $d = v \cdot t = 20 \cdot 0,1 = 2 \text{ m} = 2\lambda$

Dạng sợi dây giống như câu (a).

5

Tại hai điểm A và B trên mặt nước, cách nhau 20cm, người ta gây ra hai dao động s_1 và s_2 . Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là 1,2m/s.

- Cho $s_1 = s_2 = 2 \sin 20\pi$ (cm). Viết các phương trình dao động từ A và B truyền tới một điểm M cách A và B lần lượt là $d_1 = 25\text{cm}$ và $d_2 = 30\text{cm}$ Suy ra phương trình dao động tổng hợp tại M.
- Xác định vị trí các điểm cực đại trên mặt nước có biên độ dao động cực đại và cực tiểu.

Hướng dẫn

Dao động tại M :

- Từ A truyền đến là :

$$s_{M1} = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$$

$$\text{với } \lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 1,2 \cdot \frac{2\pi}{20\pi}$$

$$= 0,12\text{m} = 12\text{cm}$$

$$\text{Suy ra } s_{M1} = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{\pi d_1}{6}\right)$$

$$\text{với } d_1 = 25\text{cm}$$

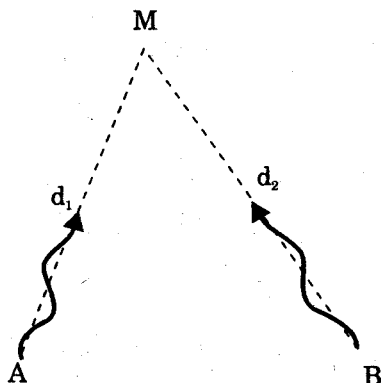
$$s_{M1} = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{25\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

- Từ B truyền đến :

$$s_{M2} = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{\pi}{6} d_2\right)$$

$$s_{M2} = 2 \sin\left(20\pi t - \frac{\pi}{6} 30\right) = 2 \sin(20\pi t - \pi)$$

Phương trình tổng hợp tại M là :



$$s_M = s_{M1} + s_{M2} = 2\sin\left(20\pi t - \frac{\pi}{6}\right) + 2\sin(20\pi t - \pi)$$

Áp dụng công thức:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha - \beta}{2}\sin\frac{\alpha + \beta}{2}$$

Ta có :

$$s_M = 4\cos\frac{5\pi}{12}\sin\left(20\pi t - \frac{7\pi}{12}\right) \text{ (cm)}$$

- b) Xét một điểm N trên mặt nước, cách A và B lần lượt là x_1 và x_2 :

Các dao động tại N, từ A và B truyền đến là :

$$s_{N1} = 2\sin\left(20\pi t - \frac{\pi x_1}{6}\right);$$

$$s_{N2} = 2\sin\left(20\pi t - \frac{\pi x_2}{6}\right)$$

Dao động tổng hợp :

$$\begin{aligned} s_N &= s_{N1} + s_{N2} \\ &= 4\cos\frac{\pi}{12}(x_2 - x_1)\sin\left[20\pi t - \frac{\pi}{12}(x_1 + x_2)\right] \end{aligned}$$

Biên độ của dao động tổng hợp là :

$$a = 4\left|\cos\frac{\pi}{12}(x_2 - x_1)\right|$$

trị số của a tùy thuộc x_1 và x_2 , nghĩa là tùy thuộc vị trí N trên mặt nước.

- a cực đại ứng với $\cos\frac{\pi}{12}(x_2 - x_1) = \pm 1$

hay $\frac{\pi}{12}(x_2 - x_1) = k\pi \quad k = \text{số nguyên}$

Suy ra: $x_2 - x_1 = 12k$ (hằng số)

Quỹ tích các điểm này là các nhánh hyperbol có tiêu là A và B.

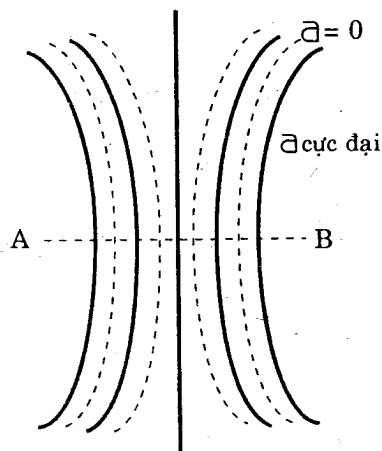
- $\bar{a}$ cực tiểu (triệt tiêu) ứng với

$$\cos \frac{\pi}{12}(x_2 - x_1) = 0$$

$$\text{hay } \frac{\pi}{12}(x_2 - x_1) = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$$

$$x_2 - x_1 = 6(2k + 1) \text{ (hằng số)}$$

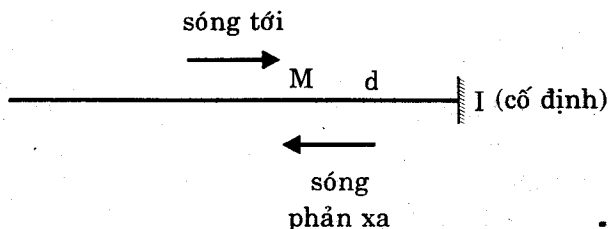
Quỹ tích các điểm này cũng là các nhánh hyperbol có các tiêu điểm là A và B. Các nhánh hyperbol này xen giữa các nhánh hyperbol ứng với $\bar{a}$ cực đại



A. LÝ THUYẾT CĂN BẢN

Sóng dừng do sự tổng hợp của sóng tới với sóng phản xạ.

I. TRƯỜNG HỢP VẬT PHẢN XẠ CỐ ĐỊNH



Sóng tới tại I : $u_{It} = A \sin \omega t$

Sóng phản xạ tại I : $u_{IP} = -A \sin \omega t$

Sóng tới và sóng phản xạ tại M :

$$u_{Mt} = A \sin \left(\omega t + \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$

$$u_{MP} = -A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$

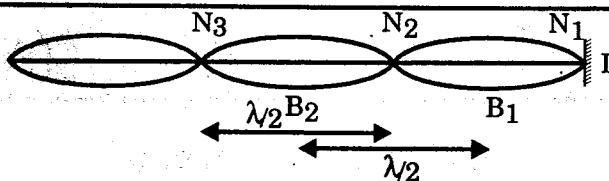
Biểu thức của sóng dừng :

$$u = u_{Mt} + u_{MP}$$

$$u = 2A \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \omega t$$

Biên độ : $a = 2A \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$

- Bụng sóng, có a cực đại, cách I là : $d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$
- Nút sóng, có $a = 0$, cách I là : $d = k \frac{\lambda}{2}$ với $k = \text{số nguyên}$



- Điều kiện : chiều dài sợi dây phải thỏa hệ thức :

$$l = k \frac{\lambda}{2}$$

$k = \text{số nguyên}$. Hay $\lambda = \frac{2l}{k}$

Hay tần số thỏa : $N = k \frac{v}{2l}$

II. TRƯỜNG HỢP VẬT PHẢN XẠ TỰ DO

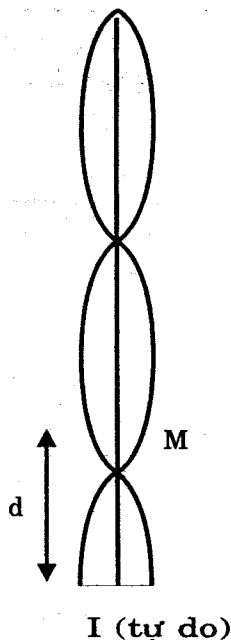
- Sóng tới và sóng phản xạ tại I :

$$u_{It} = A \sin \omega t ; u_{Ip} = A \sin \omega t$$

- Sóng tới và sóng phản xạ tại M :

$$u_{Mt} = A \sin \left(\omega t + \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$

$$u_{Mp} = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda} \right)$$



Biểu thức của sóng dừng :

$$x = 2A \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \omega t$$

Biên độ

$$a = 2A \left| \cos \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

- Bụng sóng cách I là: $d = k \frac{\lambda}{2}$

- Nút sóng cách I là: $d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$

Điều kiện :

$$l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

B. TOÁN

1

Sợi dây $OB = 20\text{cm}$, đầu B cố định. Gây ra tại O một dao động có tần số 20Hz , biên độ 1cm . Cho vận tốc truyền sóng trên dây là 40cm/s .

- Tìm số bụng, số nút của sóng dừng.
- Chọn dao động tới ở B là gốc pha. Viết phương trình sóng tới và sóng phản xạ tại M cách B là $6,5\text{cm}$. Suy ra phương trình sóng dừng.
- Xác định các điểm có biên độ triệt tiêu.

Hướng dẫn

- a) Để có sóng dừng, chiều dài sợi dây $l = OB$ phải thỏa điều kiện:

$$l = k \frac{\lambda}{2}$$

trong đó k chính là số múi, đồng thời là số bụng sóng (trong trường hợp vật cản phản xạ cố định)

Vậy số bụng dao động là :

$$k = \frac{l}{\lambda/2}$$

với $\lambda = vT = \frac{2\pi}{\omega} = 40 \frac{2\pi}{2\pi \cdot 20} = 2\text{cm}$

$$l = 20\text{cm}$$

Suy ra $k = 20$. Số nút dao động là:

$$k + 1 = 21$$

- b) Sóng tới tại B :

$$u_{Bt} = A \sin 2\pi Nt = \sin 40\pi t \quad (\text{cm})$$

Sóng phản xạ tại B :

$$u_{BP} = -A \sin 2\pi Nt = -\sin 40\pi t \quad (\text{cm})$$

Suy ra sóng tới tại M :

$$\begin{aligned}u_{Mt} &= \sin\left(40\pi t + \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = \sin\left(40\pi t + \frac{13\pi}{2}\right) \\&= \sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}\end{aligned}$$

Sóng phản xạ tại M :

$$u_{MP} = -\sin\left(40\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right) = -\sin\left(40\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Phương trình sóng dừng :

$$u = u_{Mt} + u_{MP} = 2 \sin\frac{\pi}{2} \cdot \cos 40\pi t$$

Vậy $u = 2 \cdot \cos 40\pi t \text{ (cm)}$

c) Các nút sóng có biên độ dao động triệt tiêu, cách B là :

$$d = k\frac{\lambda}{2} = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2}, 2\lambda, \dots$$

$$d = 0, 1\text{cm}, 2\text{cm}, 3\text{cm}, 4\text{cm}$$

2 Sợi dây OB với đầu B tự do. Gây ra tại O một dao động ngang có tần số 100Hz. Vận tốc truyền sóng là $v = 4\text{m/s}$.

a) Cho chiều dài sợi dây là $l = 21\text{cm}$ và 80cm thì có sóng dừng xảy ra không? Tại sao?

b) Nếu có sóng dừng, hãy tính số bụng và số nút.

c) Với $l = 21\text{cm}$, muốn có 8 bụng sóng thì tần số dao động phải là bao nhiêu?

Hướng dẫn

a) Điều kiện có sóng dừng:

$$l = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$$

Ta có: $\lambda = vT = \frac{v}{N} = \frac{4}{100}\text{m} = 4\text{cm}$

Suy ra: $l = 2k + 1 \text{ (cm)}$

Ta thấy $l = 21 \text{ cm}$ thỏa điều kiện trên với $k = 10$. Do đó, có sóng dừng.

$l = 80\text{cm}$ không thỏa điều kiện trên: không có sóng dừng.

b) Trong công thức $l = (2k + 1)\frac{\lambda}{4} = k\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$, k chính là số múi nguyên trên sợi dây. Vậy $k + 1$ chính là số bụng sóng, đồng thời là số nút sóng.

Với $l = 21\text{cm}$, ta đã có $k = 10$. Vậy sóng dừng trên dây OB có 11 bụng và 11 nút.

c) Ta có $l = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}$ với $l = 21\text{cm}$, mà $\lambda = \frac{v}{N}$, suy ra :

$$l = (2k + 1)\frac{v}{4N}$$

Sóng dừng có 8 bụng, suy ra: $k = 7$

Tần số của sóng là: $N = (2k + 1)\frac{v}{4l}$

$$N = 15\frac{400}{4.21} = 71,4\text{Hz}$$

3

Sợi dây $OB = 120\text{cm}$, đầu B cố định, đầu O nối với một bản rung có tần số 50Hz . Ta thấy sóng dừng trên dây có 4 múi và biên độ dao động ở bụng là 1cm .

a) Tìm vận tốc truyền sóng và vận tốc dao động cực đại ở một bụng.

b) Tính biên độ dao động tại một điểm M cách O là 60cm

Hướng dẫn

a) Ta có : $l = OB = 120\text{cm} = k\frac{\lambda}{2}$ với $k = 4$

Suy ra: $\lambda = \frac{2l}{k} = \frac{2.120}{4} = 60\text{cm}$

Vận tốc truyền sóng:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot N$$

$$v = 60.50 = 3000\text{cm/s}$$

Biên độ dao động tại bụng là $a = 1\text{cm}$.

Suy ra vận tốc dao động cực đại ở một bụng là :

$$v_{\max} = a \cdot \omega = a \cdot 2\pi N = 1.2\pi \cdot 50 = 314\text{cm/s}$$

b) Biên độ dao động tại M :

$$a_M = 2A \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

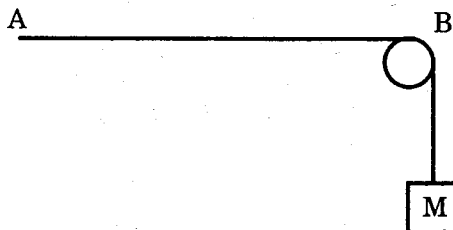
với : $d = BM = OB - OM = 120 - 60 = 60\text{cm}$

Suy ra: $a_M = 2A \sin \frac{2\pi \cdot 60}{60} = 0$. Vậy M là nút sóng.

- Lưu ý : Có thể nhận xét : $d = 60\text{cm} = \lambda$. Vậy ở M là một nút, suy ra $a_M = 0$

4

Sợi dây $AB = 1\text{m}$, khối lượng là 2g , có treo một vật khối lượng M như hình vẽ. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$. Đầu A nối với một nguồn dao động điều hòa có tần số 10Hz . Sóng dừng trên AB có k múi.



a) Tìm hệ thức giữa k và M .

b) Tính M để dây rung thành 3 múi.

Vận tốc truyền sóng trên dây tính theo công thức $v = \sqrt{\frac{\mathcal{T}}{\mu}}$

$\mathcal{T}$ = sức căng dây, μ = khối lượng mỗi đơn vị chiều dài của sợi dây.

Hướng dẫn

a) Ta có: $l = AB = k \frac{\lambda}{2}$ với $\lambda = \frac{v}{N} = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\mathcal{T}}{\mu}}$

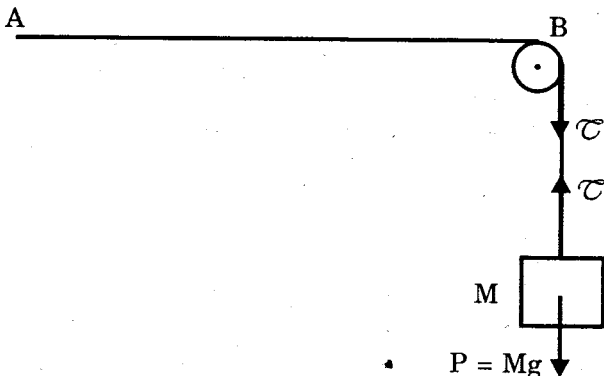
Ta có: $\mathcal{T} = P = Mg$; $\mu = \frac{m}{l}$

Suy ra: $l = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{Mgl}{m}}$

hay $\sqrt{l} = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{Mg}{m}}$, $l = \frac{k^2 Mg}{4N^2 m}$

với $l = 1\text{m}$, $N = 10\text{Hz}$, $g = 10\text{SI}$, $m = 2\text{g} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

Suy ra hệ thức $k^2 M = 0,08$



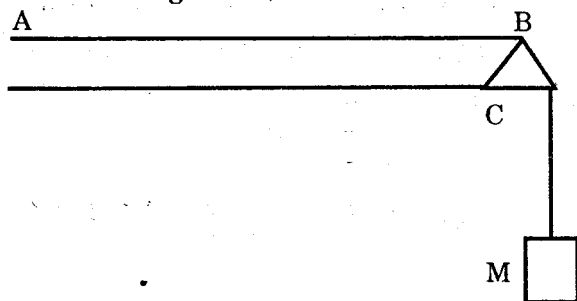
b) Trường hợp sợi dây rung thành 3 múi : $k = 3$

Ta có: $M = \frac{0,08}{k^2} = \frac{0,08}{9} \text{ kg} = \frac{80}{9} \text{ g}$

$M \approx 9\text{g}$

5

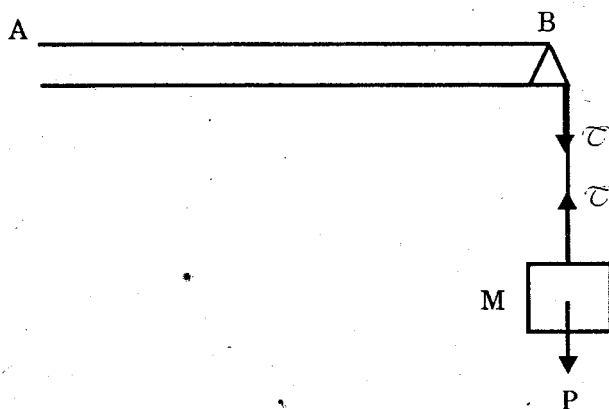
Cho sợi dây AB có treo vật khối lượng $M = 200\text{g}$ được bố trí như hình vẽ. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.



Con chạy C có thể di chuyển trên mặt ngang để làm thay đổi chiều dài AB của sợi dây. Mỗi 10cm của sợi dây có khối lượng là 2g. Cho đầu A dao động điều hòa.

- Tìm tần số rung để sóng dừng trên AB có một múi với chiều dài là 2m.
- Với chiều dài AB và tần số như câu (a), muốn dây AB rung thành 2 múi, 3 múi thì M phải là bao nhiêu ?
- Giữ M và tần số như câu (a). Tìm chiều dài AB để sợi dây rung thành 2 múi, 3 múi.

Hướng dẫn



a) Ta có: $l = AB = 2m = \frac{\lambda}{2}$ (chiều dài một múi).

Suy ra: $\lambda = 4m$

Mặt khác $\lambda = \frac{v}{N}$, suy ra tần số $N = \frac{v}{\lambda} = \frac{\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}}{\lambda}$

với $\mu = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}$

$\tau = P = Mg = 0,2 \cdot 10 = 2N$

Vậy $N = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{2 \cdot 10^{-2}}} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ Hz}$

b) Ta có : $l = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2N} = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$

hay: $l = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$

Suy ra: $M = \frac{4N^2 \mu l^2}{k^2 g}$

với $k = 2$: $M = \frac{4 \cdot (2,5)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2^2}{4 \cdot 10} = 0,05 \text{ kg}$

$k = 3$: $M = \frac{1}{45} \text{ kg}$

c) Ta có: $M = 0,2 \text{ kg}$, $N = 2,5 \text{ Hz}$

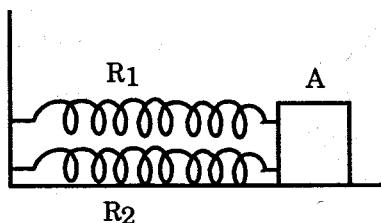
$AB = k \frac{\lambda}{2}$ với $\lambda = 4m$

$AB = 2k \text{ (m)}$

với $k = 2$: $AB = 4m$

$k = 3$: $AB = 6m$

- 1** Vật A ($m = 100\text{g}$) ở trên mặt ngang ma sát không đáng kể, được buộc vào hai lò xo R_1 , R_2 như hình vẽ. Khi chưa co dãn, chiều dài các lò xo lần lượt là $l_1 = 26\text{cm}$, $l_2 = 30\text{cm}$. Độ cứng (hay hệ số đàn hồi) của các lò xo là $k_1 = 15\text{N/m}$, $k_2 = 25\text{N/m}$.



1. Tìm độ co hay dãn của các lò xo khi A ở vị trí cân bằng.
 2. Kéo A khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ là $a = 2\text{cm}$ rồi buông cho dao động. Hỏi tính chất dao động.
- Tính chu kì.
 - Khi qua vị trí cân bằng, A đụng phải vật B đang đứng yên, có khối lượng $m' = 50\text{g}$. Sau khi đụng, hai vật dính vào nhau và tiếp tục dao động. Tính biên độ và năng lượng dao động (cơ năng toàn phần)

Giải

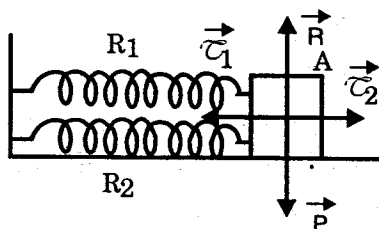
- 1) Trọng lượng $\vec{P}$ của A luôn luôn bị cân bằng với phản lực $\vec{R}$ của mặt ngang :

$$\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

Vật A đứng yên ở vị trí cân bằng trên mặt ngang khi các sức căng của hai lò xo cân bằng với nhau :

$$\vec{C}_1 + \vec{C}_2 = \vec{0}$$

Suy ra lò xo R_1 bị giãn, R_2 bị nén.



Gọi l là chiều dài chung của hai lò xo khi A ở vị trí cân bằng

Ta có : $T_1 = T_2$ hay $k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2$ (1)

hay: $k_1(l - l_1) = k_2(l_2 - l)$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } l &= \frac{k_2 l_2 + k_1 l_1}{k_1 + k_2} \\ &= \frac{25.0,3 + 15.0,26}{40} = 0,285 \text{ m} = 28,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Vậy lò xo R_1 bị giãn ra là:

$$\Delta l_1 = 28,5 - 26 = 2,5 \text{ cm}$$

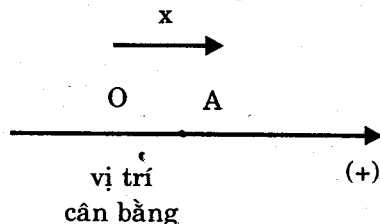
R_2 bị nén vào lò xo là:

$$\Delta l_2 = 30 - 28,5 = 1,5 \text{ cm}$$

2) Xét khi A cách vị trí cân bằng O một đoạn x .

Ở vị trí này, lò xo R_1 bị giãn thêm là x , lò xo R_2 bị nén bớt đi là x .

Độ giãn và nén của các lò xo bây giờ là:



$$\Delta l_1' = \Delta l_1 + x, \quad \Delta l_2' = \Delta l_2 - x$$

Các sức căng lò xo bây giờ là :

$$\mathcal{C}_1 = k_1 (\Delta l_1 + x), \quad \mathcal{C}_2 = k_2 (\Delta l_2 - x)$$

hợp lực tác dụng vào A là :

$$F = \mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_1 = k_2 \Delta l_2 - k_1 \Delta l_1 - (k_1 + k_2)x$$

Theo (1), ta có $k_2 \Delta l_2 - k_1 \Delta l_1 = 0$

Vậy: $F = -(k_1 + k_2)x = -kx$: lực phục hồi

với $k = k_1 + k_2 = 40 \text{ N/m}$.

Suy ra chuyển động của A là dao động điều hòa

Chu kì dao động:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,1}{40}} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

Vận tốc của a khi qua vị trí cân bằng :

$$v_A = a\omega = a \frac{2\pi}{T} = 2 \frac{2\pi}{\pi/10} = 40 \text{ cm/s} = 0,4 \text{ m/s}$$

Xét hệ vật (A, B). Động lượng của hệ thức trước khi đụng là

$$m \vec{v}_A + 0$$

Động lượng sau khi đụng là $(m + m') \vec{v}$ trong đó $\vec{v}$ là vận tốc của hệ ngay sau khi đụng.

Áp dụng nguyên lí bảo toàn động lượng, ta có :

$$m \vec{v}_A = (m + m') \vec{v} \quad \text{hay} \quad m v_A = (m + m') v$$

Suy ra:
$$v = \frac{m}{m + m'} v_A = \frac{100}{150} 0,40 = \frac{0,80}{3} \text{ m/s} = 26,67 \text{ cm/s}$$

v cũng chính là vận tốc dao động của hệ (A + B) có khối lượng $m + m'$ khi qua vị trí cân bằng

Gọi a' là biên độ dao động mới ta có :

$$v = a' \omega'$$

với
$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m + m'}} = \sqrt{\frac{40}{0,15}} = 16,33 \text{ rad/s}$$

Suy ra: $a' = \frac{v}{\omega'} = \frac{26,67}{16,33} = 1,63 \text{ cm}$

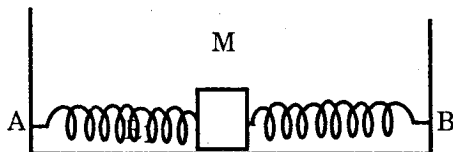
Năng lượng dao động (cơ năng toàn phần) là :

$$E = \frac{1}{2}(m + m'). a'^2 \cdot \omega'^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,15 \left(\frac{0,8}{3} \right)^2$$

$$E = 0,53 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

2

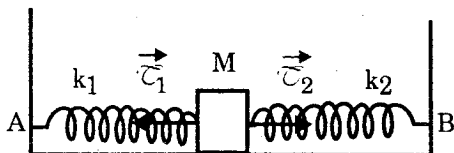
Hệ hai lò xo có chiều dài khi không có tải là $l_1 = 20\text{cm}$, $l_2 = 24\text{cm}$, độ cứng là $k_1 = 15\text{N/m}$ và $k_2 = 25\text{N/m}$. Một vật M ở trên mặt ngang, nối với hai lò xo như hình vẽ. Bỏ qua lực ma sát.



Cho $AB = 50\text{cm}$, kích thước của M được coi là không đáng kể, khối lượng là 400g

1. Xác định vị trí cân bằng của M
2. Kéo M khỏi vị trí cân bằng là 4cm về phía B rồi buông ra. Chứng minh M dao động điều hòa. Tính chu kỳ và cơ năng toàn phần của dao động.
3. Lập phương trình dao động. Chọn gốc thời gian là lúc buông vật. Chiều dương là chiều AB .

Giải



1) Vật M ở vị trí cân bằng khi :

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

$\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$ là các sức căng của hai lò xo. Hay $T_1 = T_2$

$$k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2 \text{ hay } k_1(l'_1 - l_1) = k_2(l'_2 - l_2)$$

l'_1, l'_2 là chiều dài các lò xo khi M cân bằng .

$$\text{Vậy ta có : } 15(l'_1 - 0,2) = 25(l'_2 - 0,24) \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác : } l'_1 + l'_2 = AB = 50\text{cm} = 0,5\text{m} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) suy ra: } -15l'_1 + 25l'_2 = 3 \quad (3)$$

Từ (2).15 và (3) , ta có :

$$40l'_2 = 10,5$$

$$\text{Suy ra: } l'_2 = 0,2625 \text{ m} = 26,25 \text{ cm}$$

$$l'_1 = 23,75\text{cm}$$

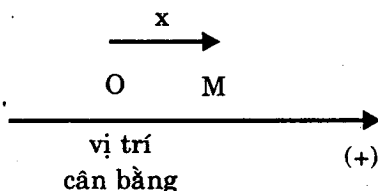
Vậy vị trí cân bằng của M cách A là 23,75 cm.

2) Xét vị trí của M cách vị trí cân bằng O là x.

Sức căng của hai lò xo bây giờ là :

$$T_1 = k_1(\Delta l_1 + x); T_2 = k_2(\Delta l_2 - x)$$

Hợp lực tác dụng vào M là :



$$F = T_2 - T_1 = k_2 \Delta l_2 - k_1 \Delta l_1 - (k_2 + k_1)x$$

Theo câu (1), ta đã có:

$$k_2 \Delta l_2 - k_1 \Delta l_1 = 0$$

$$\text{Suy ra: } F = -(k_1 + k_2)x = -kx$$

$$\text{với } k = k_1 + k_2 = 40\text{N/m}$$

$\vec{F}$ là lực phục hồi nên M có dao động điều hòa

Chu kỳ:
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,4}{40}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

Cơ năng toàn phần :

$$E = \frac{1}{2}Ma^2\omega^2$$

với $a = 4\text{cm} = 0,04\text{m}$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\text{rad/s}$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot (0,04)^2 \cdot 10^2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

3) Phương trình dao động :

$$x = a \sin(\omega t + \varphi)$$

Vào lúc $t = 0$: $x_0 = +4\text{cm} = a \sin\varphi$

Suy ra
$$\sin\varphi = \frac{x_0}{a} = \frac{4}{4} = 1$$

Vậy:
$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Ta có:
$$x = 4 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

3

Cho một hệ gồm vật A ($m_1 = 1\text{kg}$) nối với vật B ($m_2 = 4,1\text{kg}$) bằng một lò xo. Hệ được đặt thẳng đứng trên một mặt phẳng (P). Vật B ở trên mặt (P). Cho A dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ $a = 1,6\text{cm}$ và tần số góc 25 rad/s . Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Tính độ nén của lò xo khi A ở vị trí cân bằng.
2. Tìm sức ép cực đại và cực tiểu của hệ lên mặt (P) khi A dao động.

3. Lúc ban đầu phải ấn A xuống khỏi vị trí cân bằng một đoạn ít nhất là bao nhiêu để khi A bật lên, B có thể bị kéo lên khỏi mặt (P).

Giải

1) Tần số góc của dao động :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$$

Suy ra hệ số đàn hồi của lò xo :

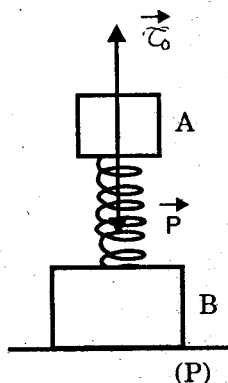
$$k = m_1 \omega^2 = 1.25^2 = 625 \text{ N/m}$$

vật A cân bằng do trọng lượng $\vec{P}$ trực đối với sức căng $\vec{T}_0$ của lò xo.

$$T_0 = P \text{ hay } k\Delta L_0 = m_1 g$$

Suy ra độ nén của lò xo :

$$\Delta L_0 = \frac{m_1 g}{k} = \frac{1.10}{625} = 0,016 \text{ m} = 1,6 \text{ cm}$$



2) Khi vật A dao động, lò xo có sức căng là T . Vật B chịu tác dụng của hai lực hướng xuống là :

- Trọng lượng: $P = m_2 g$
- Sức căng lò xo: $T = k\Delta l$

Vậy sức ép tác dụng xuống mặt P có trị số là :

$$F_e = m_2g + k\Delta l$$

F_e cực đại khi A ở vị trí thấp nhất, khi đó sức căng $\mathcal{T} = k\Delta l$ cực đại, ứng với $\Delta l = \Delta l_0 + a$

$$\begin{aligned}\mathcal{T}_{cd} &= k(\Delta l_0 + a) \\ &= 625(0,016 + 0,016) = 20N\end{aligned}$$

Vậy $F_e(\text{cực đại}) = 4,1 \cdot 10 + 20 = 61N$

F_e cực tiểu khi A ở vị trí cao nhất. Khi đó A ở phía trên vị trí cân bằng một đoạn là $a = 1,6\text{cm} = \Delta l_0$. Vậy ở vị trí này của A, lò xo không co dãn :

$$\Delta l = \Delta l_0 - a = 0$$

Suy ra sức căng lò xo $\mathcal{T} = 0$

Vậy $F_e(\text{cực tiểu}) = m_2g = 41N$

3) Xét biên độ dao động của A khá lớn .

Khi A lên tới vị trí nào đấy thì lò xo bị dãn, sức căng $\vec{\mathcal{T}}$ tác dụng vào B sẽ hướng lên . Trị số của $\vec{\mathcal{T}}$ (hướng lên) lớn nhất khi A ở vị trí cao nhất.

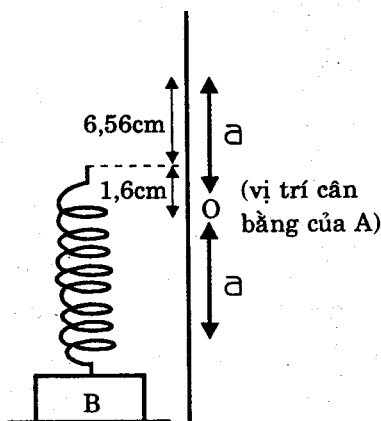
Muốn B rời khỏi mặt (P), ta phải có điều kiện :

$$\mathcal{T} > m_2g \text{ hay } k\Delta l > m_2g$$

Suy ra độ dãn tương ứng của lò xo :

$$\begin{aligned}\Delta l &> \frac{m_2g}{k} = \frac{4,1 \cdot 10}{625} \\ &= 0,0656 \text{ m} = 6,56 \text{ cm}\end{aligned}$$

Vậy để B có thể bị kéo lên khỏi (P) khi A dao động, lúc ban đầu cần ấn xuống một đoạn :



$$a > 1,60 + 6,56 = 8,16\text{cm}$$

Vậy tối thiểu phải có : $a = 8,16\text{cm}$

4 Hai lò xo : $R_1 (k_1 = 20\text{N/m})$, $R_2 (k_2 = 30\text{N/m})$ có độ dài ban đầu bằng nhau , được treo vào hai điểm O_1 , O_2 cách nhau 20cm ở trên cùng một mặt ngang. Một thanh AB rất nhẹ, dài 20cm được treo vào hai đầu còn lại của hai lò xo tại A và B . Một vật $M = 400\text{g}$ được treo vào điểm C của thanh AB . Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Xác định vị trí của C để AB nằm ngang.
2. Tính độ giãn và sức căng của các lò xo khi AB và M ở vị trí cân bằng .
3. Kéo M xuống khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông cho dao động. Chứng minh M dao động điều hòa. Tính chu kì.

Giải

- 1) Để thanh AB nằm ngang, hợp lực của các sức căng lò xo.

$\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$ phải có điểm đặt ở C .

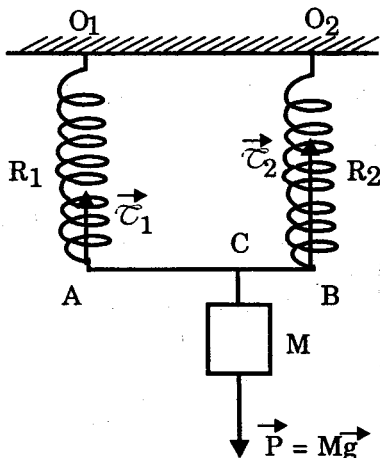
Ta có :

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\vec{\tau}_2}{\vec{\tau}_1}$$

Hai lò xo có độ dẫn bằng nhau là Δl

Ta có :

$$\tau_1 = k_1 \Delta l, \quad \tau_2 = k_2 \Delta l$$



Suy ra

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{k_2 \Delta l}{k_1 \Delta l} = -\frac{k_2}{k_1} = -\frac{30}{20} = -\frac{3}{2}$$

Hay

$$\overline{CA} = -\frac{3}{2} \overline{CB}$$

Suy ra

$$CA = \frac{3}{2} CB$$

Mặt khác

$$CA + CB = AB = 20 \text{ cm}$$

Suy ra

$$\frac{3}{2} CB + CB = \frac{5}{2} CB = 20 \text{ cm}$$

Vậy

$$CB = 8 \text{ cm}$$

2) Ta có:

$$\tau_1 + \tau_2 = P = Mg$$

hay

$$(k_1 + k_2) \Delta l = Mg$$

(1)

Độ dẫn của các lò xo:

$$\Delta l = \frac{Mg}{k_1 + k_2} = \frac{0,4 \cdot 10}{50} = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

Suy ra :

$$\mathcal{T}_1 = k_1 \Delta l = 20 \cdot 0,08 = 1,6 \text{ N}$$

$$\mathcal{T}_2 = k_2 \Delta l = 30 \cdot 0,08 = 2,4 \text{ N}$$

3) Xét khi M có độ dời là x. Độ giãn của các lò xo bây giờ là :

$$\Delta l'_1 = \Delta l_1 + x ; \Delta l'_2 = \Delta l_2 + x$$

Hợp lực tác dụng vào hệ :

$$F = P - \mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1$$

$$F = Mg - k_2(\Delta l_2 + x) - k_1(\Delta l_1 + x)$$

$$F = Mg - k_2 \Delta l_2 - k_1 \Delta l_1 - (k_1 + k_2)x$$

Theo (1), ta suy ra :

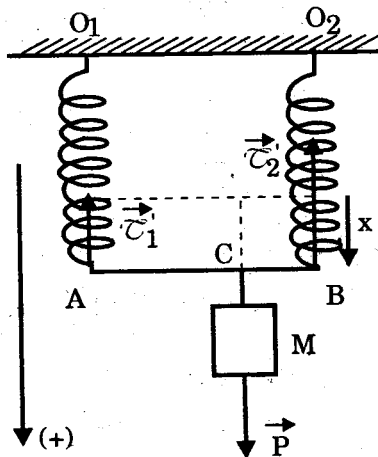
$$F = -(k_1 + k_2)x = -kx$$

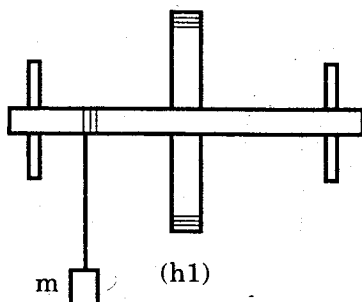
với

$$k = k_1 + k_2 = 50 \text{ N/m}$$

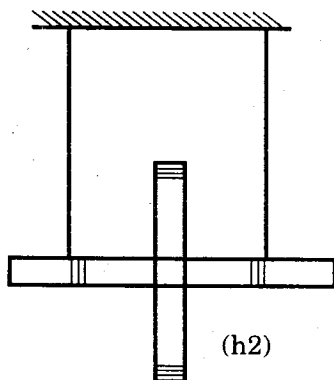
Vậy $\vec{F}$ là lực phục hồi, suy ra M dao động điều hòa

Chu kì: $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,4}{50}} = 0,56 \text{ s}$





(h1)



(h2)

Một vành tròn có khối lượng $M = 7\text{kg}$ được coi như phân phối đều một vòng tròn bán kính 25cm . Trục quay là một hình trụ đường kính $d = 25\text{mm}$, nằm ngang, quay không ma sát. Một sợi dây nhẹ cuốn trên hình trụ, đầu kia mang khối $m = 28\text{kg}$. khối m được thả ra không vận tốc đầu. Bỏ qua khối lượng của trục quay.

1. Tính gia tốc của m và vận tốc góc của vành tròn sau khi m rơi được 10s . Cho $g = 9,81\text{m/s}^2$.
2. Bây giờ vành được treo bằng hai sợi dây cuốn trên trục.
 - Tính vận tốc góc và động năng quay của vành khi rơi được 5m
 - Tính vận tốc của một điểm trên vành khi đó.

Giải

- 1) Động năng lúc đầu của hệ: $E_{d1} = 0$

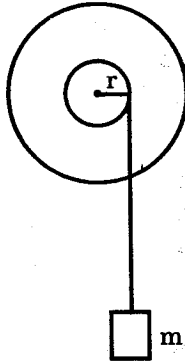
Sau khi m rơi được một đoạn x thì vận tốc là v , ròng rọc có vận tốc góc là θ' .

Động năng của hệ là :

$$E_{d2} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2$$

Áp dụng định lí động năng :

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\theta^2 - 0 = W = mgx$$



Thay $\theta' = \frac{v}{r}$, ta có:

$$\frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right)v^2 = mgx$$

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian :

$$\frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right)2vv' = mgx'$$

hay $\left(m + \frac{I}{r^2}\right)va = mgv$

Suy ra gia tốc của m:

$$a = \frac{mg}{m + \frac{I}{r^2}} \quad \text{với } I = MR^2$$

$$a = \frac{mg}{m + M\left(\frac{R}{r}\right)^2}$$

$$a = \frac{28.10}{28 + 7\left(\frac{25}{1,25}\right)^2} = 0,099\text{m/s}^2$$

Gia tốc góc của ròng rọc :

$$\theta'' = \frac{a}{r} = \frac{0,099}{1,25 \cdot 10^{-2}} = 7,92\text{rad/s}^2$$

Vận tốc góc của ròng rọc sau 10s :

$$\theta' = \theta''t = 7,92 \cdot 10 = 79,2\text{rad/s}$$

2) Động năng lúc đầu : $E_{d1} = 0$

Sau khi rơi được đoạn $h = 5\text{m}$, vành có vận tốc góc θ' , trọng tâm của vành có vận tốc là v .

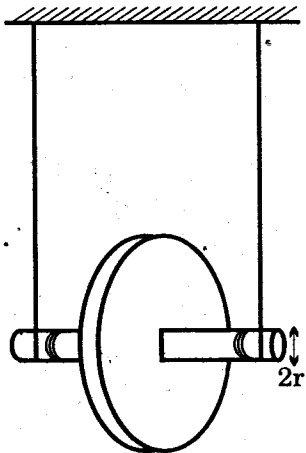
Động năng là:

$$E_{d2} = \frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}mv^2 \text{ trong đó } v = r \cdot \theta'$$

Định lí động năng:

$$E_{d2} - E_{d1} = W$$

W là công của trọng lượng $M \vec{g}$ của vành khi rơi đoạn h .



Ta có : $\frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}Mr^2\theta'^2 = Mgh$ với $I = MR^2$

hay $\frac{1}{2}M(R^2 + r^2)\theta'^2 = Mgh$

$$\theta' = \sqrt{\frac{2gh}{R^2 + r^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 5}{0,0627}} \approx 39,94 \text{ rad/s}$$

Động năng quay của vành :

$$E_{dq} = \frac{1}{2}I\theta'^2 \text{ với } I = MR^2 = 7,0,25^2 = 0,4375 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$E_{dq} = 349 \text{ J}$$

Vận tốc của một điểm trên mép vành:

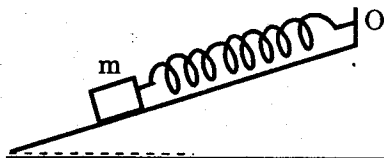
$$v = R\theta' = 25 \cdot 39,94 = 999 \text{ cm/s}$$

6

Vật $m = 200 \text{ g}$ được buộc vào một điểm cố định O bằng một lò xo có hệ số đàn hồi $k = 40 \text{ N/m}$. Hệ ở trên một mặt nghiêng 30° với mặt ngang. Bỏ qua sự ma sát.

Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

1. Tìm độ giãn của lò xo khi m đứng yên.
2. Kéo m xuống khỏi vị trí trên một đoạn 4 cm theo phương của lò xo rồi buông ra.



- a) Lập biểu thức của hợp lực tác dụng vào m .
- b) Viết phương trình dao động của m .
- c) Tính cơ năng toàn phần của m khi dao động.

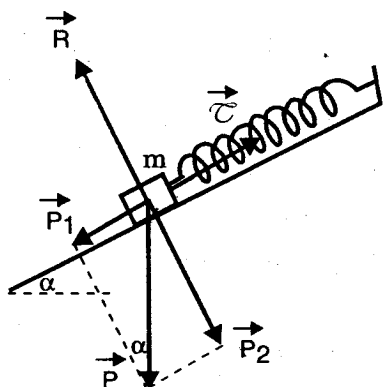
Giải

- 1) Trọng lượng $\vec{P}$ được tách làm hai thành phần:

$\vec{P}_2 \perp$ mặt nghiêng, cân bằng với phản lực $\vec{R}$ của mặt nghiêng.

$\vec{P}_1 //$ mặt nghiêng.

Vật m đứng yên khi $\vec{P}_1$ được cân bằng bởi sức căng $\vec{T}$ của lò xo.



$$T = k\Delta l = P_1 = P \sin \alpha = mg \sin \alpha \quad (1)$$

Suy ra độ dãn của lò xo :

$$\begin{aligned} \Delta l &= \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{0,210 \cdot \sin 30^\circ}{40} \text{ m} \\ &= \frac{1}{40} \text{ m} = 2,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

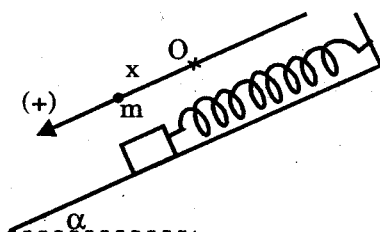
- 2) a) Xét khi m cách vị trí cân bằng O là x.

Sức căng lò xo bây giờ là :

$$T = k(\Delta l + x)$$

Hợp lực tác dụng vào m là

$$F = P_1 - T$$



$$F = mgsin\alpha - k(\Delta l + x) = mgsin\alpha - k\Delta l - kx$$

Theo (1), ta có :

$$mgsin\alpha - k\Delta l = 0$$

Vậy: $F = -kx = -40x$ (F tính ra Newton, x tính ra mét)

b) Vật m dao động điều hòa.

Phương trình dao động :

$$x = a \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{với } A = 4\text{cm} ; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0,2}} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

Nếu chọn gốc thời gian là lúc m đi qua vị trí cân bằng theo chiều (+) thì $\varphi = 0$

$$\text{Vậy: } x = 4 \sin 10\sqrt{2} t \quad (\text{cm})$$

c) Cơ năng toàn phần của m :

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot (0,04)^2 \cdot \frac{40}{0,2}$$

$$E = 0,032\text{J}$$

7

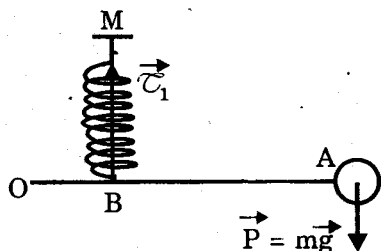
Một thanh OA = 40cm rất nhẹ, có thể quay xung quanh O, đầu A ngang một quả cầu có khối lượng m = 100g. Thanh OA được giữ nằm ngang bởi một lò xo gắn vào điểm B trên thanh với OB = 10cm. Đầu trên của lò xo gắn vào một điểm M cố định. Lò xo có độ cứng k = 80N/m. Lấy g = 10m/s².

1. Tìm độ giãn của lò xo khi thanh OA nằm ngang

2. Kéo m khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ (coi như thẳng) rồi buông ra. Chứng minh m dao động điều hòa. Tính tần số dao động.
3. Tính lực kéo cực đại và cực tiểu tác dụng vào điểm M . Cho biên độ dao động của quả cầu là 4mm .

Giải

- 1) Thanh cân bằng nằm ngang khi mômen của sức căng $\vec{T}_1$ của lò xo đối với trục quay O cân bằng với mômen của trọng lượng $\vec{P}$ /trục quay O .



$$T_1 \cdot OB = P \cdot OA \text{ hay } k\Delta l \cdot OB = mg \cdot OA \quad (1)$$

Suy ra độ dãn của lò xo :

$$\Delta l = \frac{mg \cdot OA}{k \cdot OB} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 40}{80 \cdot 10} = \frac{4}{80} \text{m} = 5\text{cm}$$

- 2) Xét khi m có độ dời là x .

Khi đó B có độ dời là :

$$y = x \frac{10}{40} = \frac{x}{4}$$

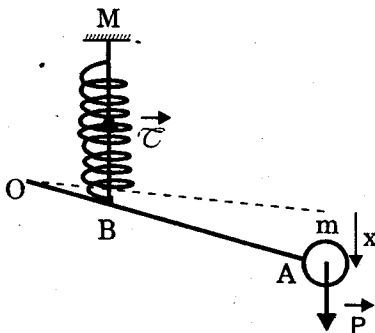
Sức căng lò xo :

$$T = k(\Delta l + y) = k(\Delta l + \frac{x}{4})$$

Mômen tổng hợp tác dụng vào hệ:

$$M = mg \cdot OA - T \cdot OB$$

$$\begin{aligned}
 &= mg.OA - k\left(\Delta l + \frac{x}{4}\right)OB \\
 &= mg.OA - k\Delta l.OB - \frac{kOB}{4}x
 \end{aligned}$$



Trong đó: $mg.OA - k.\Delta l.OB = 0$ (theo câu 1)

Vậy $\mathcal{M} = -\frac{k}{4}.OB.x$

Gọi $\vec{F}$ là lực tác dụng tương đương, đặt ở A.

Ta có: $F = \frac{\mathcal{M}}{OA} = -\frac{kOB}{4OA}x = -\frac{k}{16}x = -k'x$

Đây là lực phục hồi với $k' = \frac{k}{16}$. Vậy quả cầu m dao động điều hòa.

Tần số dao động: $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{m}}$

với $k' = \frac{k}{16} = \frac{80}{16} = 5 \text{ N/m}$

Suy ra $N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5}{0,1}} = 1,13 \text{ Hz}$

3. Biên độ dao động của quả cầu là $a = 4 \text{ mm}$

Suy ra biên độ dao động của điểm B :

$$a' = a \frac{OB}{OA} = 1\text{mm}$$

Lực tác dụng vào M chính là sức căng của lò xo.

Sức căng lò xo lớn nhất khi B ở vị trí thấp nhất, ứng với độ dãn lò xo là : $\Delta l + a'$

$$T_{\text{cực đại}} = k(\Delta l + a') = 80.0,051 = 4,08\text{N}$$

Lực căng nhỏ nhất khi B ở vị trí cao nhất, ứng với độ dãn lò xo là : $\Delta l - a'$

$$T_{\text{cực tiểu}} = k(\Delta l - a') = 80.0,049 = 3,92\text{N}$$

8

Lò xo có hệ số đàn hồi $k = 40\text{N/m}$, thẳng đứng, đầu dưới gắn vào một điểm cố định trên một mặt nằm ngang. Một vật A ($m = 50\text{g}$) rơi từ độ cao $h = 10\text{cm}$ xuống đĩa.

1. Bỏ qua khối lượng đĩa. Khi rơi tới đĩa, vật không bị nảy, sau đó, cùng với đĩa dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Tìm biên độ dao động, năng lượng dao động và sức căng cực đại của lò xo
2. Làm lại câu (1) nếu cho đĩa cân khối lượng $m' = 50\text{g}$. Lấy $g = 10\text{SI}$

Giải

- 1) Vị trí (1) là vị trí ban đầu của đĩa.

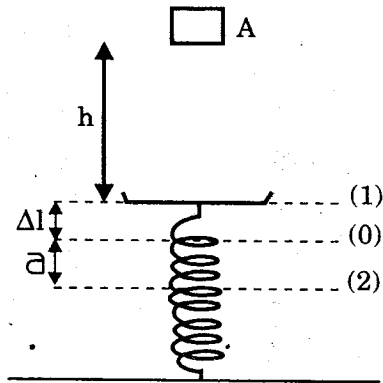
Vị trí (O) là vị trí cân bằng của dao động

Vị trí (2) là vị trí thấp nhất.

Khi rơi tới đĩa, vật A có vận tốc: $v = \sqrt{2gh}$

và động năng :

$$E_{\text{đt}} = \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$



Thế năng đàn hồi E_{t1} trong dao động khi hệ ở vị trí (1) :

$$E_{t1} = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2$$

Mặt khác, tại vị trí cân bằng, sức căng lò xo $k\Delta l$ cân bằng với trọng lượng mg của A

$$k\Delta l = mg$$

suy ra :
$$\Delta l = \frac{mg}{k}$$

Suy ra cơ năng toàn phần :

$$E = E_{d1} + E_{t1} = mgh + \frac{m^2 g^2}{2k}$$

trong đó:
$$E_{t1} = \frac{m^2 g^2}{2k}$$

Tại vị trí thấp nhất : - động năng $E_{d2} = 0$

- thế năng $E_{t2} = \frac{1}{2}k a^2$

Suy ra:
$$E = \frac{1}{2}k a^2 = mgh + \frac{m^2 g^2}{2k}$$

Vậy biên độ dao động là :

$$a = \sqrt{\frac{2mgh}{k} + \frac{m^2 g^2}{k^2}} = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}}$$

với $m = 0,05 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $h = 0,1 \text{ m}$, $k = 40 \text{ N/m}$

Ta có : $a = 0,0515 \text{ m} = 5,15 \text{ cm}$

Năng lượng dao động :

$$E = \frac{1}{2} k a^2 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 0,0515^2 = 0,053 \text{ J}$$

Sức căng lò xo cực đại khi hệ ở vị trí thấp nhất

$$T_{cd} = k(\Delta l + a)$$

với
$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,0510}{40} = 0,0125 \text{ m}$$

$$T_{cd} = 40 \cdot 0,064 = 2,56 \text{ N}$$

2) Gọi v' là vận tốc của hệ (A + đĩa) sau khi đụng

Sự bảo toàn động lượng :

$$mv = (m + m')v'$$

suy ra
$$v' = \frac{m}{m + m'} v$$

Tại vị trí (1) :

• Động năng
$$E_{d1} = \frac{1}{2}(m + m')v'^2 = \frac{m^2}{2(m + m')} v^2$$
$$= \frac{m^2}{m + m'} gh \quad (\text{vì } v^2 = 2gh)$$

• Thế năng
$$E_{t1} = \frac{1}{2} k (\Delta l)^2 = \frac{1}{2} k \frac{m^2 g^2}{k^2} = \frac{m^2 g^2}{2k}$$

(lưu ý : Δl vẫn là $\frac{mg}{k}$)

Cơ năng toàn phần của dao động :

$$E = \frac{m^2}{m + m'} gh + \frac{m^2 g^2}{2k}$$

Tại vị trí (2) : $E = 0 + \frac{1}{2} k a'^2$, a' là biên độ dao động.

Suy ra
$$\frac{k}{2} a'^2 = \frac{m^2}{m+m'} gh + \frac{m^2 g^2}{2k}$$

$$a' = \sqrt{\frac{2m^2}{m+m'} \frac{gh}{k} + \frac{m^2 g^2}{k^2}} = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{(m+m')g}}$$

$$a' = 0,0375 \text{ m} = 3,75 \text{ cm}$$

Cơ năng :
$$E = \frac{1}{2} k a'^2 = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 0,0375^2 = 0,028 \text{ J}$$

Sức căng cực đại của lò xo :

$$T_{cd} = k(\Delta l' + a')$$

Trong đó $\Delta l'$ là độ nén của lò xo, ở vị trí cân bằng, dưới tác dụng của trọng lượng $(m + m')g$

Ta có :
$$k \Delta l' = (m + m')g$$

$$\Delta l' = \frac{(m + m')g}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{40} = \frac{1}{40} \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$$

Vậy :
$$T_{cd} = 40(0,025 + 0,0375) = 2,5 \text{ N}$$

9 Một khối trụ đặc khối lượng $M = 20 \text{ kg}$, có bán kính $r = 10 \text{ cm}$, có thể quay quanh một trục nằm ngang. Trục này gắn vuông góc với một tay quay có chiều dài $l = 30 \text{ cm}$. Một sợi dây cuốn trên hình trụ, đầu kia của sợi dây có mang một vật $m = 10 \text{ kg}$. Bỏ qua khối lượng của tay quay và sợi dây. Các lực ma sát được coi là không đáng kể.

1. Tìm lực $\vec{F}$ phải tác dụng vuông góc vào tay quay để vật m đứng yên hoặc chuyển động đều.
2. Bây giờ cho lực $\vec{F}$ triệt tiêu. Hỏi tính chất chuyển động của hệ. Tính gia tốc góc của khối trụ và gia tốc dài của vật m

Giải

1) Mômen của $\vec{F}$ và $\vec{T}_0$ đối với trục quay O là :

$$\mathcal{M}_1 = F.l, \mathcal{M}_2 = T_0.r$$

Momen tổng : $\mathcal{M} = Fl - T_0.r$

Nguyên lí cơ bản đối với chuyển động quay của khối trụ :

$$\mathcal{M} = Fl - T_0.r = I\theta''$$

với chuyển động đều hoặc ở trạng thái đứng yên, ta có gia tốc góc $\theta'' = 0$

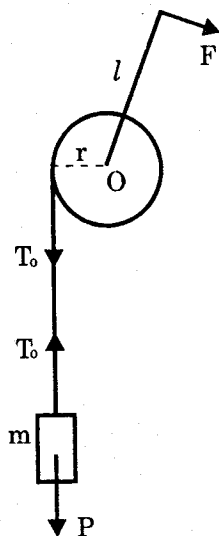
Suy ra: $Fl - T_0.r = 0$

hay $F = \frac{T_0.r}{l}$

Mặt khác, từ điều kiện cân bằng đối với khối m, ta có:

$$T_0 = P = mg$$

Suy ra: $F = \frac{P.r}{l} = mg \frac{r}{l} = 10.10 \frac{10}{30} = \frac{100}{3} \text{ N}$



(hình 1)

2) Khi $\vec{F}$ triệt tiêu Momen tác dụng vào khối trụ:

$$\mathcal{M} = T.r = I\theta''$$

Hợp lực tác dụng vào khối m :

$$P - T = ma \text{ với } a = r\theta''$$

Suy ra : $T = P - ma$

$$T = mg - mr\theta''$$

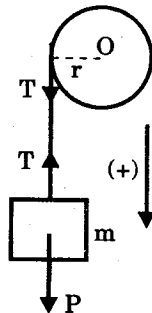
So sánh với $T = \frac{I\theta''}{r}$

Ta có : $mg - mr\theta'' = \frac{I\theta''}{r}$

Suy ra gia tốc góc của khối trụ :

$$\theta'' = \frac{mg}{mr + \frac{I}{r}} \text{ với } I = \frac{1}{2}Mr^2$$

$$\theta'' = \frac{mg}{mr + \frac{1}{2}Mr} \text{ (hằng số)}$$



Vậy hệ chuyển động thay đổi đều

$$\theta'' = \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 0,1 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 0,1} = \frac{100}{2} = 50 \text{ rad/s}^2$$

Gia tốc dài của m :

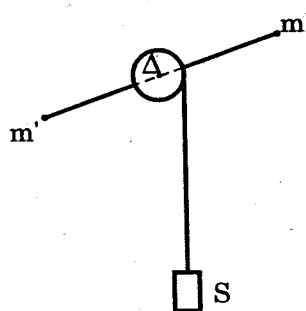
$$a = r\theta'' = 0,1 \cdot 50 = 5 \text{ m/s}^2$$

10 Một khối trụ đặc đồng chất, bán kính $r = 10\text{cm}$, khối lượng $M = 1\text{kg}$, có thể quay quanh trục đối xứng Δ nằm ngang. Một sợi dây nhẹ cuốn trên khối trụ, đầu kia của sợi dây có mang một vật S có khối lượng $m = 10\text{kg}$.

Một thanh T xuyên qua khối trụ theo một đường kính. Ở hai đầu thanh, có hai quả cầu rất bé, khối lượng bằng nhau là $m' = 0,5\text{kg}$, cách trục quay Δ là $l = 50\text{cm}$.

Buông cho hệ chuyển động không vận tốc đầu (xem hình vẽ)

1. Tính gia tốc của S và sức căng của sợi dây trong chuyển động này. Khối lượng thanh T không đáng kể.
2. Khi S rơi được 5m thì sợi dây rời khỏi khối trụ. Tính số vòng đã quay được của khối trụ. Khảo sát chuyển động của hệ sau đó.



Giải

- 1) Động năng lúc đầu : $E_{d1} = 0$

Sau khi S rơi được một đoạn x , vận tốc đạt được là v , vận tốc góc của khối trụ là θ' , vận tốc của các quả cầu m' là v' .

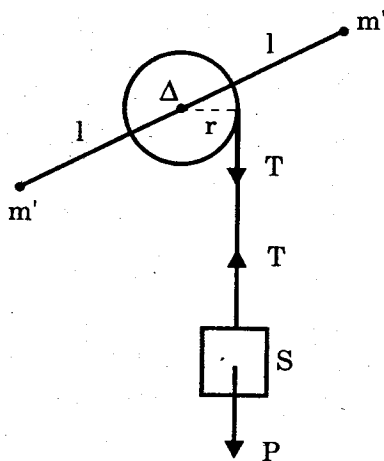
Động năng của hệ là :

$$E_{d2} = \frac{1}{2}mv^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}m'v'^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2$$

Định lí động năng :

$$E_{d2} - E_{d1} = W$$

trong đó W là công của trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$.



Ta có:
$$\frac{1}{2}mv^2 + m'v'^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2 = mgx$$

Trong đó: $\theta' = \frac{v}{r}$, $v' = l\theta' = \frac{l}{r}v$, $I = \frac{1}{2}Mr^2$

Suy ra:
$$\left(\frac{m}{2} + m'\frac{l^2}{r^2} + \frac{M}{4}\right)v^2 = mgx$$

Lấy đạo hàm hai vế theo t

$$\left(\frac{1}{2}m + m'\frac{l^2}{r^2} + \frac{M}{4}\right)2v \cdot a = mgv$$

trong đó $\vec{a}$ là gia tốc của S

Suy ra
$$a = \frac{mg}{m + 2m'\frac{l^2}{r^2} + \frac{M}{2}}$$

với $m = 10\text{kg}$, $m' = 0,5\text{kg}$, $l = 0,5\text{m}$, $r = 0,1\text{m}$, $g = 10\text{m/s}^2$, $M = 1\text{kg}$

Ta có:
$$a = 2,82\text{m/s}^2$$

Xét chuyển động của khối S :

$$P - T = ma$$

Suy ra sức căng dây :

$$T = P - ma = m(g - a) = 10(10 - 2,82) = 71,8\text{N}$$

2) Khối S có chuyển động nhanh dần đều .

Sau khi rơi một đoạn $x = 5\text{m}$, vận tốc là v_1

$$\text{Ta có : } v_1^2 = 2ax = 2 \cdot 2,82 \cdot 5 = 28,2 ; v_1 = 5,31 \text{ m/s}$$

Số vòng đã quay được là :

$$n = \frac{x}{2\pi r} = \frac{5}{2\pi \cdot 0,1} = 7,96 \text{ vòng}$$

Khi sợi dây đã rời khỏi khối trụ, gia tốc của khối bị triệt tiêu. Nếu bỏ qua sự ma sát thì khối trụ sẽ tiếp tục chuyển động quay đều quanh trục Δ với vận tốc góc là :

$$\theta'_1 = \frac{v_1}{r} = \frac{5,31}{0,1} = 53,1 \text{ rad/s}$$

11 Quả cầu A ($m = 200\text{g}$) được treo vào điểm cố định O bằng một lò xo có độ cứng $k = 800\text{N/m}$. Quả cầu A có thể trượt không ma sát trên một thanh x'x nằm ngang, xuyên qua một lỗ thủng ở A. Khoảng cách từ O tới thanh là $l = 30\text{cm}$. Chiều dài không co giãn của lò xo là 25cm

1. Tính sức căng lò xo khi A ở vị trí cân bằng .
2. Quả cầu A đang ở vị trí cân bằng thì được truyền cho một vận tốc là 16cm/s theo phương thanh x'x. Chứng minh A dao động điều hòa. Tính chu kì và biên độ dao động
Cho biết độ rời của A được coi là không đáng kể so với l

Giải

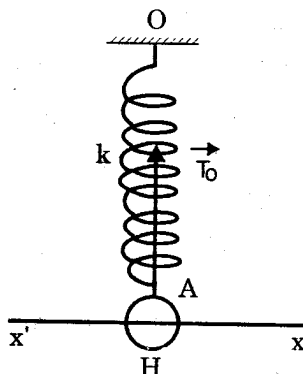
1) Độ giãn của lò xo khi A ở vị trí cân bằng :

$$\Delta l_0 = l - 25 = 30 - 25 = 5\text{cm}$$

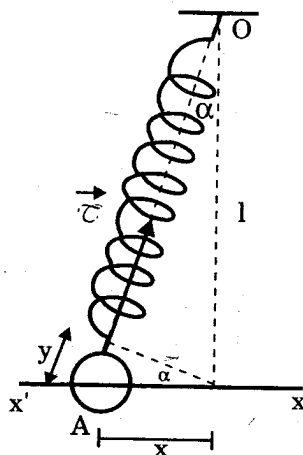
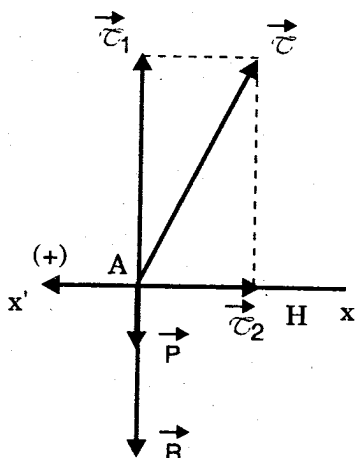
Sức căng của lò xo :

$$T_0 = k\Delta l_0 = 800.0,05$$

$$T_0 = 40\text{N}$$



- 2) Xét khi A có độ dời là x (tính từ vị trí cân bằng H). Khi đó vận tốc của A là $\vec{v}$



Phân tích lực tác dụng vào A

Sức căng $\vec{T}$ được tách làm hai thành phần :

- Thành phần $\vec{T}_1$ thẳng góc với thanh $x'x$

- Thành phần $\vec{T}_2$ song song với $x'x$

$\vec{T}_1$ bị cân bằng bởi trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$ của A và phản lực $\vec{R}$ của thanh $x'x$

$$\vec{T}_1 + \vec{P} + \vec{R} = 0$$

Thành phần $\vec{T}_2$ luôn có khuynh hướng kéo A về vị trí cân bằng.

Hợp lực tác dụng vào A là :

$$F = -T_2 = -T \sin \alpha$$

Vì x bé, nên α bé, suy ra $\sin \alpha \approx \alpha$ (rad)

$$F = -T \cdot \alpha \text{ trong đó } T = k(\Delta l_0 + y)$$

y là độ dãn thêm của lò xo, so với độ dãn ở vị trí cân bằng

Ta có: $y = x \sin \alpha \approx x \cdot \alpha$ với $\alpha \approx \frac{x}{l}$

$$y = \frac{x^2}{l}$$

$$\text{Vậy: } F = -k \left(\Delta l_0 + \frac{x^2}{l} \right) \cdot \frac{x}{l} = -k \frac{\Delta l_0}{l} x - k \frac{x^3}{l^2}$$

Theo giả thiết $x \ll l$ nên $\frac{x^3}{l^2} \approx 0$

$$\text{Vậy: } F = -k \frac{\Delta l_0}{l} x = -k' x : \text{lực phục hồi}$$

$$\text{Với: } k' = k \frac{\Delta l_0}{l} = 800 \frac{5}{30} = \frac{400}{3} \text{ N/m}$$

Do đó, vật A dao động điều hòa trên thanh $x'x$

$$\text{Chu kỳ dao động: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2,3}{400}}$$

$$T = 0,24 \text{ s}$$

Vận tốc của A tại vị trí cân bằng là :

$$v_{cd} = a \omega$$

với

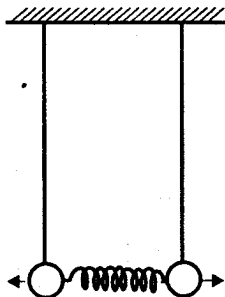
$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{400}{0,6}} = 25,82 \text{ rad/s}$$

Suy ra biên độ dao động :

$$a = \frac{v_{cd}}{\omega} = \frac{16}{25,82} = 0,62 \text{ cm}$$

12 Con lắc toán học gồm một thanh rất nhẹ $OA = 1m$, quay quanh một trục nằm ngang qua O . Đầu A mang một quả cầu có khối lượng $m = 100g$. Lấy $g = 10m/s^2$

1. Quay thanh quanh O một góc 45° rồi buông ra. Tính động năng, thế năng, sức căng của thanh khi nghiêng với đường thẳng đứng góc 15°



2. Hai con lắc đơn như trên, hai quả cầu nối với nhau bằng một lò xo ($k = 2(N/m)$) rất nhẹ. Khi cân bằng, hai dây treo thẳng đứng. Kéo hai quả cầu ra hai phía ngược nhau các đoạn nhỏ bằng nhau rồi buông ra. Tính chu kỳ dao động của hai con lắc.

Giải

- 1) – Tại vị trí ngoại biên : $v_o = 0$

Động năng

$$E_{do} = 0$$

- Ở vị trí có góc lệch

$$\alpha = 15^\circ$$

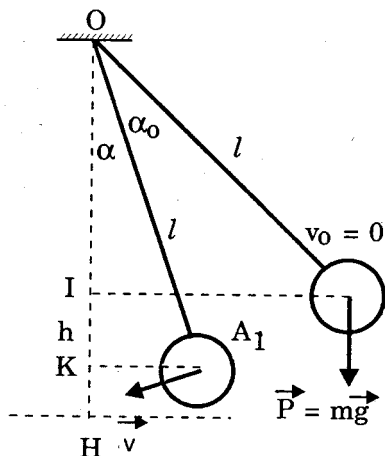
Vận tốc quả cầu là $\vec{v}$.

Động năng : $E_d = \frac{1}{2}mv^2$

Áp dụng định lí động năng

$$E_d - E_{do} = W$$

trong đó W là công của trọng lượng $\vec{P}$ trong đoạn di chuyển tương ứng.



$$W = Ph \doteq mgh = mg(OK - OI)$$

$$W = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

Suy ra

$$E_d = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

$$E_d = 0,1 \cdot 10 \cdot 1(\cos 15^\circ - \cos 45^\circ) = 0,258 \text{ J}$$

- Chọn mặt phẳng nằm ngang đi qua vị trí cân bằng H làm mặt tiêu chuẩn của thế năng

Thế năng tại vị trí A_1 :

$$E_t = mgh_1 \text{ với } h_1 = HK = l - l\cos\alpha$$

$$E_t = mgl(1 - \cos\alpha) = 0,1 \cdot 10 \cdot 1(1 - \cos 15^\circ)$$

$$E_t = 0,034 \text{ J}$$

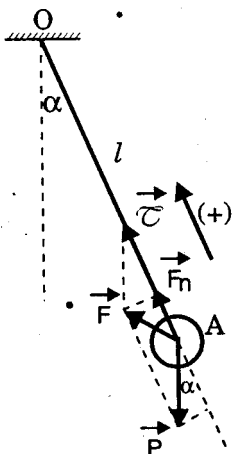
- Sức căng của thanh OA

Hợp lực tác dụng vào A :

$$\vec{F} = \vec{T} + \vec{P}$$

Chiếu xuống phương OA, ta có :

$$F_n = T - P \cos \alpha$$



mà $F_n = m \frac{v^2}{l}$ (lực hướng tâm)

Suy ra sức căng của thanh :

$$T = m \frac{v^2}{l} + mg \cos \alpha$$

mà $E_d = \frac{1}{2} m v^2$

$$\Rightarrow m v^2 = 2 E_d = 0,516 \text{ J}$$

Suy ra $T = \frac{0,516}{1} + 0,1 \cdot 10 \cdot \cos 15^\circ = 1,482 \text{ N}$

2) Hai con lắc có chu kì bằng nhau.

Xét con lắc A :

– Lực phục hồi do trọng lượng :

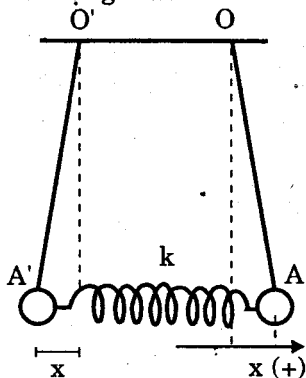
$$f_1 = - \frac{mg}{l} x$$

– Lực phục hồi do lò xo :

$$f_2 = -k.2x$$

($2x$ là độ dãn của lò xo)

- Lực phục hồi tổng tác dụng vào



quả cầu :

$$f = -\left(\frac{mg}{l} + 2k\right)x = -Kx$$

với

$$K = \frac{mg}{l} + 2k = \frac{0,110}{1} + 4$$

$$K = 5 \text{ N/m}$$

Vậy chu kì dao động của các con lắc là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{5}} = 0,89\text{s}$$

13 Hai con lắc toán học dao động trong hai mặt phẳng thẳng đứng, song song, cách nhau 30cm. Con lắc (1) có vật nặng là một quả cầu sáng S, con lắc (2) có vật nặng là một thấu kính hội tụ L ($f = 20\text{m}$). Khi hai con lắc đứng yên, S ở trên trục chính của L

1. Tìm vị trí màn ảnh E để ảnh S' của S cho bởi L hiện rõ trên màn.
2. Con lắc (1) dao động với chu kì 2s, biên độ 2cm con lắc (2) đứng yên. Viết phương trình dao động của S'.

3. Con lắc (1) đứng yên, con lắc (2) dao động với chu kì 2s, biên độ 3cm. Lập phương trình dao động của S'.
4. Làm lại câu trên nếu cả hai con lắc dao động :
- cùng pha ;
 - đối pha, với các biên độ và chu kì như trên.

Giải

1) Công thức thấu kính :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$$

Vị trí màn ảnh được xác định bởi d' :

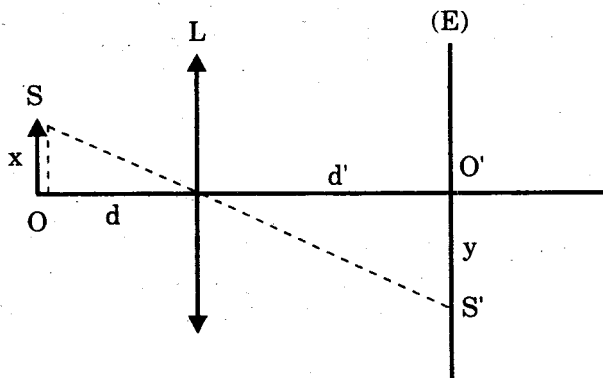
$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60 \text{ cm}$$

2) Xét dao động của điểm sáng S :

$$x = A \sin \omega t$$

$$\text{với } A (\text{biên độ}) = 2 \text{ cm} ; \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

$$x = 2 \sin \pi t \text{ (cm)}$$



Coi $\vec{x} = \vec{OS}$ là vật thì ảnh là : $\vec{y} = \vec{O'S'}$

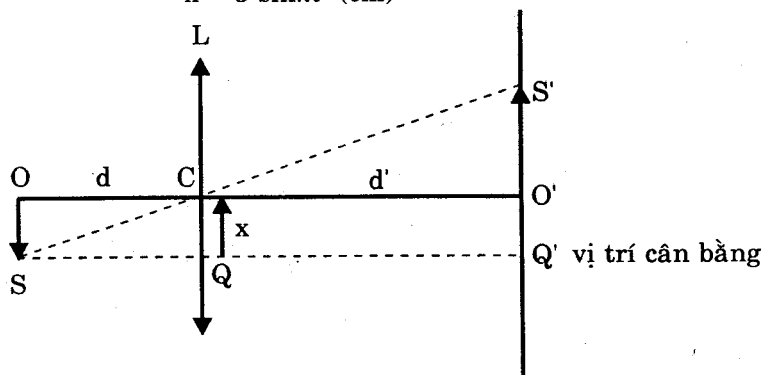
$$\text{Ta có: } \frac{y}{x} = -\frac{d'}{d} = -\frac{60}{30} = -2$$

Suy ra phương trình dao động của ảnh S' là :

$$y = -2x = -4\sin\pi t \text{ (cm)}$$

3) Phương trình dao động của quang tâm C thấu kính (Q là vị trí cân bằng) :

$$x = 3\sin\pi t \text{ (cm)}$$



Coi $\vec{OS} = -\vec{x}$ là vật thì $\vec{O'S'} = \vec{y}$ là ảnh

Ta có :

$$\frac{\overline{O'S'}}{\overline{OS}} = \frac{y}{-x} = -\frac{d'}{d} = -2$$

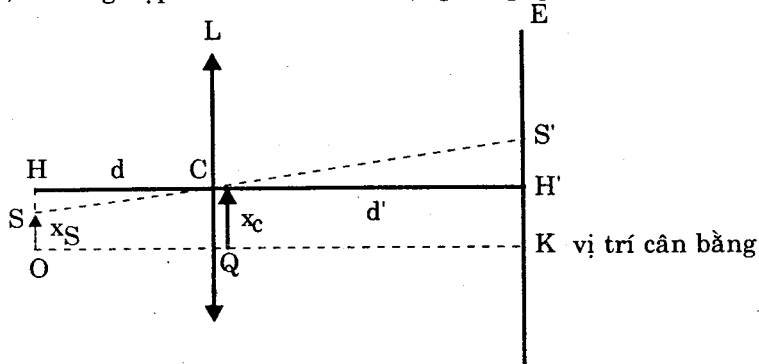
Suy ra :

$$y = 2x = 6\sin\pi t \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động của S' là :

$$z = \overline{Q'S'} = x + y = 9\sin\pi t \text{ (cm)}$$

4) a) Trường hợp hai con lắc dao động cùng pha



Các phương trình dao động của S và C là :

$$x_s = 2\sin\pi t \text{ (cm)} ; x_c = 3\sin\pi t \text{ (cm)}$$

Coi $\overrightarrow{HS}$ là vật thì $\overrightarrow{H'S'}$ là ảnh

Ta có :
$$\frac{\overline{H'S'}}{\overline{HS}} = -\frac{d'}{d} = -2$$

trong đó
$$\overline{HS} = \overline{HO} + \overline{OS} = \overline{CQ} + \overline{OS} = -x_c + x_s$$

$$= -3\sin\pi t + 2\sin\pi t$$

$$\overline{HS} = -\sin\pi t$$

Suy ra
$$\overline{H'S'} = -2\overline{HS} = 2\sin\pi t \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động của ảnh S' được xác định bởi phương trình :

$$z = \overline{KS'} = \overline{KH'} + \overline{H'S'}$$

Vậy
$$z = x_c + \overline{H'S'} = 3\sin\pi t + 2\sin\pi t$$

$$z = 5\sin\pi t \text{ (cm)}$$

b) Trường hợp hai con lắc đối pha

$$x_s = 2\sin\pi t \text{ (cm)}$$

$$x_c = 3\sin[\pi t + (2k+1)\pi] = -3\sin\pi t \text{ (cm)}$$

Coi $\overrightarrow{HS}$ là vật thì $\overrightarrow{H'S'}$ là ảnh.

Ta có :
$$\frac{\overline{H'S'}}{\overline{HS}} = -\frac{d'}{d} = -2$$

Suy ra:
$$\overline{H'S'} = -2\overline{HS}$$

Mà:
$$\overline{HS} = \overline{HO} + \overline{OS} = -x_c + x_s$$

$$\overline{HS} = 3\sin\pi t + 2\sin\pi t = 5\sin\pi t$$

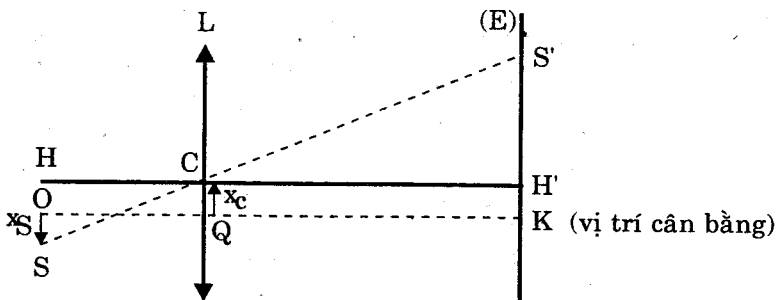
Do đó :
$$\overline{H'S'} = -10\sin\pi t \text{ (cm)}$$

Phương trình dao động của ảnh S' :

$$z = \overline{KS'} = \overline{KH'} + \overline{H'S'}$$

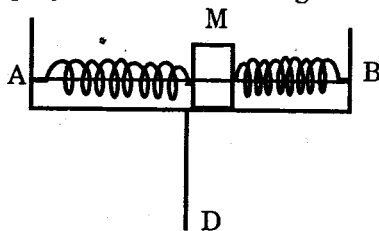
$$z = x_c + \overline{H'S'} = -3\sin\pi t - 10 \quad \text{tt}$$

$$z = -13\sin\pi t \text{ (cm)}$$



14

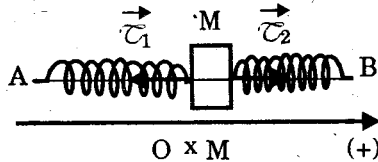
- Thanh AB nằm ngang, luôn qua một lỗ thủng xuyên qua vật $M = 200\text{g}$. Hai đầu của M được gắn với hai lò xo giống nhau có cùng độ cứng $k = 10\text{N/m}$. Hai đầu kia của hai lò xo được gắn với A và B. Bỏ qua ma sát giữa M với thanh AB. Kéo M khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông cho dao động. Tìm hợp lực tác dụng vào M khi dao động. Tính chu kỳ.
- Hai đầu A, B của thanh được gắn với một trục quay D vuông góc với AB tại trung điểm. Cho M dao động trên AB đồng thời cho trục D quay quanh với vận tốc $4,4\text{rad/s}$. Chứng tỏ M dao động điều hòa. Tính chu kỳ. Tìm vận tốc quay của D để M không dao động trên AB.



Giải

- 1) Khi M ở vị trí cân bằng O, sức căng của hai lò xo cân bằng nhau nên cùng có độ giãn là Δl

Xét khi M có độ dời là x.



Các sức căng lò xo là :

$$T_1 = k(\Delta l + x)$$

$$T_2 = k(\Delta l - x)$$

Hợp lực: $F = T_2 - T_1 = k(\Delta l - x) - k(\Delta l + x)$

$$F = -2kx = -20x$$

F tính ra Newton ; x tính ra mét

Vật M dao động điều hòa với chu kỳ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{2k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{20}} = \frac{2\pi}{10} = 0,628s$$

- 2) Gọi O là vị trí cân bằng (vị trí của M khi hệ đứng yên)

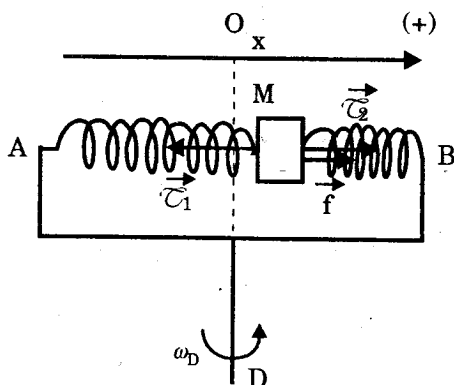
Xét khi M cách vị trí cân bằng là x

Các lực tác dụng vào M khi đang dao động

- Các sức căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ của hai lò xo
- Lực li tâm $\vec{f}$

Ta có : $T_1 = k(\Delta l + x)$

$$T_2 = k(\Delta l - x)$$



$$f = M\omega_D^2 x$$

ω_D = vận tốc quay của trục D

Hợp lực tác dụng vào M :

$$\begin{aligned} F &= T_2 + f - T_1 \\ &= k(\Delta l - x) + M\omega_D^2 x - k(\Delta l + x) \end{aligned}$$

$$F = -(2k - M\omega_D^2)x = -k'x : \text{lực phục hồi}$$

với

$$k' = 2k - M\omega_D^2 = 20 - 0,2(4,4)^2 = 16,13 \text{ N/m}$$

Vậy M dao động điều hòa trên thanh AB trong khi trục D quay.

Chu kì: $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k'}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{16,13}} = 0,7 \text{ s}$

Nếu lực li tâm $\vec{f}$ cân bằng với tổng các sức căng $\vec{T}_1 + \vec{T}_2$ thì M sẽ không dao động trên AB, mà có chuyển động tròn đều. Ta có:

$$f = T_1 - T_2 \text{ hay } M\omega_D^2 x = 2kx$$

Suy ra: $\omega_D = \sqrt{\frac{2k}{M}} = \sqrt{\frac{20}{0,2}} = 10 \text{ rad/s}$

15 Con lắc toán học gồm một thanh $OA = 1m$ rất nhẹ, có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua O . Đầu A mang quả cầu $m_1 = 100g$.

Lấy $g = 9,86m/s^2$.

- Cho con lắc dao động với biên độ nhỏ : $\alpha_0 = 0,1rad$. Tính :
 - Chu kì.
 - Vận tốc góc và sức căng của thanh khi con lắc qua vị trí cân bằng.
- Gắn thêm vào trung điểm B của OA một khối lượng $m_2 = 50g$. Tìm biểu thức của vận tốc góc của thanh theo biên độ góc α_0 và góc lệch α của thanh với phương thẳng đứng. Tính vận tốc góc trên khi thanh qua vị trí cân bằng. Cho $\alpha_0 = 0,1rad$.

Giải

1) Chu kì :
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2s$$

Vận tốc của quả cầu :

$$v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

Khi qua vị trí cân bằng :

$$\alpha = 0, \cos\alpha = 1, \cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$$

$$v = \sqrt{gl\alpha_0^2} = \alpha_0\sqrt{gl}$$

Vận tốc góc của thanh :

$$\alpha' = \frac{v}{l} = \alpha_0\sqrt{\frac{g}{l}} = 0,1\sqrt{\frac{\pi^2}{1}} = \frac{\pi}{10} \text{ rad/s}$$

Sức căng của thanh:

$$T = m_1g(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

$$T = m_1g\left[3 - 2\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right)\right] = m_1g(1 + \alpha_0^2)$$

$$= 0,1 \cdot 9,86(1 + 0,01) = 0,996N$$

2) Động năng tại vị trí biên :

$$E_{d1} = 0$$

Động năng lúc sau, khi thanh có góc lệch α :

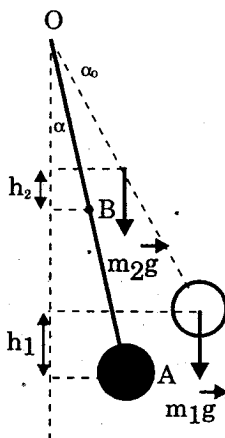
$$E_{d2} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

Áp dụng định lí động năng :

$$E_{d2} - E_{d1} = W$$

Với W là tổng các công của các trọng lượng $m_1 \vec{g}$ và $m_2 \vec{g}$

$$\begin{aligned} W &= m_1gh_1 + m_2gh_2 \\ &= m_1gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0) + m_2g\frac{l}{2}(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \\ &= \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \end{aligned}$$



Với các góc α, α_0^2 nhỏ, ta có :

$$\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}, \quad \cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$$

Suy ra:

$$W = \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)gl\left(\frac{\alpha_0^2 - \alpha^2}{2}\right)$$

Vậy ta có :
$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}gl\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)(\alpha_o^2 - \alpha^2)$$

trong đó $v_1 = \alpha' \cdot l$, $v_2 = \alpha' \cdot \frac{l}{2}$ với α' là vận tốc góc của thanh

Suy ra:
$$\left(m_1 + \frac{m_2}{4}\right)l\alpha'^2 = g\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)(\alpha_o^2 - \alpha^2)$$

Vậy:
$$\alpha' = \sqrt{\frac{m_1 + \frac{m_2}{2}}{m_1 + \frac{m_2}{4}} \frac{g}{l}} (\alpha_o^2 - \alpha^2)$$

Khi thanh qua vị trí cân bằng : $\alpha = 0$

$$\alpha'_{\text{cực đại}} = \sqrt{\frac{m_1 + \frac{m_2}{2}}{m_1 + \frac{m_2}{4}} \frac{g}{l}} \cdot \alpha_o$$

Áp dụng bằng số :

$$\alpha'_{\text{c.d}} = \sqrt{\frac{125}{112,5} \frac{\pi^2}{1}} \cdot 0,1 = 0,33 \text{ rad/s}$$

16 Một con lắc toán học dao động trên một mặt phẳng nghiêng một góc 30° với mặt phẳng ngang. Khối lượng quả cầu của con lắc là 200g, chiều dài sợi dây là 40cm. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Bỏ qua ma sát với mặt nghiêng. Biên độ góc là $\theta_0 = 0,1 \text{ rad}$.

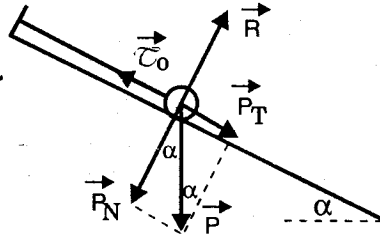
1. Tính sức căng dây và phản lực của mặt nghiêng tác dụng lên quả cầu khi con lắc cân bằng.
2. Tính chu kì.
3. Lập biểu thức của sức căng dây theo góc lệch của sợi dây đối với phương cân bằng. Tính sức căng ở vị trí cân bằng và vị trí ngoại biên.

Giải

Trọng lượng $\vec{P}$ của quả cầu gồm hai phần :

$\vec{P}_N$ vuông góc với mặt nghiêng

$\vec{P}_T$ song song với mặt nghiêng



Trong đó $\vec{P}_N$ cân bằng với phản lực $\vec{R}$ của mặt nghiêng

$$R = P_N = P \cos \alpha = mg \cos \alpha = 0,2 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ$$

$$R = \sqrt{3} \text{ N}$$

Khi con lắc ở vị trí cân bằng sức căng dây $\vec{T}_0$ cân bằng với thành phần $\vec{P}_T$:

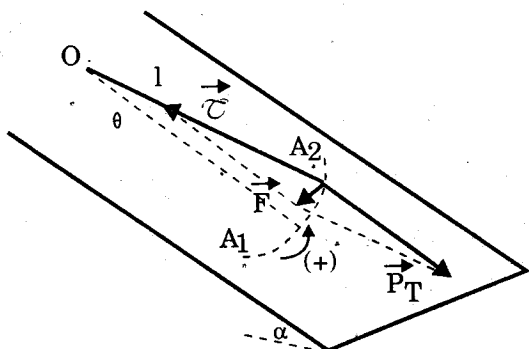
$$T_0 = P_T = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$T_0 = 0,2 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ = 1 \text{ N}$$

- 2) Khi quả cầu dao động trên mặt phẳng nghiêng, ta luôn luôn có:

$$\vec{R} + \vec{P}_N = \vec{0}$$

Con lắc dao động do tác dụng của các lực sức căng $\vec{T}$ và thành phần $\vec{P}_T$ của trọng lượng $\vec{P}$.



Vì góc θ nhỏ nên quỹ đạo A_1A_2 coi như đoạn thẳng.

Chiếu biểu thức của hợp lực $\vec{F} = \vec{P}_T + \vec{\mathcal{T}}$ xuống phương của quỹ đạo, ta có :

$$F = -P_T \sin \theta \approx -P_T \theta$$

$$\theta = \frac{x}{l}; F = -mg \sin \alpha \frac{x}{l}$$

x là li độ (độ dời) của quả cầu đối với vị trí cân bằng, hay:

$$F = -kx$$

với

$$k = \frac{mg}{l} \sin \alpha \text{ (hằng số)}$$

Con lắc dao động điều hòa với chu kỳ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \sin \alpha}}$$

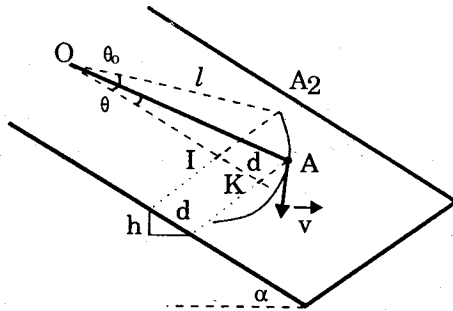
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,4}{10 \cdot \frac{1}{2}}} = 1,78s$$

3) Chiếu $\vec{F} = \vec{P}_T + \vec{\mathcal{T}}$ xuống phương của sợi dây :

$$F_N = -P_T \cos \theta + \mathcal{T}$$

Với F_N là thành phần hướng tâm O của hợp lực $\vec{F}$

$$F_N = m \frac{v^2}{l}$$



Suy ra biểu thức của sức căng dây :

$$\mathcal{T} = m \frac{v^2}{l} + P_T \cdot \cos \theta \quad (1)$$

- Tính v^2

Áp dụng định lí động năng cho đoạn di chuyển A_2A

$$E_{dA} - E_{dA_2} = W \text{ hay } \frac{1}{2}mv^2 - 0 = Ph = mgh$$

với $h = d \cdot \sin \alpha$, $d = IK = OK - OI = l(\cos \theta - \cos \theta_0)$

Suy ra : $mv^2 = 2mgl \sin \alpha (\cos \theta - \cos \theta_0)$

Thế vào (1), ta có :

$$\mathcal{T} = 2mgl \sin \alpha (\cos \theta - \cos \theta_0) + mgl \sin \alpha \cdot \cos \theta$$

$$\mathcal{T} = mgl \sin \alpha (3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0)$$

- Với các góc θ , θ_0 nhỏ, ta có :

$$\mathcal{T} = mgl \sin \alpha \left(1 + \theta_0^2 - \frac{3}{2}\theta^2 \right)$$

Ở vị trí cân bằng : $\theta = 0$

$$\mathcal{T}_{cd} = mgl \sin \alpha (1 + \theta_0^2)$$

$$= 0,2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} (1 + 0,01) = 1,010 \text{ N}$$

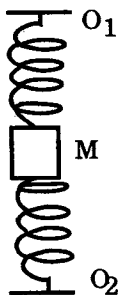
Ở vị trí ngoại biên : $\theta = \theta_0$

$$\mathcal{T}_{ct} = mgl \sin \alpha \left(1 - \frac{\theta_0^2}{2} \right) = 0,995 \text{ N}$$

- 17** Hai điểm cố định O_1, O_2 ở trên một đường thẳng đứng. Gắn vào hai điểm này hai lò xo giống nhau với $k = 24,5 \text{ N/m}$. Hai đầu còn lại của hai lò xo nối vào hai đầu của một khối trụ $M = 200\text{g}$.

Cho $O_1O_2 = 76\text{cm}$, $g = 9,8\text{m/s}^2$

1. Xác định vị trí cân bằng của trọng tâm khối M .
2. Kéo M khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông ra. Tìm hợp lực tác dụng vào M khi dao động. Tính chu kì.
3. Khi qua vị trí cân bằng, M có vận tốc là $31,3\text{cm/s}$. Tính chiều dài quỹ đạo của M .



— Giải

- 1) Khối M cân bằng dưới tác dụng của 3 lực :

Các sức căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ của hai lò xo và trọng lượng $M \vec{g}$ của vật

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0}$$

Suy ra $k\Delta l_1 = k\Delta l_2 + Mg$ hay :

$$k(l_1 - \frac{h}{2} - l_0) = k(l_2 - \frac{h}{2} - l_0) + Mg$$

trong đó l_0 = chiều dài khi không co dãn của các lò xo

h = chiều cao của khối trụ

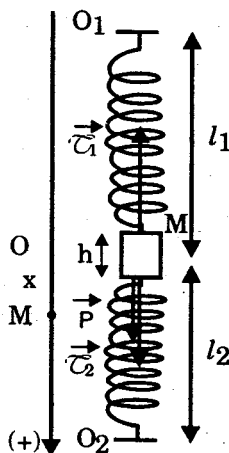
Suy ra : $kl_1 = kl_2 + Mg$

Mặt khác: $l_1 + l_2 = 76\text{cm}$

Suy ra:

$$2l_2 + \frac{Mg}{k} = 76\text{cm} = 0,76\text{m}$$

$$l_2 = 0,38 - \frac{Mg}{2k} = 0,38 - \frac{0,2 \cdot 10}{2 \cdot 24,5} = 0,34\text{m}$$



2) Xét khi M cách vị trí cân bằng O là x. Các sức căng lò xo là:

$$T_1 = k(\Delta l_1 + x) ; T_2 = k(\Delta l - x)$$

Hợp lực tác dụng vào M :

$$F = T_2 + P - T_1 = k(\Delta l_2 - x) - k(\Delta l_1 + x) + Mg$$

Suy ra :

$$F = -2k \cdot x$$

$$F = -49x \quad (F \text{ tính ra NewTon, } x \text{ tính ra mét})$$

Chu kì dao động :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{49}} = 0,40\text{s}$$

3) Vận tốc của M khi qua vị trí cân bằng O :

$$v_0 = a\omega, a = \text{biên độ} \Rightarrow a = \frac{v_0}{\omega} = \frac{v_0 T}{2\pi} = \frac{31,30,4}{2\pi} = 2\text{cm}$$

Chiều dài quỹ đạo là : $L = 2a = 4\text{cm}$

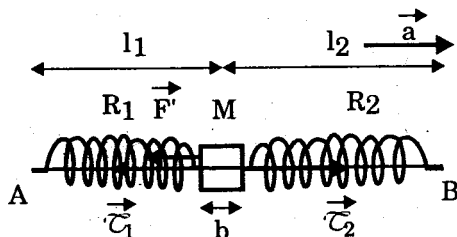
18 Cho vật $M = 200\text{g}$ rất bé, có lỗ thủng ở giữa. Một thanh AB luôn qua vật M và hai lò xo giống nhau nối vào hai bên vật M . Hai đầu còn lại của chúng nối với A và B . Cho khoảng cách $AB = 50\text{cm}$. Cho biết trong hệ này, hai lò xo luôn luôn dãn và có hệ số đàn hồi là $k = 100\text{N/m}$. Bỏ qua sự ma sát Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Đặt hệ trên một xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc 4m/s^2 . AB song song với phương chuyển động. Tìm chiều dài các lò xo khi M cân bằng.
2. Kéo M khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông ra. Phân tích các lực tác dụng vào M . Tìm hợp lực. Tính tần số dao động.
3. Bây giờ cho xe chuyển động tròn đều trên quỹ đạo có bán kính 200m với vận tốc 20m/s . Thanh AB luôn vuông góc với quỹ đạo. Xác định vị trí cân bằng của M .

Giải

1) Vật M cân bằng dưới tác dụng của các lực :

- Các sức căng $\vec{T}_1, \vec{T}_2$ của hai lò xo
- Lực quán tính $\vec{F}'' = -M \vec{a}$



Ta có điều kiện cân bằng $\vec{T}_2 = \vec{T}_1 + \vec{F}''$

hay $k\Delta l_2 = k\Delta l_1 + Ma$

$$k(l_2 - \frac{b}{2} - l_0) = k(l_1 - \frac{b}{2} - l_0) + Ma$$

Trong đó b = chiều dài của vật M ; l_0 = chiều dài ban đầu của các lò xo

Vì vật rất bé nên $b \approx 0$, suy ra :

$$l_2 = l_1 + \frac{Ma}{k}$$

Mặt khác : $l_1 + l_2 = AB = 50\text{cm}$

Ta có : $2l_1 + \frac{Ma}{k} = AB$

Suy ra $l_1 = \frac{AB}{2} - \frac{Ma}{2k} = 0,25 - \frac{0,24}{200} = 0,246\text{m}$

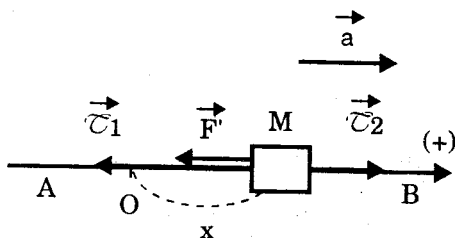
$$l_1 = 24,6\text{cm} ; l_2 = 25,4\text{cm}$$

- 2) Xét khi M có độ dời là x (O là vị trí cân bằng) sức căng của lò xo R_1 :

$$\mathcal{T}_1 = k(\Delta l_1 + x)$$

của lò xo R_2 :

$$\mathcal{T}_2 = k(\Delta l_2 - x)$$



Hợp lực tác dụng vào vật :

$$F = \mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1 - F'$$

$$F = k(\Delta l_2 - x) - k(\Delta l_1 + x) - Ma$$

$$F = -2k.x$$

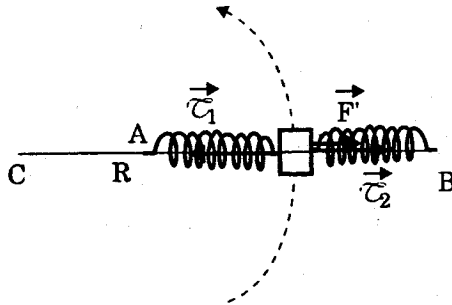
$$F = -200x$$

F tính ra N , x tính ra m

Tần số dao động :

$$N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{200}{0,2}} = 5,04 \text{ Hz}$$

3)



M chịu tác dụng của các sức căng và lực quán tính li tâm

$$F' = M \frac{v^2}{R}$$

Điều kiện cân bằng trên quỹ đạo tròn :

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 + F'$$

$$k\Delta l'_1 = k\Delta l'_2 + F'$$

$$k(l'_1 - l_0) = k(l'_2 - l_0) + M \frac{v^2}{R}$$

Suy ra
$$l'_1 = l'_2 + \frac{Mv^2}{kR}$$

thay vào hệ thức $l'_1 + l'_2 = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$

Ta có
$$2l'_2 + \frac{Mv^2}{kR} = 0,5 \text{ m}$$

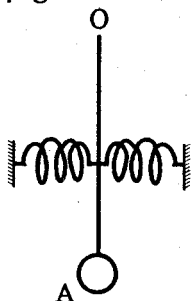
$$l'_2 = 0,25 - \frac{Mv^2}{2kR} = 0,25 - \frac{0,2 \cdot (20)^2}{2 \cdot 100 \cdot 200}$$

$$l'_2 = 0,248 \text{ m} = 24,8 \text{ cm}$$

và
$$l'_1 = 50 - 24,8 = 25,2 \text{ cm}$$

19 Con lắc toán học gồm một thanh $OA = 1\text{m}$, mang quả cầu A ($m = 250\text{g}$). Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

1. Quả cầu đang ở vị trí cân bằng thì được truyền cho một cơ năng là $0,01\text{J}$ bằng sự đập theo phương nằm ngang. Viết phương trình dao động của con lắc.



2. Trung điểm B của thanh được gắn vào đầu một lò xo nằm ngang, có độ cứng $k = 2\text{N/m}$. Đầu kia của lò xo cố định. Tính chu kì khi cho con lắc dao động với biên độ nhỏ. Cho biết khi cân bằng, thanh OA có phương thẳng đứng.
3. Làm lại câu (2) nếu B được nối với hai lò xo cũng có $k = 2\text{N/m}$ như hình vẽ.

Giải

- 1) Tại vị trí cân bằng : vận tốc v_{cd} cực đại

$$\frac{1}{2}mv_{cd}^2 = E = 0,01\text{J}$$

$$\Rightarrow v_{cd} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{0,02}{0,25}} = 0,28\text{m/s}$$

$$\text{Tần số góc} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{10} \text{ rad/s}$$

Mặt khác $v_{cd} = a \omega$, a = biên độ

$$\text{Suy ra} \quad a = \frac{v_{cd}}{\omega} = \frac{0,28}{\sqrt{10}} = 0,089\text{m}$$

Phương trình dao động tính theo góc lệch α của thanh đối với phương thẳng đứng.

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi) \text{ với } \alpha_0 = \frac{a}{l} = 0,089 \text{ rad}$$

Xét trường hợp $\varphi = 0$, ta có : $\alpha = 0,089 \sin \sqrt{10} t \text{ (rad)}$

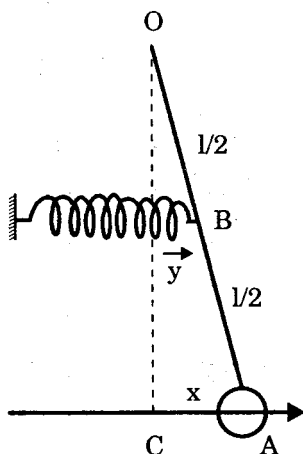
2) Vì biên độ nhỏ, quỹ đạo của A coi như đoạn thẳng.

- Lực phục hồi do trọng lượng $m g$ tác dụng vào A :

$$F_1 = -\frac{mg}{l}x$$

- Lực phục hồi do lò xo tác dụng vào B :

$$F_2 = -ky = -\frac{k}{2}x$$



Momen của $\vec{F}_2$ đối với trục quay O

$$\mathcal{M}_2 = F_2 \frac{l}{2} = -\frac{k}{4}lx$$

Momen này tương đương với một lực đặt tại A là:

$$F'_1 = \frac{\mathcal{M}_2}{l} = -\frac{k}{4}x$$

Vậy hợp lực phục hồi tác dụng vào quả cầu là :

$$F = F_1 + F'_1 = -\frac{mg}{l}x - \frac{k}{4}x$$

$$= -\left(\frac{mg}{l} + \frac{k}{4}\right)x \text{ có dạng lực phục hồi}$$

$$F = -k'x$$

với

$$k' = \frac{mg}{l} + \frac{k}{4} = \frac{0,25 \cdot 10}{1} + \frac{2}{4} = 3 \text{ N/m}$$

Chu kì

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{3}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} = 1,81 \text{ s}$$

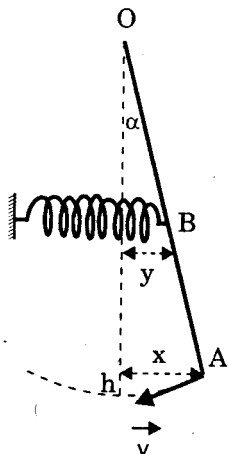
- **Lưu ý:** Có thể giải bằng cách áp dụng nguyên lí bảo toàn cơ năng.
Cơ năng toàn phần của hệ :

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}ky^2 = \text{hằng số}$$

với

$$h = l(1 - \cos\alpha) = l\frac{\alpha^2}{2} \quad (\alpha \text{ góc bé})$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mgl\alpha^2 + \frac{1}{8}kx^2$$



Vì $E = \text{hằng số}$, suy ra $\frac{dE}{dt} = 0$

hay
$$mv \frac{dv}{dt} + mgl\alpha \frac{d\alpha}{dt} + \frac{1}{4}kx \cdot \frac{dx}{dt} = 0$$

$$mva + mg\alpha \cdot v + \frac{1}{4}kxv = 0 \quad (\text{vì } l \frac{d\alpha}{dt} = l\alpha' = v)$$

Suy ra gia tốc dài của quả cầu :

$$a = -g\alpha - \frac{k}{4m}x \text{ mà } \alpha = \frac{x}{l}$$

Suy ra
$$a = -\left(\frac{g}{l} + \frac{k}{4m}\right)x$$

Hợp lực
$$F = ma = -\left(\frac{mg}{l} + \frac{k}{4}\right)x = -k''x \text{ với } k'' = \frac{mg}{l} + \frac{k}{4}$$

3) Hai lò xo mắc như hình vẽ tương đương với một lò xo có độ cứng là:

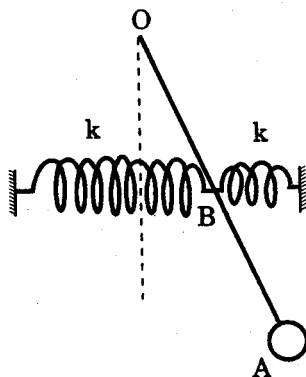
$$k_{td} = k + k = 2k$$

(Xem chứng minh ở bài toán số 2)

Vậy tương tự câu (2), hợp lực tác dụng vào quả cầu là :

$$F = -\left(\frac{mg}{l} + \frac{k_{td}}{4}\right)x = -k''x$$

với
$$k'' = \frac{mg}{l} + \frac{k_{td}}{4} = \frac{mg}{l} + \frac{2k}{4}$$



$$k'' = \frac{0,25 \cdot 10}{1} + 1 = 3,5 \text{ N/m}$$

Chu kì

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k''}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,25}{3,50}} = 1,68s$$

20 Con lắc toán học $l = 1m$, mang quả cầu A ($m = 150g$) A đang ở vị trí cân bằng. Bắn vào A một viên đạn B ($m' = 50g$) theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 1m/s$. Viên đạn ghim vào A và cả hai cùng dao động điều hòa. Tính :

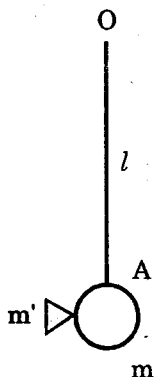
1. Chu kì dao động.
2. Biên độ dao động
3. Năng lượng biến thành nhiệt trong sự đụng giữa B và A.

$$Lấy g = 9,86m/s^2$$

Giải

- 1) Sự bảo toàn động lượng trong sự đụng giữa A và B

$$m'v_0 = (m + m')v$$



v là vận tốc của hệ $(m + m')$ sau khi đụng

$$v = \frac{m'}{m + m'}v_0$$

$$v = \frac{50}{200}1 = 0,25\text{m/s}$$

→ v chính là vận tốc dao động của hệ $(m + m')$ khi qua vị trí cân bằng.

Chu kì dao động :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2\text{s}$$

2) Tại vị trí cân bằng : $v = a\omega$, a = biên độ

Suy ra
$$a = \frac{v}{\omega} = \frac{v}{2\pi}T = \frac{0,25 \cdot 2}{2\pi} = 0,08\text{m}$$

$$a = 8\text{cm}$$

3) Động năng của hệ trước khi dụng :

$$E_d = \frac{1}{2}m'v_o^2 + 0 \quad (\text{vì } m \text{ đứng yên})$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot 0,05 \cdot 1^2 = 0,025\text{J}$$

Động năng của hệ sau khi dụng :

$$E'_d = \frac{1}{2}(m + m')v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot (0,25)^2$$

$$E'_d = 0,006\text{J}$$

Cơ năng đã biến thành nhiệt trong sự dụng là :

$$E_d - E'_d = 0,019\text{J}$$

21 Hai dao động có phương song song xuất phát từ hai điểm A và B cách nhau 20cm, có phương trình dao động giống nhau là :

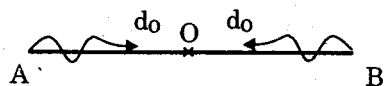
$$s(\text{cm}) = 2 \sin 100\pi$$

truyền đi trong mặt phẳng chứa A, B và vuông góc với phương dao động, vận tốc truyền sóng là $v = 4\text{m/s}$

1. Viết biểu thức của dao động tại trung điểm O của AB.
2. - Xác định các điểm trên trung trực của AB và dao động cùng pha với O.
- Xác định các điểm dao động cùng pha với A và B.
3. Viết biểu thức của dao động tại M cách A và B là 2cm và 24cm

Giải

- 1) Sóng tại O, truyền đến từ A và B, có biểu thức giống nhau là :



$$s_{o1} = s_{o2} = 2 \sin\left(100\pi t - \frac{2\pi d_0}{\lambda}\right) \text{ cm}$$

với λ là bước sóng :

$$\lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{2\pi}{\omega} = 4 \cdot \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{4}{50} \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

và
$$d_0 = \frac{AB}{2} = 10 \text{ cm}$$

Vậy
$$s_{o1} = s_{o2} = 2 \sin\left(100\pi t - \frac{2\pi \cdot 10}{8}\right)$$

$$= 2 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

Sóng tổng hợp tại O là :

$$s_o = s_{o1} + s_{o2} = 4 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

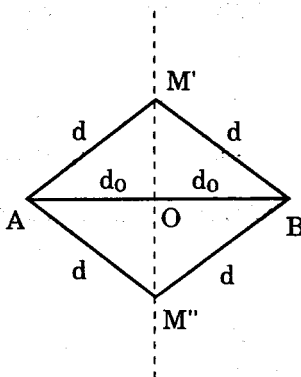
- 2) Xét điểm M', M'' trên đường trung trực của đoạn AB, cách đều A và B là d.

Các sóng tại M', đến từ A và B là :

$$s_{M'1} = s_{M'2} = 2 \sin\left(100\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

Sóng tổng hợp tại M' :

$$s = s_{M_1} + s_{M_2} = 4\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$



Sóng s_M đồng pha với sóng s_o khi thỏa điều kiện :

$$\varphi_M = \varphi_o + k2\pi, k = \text{số nguyên}$$

Suy ra
$$-\frac{2\pi d}{\lambda} = -\frac{2\pi d_o}{\lambda} + k2\pi$$

hay $d = d_o + k'\lambda$ (với $k' = -k$), vì $d \geq d_o$ nên chỉ lấy các giá trị $k' \geq 0$

$$d = d_o + 8k' = 10 + 8k'$$

k'	0	1	2	3	4	...
d	10	18	26	34	42	... (cm)

Suy ra khoảng cách từ M' , M'' tới O : $OM' = OM'' = \sqrt{d^2 - d_o^2}$

d	10	18	26	34	42	...
OM'	0	15	24	32,5	40,8	... (cm)

- Xác định các điểm dao động cùng pha với A, B

Xét điểm N cách A và B lần lượt là d_1, d_2

- Sóng tại N từ A truyền đến :

$$s_{N1} = 2\sin(100\pi - \frac{2\pi d_1}{\lambda})$$

- Sóng tại N từ B truyền đến :

$$s_{N2} = 2\sin(100\pi - \frac{2\pi d_2}{\lambda})$$

Sóng tổng hợp tại N :

$$s_N = s_{N1} + s_{N2}$$

$$s_N = 4\cos\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \sin\left[100\pi - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right] \text{ cm}$$

Dao động s_N cùng pha với A và B khi có điều kiện :

$$\varphi_N = -\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) = \varphi_A + k2\pi$$

mà $\varphi_A = \varphi_B = 0$, suy ra :

$$-\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) = k2\pi, \quad k = \text{số nguyên},$$

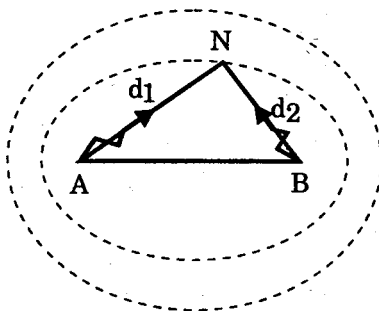
hay $d_1 + d_2 = k' \cdot 2\lambda = 16k'$

Với điều kiện :

$$d_1 + d_2 > AB = 20\text{cm}$$

Vậy k' là số nguyên dương ≥ 2

Quỹ tích các điểm N này là một họ elip nhận A và B làm các tiêu điểm . Mỗi elip ứng với một giá trị của k' .



3) Biểu thức của sóng tại M ($d_1 = 2\text{cm}$, $d_2 = 24\text{cm}$)

$$\begin{aligned}
 s_M &= 4 \cos \frac{11\pi}{4} \sin \left(100\pi t - \frac{13\pi}{4} \right) \\
 &= -4 \cos \frac{\pi}{4} \sin \left(100\pi t + \frac{3\pi}{4} \right) \\
 s_M &= 2\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ cm}
 \end{aligned}$$

22

1. Thả rơi đều đặn các viên bi nhỏ xuống điểm A trên mặt một chất lỏng, ta thấy xuất hiện những sóng tròn tâm A với khoảng cách giữa hai đỉnh sóng liên tiếp là 20cm. Nhịp độ rơi của các viên bi là 120 viên mỗi phút.

Tính vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng..

2. Gây ra tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng, cách nhau 20cm, hai dao động tuần hoàn hình sin theo phương vuông góc với mặt chất lỏng với biên độ là 2cm, chu kì 0,1s
- Tìm quỹ tích các điểm dao động mạnh nhất và các điểm không dao động trên mặt chất lỏng.
 - Xác định các điểm trên đoạn AB có biên độ tổng hợp cực đại hay triệt tiêu
 - Tìm quỹ tích các điểm dao động cùng pha với trung điểm của AB.

Giải

- 1) Khoảng cách giữa hai đỉnh sóng chính là bước sóng λ_1

Vậy $\lambda_1 = v \cdot T = 20\text{cm}$

Tần số dao động là:

$$N = 120 \text{ dd/phút} = 2\text{Hz}$$

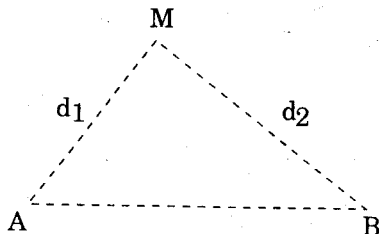
Suy ra vận tốc truyền sóng :

$$v = \frac{\lambda_1}{T} = \lambda_1 N = 20 \cdot 2 = 40\text{cm/s}$$

2) Dao động tại A và B :

$$s_A = s_B = 2\sin\frac{2\pi}{T}t$$

$$s_A = s_B = 2\sin\frac{2\pi}{0,1}t = 2\sin 20\pi t \text{ cm}$$



Sóng tại M do A và B truyền đến là :

$$s_{M1} = 2\sin\left(20\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$$

$$s_{M2} = 2\sin\left(20\pi t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right)$$

Sóng tổng hợp tại M :

$$s_M = s_{M1} + s_{M2}$$

$$s_M = 4\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \sin\left(20\pi t - \frac{\pi}{\lambda}[d_1 + d_2]\right)$$

a) Quỹ tích các điểm dao động mạnh nhất ứng với biên độ

$$a = 4 \left| \cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \right| \text{ cực đại hay } \cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = \pm 1$$

ứng với $\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = k\pi$

Suy ra $d_2 - d_1 = k\lambda$, $k = \text{số nguyên}$

Quỹ tích này là một họ hyperbol có các tiêu điểm là A và B

Quỹ tích các điểm không dao động có $a = 0$ hay $\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 0$

ứng với :

$$\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$$

Suy ra $d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$

Các quỹ tích này cũng là các nhánh hyperbol có các tiêu điểm là A và B nhưng xen kẽ với các hyperbol ở trên.

b) Các điểm có a cực đại và nằm trên AB thỏa hệ phương trình sau :

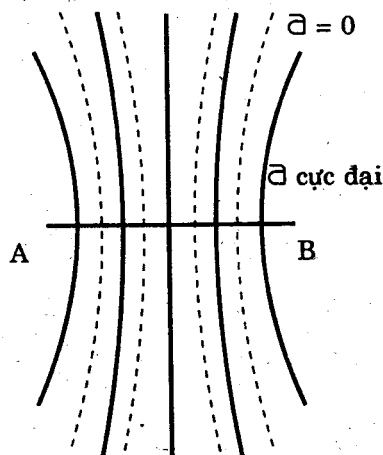
$$d_2 - d_1 = k\lambda ; d_2 + d_1 = AB$$

Suy ra: $d_2 = \frac{AB + k\lambda}{2} = 10 + k\frac{\lambda}{2}$

với $\lambda = vT = 40.0,1 = 4\text{cm}$

Vậy $d_2 = 10 + 2k$ với điều kiện : $0 \leq d_2 \leq 20\text{cm}$

Suy ra : $d_2 = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\text{cm}$



Ứng với $k = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

Các điểm có a = 0 và ở trên AB thỏa hệ phương trình :

$$d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} ; d_2 + d_1 = AB$$

Suy ra $d_2 = \frac{AB}{2} + (2k + 1)\frac{\lambda}{4} = 10 + 2k + 1 ; d_2 = 11 + 2k$

Vậy $d_2 = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\text{cm}$

Ứng với $k = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

c) Với trung điểm O của AB ta có :

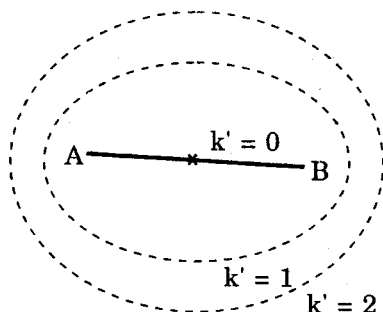
$$d_1 = d_2 = 10\text{cm}$$

Pha ban đầu của dao động tại O là :

$$\varphi_0 = -\frac{\pi}{4}(d_1 + d_2) = -5\pi$$

Các điểm cùng pha với O thỏa điều kiện

$$\varphi = -\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) = -5\pi + k2\pi$$



Suy ra $d_1 + d_2 = k'2\lambda + 5\lambda$

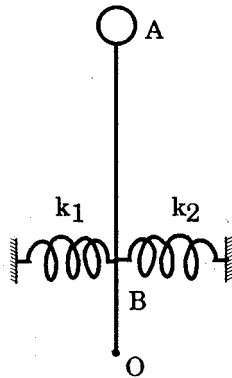
$$d_1 + d_2 = 20 + k'2\lambda$$

vì $d_1 + d_2 \geq AB$ suy ra $k' \geq 0$

Quỹ tích là các elip nhận A, B làm hai tiêu điểm.

23 Một hệ cơ học gồm vật A ($m = 200\text{g}$) được gắn vào đầu một thanh nhẹ, chiều dài $l = 1\text{m}$, có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua O. Thanh quay lúc đầu được giữ cân bằng theo phương thẳng đứng bằng hai lò xo có độ cứng là k_1 và k_2 nối với điểm B của thanh.

Cho $g = 10\text{m/s}^2$, $OB = 25\text{cm}$ và $k_1 + k_2 = 100\text{N/m}$.



Kéo OA khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ rồi buông ra.

1. Khảo sát chuyển động của A.
2. Tính chu kì dao động

Giải

Khi OA ở vị trí cân bằng,
ta có :

$$\vec{\mathcal{T}}_{O_1} + \vec{\mathcal{T}}_{O_2} = 0$$

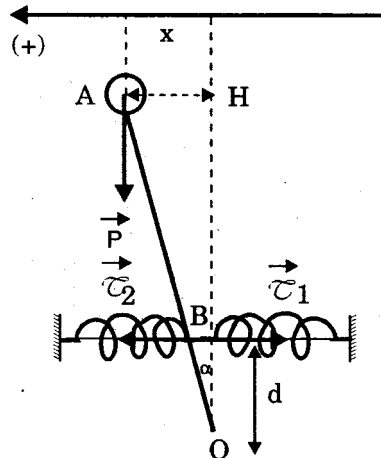
Suy ra: $\mathcal{T}_{O_1} = \mathcal{T}_{O_2}$

hay $k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2$

Với $\vec{\mathcal{T}}_{O_1}$, $\vec{\mathcal{T}}_{O_2}$ là các sức
căng lò xo

Δl_1 , Δl_2 là các độ dãn
lò xo khi thanh cân
bằng

Xét khi quả cầu có độ dời là
x. Các momen tác dụng vào
hệ, đối với trục quay O là :



$$\mathcal{M}_{\vec{P}} = Px$$

$$\mathcal{M}_{\vec{Q_1}} = \mathcal{C}_1 OB = k_1(\Delta l_1 + \frac{x}{4})\frac{l}{4}$$

Tương tự : $\mathcal{M}_{\vec{Q_2}} = \mathcal{C}_2 OB = k_2(\Delta l_2 - \frac{x}{4})\frac{l}{4}$

Mômen tổng tác dụng vào hệ :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_{\vec{P}} + \mathcal{M}_{\vec{Q_2}} - \mathcal{M}_{\vec{Q_1}}$$

$$\mathcal{M} = Px + k_2(\Delta l_2 - \frac{x}{4})\frac{l}{4} - k_1(\Delta l_1 + \frac{x}{4})\frac{l}{4}$$

Trong đó $k_2\Delta l_2 - k_1\Delta l_1 = 0$, ta có :

$$\mathcal{M} = P.x - (k_1 + k_2)\frac{l}{16}x$$

hay
$$\mathcal{M} = -\left[(k_1 + k_2)\frac{l}{16} - P\right]x$$

Momen này tương đương với một lực $\vec{F}$ đặt vào quả cầu, xác định bởi :

$$F = \frac{\mathcal{M}}{OH} \approx \frac{\mathcal{M}}{l} = -\left[\frac{k_1 + k_2}{16} - \frac{P}{l}\right]x = -Kx$$

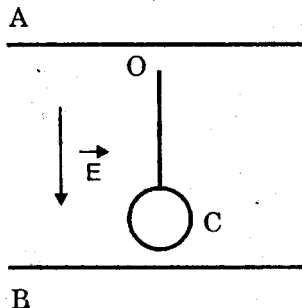
với
$$K = \frac{k_1 + k_2}{16} - \frac{P}{l} = \frac{100}{16} - \frac{0,210}{1} = 4,25 \text{ N/m}$$

$\vec{F}$ là lực phục hồi. Vậy A dao động điều hòa

Chu kì
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,20}{4,25}} = 1,36 \text{ s}$$

24 Hai bản A và B nằm ngang có hiệu điện thế là $U = 2000V$, cách nhau là $d = 20cm$. Một quả cầu nhỏ C có khối lượng $m = 2g$ được treo vào điểm O bằng một sợi dây dài $l = 10cm$

1. Cho C dao động với biên độ nhỏ. Tính chu kì



2. Nếu C có mang điện tích $q = 2 \cdot 10^{-7}$ coulomb thì chu kì dao động là bao nhiêu ?
 3. Khi C mang điện tích q như trên, ta kéo C khỏi vị trí cân bằng một góc 90° rồi buông cho dao động. Tính sức căng dây khi C qua vị trí cân bằng. Lấy $g = \pi^2 m/s^2$

Giải

- 1) Chu kì dao động:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 0,63s$$

- 2) Điện trường giữa A và B:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{2000}{0,2} = 10^4 V/m$$

Ngoài trọng lượng, quả cầu còn chịu tác dụng của lực điện trường $\vec{f}$ hướng xuống :

$$\vec{f} = q\vec{E}$$

Do đó , coi như quả cầu C có trọng lượng là :

$$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{f}$$

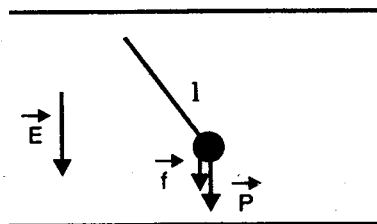
$$m \vec{g}' = m \vec{g} + q \vec{E}$$

hay

$$g' = g + \frac{q}{m} E$$

$$= \pi^2 + \frac{2 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 10^4 = 10,86 \text{ m/s}^2$$

(A)



(B)

Chu kì dao động :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,10}{10,86}} = 0,6 \text{ s}$$

3) Sức căng dây :

$$\mathcal{T} = m \frac{v^2}{l} + mg' \cos \alpha$$

Khi qua vị trí cân bằng : $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$

v có giá trị cực đại v_{cd}

$$v^2 = 2g'l(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$$

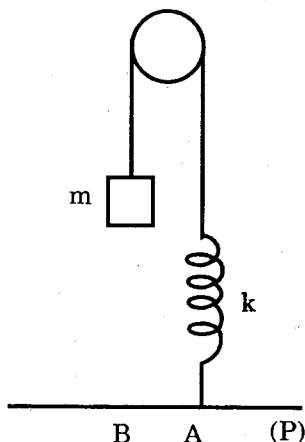
với $\cos \alpha_0 = \cos 90^\circ = 0$

Suy ra : $v_{cd}^2 = 2g'l$

Vậy $\mathcal{T} = 3mg'$

$$\mathcal{T} = 3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10,86 = 0,065 \text{ N}$$

25 Vật $m = 400\text{g}$ được nối vào một lò xo R_1 có độ cứng $k = 200\text{N/m}$ bằng một sợi dây quàng qua rãnh một ròng rọc rất nhẹ. Đầu dưới của lò xo được nối với một điểm cố định A trên mặt ngang (P). Sợi dây và lò xo có phương thẳng đứng. Cho $g = 10\text{m/s}^2$



1. Tính độ giãn của lò xo khi m đứng yên.
2. Kéo m xuống khỏi vị trí cân bằng rồi buông cho dao động. Phân tích lực tác dụng vào m khi dao động. Tính chu kì
3. Nối m với điểm B trên mặt (P) bằng một lò xo R_2 giống như R_1 sao cho lò xo này cũng có phương thẳng đứng.
 - So sánh hai độ giãn của hai lò xo khi m ở vị trí cân bằng
 - Cho m dao động theo phương thẳng đứng. Tìm biểu thức của hợp lực tác dụng vào m theo độ dời x của m (tính từ vị trí cân bằng) Tính chu kì.

Giải

- 1) Khi m đứng yên :

Sức căng của lò xo cân bằng với trọng lượng của m :

$$\mathcal{T}_0 = P = mg \text{ hay } k\Delta l_0 = mg$$

Suy ra độ giãn lò xo :

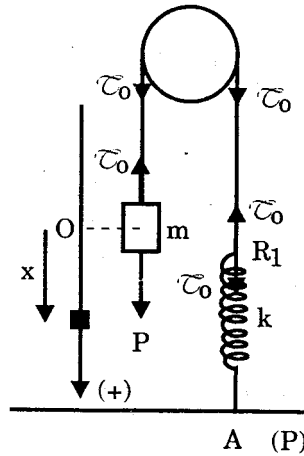
$$\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,4 \cdot 10}{200} = 0,02\text{m}$$

$$\Delta l_0 = 2\text{cm}$$

- 2) Xét khi m đang dao động và cách vị trí cân bằng O là x .

Sức căng lò xo bây giờ là

$$\mathcal{T} = k(\Delta l_0 + x)$$



Hợp lực tác dụng vào m là :

$$F = P - T = P - k(\Delta l_0 + x)$$

mà $P - k\Delta l_0 = 0$, suy ra :

$$F = -kx = -200x$$

Trong đó : F tính ra Newton, x tính ra mét

Vật m dao động điều hòa với chu kì là :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,4}{200}} = 0,28s$$

3) Gọi O' là vị trí cân bằng của m

Tại O', ta có điều kiện cân bằng :

$$\vec{P} + \vec{T}_{O_2} + \vec{T}_{O_1} = \vec{0} \text{ hay } T_{O_1} = P + T_{O_2}$$

$$k\Delta l_1 = mg + k\Delta l_2$$

$$\text{Suy ra } \Delta l_1 - \Delta l_2 = \frac{mg}{k} = 0,02m$$

$$\text{Vậy } \Delta l_1 - \Delta l_2 = 2cm$$

- Xét khi m cách vị trí cân bằng O' là x .

Ta có sức căng của các lò xo là :

$$T_1 = k(\Delta l_1 + x)$$

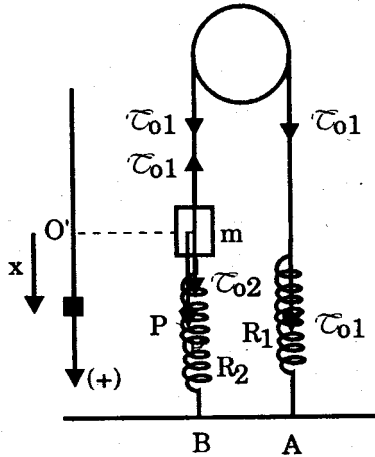
$$\mathcal{T}_2 = k(\Delta l_2 - x)$$

Hợp lực tác dụng vào m là :

$$F = P + \mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1$$

$$= mg + k(\Delta l_2 - x) - k(\Delta l_1 + x)$$

$$F = mg + k\Delta l_2 - k\Delta l_1 - 2kx$$



Trong đó $mg + k\Delta l_2 - k\Delta l_1 = 0$

Vậy $F = -2kx$: lực phục hồi

$$F = -400x$$

(F tính ra N, x tính ra m)

Vật m dao động điều hòa.

$$\text{Chu kì : } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,4}{400}} = 0,2s$$

26 Một vật $m = 100g$ được đặt trên một đĩa P có khối lượng $M = 200g$. Đĩa này được gắn ở trên một lò xo có hệ số đàn hồi $k = 40N/m$.

1. Ấn đĩa xuống khỏi vị trí cân bằng một đoạn $A_0 = 1cm$ rồi buông ra. Tìm vận tốc của hệ khi qua vị trí cân bằng.

2. Để vật m không bị nảy lên khỏi đĩa trong khi hệ dao động, khoảng A ấn hệ xuống lúc ban đầu phải thỏa điều kiện nào?
3. Bây giờ đĩa P đứng yên. Thả vật m từ độ cao $h = 20\text{cm}$ rơi xuống đĩa. Giả sử sự đụng giữa m và P hoàn toàn không nảy. Tính biên độ dao động

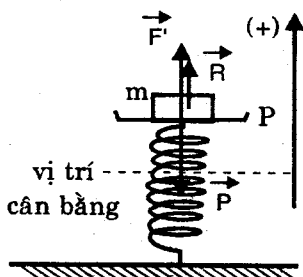
Giải

- 1) Đĩa và vật m dao động điều hòa với tần số góc :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 11,55 \text{ rad/s}$$

Vận tốc khi qua vị trí cân bằng :

$$v_0 = A_0\omega = 1.11,55 = 11,55\text{cm/s}$$



- 2) Khoảng A chính là biên độ dao động của hệ

- Xét riêng vật m :

Khi dao động, m chịu tác dụng của các lực sau :

- Trọng lượng $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng xuống đĩa P
- Lực quán tính $\vec{F}'' = -m\vec{a}$ (vì hệ chuyển động có gia tốc)
- Phản lực $\vec{R}$ của đĩa (P) tác dụng vào m

Ta có :
$$\vec{R} = -(\vec{P} + \vec{F}'')$$

Khi hệ từ vị trí cân bằng đi lên thì gia tốc $\vec{a}$ hướng xuống, lực quán tính $\vec{F}'' = -m\vec{a}$ hướng lên. Hệ càng lên cao thì $|\vec{a}|$

càng lớn, phản lực có trị số $R = P - F'$ càng nhỏ. Vậy tại vị trí cao nhất của hệ, phản lực $\vec{R}$ có trị số bé nhất. Tại vị trí này, m không bị nảy khỏi đĩa (P) nếu có điều kiện $R > 0$ hay $F' < P$

Hay $ma < mg \Leftrightarrow a < g$ (a là trị tuyệt đối của $\vec{a}$)

Mặt khác, ta có $a = \omega^2 A$ (tại vị trí cao nhất)

$$\text{Suy ra } \omega^2 A < g \Rightarrow A < \frac{g}{\omega^2} \text{ với } \omega^2 = \frac{k}{m + M}$$

$$A < \frac{g(m + M)}{k} = \frac{10.0,3}{40} = \frac{3}{40} \text{ m}$$

$$A < 7,5 \text{ cm}$$

3) a) Vận tốc của m khi vừa tới (P) :

$$v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2.10.0,2}$$

$$v_1 = 2 \text{ m/s}$$

Sau khi đụng, m và P cùng dao động với vận tốc v.

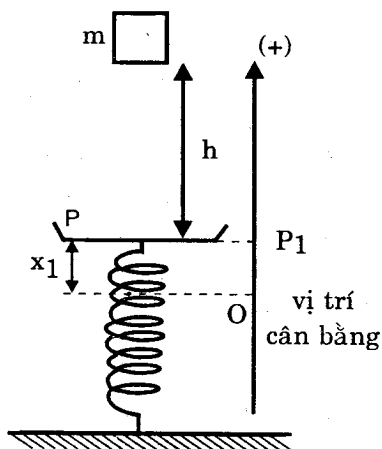
Áp dụng nguyên lí bảo toàn động lượng :

$$mv_1 = (m + M)v$$

$$\text{Suy ra } v = \frac{m}{m + M} v_1 = \frac{100}{300} 2 = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

Vị trí P_1 ban đầu của đĩa cách vị trí cân bằng O là :

$$\begin{aligned} x_1 = \Delta l_1 &= \frac{mg}{k} \\ &= \frac{0,1.10}{40} = \frac{1}{40} \text{ m} = 2,5 \text{ cm} \end{aligned}$$



Thế năng của hệ dao động tại vị trí P_1 là :

$$E_t = \frac{1}{2} k x_1^2$$

Động năng : $E_d = \frac{1}{2} (M + m) v^2$

Cơ năng toàn phần :

$$E = E_t + E_d$$

Mặt khác, ta có $E = \frac{1}{2} k A^2$ với A là biên độ dao động

$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} (M + m) v^2$$

Suy ra

$$A = \sqrt{x_1^2 + \frac{(M + m) v^2}{k}}$$

$$A = \sqrt{(0,025)^2 + \frac{0,3 \cdot \frac{4}{9}}{40}} = 0,063 \text{ m}$$

$$A = 6,3 \text{ cm}$$

27 Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng $m = 100 \text{ g}$, treo bằng sợi dây chiều dài 1 m vào một điểm O , tại một nơi có gia tốc trọng lực là $g = \pi^2 \text{ SI}$

1. Từ vị trí ban đầu với góc lệch của sợi dây là 45° với phương thẳng đứng, người ta buông cho con lắc dao động. Tính động năng quả cầu khi qua vị trí cân bằng.
2. Trên đường thẳng đứng qua O , dưới O là 50 cm có cắm một đinh O' . Hỏi sau khi dây treo đụng đinh O' , quả cầu còn lên được độ cao tối đa bao nhiêu? Tính góc lệch của sợi dây khi quả cầu ở độ cao này.
3. Bây giờ cho con lắc dao động với biên độ nhỏ. Tìm thời gian để con lắc làm được một dao động.

Giải

- 1) Khi đi từ A_1 tới A_0 , thế năng E_t của quả cầu chuyển thành động năng E_d .

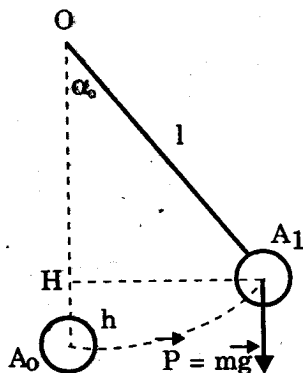
Vậy tại vị trí cân bằng A_0 , động năng là :

$$E_d (\text{tại } A_0) = E_t (\text{tại } A_1)$$

$$E_d = mgh = mgl(1 - \cos \alpha_0)$$

với $\alpha_0 = 45^\circ$

$$= 0,1 \cdot \pi^2 \cdot 1 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0,29 \text{ J}$$



- 2) Trong khoảng thời gian di chuyển $A_1 A_0$, con lắc quay quanh O

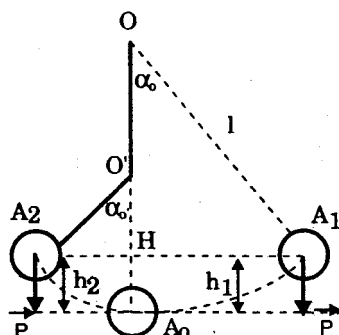
Thế năng E_{t1} (tại A_1) = động năng E_{d0} (tại A_0)

Trong khoảng di chuyển $A_0 A_2$, con lắc quay quanh O'

Thế năng E_{t2} (tại A_2) = E_{d0}

Suy ra: $E_{t2} = E_{t1}$

hay: $mgh_2 = mgh_1$



Vậy: $h_2 = h_1 = A_0H = l(1 - \cos\alpha_0) = 0,293m$

Ứng với A_2 , góc lệch của sợi dây là α'_0 .

$$\cos\alpha'_0 = \frac{O'H}{O'A_2} = \frac{OH - OO'}{O'A_2} = \frac{l(\cos\alpha_0 - 1/2)}{l/2} = 0,414$$

$$\alpha'_0 = 65^\circ 30'$$

3) - Khi con lắc quay quanh O

Chu kì $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2s$

- Khi con lắc quay quanh O'

Chu kì $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l/2}{g}} = 2\pi\frac{T_1}{\sqrt{2}} = 1,414 s$

Thời gian để con lắc làm một dao động là :

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = 1,707s$$

28 Một con lắc kép gồm một thanh có khối lượng không đáng kể, quay không ma sát quanh một trục nằm ngang O vuông góc với thanh. Trên thanh, ở hai bên của O tại A và B có gắn các khối lượng m và $M = 3m$. Kích thước các khối này rất nhỏ. Cho khoảng cách $OA = d$ và $OB = 3d$

1. Tính chu kì con lắc này khi biên độ nhỏ. Cho $d = 10\text{cm}$, $g = 9,8\text{m/s}^2$
2. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc là 60° . Tính độ biến thiên của thế năng trong sự di chuyển này. Cho $m = 20\text{g}$
3. Từ vị trí trên, con lắc được thả cho dao động. Tính vận tốc dài của M khi qua vị trí cân bằng
4. Thay m và M bằng một khối duy nhất M' ở trên thanh và cách trục quay là x . Tính x để khi kéo con lắc mới này khỏi vị trí cân bằng là 60° rồi buông ra thì vận tốc góc của thanh khi qua vị trí cân bằng cũng có giá trị như con lắc ở câu trên. M' phải bằng bao nhiêu để động năng khi qua vị trí cân bằng bằng với động năng của con lắc trên khi qua cùng vị trí.

Giải

1) Chu kì :
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{(M + m)ga}}$$

trong đó
$$a = OG = \frac{M \cdot 3d - m \cdot d}{M + m}$$

$$a = 2d$$

Momen quán tính của hệ :

$$I = md^2 + M(3d)^2 = 28md^2$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{28md^2}{4m \cdot g \cdot 2d}} = 2\pi\sqrt{\frac{7d}{2g}}$$

với $d = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$; $g = 9,8\text{m/s}^2$; $T = 1,19\text{s}$

- 2) Lấy mặt tiêu chuẩn thế năng là mặt phẳng ngang đi qua vị trí thấp nhất của B.

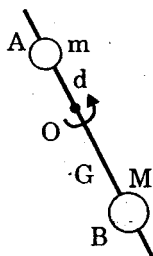
Thế năng lúc sau của hệ, khi có góc lệch $\alpha_0 = 60^\circ$

$$E_t = mgh_1 + Mgh_2$$

với :

$$h_1 = 3d + OI = 3d + d\cos\alpha_0$$

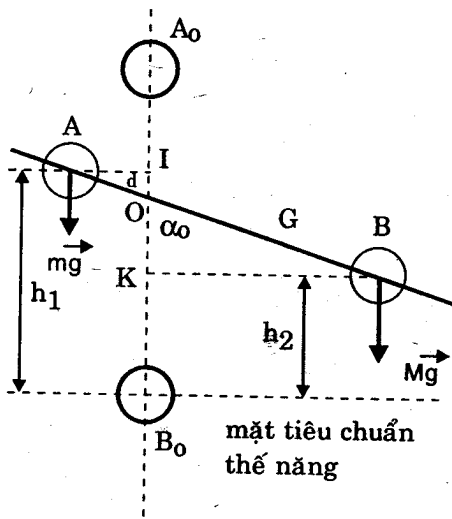
$$h_2 = 3d - OK = 3d - 3d\cos\alpha_0$$



Suy ra : $E_t = 4mgd(3 - 2\cos\alpha_0)$

Thế năng lúc đầu, khi thanh thẳng đứng :

$$E_{t0} = 4mgd + 0$$



Vậy thế năng đã tăng thêm là :

$$\begin{aligned}\Delta E_t &= E_t - E_{t0} = 8mgd(1 - \cos\alpha_0) \text{ với } \alpha_0 = 60^\circ \\ &= 8.0,02.9,80,1(1 - \frac{1}{2}) = 0,078J\end{aligned}$$

3) Động năng ban đầu, khi góc lệch là $\alpha_0 = 60^\circ$:

$$E_{d1} = 0$$

Động năng của con lắc khi về tới vị trí cân bằng :

$$E_{d2} = \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$$

Định lí động năng:

$$\Delta E_d = E_{d2} - E_{d1} = W$$

Trong đó: $W = Mgh_2 - mgIA_0$

với $IA_0 = OA_0 \cdot OI = d(1 - \cos\alpha_0)$

Suy ra: $W = 8mgd(1 - \cos\alpha_0)$

Ta có : $\frac{1}{2}I\theta'^2 = W = 8mgd(1 - \cos\alpha_0)$

hay $14md^2\theta'^2 = 8mgd(1 - \cos\alpha_0)$

Suy ra $\theta' = \sqrt{\frac{4g}{7d}(1 - \cos\alpha_0)} = \sqrt{\frac{2g}{7d}}$

Vận tốc dài của M :

$$v_M = OB.\theta' = 3d.\theta'$$

$$v_M = \sqrt{\frac{18gd}{7}} = 1,59\text{m/s}$$

4) Ta có: $\Delta E_d = E_{d2} - E_{d1} = \frac{1}{2}I\theta'^2 - 0 = W$

với $I = M'x^2$, $W = M'gx(1 - \cos\alpha_0)$

Suy ra: $\frac{1}{2}M'x^2\theta'^2 = M'gx(1 - \cos\alpha_0)$

$$\theta'^2 = \frac{2g}{x}(1 - \cos\alpha_0) = \frac{g}{x}$$

So sánh với kết quả câu (3) :

$$\theta'^2 = \frac{2g}{7d} = \frac{g}{x}$$

Suy ra: $x = \frac{7d}{2} = \frac{7.0,1}{2} = 0,35\text{m}$

Động năng khi qua vị trí cân bằng của hai con lắc bằng nhau, ta có :

$$\frac{1}{2}M'v_M'^2 = \frac{1}{2}Mv_M^2 + \frac{1}{2}mv_m^2$$

với $m = 20\text{g}$, $M = 60\text{g}$, $v_M = 1,59\text{m/s}$

$$v_m = \theta'.d = d\sqrt{\frac{2g}{7d}} = 0,53\text{m/s}$$

$$v_M' = x.\theta' = x\sqrt{\frac{2g}{7d}} = 0,35\sqrt{\frac{19,6}{0,7}} = 1,85\text{m/s}$$

Suy ra: $M' = 0,046\text{kg}$; $M' = 46\text{g}$

1. Một con lắc đơn dao động với chu kì $T = \pi\sqrt{\frac{2}{5}}$ s ở gần mặt đất. Tính chiều dài l của con lắc. Cho g_0 tại nơi con lắc dao động là $9,8\text{m/s}^2$.
2. Muốn giữ nguyên chu kì như trên khi con lắc, dao động ở độ cao $h = 6400\text{m}$, cần phải thay đổi chiều dài l như thế nào ? một khoảng bao nhiêu ? trong hai trường hợp sau :
- a) Hệ số giãn nở của dây treo có giá trị không đáng kể.
- b) Hệ số giãn nở của dây treo là $\lambda = 0,00002$ và nhiệt độ ở độ cao h thấp hơn nhiệt độ trên mặt đất là 30°C

Cho biết g thay đổi theo công thức $g = g_0(1 - \frac{2h}{R})$ với R là bán kính Trái Đất. bằng 6400 km

Giải

1) Ta có:
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g_0}} = \pi\sqrt{\frac{2}{5}} \text{ s}$$

Suy ra:
$$4\frac{l_0}{g_0} = \frac{2}{5}$$

Vậy chiều dài con lắc là :

$$l_0 = \frac{1}{10}g_0 = 0,98\text{m}$$

2) Chu kì ở độ cao h :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ với } g = g_0\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

Chiều dài l thay đổi theo nhiệt độ như sau :

$$l = l_0(1 + \lambda \cdot \Delta\theta)$$

$\Delta\theta$ là độ thay đổi nhiệt độ

a) Theo giả thiết $\lambda \approx 0$ suy ra $l \approx l_0$

Suy ra:
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{2h}{R}}} > T_0$$

Muốn giữ chu kì như câu (1), phải giảm chiều dài l_0 một đoạn Δl_0 .

Ta có :
$$l'_0 = l_0 - \Delta l_0$$

Chu kì bây giờ là :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l'_0}{g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)}} = T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g_0}}$$

hay
$$\frac{l'_0}{\left(1 - \frac{2h}{R}\right)} = l_0$$

hay
$$\frac{l'_0}{l_0} - 1 = \frac{l'_0 - l_0}{l_0} = \frac{-\Delta l_0}{l_0} = -\frac{2h}{R}$$

với $h = 6400\text{m} = 6,4\text{km}$

Vậy
$$\Delta l_0 = \frac{2h}{R} l_0 = \frac{2,6,4}{6400} 0,98 = 0,002\text{m}$$

Chiều dài phải cắt giảm đi 2mm

b) Chu kì
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda\Delta\theta)}{g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)}} = T_0 \sqrt{\frac{1 + \lambda\Delta\theta}{1 - \frac{2h}{R}}}$$

Áp dụng công thức gần đúng $(1 + \varepsilon)^m \approx 1 + m\varepsilon$ với điều kiện $\varepsilon \ll 1$, ta có :

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \lambda \Delta\theta + \frac{h}{R}\right) > T_0$$

Muốn $T = T_0$, ta phải có $l'_0 < l_0$ trong đó l'_0 là chiều dài đã cắt bớt nhưng vẫn giữ ở nhiệt độ ban đầu.

Chiều dài cần cắt đi là $\Delta l_0 = l_0 - l'_0$

Ta có :
$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l'_0(1 + \lambda\Delta\theta)}{g_0\left(1 - \frac{2h}{R}\right)}} = T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g_0}}$$

Suy ra :
$$\frac{l'_0(1 + \lambda\Delta\theta)}{1 - \frac{2h}{R}} = l_0$$

$$\frac{l'_0}{l_0} = \frac{1 - \frac{2h}{R}}{1 + \lambda\Delta\theta} \approx 1 - \frac{2h}{R} - \lambda\Delta\theta$$

$$\frac{l'_0}{l_0} - 1 = \frac{-\Delta l_0}{l_0} = -\left(\frac{2h}{R} + \lambda\Delta\theta\right)$$

$$\frac{\Delta l_0}{l_0} = \frac{2.6,4}{6400} + 0,00002(-30) = 0,0014$$

$$\Delta l_0 = 0,0014 l_0 = 0,0014 \cdot 0,98 \approx 0,0014 \text{ m}$$

Phải cắt giảm chiều dài con lắc đi 1,4mm

30 Một con lắc đồng hồ, được coi là con lắc đơn, có chu kỳ đúng là 2s, tại một nơi có nhiệt độ là 15°C và gia tốc trọng lực là $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ (gia tốc trọng lực gần mặt đất)

1. Nếu con lắc này hoạt động ở một nơi có gia tốc trọng lực cũng là g_0 , nhưng nhiệt độ là 35° thì trong một ngày đêm đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu ? Cho hệ số nở dài của con lắc là $\lambda = 2.10^{-5}$
2. Đồng hồ này hoạt động trên một vùng núi có độ cao $h = 1200 \text{ m}$. Muốn đồng hồ vẫn chạy đúng thì nhiệt độ phải giữ ở bao nhiêu độ C? Cho bán kính Trái Đất là $R = 6400 \text{ km}$
3. Thực ra, con lắc đồng hồ này cấu tạo bởi một đĩa tròn có bán kính 5cm, khối lượng 200g, gắn với một thanh có chiều dài l , khối lượng không đáng kể. Con lắc dao động quanh một trục vuông góc với thanh và đi qua đầu trên của thanh. Tìm chiều dài l của thanh để con lắc kép này có chu kỳ đúng là 2s. Lấy $\pi^2 = 10$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Giải

1) Chu kì ở điều kiện 15°C và $g_0 = 9,8\text{m/s}^2$:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}} = 2\text{ s}$$

Ở điều kiện 35°C và $g_0 = 9,8\text{m/s}^2$:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g_0}}$$

với $l' = l(1 + \lambda \Delta\theta)$, $\Delta\theta$ là độ chênh lệch nhiệt độ :

$$\Delta\theta = 35^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C} = 20^\circ\text{C}$$

Ta có :

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{l'}{l}} = \sqrt{1 + \lambda \Delta\theta} \approx 1 + \frac{1}{2} \lambda \Delta\theta$$

Suy ra :

$$\frac{T}{T_0} - 1 = \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2} \lambda \Delta\theta$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 20 = 2 \cdot 10^{-4}$$

$\frac{\Delta T}{T_0}$ cũng chính là độ tăng của chu kì trong 1s. Vậy trong một ngày đêm ($24\text{giờ} = 86\,400\text{s}$) đồng hồ chạy chậm đi là :

$$\frac{\Delta T}{T_0} \cdot 86\,400 = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 86\,400 = 17,28\text{s}$$

2) Ở độ cao h , chu kì là :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l''}{g}} \text{ với } l'' = l(1 + \lambda \Delta\theta)$$

l = chiều dài con lắc ở 15°C

$$g = g_0 \left(1 - \frac{2h}{R} \right)$$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l(1 + \lambda \Delta\theta)}{g_0 \left(1 - \frac{2h}{R} \right)}} = T_0 \text{ (theo giả thiết)}$$

Suy ra
$$2\pi \sqrt{\frac{l(1 + \lambda \Delta\theta)}{g_0 \left(1 - \frac{2h}{R}\right)}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}} \quad \text{hay} \quad \frac{1 + \lambda \cdot \Delta\theta}{1 - \frac{2h}{R}} = 1$$

Vậy ta có :
$$\Delta\theta = -\frac{2h}{\lambda R} = -\frac{21,2}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 6400}$$

$$\Delta\theta = -18,75^\circ\text{C}$$

Nhiệt độ phải giảm đi $18,75^\circ\text{C}$ so với nhiệt độ ban đầu là 15°C .

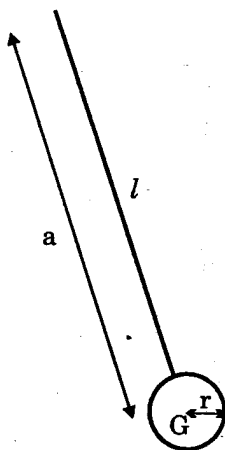
Vậy phải giữ ở nhiệt độ là $-3,75^\circ\text{C}$

3) Thực tế, con lắc đồng hồ là con lắc kép

Chu kì
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mga}} \quad \text{với} \quad a = l + r$$

$$I = I_G + Ma^2 \quad \text{hay} \quad I = \frac{1}{2}Mr^2 + Ma^2$$

Suy ra:
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{r^2}{2} + a^2}{g \cdot a}} = 2s \quad \text{hay} \quad \pi^2 \left(\frac{r^2}{2} + a^2 \right) = ga$$



Suy ra :
$$\pi^2 a^2 - ga + \frac{\pi^2 r^2}{2} = 0$$

$$10a^2 - 9,8a + 0,0125 = 0$$

Các nghiệm là $a = 0,98\text{m}$ và $a = 0$ (loại)

Suy ra: $l = a - 5\text{ cm} = 93\text{ cm}$

31 Người ta so sánh dao động của con lắc P_0 có chu kì $T_0 = 2\text{s}$ với dao động của con lắc P hơi chậm hơn một chút và với con lắc này, chiều dài của con lắc đơn đồng bộ là 1m .

1. Thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp (hai con lắc cùng đi qua một vị trí theo cùng chiều) là 9 phút 50 giây.

Tính chu kì T của con lắc P và trị số của gia tốc trọng lực g .

2. Điểm thấp nhất M của con lắc P vạch một cung nhỏ, có thể coi như một đoạn thẳng. Biên độ dao động của M là 6cm . Tính vận tốc cực đại của M và vận tốc khi độ dời của M là 2cm .

Giải

1) Ta có T hơi lớn hơn T_0 .

Gọi θ là thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp của hai con lắc. Trong thời gian này, giả sử con lắc (P) làm được n dao động, thì con lắc (P_0) làm được $n + 1$ dao động.

Ta có: $\theta = nT = (n + 1)T_0 = 9\text{p}50\text{s} = 590\text{s}$

Suy ra: $n = \frac{\theta}{T} = \frac{\theta}{T_0} - 1$

hay: $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{\theta} = \frac{1}{2} - \frac{1}{590} = \frac{294}{590}$

$$T = 2,007\text{s}$$

Chu kì của con lắc đơn đồng bộ với con lắc (P) là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Suy ra:
$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 1}{2,007^2} = 9,79 \text{ m/s}^2$$

- 2) Vận tốc cực đại của M : $v_{cd} = A \cdot \omega$ với biên độ $A = 6\text{cm}$, tần số góc : $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Suy ra:
$$v_{cd} = 18,77 \text{ cm/s}$$

Vận tốc của M khi có độ dời là $x = 2\text{cm}$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 17,7 \text{ cm/s}$$

32 Một con lắc gồm một thanh OA có khối lượng không đáng kể, quay quanh một trục nằm ngang, vuông góc với thanh tại O. Ở đầu A của thanh có một quả cầu rất nhỏ khối lượng M. Cho con lắc dao động với biên độ nhỏ.

1. Con lắc có chu kỳ $T_0 = 2\text{s}$ ở 0°C tại một nơi có $g = 9,81\text{SI}$. Tìm chiều dài l_0 của thanh ở nhiệt độ này.
2. Nhiệt độ tăng lên tới 20°C . Hỏi sự biến thiên tương đối của chu kỳ. Cho biết hệ số nở dài của thanh là $\lambda = 1,85 \cdot 10^{-5}$. Con lắc này dùng làm con lắc đồng hồ thì đồng hồ chạy đúng ở 0°C . Hỏi ở nhiệt độ 20°C đồng hồ chạy nhanh hay chậm ? và nhanh hay chậm bao nhiêu trong 24 giờ ?
3. Ở nhiệt độ 20°C , chiều dài của thanh là l . Gắn ở trung điểm của thanh một khối nhỏ có khối lượng m . Tính chu kỳ con lắc kép này theo l, M, m . Chứng tỏ rằng sự hiện diện của m làm giảm chu kỳ con lắc. Tìm trị số của m để con lắc kép này vẫn đánh đúng giây (chu kỳ vẫn là 2s) ở 20°C .

Cho: $M = 500\text{g}$ và $\frac{m}{M} \ll 1$

Giải

1) Ta có:
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}} \text{ với } T_0 = 2\text{s}, g = 9,81\text{m/s}^2$$

Suy ra: $l_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2 g} = 0,995\text{m}$

2) Ở nhiệt độ $\theta = 20^\circ\text{C}$, chu kì là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \lambda\theta)}{g}} = T_0\sqrt{1 + \lambda\theta}$$

Suy ra: $\frac{T}{T_0} = (1 + \lambda\theta)^{1/2}$ với $\lambda\theta \ll 1$

$$\frac{T}{T_0} \approx 1 + \frac{1}{2}\lambda\theta \quad \text{hay:} \quad \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{1}{2}\lambda\theta$$

Độ biến thiên tương đối của chu kì :

$$\frac{dT}{T_0} = \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{1}{2}\lambda\theta$$

$$\frac{dT}{T_0} = \frac{1}{2} \cdot 1,85 \cdot 10^{-5} \cdot 20 = 1,85 \cdot 10^{-4}$$

Độ biến thiên này dương, có nghĩa là chu kì tăng lên, suy ra đồng hồ chạy chậm đi

dT là thời gian chậm đi trong một chu kì

$\frac{dT}{T_0}$ là thời gian chậm đi trong 1 giây

Trong $24\text{g} = 86400\text{s}$, đồng hồ chậm đi là :

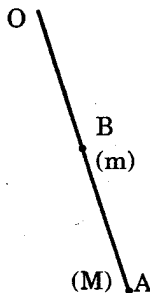
$$\frac{dT}{T_0} \cdot 86400 = 1,85 \cdot 10^{-4} \cdot 86400 = 16\text{s}$$

3) Chu kì con lắc kép :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{I}{(M + m)ga}}$$

trong đó $a = OG = \frac{m\frac{l}{2} + Ml}{m + M}$

$$I = m\frac{l^2}{4} + Ml^2$$



Suy ra
$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{m}{4} + M}{\frac{m}{2} + M} \frac{l}{g}}$$

Ta thấy : khi không có m, chu kì là $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Khi có m, chu kì là $T' = T \sqrt{\frac{\frac{m}{4} + M}{\frac{m}{2} + M}}$ trong đó $\frac{\frac{m}{4} + M}{\frac{m}{2} + M} < 1$, suy ra

$$T' < T$$

- Trường hợp $T' = T_0 = 2s$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{m}{4} + M}{\frac{m}{2} + M} \frac{l_0(1 + \lambda\theta)}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

Suy ra
$$\frac{\frac{m}{4} + M}{\frac{m}{2} + M} (1 + \lambda\theta) = 1$$

hay
$$\frac{\frac{m}{4M} + 1}{\frac{m}{2M} + 1} (1 + \lambda\theta) \approx \left(1 + \frac{m}{4M}\right) \left(1 - \frac{m}{2M}\right) (1 + \lambda\theta)$$

$$\approx 1 + \lambda\theta - \frac{m}{4M} = 1$$

(vì $\frac{m}{2M} \ll 1$ nên $\frac{1}{\frac{m}{2M} + 1} \approx 1 - \frac{m}{2M}$)

Suy ra $m = 4M\lambda\theta$

$$m = 4.500.1,85.10^{-5}.20 = 0,74g$$

33 Một con lắc đơn OA, chiều dài $l = 1\text{m}$, quả cầu A có khối lượng $m = 100\text{g}$. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc là $\alpha_0 = 30^\circ$ rồi buông ra.

1. Tính vận tốc v của A khi qua vị trí cân bằng. Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Tính động lượng và động năng khi đó.

2. Khi tới phương thẳng đứng, quả cầu A đụng một viên bi B có khối lượng m' đang đứng yên.

Thừa nhận rằng, trong sự đụng, động lượng và động năng của hệ (A, B) được bảo toàn. Lập biểu thức theo v , m' và m của :

- Vận tốc v_A của A ngay sau khi đụng
- Vận tốc v_B của B ngay sau khi đụng
- Áp dụng số : Tính v_A , v_B với $m' = 50\text{g}$, $m' = 100\text{g}$, $m' = 150\text{g}$. Có nhận xét gì về 3 trường hợp này.

3. Lấy $m' = 50\text{g}$ và giả sử lúc đầu, B được để ở một mép bàn nằm ngang.

a) Tính biên độ góc β_0 của con lắc OA sau khi đụng.

b) Khảo sát chuyển động của B sau khi rơi khỏi bàn, tới mặt đất thấp hơn mặt bàn là 80cm .

Bỏ qua các lực ma sát.

Giải

- 1) Vận tốc quả cầu khi qua vị trí cân bằng :

$$v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \quad \text{với } \alpha = 0, \cos\alpha = 1$$

$$\cos\alpha_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad g = 9,8\text{m/s}^2, \quad l = 1\text{m}$$

Suy ra $v = 1,62 \text{ m/s}$

Động lượng $p = mv = 0,1 \cdot 1,62 = 0,162 \text{ kgm/s}$

Động năng $E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 1,62^2 = 0,131 \text{ J}$

2) Động lượng trước khi đụng của hệ :

$$p_1 = p_A + 0 = mv$$

Sau khi đụng: $p_2 = mv_A + m'v_B$

Động lượng được bảo toàn. Ta có :

$$mv = mv_A + m'v_B \quad (1)$$

Biểu thức bảo toàn động năng của hệ trong sự đụng :

$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}m'v_B^2 \quad (2)$$

Từ (1), suy ra : $v_B = \frac{m(v - v_A)}{m'}$, thế vào (2), ta có :

$$\frac{m}{2} \left(1 + \frac{m}{m'} \right) v_A^2 - \frac{m^2}{m'} v \cdot v_A + \frac{m}{2} \left(\frac{m}{m'} - 1 \right) v^2 = 0$$

Ta có biệt số Δ của phương trình : $\Delta = m^2 v^2$

$$\text{Suy ra} \quad v_A = \frac{\frac{m^2}{m'} v \pm mv}{m \left(1 + \frac{m}{m'} \right)} = \frac{\frac{m}{m'} \pm 1}{\frac{m}{m'} + 1} v$$

$$\text{Vậy ta có :} \quad v_A = v \text{ và } v_A = \frac{\frac{m}{m'} - 1}{\frac{m}{m'} + 1} v = \frac{m - m'}{m + m'} v$$

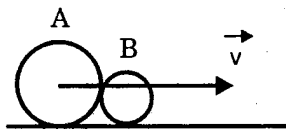
- Với $v_A = v$, suy ra $v_B = \frac{m(v - v_A)}{m'} = 0$, nghĩa là sau khi A đụng vào B thì B vẫn đứng yên và A vẫn có vận tốc cũ, bất kể các khối lượng của hai vật (m và m') là bao nhiêu. trường hợp này không xảy ra trong thực tế, vậy không nhận nghiệm này.

- Với $v_A = \frac{m - m'}{m + m'} v$, suy ra $v_B = \frac{2m}{m + m'} v$

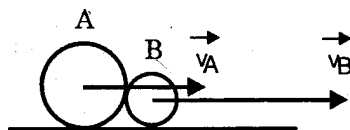
Áp dụng bằng số : $m = 100g$, $v = 1,62m/s$

- $m' = 50g$: $v_A = \frac{50}{150} v = 0,54m/s$, $v_B = \frac{200}{150} v = 2,16m/s$

- **Nhận xét :** Khi $m' < m$: vận tốc sau khi đụng của hai vật A, B cùng chiều với vận tốc $\vec{v}$ của A trước khi đụng.



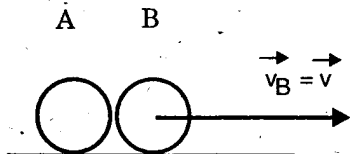
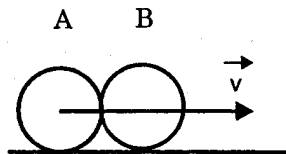
Trước khi đụng



Sau khi đụng

- $m' = 100g$: $v_A = 0$, $v_B = \frac{200}{200}v = v = 1,62m/s$

- **Nhận xét :** khi $m' = m$: sau khi đụng vật A đứng yên, vật B bắn đi với vận tốc bằng vận tốc $\vec{v}$ của a trước khi đụng



- $m' = 150g$; $v_A = \frac{-50}{250}v = -0,32m/s$, $v_B = \frac{200}{250}v = 1,30m/s$

- **Nhận xét :** Khi $m' > m$: sau khi đụng, vật A bật ngược trở lại, vật B có vận tốc theo chiều vận tốc $\vec{v}$ của A trước khi đụng



- 3) a) Sau khi đụng , quả cầu A có vận tốc $v_A = 0,54m/s$. Đây chính là vận tốc dao động của A ở vị trí cân bằng, sau khi đụng viên bi B.

Khi A tiếp tục đi lên, động năng ở vị trí cân bằng biến đổi dần thành thế năng.

Khi lên tới điểm cao nhất, có độ cao h so với vị trí cân bằng, góc lệch của sợi dây chính là biên độ góc β_0 . Thế năng E_t tại vị trí này bằng với động năng của A tại vị trí cân bằng.

$$a_s = hc \vec{g} / \vec{Oy} = g$$

Phương trình chuyển động:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Thay $t = \frac{x}{v_B}$, ta có phương trình quỹ đạo :

$$y = \frac{g}{2v_B^2}x^2 = 1,05x^2 \text{ có dạng parabol.}$$

Khi B rơi xuống mặt đất : $v_Q = 2,16 \text{ m/s}$

$$v_S^2 = 2gy_H = 2.9,8.0,8 = 15,68$$

Vận tốc của B tại H : $v_H^2 = v_Q^2 + v_S^2 = 20,35$

$$\text{Suy ra } v_H = 4,51 \text{ m/s}$$

34 Cho một con lắc thuận nghịch dao động trước một con lắc đồng hồ đánh đúng giây (Chu kì $T_0 = 2s$). Con lắc đồng hồ dao động hơi nhanh hơn con lắc thuận nghịch. Lần trùng phùng thứ nhất của hai con lắc (đi qua vị trí cân bằng theo cùng chiều) xảy ra vào đúng lúc 8g. Lần trùng phùng thứ tư xảy ra vào lúc 8g21ph 40s

1. Tính chu kì của con lắc thuận nghịch
2. Mỗi lần trùng phùng dường như kéo dài trong 20s. Hỏi sai số tương đối lớn nhất của chu kì trong phép đo trên và độ chính xác của phép đo gia tốc trọng lực g với con lắc này ?
3. Con lắc thuận nghịch dao động trong không khí. Nếu kể tới lực đẩy archimede thì chu kì thay đổi như thế nào, khi dao động với biên độ nhỏ, so với kết quả ở câu (1). Cho khối lượng riêng của không khí là $d = 1,3 \text{ g/dm}^3$, của kim loại dùng làm con lắc là $\rho = 8,8 \text{ g/cm}^3$.

Cho $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Giải

- 1) Thời gian giữa lần trùng phùng thứ nhất và thứ tư :

$$t = 3\theta = 21\text{p}40\text{s} = 1300\text{s}$$

$$\text{Suy ra } \theta = \frac{1300}{3}\text{s} \text{ (thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp)}$$

$$\text{Ta có: } T_0 < T$$

Sau thời gian θ , con lắc đồng hồ đã làm hơn con lắc chuẩn nghịch một dao động.

$$\text{Ta có: } \theta = nT = (n + 1)T_0, \quad n = \text{số nguyên}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{\theta} = \frac{1}{2} - \frac{3}{1300} = \frac{647}{1300}$$

$$\text{Vậy: } T = 2,009\text{s}$$

- 2) Phép đo thời gian $t = 3\theta$ phạm phải sai số lớn nhất là 20s.

$$\text{Vậy trị số } \theta \text{ phạm phải sai số lớn nhất là } \frac{20}{3}\text{s}$$

$$\text{Ta có: } d\theta = \frac{20}{3}\text{s}$$

Biểu thức của T theo θ :

$$T = \frac{T_0\theta}{\theta - T_0}$$

Sai số tương đối của chu kỳ là :

$$\frac{dT}{T} = \frac{d(T_0\theta)}{T_0\theta} - \frac{d(\theta - T_0)}{\theta - T_0}$$

Trong đó T_0 là trị số cho sẵn, không có sai số, vậy ta có :

$$\frac{dT}{T} = \frac{T_0 d\theta}{T_0\theta} - \frac{d\theta}{\theta - T_0} = \frac{d\theta}{\theta} - \frac{d\theta}{\theta - T_0}$$

$$\text{Vậy: } \frac{dT}{T} = \left| \frac{-T_0}{\theta(\theta - T_0)} \right| d\theta$$

$$= \frac{2}{\frac{1300}{3} \left(\frac{1300}{3} - 2 \right)} \frac{20}{3} = 7.10^{-5}$$

- **Lưu ý :** Trong phép đo, người ta không thể biết được sai số là thừa hay thiếu, do đó phải lấy trị tuyệt đối

Từ chu kì T đo được, ta suy ra gia tốc trọng lực từ công thức

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ trong đó l chiều dài con lắc đơn đồng bộ với con lắc thuận nghịch (Xem lại bài toán 32)

Suy ra:
$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}l$$

Sai số tương đối của g trong phép đo là :

$$\frac{dg}{g} = 2\frac{dT}{T} = 2(7.10^{-5}) = 14.10^{-5}$$

- 3) Khi dao động trong không khí, con lắc ngoài trọng lượng $\vec{m}g$, còn bị đẩy lên bởi lực đẩy Archimede $\vec{f}$ của không khí. Do đó dường như con lắc nhẹ bớt đi và có trọng lượng biểu kiến là :

$$m\vec{g'} = m\vec{g} + \vec{f} \text{ hay } g' = g - \frac{f}{m}$$

Trong đó $f = V.d.g$ (trọng lượng chỗ không khí bị con lắc chiếm chỗ)

$$m = V.p.g$$

V là thể tích không khí bị con lắc chiếm chỗ, cũng chính là thể tích con lắc.

Vậy:
$$g' = g - \frac{d}{\rho}$$

Chu kì bây giờ là : $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$, l = chiều dài con lắc đơn đồng bộ

So sánh với chu kì dao động T khi bỏ qua lực đẩy Archimede

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ta có :
$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{g - \frac{d}{\rho}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{d}{\rho g}}} \approx 1 + \frac{d}{2\rho g}$$

Vì $\frac{d}{\rho g} \ll 1$ nên $\sqrt{1 - \frac{d}{\rho g}} \approx 1 - \frac{d}{2\rho g}$ và $\frac{1}{1 - \frac{d}{2\rho g}} \approx 1 + \frac{d}{2\rho g}$

Suy ra:
$$\frac{T'}{T} - 1 = \frac{T' - T}{T} = \frac{dT}{T} = \frac{d}{2\rho g}$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{1,3}{2,8,8 \cdot 10^3 \cdot 9,8} = 0,75 \cdot 10^{-5}$$

35

1. Một con lắc đơn, chiều dài l , bị kéo khỏi vị trí cân bằng một góc là α_0 . Tính vận tốc v của con lắc khi qua vị trí cân bằng.

Tính tỉ số giữa sức căng dây khi con lắc qua vị trí cân bằng và trọng lượng con lắc.

Áp dụng số : $l = 2,45\text{m}$, $\alpha_0 = 60^\circ$; $g = 9,8\text{m/s}^2$

2. Khi α_0 khá nhỏ để áp dụng công thức gần đúng :

$$\cos \alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$$

Tìm biểu thức của vận tốc v theo độ dời x_0 ứng với góc lệch α_0

Tính v khi $l = 2,45\text{ m}$; $x_0 = 20\text{cm}$; $g = 9,8\text{m/s}^2$.

3. Để đo vận tốc v_m của một viên đạn có khối lượng m , người ta làm thí nghiệm sau :

Viên đạn được bắn theo phương ngang vào một con lắc đơn có khối lượng M , chiều dài l khá lớn. Viên đạn ghim vào M và làm trọng tâm con lắc rời khỏi vị trí cân bằng một đoạn d coi như nằm ngang. Tính v_m theo M, m, d, l

Áp dụng số : $M = 18\text{kg}$, $m = 12\text{g}$, $l = 2,45\text{m}$,

$$d = 20\text{cm}, g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

4. Trong thí nghiệm trên, tính động năng bị mất của hệ (m, M) sau sự đụng .

Giải

1) Ta có: $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$

Khi qua vị trí cân bằng: $\alpha = 0, \cos\alpha = 1$

Khi đó v cực đại: $v = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)}$

Sức căng dây ở vị trí cân bằng:

$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$$

Suy ra tỉ số: $\frac{T}{P} = \frac{T}{mg} = 3 - 2\cos\alpha_0$

Áp dụng số: $\cos\alpha_0 = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 2,45 \cdot \frac{1}{2}} = 4,9 \text{ m/s}$$

$$\frac{T}{P} = 2$$

2) Khi α_0 nhỏ: $\cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$

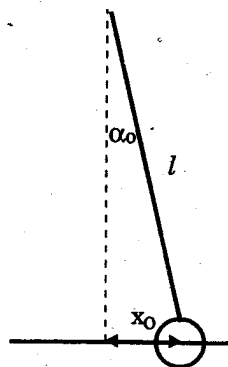
Suy ra: $v = \alpha_0 \sqrt{gl}$

với $\alpha_0 = \frac{x_0}{l}$

Ta có $v = x_0 \sqrt{\frac{g}{l}}$

Áp dụng số: $v = 20 \sqrt{\frac{9,8}{2,45}}$

$$v = 40 \text{ cm/s}$$



3) Động lượng của hệ :

- Trước khi đụng : $m.v_m + 0$
- Sau khi đụng : $(M + m)v$

Vận tốc v của hệ sau khi đụng chính là vận tốc của con lắc $(m + M)$ khi dao động qua vị trí cân bằng .

Vậy ta có : $v = d.\omega$, đoạn dời d chính là biên độ dao động .

Suy ra:
$$v = d\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Áp dụng nguyên lý bảo toàn động lượng trong sự đụng :

$$mv_m = (M + m)v = (M + m)d\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Vậy:
$$v_m = \frac{M + m}{m}d\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Áp dụng số :
$$v_m = \frac{18012}{12} \cdot 0,2 \cdot \sqrt{\frac{9,8}{2,45}} = 600,4 \text{ m/s}$$

4) Động năng của hệ :

- Trước khi đụng : $\frac{1}{2}mv_m^2 + 0$
- Sau khi đụng : $\frac{1}{2}(M + m)v^2$ với $v = d\sqrt{\frac{g}{l}} = 0,4 \text{ m/s}$

Động năng mất đi là :

$$\begin{aligned}\Delta E_d &= \frac{1}{2}mv_m^2 - \frac{1}{2}(M + m)v^2 \\ &= 2162,88 - 1,44 = 2161,44 \text{ J}\end{aligned}$$

36

1. Một người đi Ski, khởi hành từ A, trượt xuống một dốc AB có độ dốc 10%, chiều dài 200m. Bỏ qua các lực ma sát . Tính vận tốc v khi tới chân dốc B. Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$.

2. Với vận tốc v trên, người đó trượt lên một dốc BC có độ dốc 5%. Vẫn bỏ qua các lực ma sát, tính đoạn đường trượt lên dốc và tính thời gian tương ứng.
3. Viết biểu thức liên hệ giữa thời gian t , tính từ lúc qua B, theo đoạn đường e trượt được lên dốc BC.

Áp dụng số : $e = 144\text{m}$. Tính t . Biện luận.

4. Các sự ma sát đáng kể, nên thực ra, khi khởi hành từ A, người đó đạt được vận tốc ở B là 16m/s . Tính cơ năng đã bị mất do các sự ma sát khi xuống dốc. cho khối lượng tổng cộng của người đi Ski là $M = 80\text{kg}$.
5. Để lên dốc BA, người đó được buộc vào một sợi dây kéo. Chuyển động lúc đầu nhanh dần đều với gia tốc $a = 0,5\text{ m/s}^2$, sau đó trở thành chuyển động đều. Tính lực kéo theo phương BA trong hai giai đoạn chuyển động. Lực ma sát vẫn như câu (4)

Giải

1) Độ dốc của đoạn AB : $\sin\alpha = \frac{10}{100}$

Thành phần $\vec{P}_1 \parallel AB$ của trọng lượng $\vec{P}$ kéo người đi Ski trượt xuống dốc.

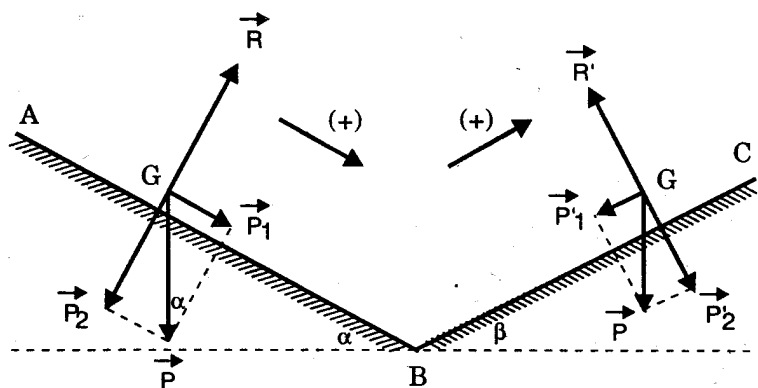
Gia tốc $a_1 = \frac{P_1}{M}$ với $P_1 = P\sin\alpha = mgs\sin\alpha$

$$a_1 = gs\sin\alpha = 10 \frac{10}{100} = 1\text{m/s}^2$$

Vận tốc khi tới chân dốc :

$$v^2 = 2a_1x = 2.1.200 = 400$$

$$v = 20\text{m/s}$$



2) Độ dốc của BC : $\sin\beta = \frac{5}{100}$

$\vec{P}'_1$ là lực cản khi trượt lên dốc BC.

$$P'_1 = P \sin\beta = Mg \sin\beta$$

Gia tốc $a_2 = -g \sin\beta = -10 \frac{5}{100} = -0,5 \text{ m/s}^2$

$$v_G^2 - v^2 = 2a_2 x, \text{ v là vận tốc tại B}$$

Khi lên tới vị trí cao nhất trên dốc thì $v_G = 0$

Suy ra quãng đường trượt lên được :

$$x = \frac{0 - v^2}{2a_2} = \frac{-400}{2(-0,5)} = 400 \text{ m}$$

Ngoài ra, ta có: $v_G = a_2 t + v$

Khi lên tới điểm cao nhất :

$$t = \frac{v_G - v}{a_2} = \frac{0 - 20}{-0,5} = 40 \text{ s}$$

3) Quãng đường lên dốc $e = x = \frac{1}{2} a_2 t^2 + vt$ (1)

Suy ra: $\frac{1}{2} a_2 t^2 + vt - e = 0$

Từ đó, tính được t theo e :

$$t = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2a_2e}}{a_2}$$

Áp dụng số : $e = 144\text{m}$, $v = 20\text{m/s}$, $a_2 = -0,5\text{m/s}^2$

$$t = \frac{-20 \pm 16}{-0,5} = 8\text{s} \text{ hay } 72\text{s}$$

Biện luận : Phương trình (1) là phương trình chuyển động của một động tử có gia tốc là $a_2 < 0$ và có vận tốc ban đầu (tại B) là v . Trong trường hợp tổng quát, chuyển động này có hai giai đoạn :

- *Giai đoạn 1* : chậm dần đều, lên tới điểm I cách chân dốc B là $e = 144\text{m}$, vào lúc 8s.
- *Giai đoạn 2* : sau khi lên tới điểm cao nhất ($x = 400\text{m}$), vận tốc triệt tiêu, động tử trượt xuống nhanh dần đều, qua lại điểm I vào lúc 72s.

Vậy lấy nghiệm $t = 8\text{s}$ vì đang xét lúc lên dốc.

4) Cơ năng bị tiêu hao khi trượt

xuống dốc là do lực ma sát $\vec{f}$.

Cơ năng tại A : chỉ có thế năng :

$$E_A = Mgh \text{ (động năng } E_c = 0)$$

với $h = AB \sin \alpha$

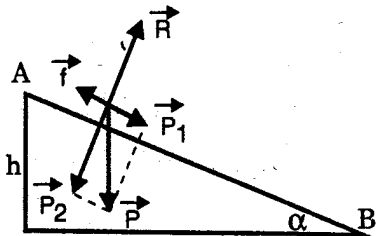
Cơ năng tại B : chỉ có động năng

$$E_B = \frac{1}{2}Mv_B^2 \text{ (thế năng } E_p = 0)$$

Cơ năng giảm đi là :

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_A - E_B = M\left(gh - \frac{v_B^2}{2}\right) \\ &= 80(10.200 \cdot \frac{10}{100} - \frac{162}{2}) \end{aligned}$$

$$\Delta E = 5760\text{J}$$

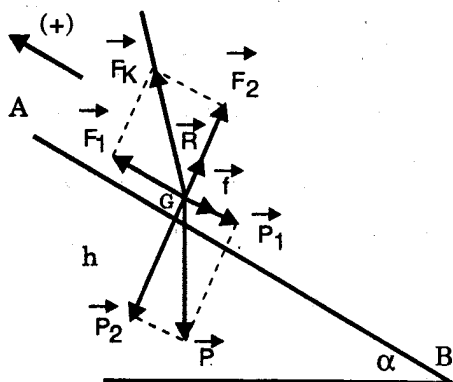


- 5) Trong câu trên, cơ năng giảm đi chính là công tiêu hao bởi lực ma sát f

$$\Delta E = W_{\text{ma sát}} = fAB$$

Suy ra : $f = \frac{\Delta E}{AB} = \frac{5760}{200} = 28,8\text{N}$

Khi lên dốc BA, ta vẫn có $f = 28,8\text{N}$ nhưng có chiều hướng xuống (vì là lực cản)



Phân tích lực tác dụng vào G (trọng tâm của người trượt Ski)

- Trọng lượng $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$ ($\vec{P}_1 \parallel AB$, $\vec{P}_2 \perp AB$)
- Lực ma sát $\vec{f}$ hướng xuống dốc
- Lực kéo $\vec{F}_k$ của dây :

$$\vec{F}_k = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (\vec{F}_1 \parallel AB, \vec{F}_2 \perp AB)$$

- Phản lực $\vec{R}$ của mặt AB

Trong đó : $\vec{P}_2 + \vec{F}_2 + \vec{R} = 0$

Vậy G chuyển động do hợp lực :

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{P}_1 + \vec{f} \quad \text{hay} \quad F = F_1 - P_1 - f$$

- Giai đoạn nhanh dần đều :

$$F = F_1 - P_1 - f = Ma$$

Suy ra: $F_1 = Ma + P_1 + f$

Với $M = 80\text{kg}$, $a = 0,5\text{m/s}^2$, $f = 28,8\text{N}$

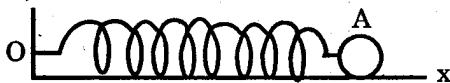
$$P_1 = Mgsin\alpha = 80.10\frac{10}{100} = 80\text{N}$$

Ta có: $F_1 = 148,8\text{N}$

– Giai đoạn chuyển động đều : $a = 0$

$$F_1 = P_1 + f = 108,8\text{N}$$

- 37** Một vật A ($m = 500\text{g}$) được buộc vào đầu một lò xo có độ cứng là $k = 2,45\text{N/cm}$ và ở trên một mặt ngang có hệ số ma sát là $\alpha = 0,1$.



Cho $g = 10\text{m/s}^2$. Cho A dao động theo phương Ox. Lúc đầu A cách vị trí cân bằng là 3cm .

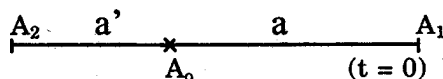
1. Tính chu kì dao động nếu bỏ qua sự ma sát.
2. Tính độ giảm của biên độ dao động, do sự ma sát, khi A làm được $\frac{1}{2}$ dao động. Lực ma sát được coi là hằng số.
3. Hỏi A làm được bao nhiêu dao động thì ngừng lại.

Giải

- 1) Chu kì nếu bỏ qua sự ma sát :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{2,45}} = 2,84\text{s}$$

- 2) Gọi A_0 là vị trí cân bằng :



Biên độ ban đầu $a = 3\text{cm}$

Biên độ sau nửa dao động là $a' < a$ (do ma sát)

Cơ năng giảm đi sau nửa dao động là :

$$\Delta E = \frac{1}{2}k a^2 - \frac{1}{2}k a'^2$$

Độ giảm cơ năng này do công tiêu hao bởi lực ma sát $\vec{f}$ trên quãng đường $a + a'$

Vậy
$$\frac{1}{2}k(a^2 - a'^2) = f(a + a')$$

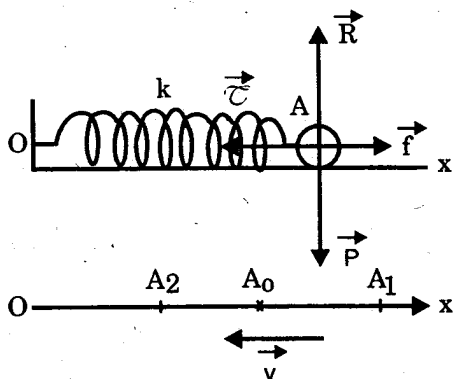
Suy ra độ giảm biên độ dao động sau nửa chu kỳ là :

$$a - a' = \frac{2f}{k} \text{ (hằng số)}$$

Hệ số ma sát
$$\alpha = \frac{f}{R} = \frac{f}{P}$$

Suy ra :
$$f = \alpha P = \alpha mg = 0,1 \cdot 0,5 \cdot 10 = 0,5 \text{ N}$$

Vậy
$$\Delta a = a - a' = \frac{2 \cdot 0,5}{2,45} = \frac{1}{2,45} \text{ cm} = 0,41 \text{ cm}$$



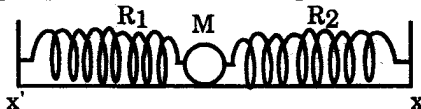
3) Sau một dao động, biên độ bị giảm đi là :

$$2\Delta a = 0,82 \text{ cm}$$

Số dao động làm được trước khi A ngừng lại là :

$$n = \frac{a}{2\Delta a} = \frac{3}{0,82} = 3,7$$

- 38** Một vật M có khối lượng 1kg , được buộc vào hai lò xo R_1, R_2 lần lượt có độ cứng là $k_1 = 2\text{N/cm}$, $k_2 = 3\text{N/cm}$ và ở trên một mặt ngang như hình vẽ. Cho $g = 10\text{m/s}^2$



- Giả sử mặt ngang có ma sát không đáng kể. Kéo M khỏi vị trí cân bằng là 4cm theo phương $x'x$ rồi buông cho dao động. Tính :
 - Chu kì dao động
 - Động năng của M khi qua vị trí cân bằng
 - Thế năng và động năng khi M cách vị trí cân bằng là 2cm
- Cho hệ số ma sát của mặt ngang là $\alpha = 0,1$. Tính cơ năng biến thành nhiệt sau một dao động.

Giải

1) Chu kì dao động

Hệ hai lò xo như trên tương đương một lò xo có độ cứng $k = k_1 + k_2$ (xem chứng minh ở bài toán 2). Suy ra :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{500}} =$$

$$0,28\text{s}$$

$$(k_1 = 2\text{N/cm} = 200\text{N/m} ; k_2 = 3\text{N/cm} = 300\text{N/m})$$

- Động năng của M khi qua vị trí cân bằng có giá trị cực đại:

$$E_d = \frac{1}{2}Mv_{\text{cđ}}^2 = \frac{1}{2}M(a\omega)^2 = E \text{ (toàn phần)}$$

$$\text{với biên độ } a = 4\text{cm}, \omega^2 = \frac{k}{m} = 500$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (0,04)^2 500 = 0,4 \text{ J}$$

- Khi $|x| = 2 \text{ cm}$: $v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2) = 0,6 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$

Động năng $E_d = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,6 = 0,3 \text{ J}$

Thế năng $E_t = E - E_d = 0,4 - 0,3 = 0,1 \text{ J}$

2) Xét khi M làm một nửa dao động đầu tiên, đi từ vị trí ban đầu M_1 tới vị trí M_2 .

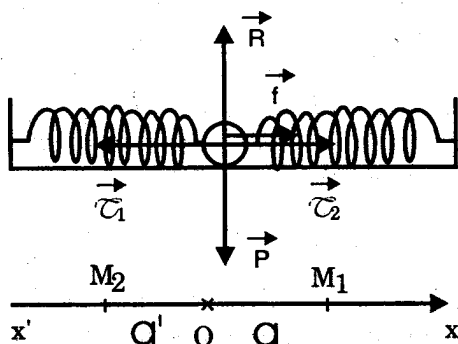
Do có lực ma sát, ta có :

$$a' = OM_2 < a$$

Tương tự bài (38), ta chứng minh được :

$$a - a' = \frac{2f}{k_1 + k_2} \quad (\text{hằng số})$$

với lực ma sát



$O = \text{vị trí cân bằng}$

$$f = \alpha R = \alpha P = \alpha mg = 1 \text{ N}$$

$$a - a' = \frac{2}{500} \text{ m}$$

Độ giảm biên độ trong dao động đầu tiên là :

$$a - a'' = \frac{4f}{k_1 + k_2} = \frac{4}{500} \text{m}$$

Suy ra
$$a'' = a - \frac{4}{500} \text{m} = 0,04 - \frac{4}{500} = \frac{16}{500} \text{m}$$

$$a'' = 0,032 \text{m}$$

Cơ năng biến thành nhiệt trong một dao động là :

$$\Delta E = \frac{1}{2}ka^2 - \frac{1}{2}ka''^2 = \frac{500}{2}(0,04^2 - 0,032^2)$$

$$\Delta E = 0,15 \text{J}$$

39 Một hình trụ B, quay quanh trục đối xứng tròn xoay, có bán kính thiết diện là R, momen quán tính đối với trục quay là I. Một sợi dây nhẹ, không co dãn, cuốn trên hình trụ, đầu kia của sợi dây có mang một khối A có khối lượng M. Các sự ma sát không đáng kể. Khi hình trụ quay, khối A đi xuống từ vị trí ban đầu O của trọng tâm

1. Chứng tỏ rằng công của sức căng dây luôn là không trong chuyển động của hệ (A,B)
2. Khối A được thả rơi không vận tốc đầu, tính vận tốc v, sau khi rơi một đoạn $z = h$ bằng cách áp dụng trực tiếp định lý động năng cho hệ (A,B).

Nghiệm lại rằng có thể viết biểu thức trên dưới dạng :

$$v = k\sqrt{h} = k\sqrt{z}, \quad k \text{ là một hằng số}$$

3. Bằng cách áp dụng các hệ thức căn bản động lực học, chứng tỏ rằng A chuyển động nhanh dần đều và tính gia tốc của A theo M, I, R và gia tốc trọng lực g.

Có thể dự đoán tính chất chuyển động này từ hệ thức $v = k\sqrt{z}$ ở trên không ?

4. Áp dụng số : $M = 50\text{kg}$, $R = 0,1\text{m}$, $I = 2,5\text{kgm}^2$, $g = 10\text{m/s}^2$.
 Với $h = 10\text{m}$, tính vận tốc và gia tốc của A, vận tốc góc của B

Giải

- 1) Xét khi A đi xuống một đoạn dz , ứng với góc quay $d\theta$ của hình trụ B.

- Đối với B, $\vec{\tau}$ là lực phát động có momen đối với trục quay là :

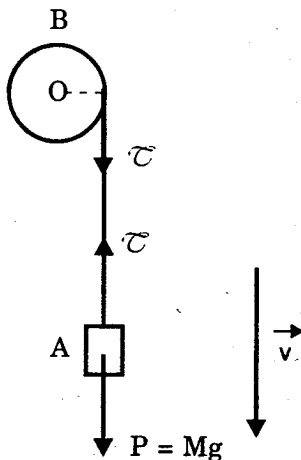
$$\mathcal{M} = \tau.R$$

Công phát động thực hiện được khi làm B quay góc $d\theta$ là :

$$W = \mathcal{M}d\theta = \tau.R.d\theta$$

- Đối với A, $\vec{\tau}$ là lực cản có công khi di chuyển đoạn dz là:

$$W' = -\tau.dz$$



dz cũng chính là chiều dài cung tròn trên chu vi thiết diện của B ứng với góc ở tâm là $d\theta$.

Ta có : $dz = R d\theta$

Vậy $W' = -\tau R d\theta$

Ta thấy, công của sức căng dây trong chuyển động của hệ (A, B) là $W + W' = 0$

2) Động năng lúc đầu : $E_{d1} = 0$

Động năng lúc sau, khi A đã rơi được một đoạn $z = h$

$$E_{d2} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2$$

Áp dụng định lí động năng :

$$E_{d2} - E_{d1} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\theta'^2 = W = Mgh$$

Trong đó $\theta' = \frac{v}{R}$, suy ra :

$$\frac{1}{2}\left(M + \frac{I}{R^2}\right)v^2 = Mgh = Mgz \quad (1)$$

hay
$$v = \sqrt{\frac{2Mgh}{M + \frac{I}{R^2}}} = k\sqrt{h} = k\sqrt{z}$$

với
$$k = \text{hằng số} = \sqrt{\frac{2Mg}{M + \frac{I}{R^2}}}$$

3) Xét chuyển động tịnh tiến của A, ta có hệ thức cơ bản động lực học (định luật Newton)

$$\sum F = Mg - \mathcal{T} = Ma$$

$$\Rightarrow \mathcal{T} = Mg - Ma$$

Xét chuyển động quay của B, ta có momen phát động là :

$$\mathcal{M} = \mathcal{T} R = I\theta'', \text{ suy ra } \mathcal{T} = \frac{I}{R}\theta''$$

Vậy ta có
$$Mg - Ma = \frac{I}{R}\theta'' = \frac{I}{R^2}a \text{ vì } \theta'' = \frac{a}{R}$$

Suy ra gia tốc của A là :

$$a = \frac{Mg}{M + \frac{I}{R^2}} \text{ là một hằng số}$$

Vậy chuyển động của A là nhanh dần đều

Ta có thể từ hệ thức tìm được ở câu trên : $v = k\sqrt{z}$ suy ra A có chuyển động nhanh dần đều.

Thực vậy , ta có công thức với chuyển động thay đổi đều :

$$v^2 = 2az \text{ với } a = \text{gia tốc} ; z = \text{đoạn di chuyển}$$

$$\text{hay } v = \sqrt{2a} \sqrt{z} \text{ với } \sqrt{2a} \text{ là hằng số}$$

$$\text{Đó chính là biểu thức } v = k\sqrt{z} \text{ với } k = \sqrt{2a} = \sqrt{\frac{2Mg}{M + \frac{I}{R^2}}}$$

4) Áp dụng số :

Vận tốc của A :

$$v = \sqrt{\frac{2Mgh}{M + \frac{I}{R^2}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 10}{50 + \frac{2,5}{0,01}}} = 5,77 \text{ m/s}$$

Gia tốc của A :

$$a = \frac{Mg}{M + \frac{I}{R^2}} = \frac{50 \cdot 10}{50 + \frac{2,5}{0,01}} = \frac{5}{3} \text{ m/s}^2$$

Vận tốc góc của B :

$$\theta' = \frac{v}{R} = \frac{5,77}{0,10} = 57,7 \text{ rad/s}$$

40 Cho một bản rung thực hiện 100 dao động mỗi giây

1. Mũi nhọn gắn ở đầu bản rung tạo ra tại điểm S_1 trên mặt nước một dao động có biên độ 1mm, truyền đi theo mọi phương với vận tốc đều là 37cm/s

- a) Viết phương trình dao động của điểm S_1 theo thời gian t và phương trình dao động của điểm M cách S_1 là d_1 .

Biểu diễn các kết quả trên bằng đồ thị ứng với trường hợp $d_1 = 14,8\text{mm}$

- b) Mặt nước có dạng như thế nào ? Biểu diễn bằng đồ thị dạng của mặt nước theo một phương S_1x vào thời điểm $t = 0,06\text{s}$ và vào thời điểm $t = 0,065\text{s}$. Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu dao động ở S_1 và điểm S_1 đi lên.

2. Bấy giờ ở đầu bản rung có gắn một chìa đôi gồm hai mũi nhọn như nhau, cách nhau 2cm , gây ra hai dao động đồng bộ tại hai điểm S_1 và S_2 trên mặt nước, giống như dao động ở câu (1)

- a) Viết phương trình dao động theo thời gian tại một điểm M cách S_1 và S_2 là d_1 và d_2 .

- b) Xác định và biểu diễn trên hình vẽ các quỹ tích những điểm M có biên độ cực đại hay cực tiểu.

- c) Quỹ tích các điểm dao động đồng pha với S_1 và S_2

Giải

- 1) a) Phương trình dao động của nguồn S_1 :

$$u_{S_1} = A \sin(2\pi Nt + \varphi)$$

Nếu chọn gốc thời gian là lúc S_1 từ vị trí cân bằng đi lên, chọn chiều đi lên làm chiều dương thì $\varphi = 0$.

$$u_{S_1} = \sin 2\pi Nt = \sin 200\pi t \quad (\text{mm})$$

trong đó t tính ra s

Phương trình dao động tại M :

$$u_M = \sin\left(2000\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$$

với

$$\lambda = vT = \frac{v}{N} = \frac{37}{100} \text{ cm}$$

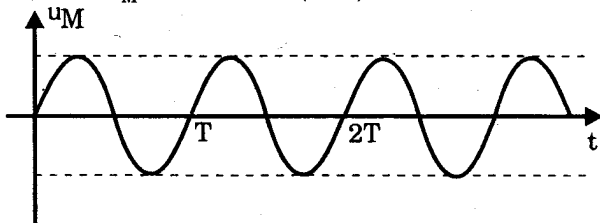
$$u_M = \sin\left(200\pi t - \frac{200\pi}{37} d_1\right), \quad d_1 \text{ tính ra cm}$$

với $d_1 = 14,8\text{mm} = 1,48\text{cm}$, ta có :

$$u_M = \sin\left(200\pi t - \frac{296\pi}{37}\right) = \sin(200\pi t - 8\pi)$$

Vậy

$$u_M = \sin 200\pi t \text{ (mm)}$$



b) Trên mặt nước xuất hiện các sóng tròn đồng tâm là S_1 , lan rộng trên mặt nước.

- Vào thời điểm $t = 0,06\text{s}$

$$u(\text{mm}) = \sin\left(12\pi - \frac{200\pi}{37} d_1\right) = -\sin\frac{200\pi}{37} d_1$$

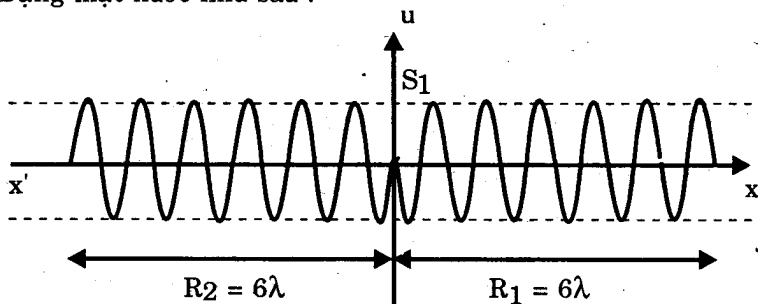
tới lúc đó, sóng đã truyền đi được một đoạn là :

$$R_1 = v \cdot t = 37 \cdot 0,06 = 2,22\text{cm} = 6\lambda$$

Bảng biến thiên :

d_1	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$\frac{3\lambda}{4}$	λ	$\frac{5\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{2}$	$\frac{7\lambda}{4}$	2λ
$u(\text{mm})$	0	-1	0	1	0	-1	0	1	0

Dạng mặt nước như sau :



- Vào thời điểm $t = 0,065\text{s}$:

$$u(\text{mm}) = \sin\left(13\pi - \frac{200\pi}{37}d_1\right) = \sin\left(\pi - \frac{200\pi}{37}d_1\right)$$

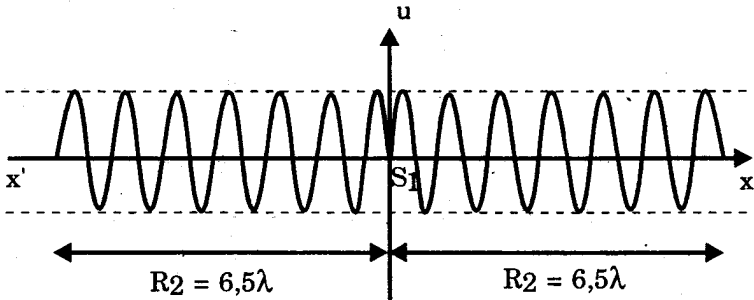
$$u = \sin \frac{200\pi}{37} d_1$$

Đoạn đường sóng đã truyền được :

$$R_2 = v.t = 37.0,065 = 2,405 \text{ cm} = 6,5\lambda$$

d_1	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$\frac{3\lambda}{4}$	λ
$u(\text{mm})$	0	+1	0	-1	0

Dạng mặt nước :



2) a) Phương trình dao động tại S_1 và S_2 :

$$u_{S1} = u_{S2} = \sin 200\pi t \text{ (mm)}$$

Sóng tại M :

- Từ S_1 truyền đến : $u_{1M} = \sin\left(200\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$

- Từ S_2 truyền đến : $u_{2M} = \sin\left(200\pi t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right)$

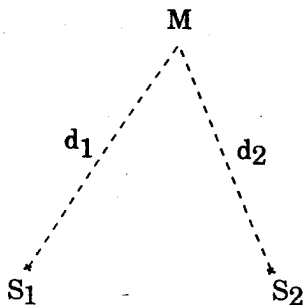
Sóng tổng hợp tại M :

$$u = u_{1M} + u_{2M}$$

$$= 2 \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \sin\left(200\pi t - \frac{\pi[d_1 + d_2]}{\lambda}\right)$$

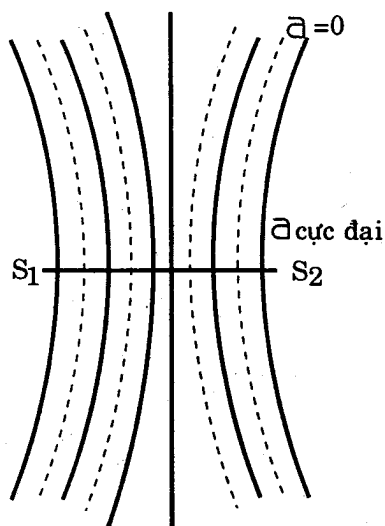
Với biên độ là :

$$a = 2 \left| \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right|$$



b) Các điểm có biên độ cực đại ứng với :

$$\cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \pm 1$$



Suy ra: $d_2 - d_1 = k\lambda$ (hằng số, với $k = \text{số nguyên}$).

Quỹ tích là các nhánh hyperbol nhận S_1 và S_2 làm hai tiêu điểm.

– Các điểm có biên độ cực tiểu, ứng với :

$$\cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 0$$

Suy ra: $d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$

Quỹ tích là các nhánh hyperbol, cũng nhận S_1 và S_2 làm các tiêu điểm. Các nhánh hyperbol này xen kẽ giữa các nhánh hyperbol trên

c) Pha ban đầu của sóng tổng hợp là :

$$\phi = -\frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)$$

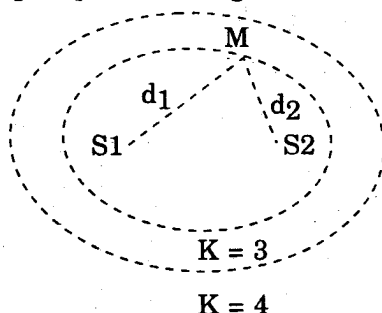
Các điểm đồng pha với S_1 và S_2 thỏa điều kiện :

$$\phi = \phi_{S1} \text{ (hay } \phi_{S2}) + k2\pi$$

$k = \text{số nguyên}$

Suy ra : $\frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) = k2\pi$

hay $d_2 + d_1 = k2\lambda$ (hằng số)



Với điều kiện: $d_2 + d_1 = k2\lambda \geq S_1S_2$

hay $k \geq \frac{S_1S_2}{2\lambda} = \frac{100}{37} = 2,7$

Vậy $k = 3, 4, 5, \dots$

Quỹ tích các điểm này là các elip nhận S_1 và S_2 làm 2 tiêu điểm.

41

1. Trước một con lắc đồng hồ P_0 đánh đúng giây (chu kỳ $T_0 = 2s$), người ta cho dao động một con lắc đơn P , có chu kỳ T hơi bé hơn T_0 . khối lượng quả cầu của con lắc P là $50g$. Thời gian giữa hai lần liên tiếp hai con lắc đi qua vị trí cân bằng theo cùng chiều là $180s$. Tính chu kỳ và chiều dài của con lắc P . Cho $g = 9,81m/s^2$.
2. Con lắc P đang đứng yên, người ta kéo P khỏi vị trí cân bằng một góc bằng $\alpha_0 = 0,2rad$ rồi buông ra. Tính vận tốc quả cầu khi qua vị trí cân bằng
3. Con lắc cao dao động tắt dần do sự ma sát. Biên độ dao động bị giảm $\frac{1}{3}$ sau 100 dao động. Tính công ma sát trung bình trong một chu kỳ
4. Tính nhiệt lượng mất ra môi trường xung quanh từ lúc con lắc bắt đầu dao động tới lúc con lắc hoàn toàn đứng yên và lấy lại nhiệt độ lúc đầu.

Giải

- 1) Vì $T < T_0$ nên trong khoảng thời gian $\theta = 180s$ giữa hai lần trùng phùng liên tiếp, nếu (P) làm được n dao động thì (P_0) làm được $(n - 1)$ dao động.

$$\theta = nT = (n - 1)T_0$$

Suy ra:
$$n = \frac{\theta}{T} = \frac{\theta}{T_0} + 1$$

hay
$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{2} + \frac{1}{180}$$

$$T = \frac{180}{91} = 1,978s$$

Ta có:
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
, suy ra chiều dài con lắc đơn P :

$$l = \frac{T^2}{4\pi^2}g \text{ với } g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$l = 0,973 \text{ m}$$

- 2) Vận tốc quá cầu của con lắc (P) khi qua vị trí cân bằng có giá trị cực đại : $v_{cd} = a.\omega$, a = biên độ

Ta có: $a = l.\alpha_0 = 0,973.0,2 = 0,1946\text{m}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 3,175 \text{ rad/s}$$

$$v_{cd} = 0,1946.3,175 = 0,618 \text{ m/s}$$

- 3) Cơ năng ban đầu của con lắc (P) :

$$E = mgl(1 - \cos\alpha_0) \text{ , } \alpha_0 \text{ là biên độ góc ban đầu}$$

Sau 100 dao động, biên độ góc là $\beta_0 = \frac{2}{3}\alpha_0$

Cơ năng còn lại là :

$$E' = mgl(1 - \cos\beta_0)$$

Cơ năng đã giảm đi do bị tiêu hao bởi các sự ma sát là :

$$\Delta E = E - E' = mgl(\cos\beta_0 - \cos\alpha_0)$$

với $\alpha_0 = 0,2\text{rad} = 11^\circ 30'$; $\beta_0 = \frac{2}{3}.0,2 \text{ rad} = 7^\circ 40'$

$$\Delta E = 0,05.9,81.0,973 (0,0112)$$

$$\Delta E = 0,005\text{J}$$

ΔE cũng chính là công tiêu hao do lực ma sát trong 100 dao động.

Vậy công trung bình của các lực ma sát trong một chu kì là :

$$\frac{\Delta E}{100} = 5.10^{-5}\text{J}$$

- 4) Khi con lắc hoàn toàn đứng yên thì toàn bộ cơ năng E ban đầu đều bị biến thành nhiệt do các sự ma sát, làm con lắc nóng lên con lắc trở lại nhiệt độ lúc đầu sau khi đã tỏa hết nhiệt lượng nói trên cho môi trường xung quanh.

Vậy nhiệt năng tỏa ra môi trường xung quanh là :

$$E = mgl(1 - \cos\alpha_0)$$

với

$$\cos\alpha_0 = \cos 11^\circ 30' = 0,9799$$

$$E = 0,0096 \text{ J} = 0,0023 \text{ calo}$$

42

1. Một lò xo khối lượng không đáng kể, một đầu treo vào một điểm cố định, đầu kia mang một khối lượng $m = 5\text{kg}$. Kéo m khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng rồi buông ra. Vật m dao động điều hòa, cứ 10 dao động thì mất 8,4s. Cho $g = 9,81\text{N/kg}$.

Tính lực để làm lò xo dãn ra 1cm

Tính độ dãn của lò xo khi cân bằng

2. Hai khối $m = 5\text{kg}$ và $m' = 10\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây quàng qua một ròng rọc rất nhẹ. Khối m được nối với một đầu lò xo ở câu (1), đầu còn lại của lò xo được gắn vào một điểm cố định trên mặt đất. Lò xo có phương thẳng đứng. Kéo một trong hai khối lượng một đoạn nhỏ khỏi vị trí cân bằng rồi buông ra. Khảo sát chuyển động của hệ và tính chu kì.
3. Lò xo nói trên có một đầu gắn cố định vào một điểm trên mặt đất, đầu kia của lò xo gắn vào đầu một dải băng vắt qua trục một mô tơ quay với vận tốc 5 vòng/s. Đầu kia của dải băng có treo khối lượng $m = 5\text{kg}$. Bán kính của trục quay là $r = 3\text{cm}$. Trong thí nghiệm này, lò xo dãn ra 28cm. Mô tơ quay ngược chiều kim đồng hồ.

Tính công suất của mô tơ.

Nếu mô tơ quay theo chiều ngược lại, với cùng vận tốc quay như trên thì độ dãn của lò xo là bao nhiêu?

Giải

- 1) Chu kì dao động :

$$T = \frac{8,4}{10} = 0,84 \text{ s}$$

Mặt khác $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, suy ra hệ số đàn hồi của lò xo :

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 5}{0,84^2} = 279,5 \text{ N/m}$$

- Với độ giãn $\Delta l = 1 \text{ cm}$, lực tác dụng là :

$$F = k\Delta l = 2,795 \text{ N}$$

- Độ giãn khi treo vật $m = 5 \text{ kg}$

$$\Delta l' = \frac{mg}{k} = \frac{5 \cdot 9,81}{279,5} = 0,175 \text{ m}$$

$$\Delta l' = 17,5 \text{ cm}$$

2) Ròng rọc rất nhẹ nên sức căng dây ở hai bên ròng rọc như nhau.

- Khi hệ cân bằng :

Vật m cân bằng dưới tác dụng của 3 lực :

- Trọng lượng $m\vec{g}$
- Sức căng dây $\vec{\mathcal{T}}_0$
- Sức căng lò xo $\vec{\mathcal{T}}_0'$

$$\vec{\mathcal{T}}_0' + m\vec{g} = \vec{\mathcal{T}}_0 \quad (1)$$

Mặt khác, xét sự cân bằng của vật m' , ta có : $\vec{\mathcal{T}}_0 = m'\vec{g}$

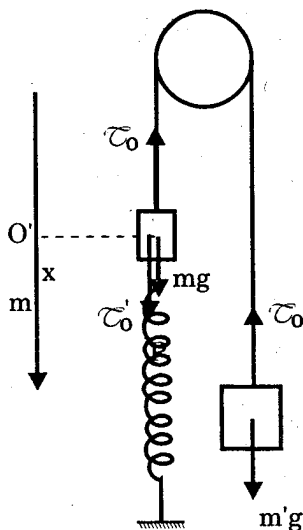
Từ (1), suy ra :

$$\vec{\mathcal{T}}_0' = \vec{\mathcal{T}}_0 - m\vec{g} = (m' - m)\vec{g}$$

hay

$$k\Delta l_0 = (m' - m)g$$

$\Delta l_0 =$ độ giãn lò xo khi hệ cân bằng



- Xét khi m có độ dời x
- Hợp lực tác dụng vào m :

$$T' + mg - T = ma$$

- Hợp lực tác dụng vào m' :

$$T - m'g = m'a, \quad a = \text{gia tốc}$$

Suy ra $T' - (m' - m)g = (m + m')a$

với sức căng lò xo là:

$$T' = k(\Delta L_0 - x)$$

Ta có $k(\Delta L_0 - x) - (m' - m)g = (m + m')a$

trong đó $k\Delta L_0 - (m' - m)g = 0$

Suy ra hợp lực tác dụng vào hệ là :

$$F = (m + m')a = -kx : \text{lực hồi phục}$$

Vậy hệ dao động điều hòa

Chu kì $T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m'}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{15}{279,5}} = 1,45s$

3) Khi hệ cân bằng, sức căng lò xo là

$$\mathcal{T}' = k\Delta l = 279,5,0,28$$

$$\mathcal{T}' = 78,3\text{N}$$

Do sự ma sát, khi quay, trục mô tơ tạo ra một lực $\vec{f}$ tác dụng vào dải băng, có khuynh hướng kéo dải băng theo chiều quay của trục.

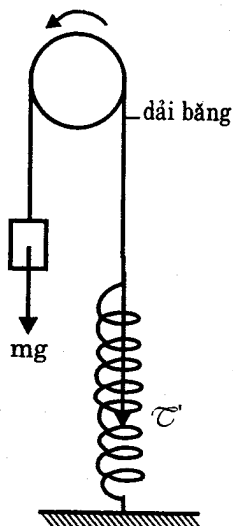
Điều kiện cân bằng :

$$\mathcal{T}' = f + mg$$

Suy ra : $f = \mathcal{T}' - mg = 78,3 - 5,9,81 = 29,3\text{N}$

Công suất của mô tơ :

$$P = \mathcal{M}.\theta$$



$\mathcal{M}$ là momen của f :

$$\mathcal{M} = f.r = 29,3.0,03 = 0,879\text{N.m}$$

θ là góc quay trong 1s :

$$\theta = 2\pi N = 2\pi.5 = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$P = 27,6 \text{ Watt}$$

- Nếu mô tơ quay theo chiều ngược lại

Điều kiện cân bằng : $\mathcal{T}' + f = mg$

Suy ra: $\mathcal{T}' = -f + mg$

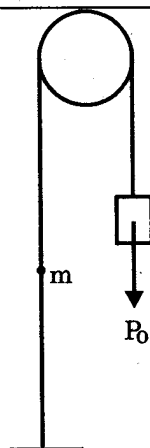
$$k\Delta l = -f + mg$$

Độ dãn lò xo: $\Delta l = \frac{-f + mg}{k} = 0,071 \text{ m}$

$$\Delta l = 7,1 \text{ cm}$$

43

- Một sợi dây thẳng đứng, chiều dài l , khối lượng không đáng kể, được căng bởi một trọng lượng P_0 . Ở trung điểm sợi dây có gắn một khối lượng m . Khối lượng này, khi rời khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ x theo phương nằm ngang, thì có khuynh hướng bị kéo về vị trí cân bằng bởi một lực phục hồi gây ra do hai sức căng bằng nhau, ngược chiều, cùng có cường độ coi như không đổi là F , do sợi dây tác dụng lên m . Khối lượng này có giá trị bé để trọng lượng không đáng kể so với F .
Tìm biểu thức của lực phục hồi tác dụng vào m theo l , F và x .
Suy ra tần số f của dao động.



- Chiều dài sợi dây và trọng lượng P_0 vẫn như trên. Giả sử khối lượng sợi dây được phân bố đều trên tất cả chiều dài của sợi dây.

Tìm biểu thức của tần số rung f để sợi dây rung thành một múi. Lập biểu thức của tỉ số $\frac{f}{f}$. Cho biết vận tốc truyền

sóng trên sợi dây là $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, μ là khối lượng một đơn vị chiều dài của sợi dây.

Giải

- 1) Vì m rất nhỏ nên bỏ qua tác dụng của trọng lượng $m g$

Khối m dao động do tác dụng của các sức căng dây

- Hợp lực do các sức căng F của sợi dây:

$$f = -2F \cdot \sin \alpha \approx -2F \cdot \alpha$$

với
$$\alpha \approx \frac{x}{l/2} = \frac{2x}{l}$$

$$f = -\frac{4F}{l}x \text{ trong đó } x = \overline{om}$$

Đây là lực phục hồi có dạng

$$f = -kx \text{ với } k = \frac{4F}{l}$$

Vậy vật m sẽ dao động điều hòa

Suy ra:
$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4F}{ml}}$$

Tần số dao động:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4F}{ml}}$$

- 2) Ta có hiện tượng sóng dừng xảy ra trên sợi dây với một múi dao động.

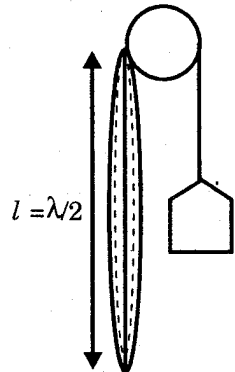
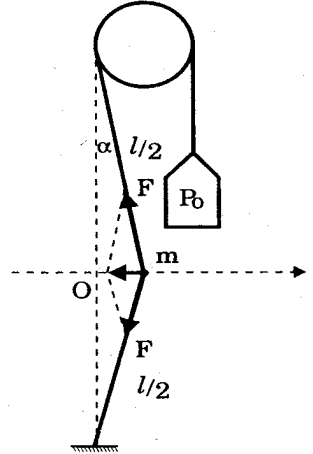
Vậy ta có:
$$l = \frac{\lambda}{2} \text{ hay } \lambda = \frac{v}{f} = 2l$$

trong đó v = vận tốc truyền sóng

$$= \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad \mu = \frac{m'}{l}$$

với m' là khối lượng của sợi dây.

Suy ra tần số rung của sợi dây :



$$f' = \frac{v}{2l} = \frac{\sqrt{\frac{Fl}{m'}}}{2l} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{m'l}}$$

(Sức căng F vẫn như câu 1, vì trọng lượng P_0 làm căng dây vẫn như trên)

So sánh với tần số f , ta có tỉ số : $\frac{f'}{f} = \frac{\pi}{2}$

44 Một sợi dây thẳng đứng OO' có chiều dài $l = 1\text{m}$. Đầu O gắn với một bản rung có tần số 50Hz . Đầu dưới O' cố định. Một trọng lượng P được treo vào đầu dưới sợi dây để tạo sức căng.

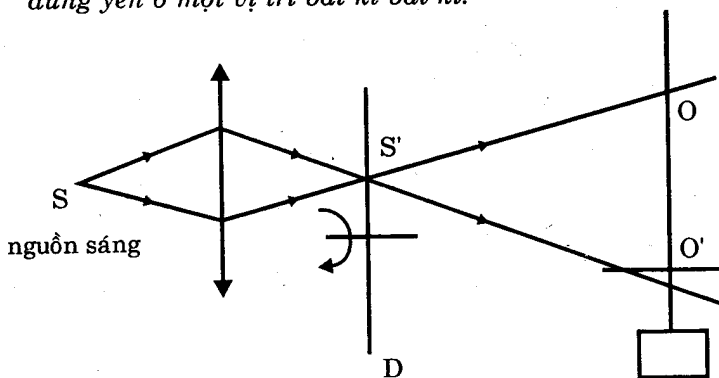
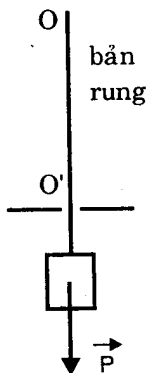
1. Biết rằng sợi dây rung thành một múi với $P = 20\text{N}$. Tìm khối lượng sợi dây.

Cho vận tốc truyền sóng trên dây là

$$v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}, \quad \mu \text{ là khối lượng mỗi mét của sợi dây}$$

2. Tìm P để sợi dây rung thành 2, 3, 4 múi.

3. Sợi dây được chiếu sáng bằng một chùm tia sáng đi qua một lỗ thủng ở trên một đĩa quay đều quanh trục. Tìm vận tốc quay của đĩa để quan sát thấy sợi dây đó dường như đứng yên ở một vị trí bất kì bất kì.



Giải

1) Sợi dây rung thành một múi, vậy ta có :

$$l = \frac{\lambda}{2} \text{ hay } \lambda = 2l = 2\text{m}$$

Vận tốc truyền sóng :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda N = 2.50 = 100\text{m/s}$$

Mà $v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$ suy ra khối lượng sợi dây dài 1m là

$$\mu = \frac{P}{v^2} = \frac{20}{100^2} = 0,002 \text{ kg}$$

$$\mu = 2\text{g}$$

2) Khi sợi dây rung thành :

- 2 múi : $l = \lambda = 1\text{m}$

$$v = \sqrt{\frac{P}{\mu}} = \lambda N = 50\text{m/s}$$

$$P = \mu v^2 = 0,002.50^2 = 5\text{N}$$

- 3 múi : $l = 3\frac{\lambda}{2} = 1\text{m}$

$$\lambda = \frac{2}{3}\text{m}$$

$$v = \lambda N = \frac{100}{3}\text{m/s}$$

$$P = \mu v^2 = \frac{20}{9}\text{N}$$

- 4 múi : $l = 1\text{m} = 2\lambda$

$$\lambda = 0,5\text{m}$$

$$v = \lambda N = 25\text{m/s}$$

$$P = \mu v^2 = 1,25\text{N}$$

- 3) Mỗi lần lỗ thủng của đĩa tới trước điểm hội tụ S' của chùm tia sáng thì dây được rọi sáng. Nếu giữa hai lần chiếu sáng liên tiếp, sợi dây làm được k dao động ($k = \text{số nguyên}$) thì ta thấy dường như sợi dây có đứng yên ở cùng một vị trí.

Thời gian giữa hai lần chiếu sáng liên tiếp là :

$$\theta = kT \quad (T \text{ là chu kì dao động của sợi dây})$$

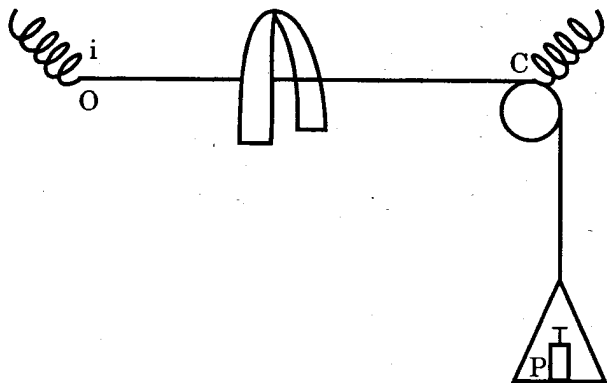
$$\theta = \frac{k}{N} = \frac{k}{50}$$

θ cũng chính là thời gian để đĩa D quay được một vòng.

Vậy số vòng quay trong 1 s của đĩa phải thỏa điều kiện :

$$N = \frac{1}{\theta} = \frac{50}{k}$$

45 Thực hiện thí nghiệm như hình vẽ



1. Dây OC bằng đồng được căng nhờ các quả cầu P . Từ trường $\vec{B}$ tạo bởi nam châm có phương nằm ngang, vuông góc với dây OC ở khoảng giữa của dây. cho một dòng điện i xoay chiều có tần số f chạy qua OC . Chọn quả cân P thích hợp sợi dây OC rung thành một múi.
 - Giải thích thí nghiệm trên.
 - Tính f . Cho $OC = 1\text{m}$, đường kính sợi dây là $d = 0,2\text{mm}$,

khối lượng riêng của đồng $\rho = 8,86\text{g/cm}^3$, khối lượng đĩa cân là 24g, khối lượng quả cân : 260g, gia tốc trọng lực $g = 9,81\text{SI}$. Cho biết vận tốc truyền sóng trên sợi dây thỏa

công thức $v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$, τ là sức căng dây, μ khối lượng của 1 mét dây

2. Đặt nam châm cách O một khoảng bằng $\frac{OC}{4}$. Tìm khối lượng thích hợp của quả cân để sợi dây rung thành hai nút.

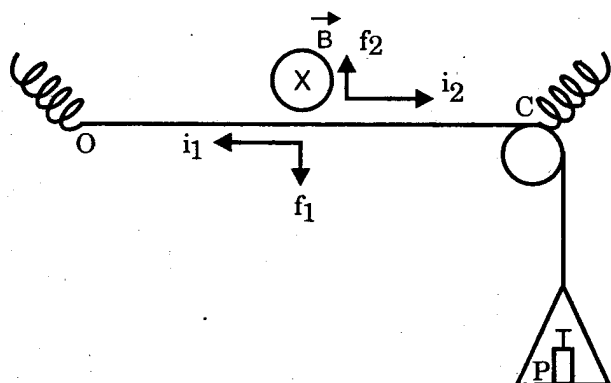
Chứng tỏ rằng nếu ta bố trí đúng cách một nam châm thứ hai giống nam châm trên và cách CO một đoạn $\frac{3}{4}OC$ thì thí nghiệm đạt tốt hơn. Nói rõ vị trí các lực nam châm thứ hai này đối với sợi dây.

3. Sợi dây rung động trong điều kiện ở câu 2. Người ta nhìn thấy sợi dây mỗi khi nó được rọi sáng bởi một chớp sáng phát ra bởi một nguồn có tần số phát sáng là :

- a) 50 chớp sáng mỗi giây. b) 100 chớp sáng /s.

Người ta quan sát thấy sợi dây như thế nào ? Cho biết một chớp sáng được phát ra khi mỗi điểm trên sợi dây có độ dời lớn nhất..

Giải



- 1) Đây là hiện tượng sóng dừng xảy ra trên dây OC với hai đầu dây cố định .

Từ trường $\vec{B}$ nằm ngang , giả sử có chiều như kí hiệu trên hình vẽ.

Khi dòng điện có chiều từ C tới O thì lực điện từ $\vec{f}$ có chiều đi xuống; ngược lại khi dòng điện đổi chiều (từ O tới C), lực điện từ $\vec{f}$ kéo sợi dây lên, tạo thành rung động truyền trên sợi dây.

Khi sức căng dây và chiều dài OC thích hợp, sợi dây sẽ rung thành một múi.

$$\text{Khi đó} \quad l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2N} = \frac{\sqrt{\tau}}{2N}$$

$$\text{trong đó} \quad \tau = \left(\sum m \right) g = 0,284.9,81 = 2,786N$$

$$\mu = \frac{\pi d^2}{4} l \cdot \rho = \frac{\pi (2.10^{-4})^2 8,86.10^3}{4} = 27,8.10^{-5} \text{ kg/m}$$

Tần số rung :

$$N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = 50\text{Hz}$$

- **Nhận xét :** trong thí nghiệm trên, trong một chu kì của dòng điện, sợi dây làm một dao động, vậy tần số dòng điện là :

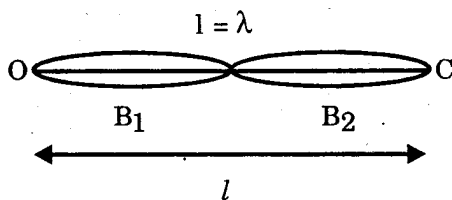
$$f = N = 50\text{Hz}$$

- 2) Khi sợi dây rung thành hai múi :

$$\text{Ta có:} \quad l = \lambda = \frac{v}{N} = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

$$\text{với} \quad \tau = P + mg$$

$$= (m_P + m)g = l^2 N^2 \mu = 50^2.27,8.10^{-5} = 0,695N$$

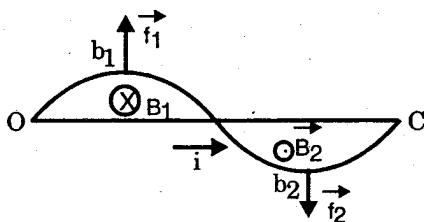


Vậy:
$$m_p = \frac{0,695}{9,81} - 0,024 = 0,047 \text{ kg};$$

$$m_p = 47 \text{ g}$$

Ta nhận thấy, trên sợi dây có hai bụng dao động, lần lượt cách O là $\frac{l}{4}$ và $3\frac{l}{4}$. Dao động tại hai bụng này dao động đối pha với nhau. Do đó, để thí nghiệm trên xảy ra tốt hơn, người ta cần đặt thêm một nam châm thứ hai cách O là $\frac{3l}{4}$ tạo ra một từ trường ngược chiều với từ trường của nam châm thứ nhất.

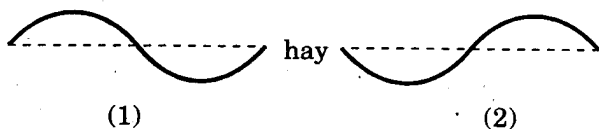
Trong hình vẽ, ta xét khi dòng điện chạy theo chiều OC. Để bụng b_2 dao động ngược pha với bụng b_1 , từ trường $\vec{B}_2$ phải ngược chiều với $\vec{B}_1$, do đó vị trí các cực của nam châm thứ hai đối với sợi dây, phải ngược chiều với vị trí các cực của nam châm thứ nhất.



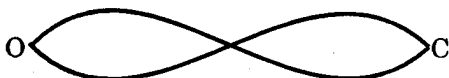
3) Với tần số chớp sáng 50 chớp/s :

Tần số chớp sáng bằng với tần số rung dây . ta thấy đường như sợi dây đứng yên

Mắt quan sát thấy dạng 1 hay dạng 2 của sợi dây tùy theo ở chớp sáng đầu tiên, sợi dây ở vị trí nào.



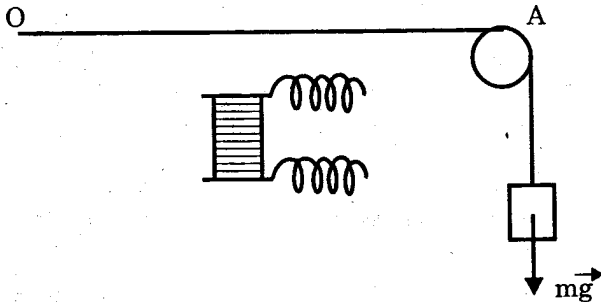
- Với tần số 100 chớp sáng/ s : Chu kì chớp sáng là $T_s = \frac{1}{100}\text{s}$; so với chu kì dao động của sợi dây là $T = \frac{1}{50}\text{s}$: giữa hai lần chớp sáng liên tiếp, sợi dây làm được $\frac{1}{2}$ dao động. Do đó, mắt quan sát được đồng thời hai dạng sợi dây đối xứng nhau như hình vẽ.



46 Cho một sợi dây sắt, một đầu cố định, đầu còn lại quàng qua một ròng rọc và có treo một quả cân có khối lượng m . Chiều dài sợi dây là $OA = l = 1\text{m}$, khối lượng là $m_d = 1\text{g}$. Ở khoảng giữa của sợi dây có một nam châm có tần số $f = 50\text{Hz}$. Cho $g = 9,81\text{SI}$.

- Giải thích hiện tượng sóng dừng trên sợi dây.
- Tìm khối lượng m của quả cân để sợi dây rung thành một múi hay 2 múi.
- Cho $m = 2\text{kg}$, muốn sợi dây rung thành một múi thì chiều dài là bao nhiêu ?

Giải



- 1) Khi có dòng điện i chạy qua, nam châm điện hút sợi dây sắt xuống. Khi $i = 0$, dây sắt được thả ra, bật lên. Dao động phản xạ ở các đầu dây cố định. Sự tổng hợp hai sóng tạo thành sóng dừng trên sợi dây.

2)

- Khi dây OA rung thành một múi :

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2N} = \frac{\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}}{2N}$$

N là tần số rung của sợi dây

$$\tau = P = mg$$

$$\mu = \frac{m_d}{l} = 1\text{g/m} = 10^{-3}\text{kg/m}$$

Suy ra: $\tau = mg = 4N^2l^2\mu$ hay $m = \frac{4N^2l^2\mu}{g}$

Trong một chu kì dòng điện, sợi dây bị hút xuống hai lần, bật lên hai lần. Vậy tần số rung N của sợi dây bằng hai lần tần số dòng điện qua nam châm điện

$$N = 2f = 100\text{Hz}$$

Vậy: $m = \frac{4 \cdot 100^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{9,81} = 4\text{kg}$

- Khi dây rung thành 2 múi :

$$l = \lambda = \frac{v}{N} = \frac{\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}}{N} \quad \text{với } \tau = mg$$

Suy ra: $m = \frac{l^2 N^2 \mu}{g} = 1 \text{ kg}$

3) Với $m = 2 \text{ kg}$ và sợi dây rung thành một múi :

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2N} \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \frac{1}{2N} \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

$$l = \frac{1}{200} \sqrt{\frac{29,81}{10^{-3}}} = 0,7 \text{ m}$$

47

1. Cho một viên bi có khối lượng $m_1 = 200 \text{ g}$ được treo vào một điểm cố định bằng một sợi dây dài 1 m . Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc là 30° rồi buông cho dao động. Cho $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

a) Tính cơ năng của con lắc.

b) Tìm khoảng biến thiên của sức căng dây trong một dao động.

2. Cho hai con lắc có chiều dài bằng nhau là 1 m , các quả cầu có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 được treo vào hai điểm cố định ở gần sát nhau. Con lắc thứ hai đang ở vị trí cân bằng. Kéo con lắc thứ 1 khỏi vị trí cân bằng một góc là 45° rồi buông ra.

Tìm vận tốc của hai quả cầu sau khi đụng nhau. Biết rằng sự đụng này hoàn toàn đàn hồi, nghĩa là có sự bảo toàn động lượng và động năng của hệ (m, m'). Xét các trường hợp sau :

a) $m_1 = m_2$; b) $m_1 = \frac{m_2}{2}$

Giải

1)

a) Cơ năng của con lắc bằng thế năng tại vị trí cao nhất của quả cầu

$$E = Ph = mg.HI$$

$$E = m_1g(OI - OH)$$

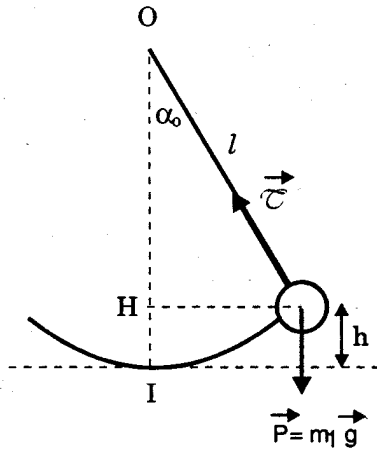
$$E = m_1gl(1 - \cos\alpha_0)$$

Vậy

$$E = 0,2.9,8.(1 - \cos 30^\circ) = 0,263J$$

b) Sức căng dây :

$$\mathcal{T} = m_1g\cos\alpha + m_1\frac{v^2}{l} = m_1g(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$



Tại vị trí cân bằng, $\mathcal{T}$ có giá trị cực đại : $\alpha = 0, \cos\alpha = 1$

$$\mathcal{T}_{ed} = 0,2.9,8(3 - 2\frac{\sqrt{3}}{2}) = 2,49N$$

Tại vị trí ngoại biên, α lớn nhất ($= \alpha_0$), $\cos\alpha$ nhỏ nhất nên $\mathcal{T}$ có giá trị cực tiểu : $\mathcal{T}_{et} = m_1g\cos\alpha_0 = 1,70N$

Vậy: $1,70N \leq \mathcal{T} \leq 2,49N$

2) Ngay trước và sau khi đụng vận tốc các quả cầu nằm trên đường XX

- Điều kiện động lượng của hệ được bảo toàn

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad (1)$$

v'_1 và v'_2 là vận tốc các quả cầu sau khi đụng

- Sự bảo toàn động năng :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \quad (2)$$

Từ (1), suy ra : $m_2 v'_2 = m_1 (v_1 - v'_1) \quad (3)$

Từ (2), suy ra: $m_2 v'^2_2 = m_1 v_1^2 - m_1 v'^2_1 = m_1 (v_1^2 - v'^2_1)$

hay $m_2 v'^2_2 = m_1 (v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) = m_2 V_2'(V_1 + V'_1)$

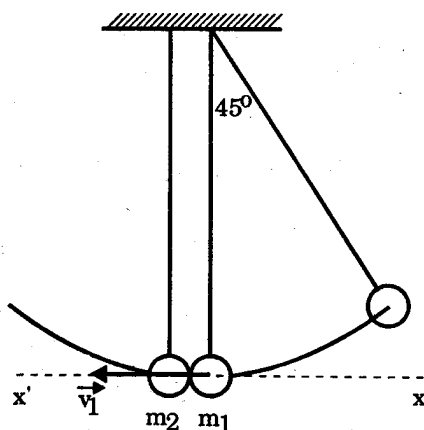
Suy ra : $V'_2 = V_1 + V'_1$

$$\Rightarrow m_1 v'_2 = m_1 (v_1 + v'_1) \quad (4)$$

(3) + (4), ta có : $(m_1 + m_2) v'_2 = 2 m_1 v_1$

Ta có : $v'_2 = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_1$

và $v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$



Với v_1 = vận tốc quả cầu m_1 ngay trước khi đụng

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

$$v_1 = 2,4 \text{ m/s}$$

- a) Khi $m_1 = m_2$: $v'_1 = 0$, $v'_2 = v_1$

Sau khi đụng, quả cầu m_1 đứng yên ở vị trí cân bằng, quả cầu m_2 bắn đi với vận tốc bằng vận tốc của m_1 ngay trước khi đụng

- b) Khi $m_1 = \frac{m_2}{2}$: $v'_2 = \frac{2}{3}v_1 = 1,6 \text{ m/s}$

$$v'_1 = -\frac{v_1}{3} = -0,8 \text{ m/s}$$

Quả cầu m_2 bắn đi theo chiều của $\vec{v}_1$ với vận tốc 1,6 m/s

Quả cầu m_1 bắn ngược trở lại với vận tốc 0,8 m/s

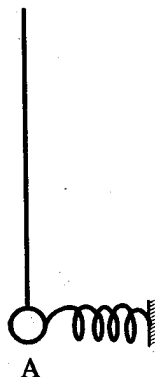
48

1. Một quả cầu nhỏ A có khối lượng $m = 800 \text{ g}$ được treo vào một điểm cố định bằng một sợi dây dài là $l = 1 \text{ m}$. Truyền cho quả cầu A, đang ở vị trí cân bằng, một cơ năng là $0,08 \text{ J}$. Cho $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Hỏi :

- Góc lệch tối đa của sợi dây
- Gia tốc cực đại của quả cầu
- Chu kỳ dao động

2. Quả cầu A được gắn với một lò xo như hình vẽ. Độ cứng của lò xo là $k = 16 \text{ N/m}$. Bắn vào A, đang ở vị trí cân bằng, một viên đạn B có khối lượng $m' = 50 \text{ g}$ với vận tốc $v_0 = 1 \text{ m/s}$ theo phương nằm ngang. Viên đạn B ghim vào A và sau đó hệ dao động điều hòa. Tính :

- Cơ năng của hệ
- Chu kỳ và biên độ dao động
- Nhiệt sinh ra do sự do sự đụng (ra đơn vị là calo)



Giải

- 1) Trong dao động con lắc, cơ năng toàn phần bằng thế năng ở vị trí cao nhất (hay động năng ở vị trí cân bằng) :

$$E = mgh$$

Góc lệch tối đa của sợi dây là biên độ góc α_0

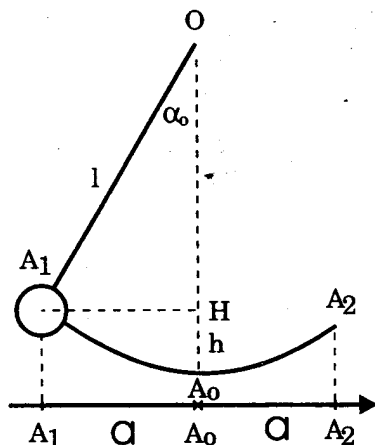
$$\cos \alpha_0 = \frac{OH}{OA_1} = \frac{l - h}{l}$$

với
$$h = \frac{E}{mg} = \frac{0,08}{0,89,81}$$

$$h = 0,0102\text{m}$$

Suy ra
$$\cos \alpha_0 = 0,9898$$

$$\alpha_0 = 8^\circ$$



- Tại các giá trị ngoại biên A_1, A_2 , gia tốc của A có giá trị cực đại

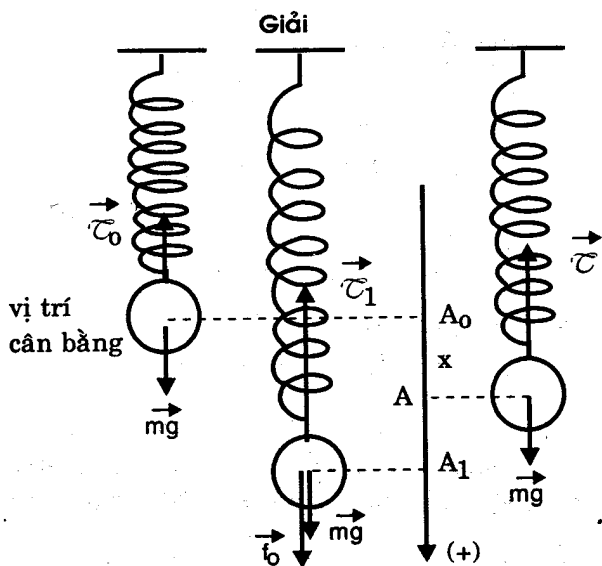
$$a = -\omega^2 x \text{ với } x = \pm a \text{ (biên độ)}$$

$$|a|_{\text{cd}} = \omega^2 \cdot a = \frac{g}{l} a \text{ với } a = l \cdot \alpha_0$$

$$|a|_{\text{cd}} = g \alpha_0 = 9,81 \frac{\pi \cdot 8}{180} = 1,37 \text{ m/s}^2$$

Từ vị trí cân bằng, vật A được kéo xuống bởi một lực $f_0 = 6N$, sau đó cho lực này triệt tiêu.

- Phân tích các lực tác dụng vào A khi được giữ yên ở vị trí thấp nhất.
 - Tính hợp lực tác dụng vào A khi cách vị trí cân bằng là x (sau khi $\vec{f}_0$ đã bị triệt tiêu)
 - Tính chu kì và tần số dao động. Viết phương trình dao động của A.
2. Cần thêm một gia trọng Δm là bao nhiêu để làm thay đổi chu kì 1%
 3. Bỏ gia trọng Δm đi. Hệ lò xo và vật A được treo vào trần một thang máy đi lên trong 14s. Trong 2s đầu tiên, lò xo có độ giãn là 11mm, trong 10s tiếp theo, độ giãn là 10mm; trong 2 giây cuối, độ giãn là 9mm. Hỏi độ cao thang máy lên được.
 4. Cho hệ dao động theo phương thẳng đứng và thang máy đi lên với gia tốc cùng chiều chuyển động và có trị số là $2m/s^2$. So sánh dao động này của hệ với dao động ở câu (1). Lấy $g = 9,8 SI$.



Giải

- 1) Trong dao động con lắc, cơ năng toàn phần bằng thế năng ở vị trí cao nhất (hay động năng ở vị trí cân bằng):

$$E = mgh$$

Góc lệch tối đa của sợi dây là biên độ góc α_0

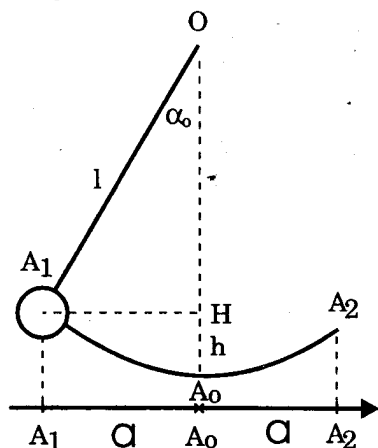
$$\cos \alpha_0 = \frac{OH}{OA_1} = \frac{l - h}{l}$$

với
$$h = \frac{E}{mg} = \frac{0,08}{0,8 \cdot 9,81}$$

$$h = 0,0102 \text{ m}$$

Suy ra
$$\cos \alpha_0 = 0,9898$$

$$\alpha_0 = 8^\circ$$



- Tại các giá trị ngoại biên A_1, A_2 , gia tốc của A có giá trị cực đại

$$a = -\omega^2 x \text{ với } x = \pm a \text{ (biên độ)}$$

$$|a|_{cd} = \omega^2 \cdot a = \frac{g}{l} a \text{ với } a = l \cdot \alpha_0$$

$$|a|_{cd} = g \alpha_0 = 9,81 \frac{\pi \cdot 8}{180} = 1,37 \text{ m/s}^2$$

Chu kì : $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9,81}} \approx 2 \text{ s}$

- 2) Gọi $\vec{v}$ là vận tốc của hệ (A + B) ngay sau khi đụng. Ta có sự bảo toàn động lượng :

$$m'v_0 = (m + m')v$$

Suy ra $v = \frac{m'}{m + m'}v_0, \quad v = \frac{50}{850} = \frac{1}{17} \text{ m/s}$

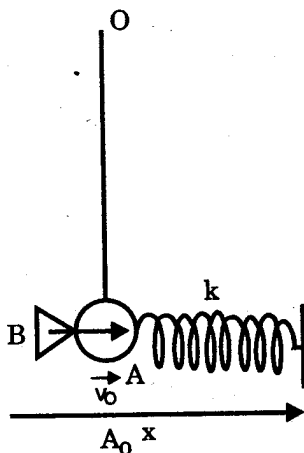
Cơ năng dao động E' của hệ bằng với động năng của hệ ở vị trí cân bằng.

$$E' = \frac{1}{2}(m + m')v^2 = \frac{1}{2}0,850\left(\frac{1}{17}\right)^2 = 0,0015 \text{ J}$$

Xét khi hệ có độ dời là x . Hệ chịu tác dụng của hai lực phục hồi.

- Lực phục hồi do trọng lượng :

$$f_p = -\frac{(m + m')g}{l}x$$



- Lực phục hồi do lò xo : $f_k = -Kx$
Lực phục hồi tổng tác dụng vào A là :

$$f = - \left(\frac{(m + m')g}{l} + k \right) x = -kx$$

với

$$K = \frac{(m + m')g}{l} + k = 24,34 \text{ N/m}$$

Tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m + m'}} = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{k}{m + m'}}$$

$$\omega = \sqrt{9,81 + \frac{16}{0,85}} = 5,35 \text{ rad/s}$$

Chu kì

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1,17 \text{ s}$$

Gọi a là biên độ của hệ. Thế năng của hệ ở vị trí ngoại biên là:

$$\frac{1}{2}k a^2 = E' \quad (\text{Cơ năng toàn phần})$$

Suy ra :

$$a = \sqrt{\frac{2E'}{K}} = \sqrt{\frac{0,003}{24,34}} = 0,011 \text{ m}$$

$$a = 1,1 \text{ cm}$$

Độ giảm động năng trong sự dụng biến thành nhiệt năng :

$$\Delta E = \frac{1}{2}m'v_0^2 - \frac{1}{2}(m + m')v^2$$

$$\Delta E = 0,0250 - 0,0015 = 0,0235 \text{ J}$$

Ta có

$$\Delta E = JQ \quad \text{với } J = 4,18 \text{ /cal}$$

Suy ra

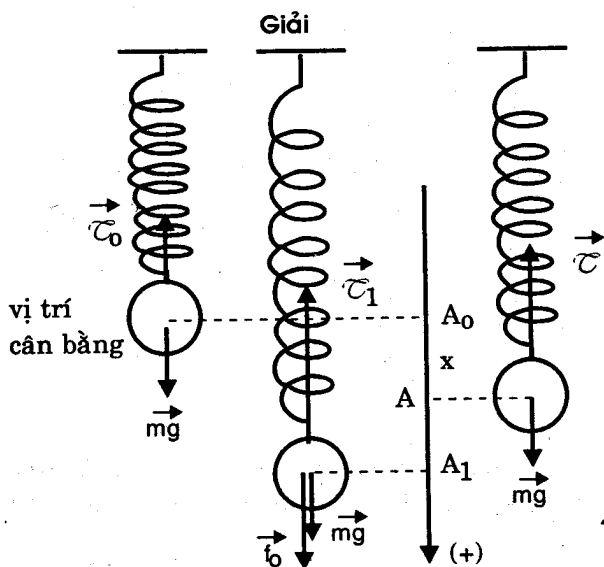
$$Q = \frac{\Delta E}{J} = 0,0056 \text{ cal}$$

49

- Một lò xo được treo vào một điểm cố định O . Khi treo vào lò xo một vật A có khối lượng $m = 200 \text{ g}$ thì lò xo dãn ra là $\Delta l_0 = 1 \text{ cm}$.

Từ vị trí cân bằng, vật A được kéo xuống bởi một lực $f_0 = 6N$, sau đó cho lực này triệt tiêu.

- Phân tích các lực tác dụng vào A khi được giữ yên ở vị trí thấp nhất.
 - Tính hợp lực tác dụng vào A khi cách vị trí cân bằng là x (sau khi $\vec{f}_0$ đã bị triệt tiêu)
 - Tính chu kì và tần số dao động. Viết phương trình dao động của A.
2. Cần thêm một gia trọng Δm là bao nhiêu để làm thay đổi chu kì 1%
 3. Bỏ gia trọng Δm đi. Hệ lò xo và vật A được treo vào trần một thang máy đi lên trong 14s. Trong 2s đầu tiên, lò xo có độ giãn là 11mm, trong 10s tiếp theo, độ giãn là 10mm; trong 2 giây cuối, độ giãn là 9mm. Hỏi độ cao thang máy lên được.
 4. Cho hệ dao động theo phương thẳng đứng và thang máy đi lên với gia tốc cùng chiều chuyển động và có trị số là $2m/s^2$. So sánh dao động này của hệ với dao động ở câu (1). Lấy $g = 9,8 SI$.



1) Hệ số đàn hồi của lò xo:

$$k = \frac{mg}{\Delta l_0} = \frac{0,29,8}{0,01} = 196 \text{ N/m}$$

Tại vị trí cân bằng :

$$\mathcal{T}_0 = k\Delta l_0 = mg \quad (1)$$

Tại vị trí thấp nhất A_1 , quả cầu được giữ đứng yên bởi 3 lực :

- Trọng lượng của A : $\vec{P} = m \vec{g}$
- Lực kéo xuống $\vec{f}_0$
- Sức căng lò xo $\vec{\mathcal{T}}_1$

Ta có: $\vec{P} + \vec{f}_0 + \vec{\mathcal{T}}_1 = \vec{0}$ hay $\mathcal{T}_1 = mg + f_0$

Độ dãn thêm của lò xo, gây ra bởi $\vec{f}_0$ là :

$$\Delta l_1 = \frac{f_0}{k} = \frac{6}{196} = 0,031 \text{ m}$$

$$\Delta l_1 = 3,1 \text{ cm}$$

Xét khi A cách vị trí cân bằng là x :

Vật A chịu tác dụng của 2 lực :

- Trọng lượng: $\vec{P} = m \vec{g}$
- Sức căng lò xo $\vec{\mathcal{T}}$:

$$\mathcal{T} = k(\Delta l_0 + x)$$

Hợp lực tác dụng vào A là :

$$F = -\mathcal{T} + mg = -k(\Delta l_0 + x) + mg$$

Theo (1), ta có : $-k\Delta l_0 + mg = 0$

suy ra : $F = -kx = -196x$

F tính ra Newton ; x tính ra mét

Vật A dao động điều hòa

$$\text{Chu kì} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,2}{196}} = 0,2\text{s}$$

$$\text{Tần số} \quad N = \frac{1}{T} = 5 \text{ Hz}$$

Phương trình dao động :

$$x = a \sin(\omega t + \varphi)$$

Trong đó biên độ $a = \Delta l_1 = 3,1\text{cm}$; $\omega = 2\pi N = 10\pi \text{ rad/s}$

Chọn gốc thời gian là lúc A đi qua vị trí cân bằng theo chiều (+) thì $\varphi = 0$

$$\text{Vậy:} \quad x = 3,1 \sin 10\pi t \quad (\text{cm})$$

2) Khi có thêm gia trọng Δm :

$$\text{Chu kì} \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}}$$

$$\text{Suy ra} \quad \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}} = \sqrt{1 + \frac{\Delta m}{m}}$$

$$\text{với} \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{T' - T}{T} = \frac{1}{100}$$

suy ra $\frac{\Delta m}{m} \ll 1$, nên ta có :

$$\sqrt{1 + \frac{\Delta m}{m}} = \left(1 + \frac{\Delta m}{m}\right)^{1/2} \approx 1 + \frac{\Delta m}{2m}$$

$$\text{Suy ra} \quad \frac{T'}{T} = 1 + \frac{\Delta m}{2m}$$

$$\text{hay} \quad \frac{T'}{T} - 1 = \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta m}{2m}$$

$$\text{Suy ra} \quad \Delta m = 2m \cdot \frac{\Delta T}{T} = 2 \cdot 200 \cdot \frac{1}{100} = 4\text{g}$$

3) **Nhận xét :** trong giai đoạn 2 của chuyển động, độ dãn của lò xo là $10\text{mm} = \Delta l_0$ (ở câu 1)

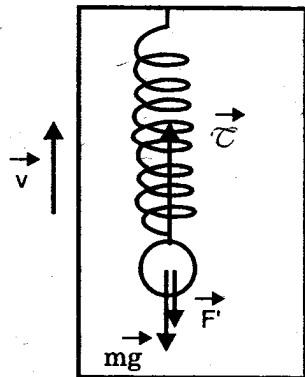
Suy ra, chuyển động thang máy trong giai đoạn này là chuyển động đều (vì trong chuyển động đều và khi đứng yên, độ giãn lò xo khi treo vật là như nhau)

- Trong giai đoạn 1 :

Độ giãn lò xo là $11\text{mm} > \Delta l_0$

Vậy ngoài trọng lượng $m\vec{g}$, vật A còn bị kéo xuống bởi một lực quán

tính $\vec{F}'$: $\vec{F}' = -m\vec{a}$



Suy ra trong giai đoạn chuyển động này, hệ có gia tốc $\vec{a}$ hướng lên.

Vậy thang máy đi lên, nhanh dần đều

Sức căng $T = F' + mg = m(g + a)$

$$k\Delta l = mg + ma$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{k\Delta l}{m} - g = \frac{196,011}{0,2} - 9,81$$

$$a = 0,97 \text{ m/s}^2$$

Quãng đường thang máy đi được trong 2s đầu :

$$z_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,97 \cdot 2^2 = 1,94\text{m}$$

Vận tốc sau 2s này :

$$v = at = 1,94\text{m/s}$$

Giai đoạn hai là chuyển động đều với vận tốc 1,94m/s

Quãng đường đi được :

$$z_2 = v \cdot t = 1,94 \cdot 10 = 19,4\text{m}$$

• Giai đoạn 3 : độ giãn lò xo là $9\text{mm} < \Delta l_0$.

Suy ra lực quán tính $\vec{F}'$ hướng lên hay gia tốc $\vec{a}$ hướng xuống : chuyển động chậm dần đều

Ta có : $\vec{T} + \vec{F}' = mg$ hay $k\Delta l' + ma' = mg$

$$\text{Suy ra gia tốc: } a' = g - \frac{k\Delta l'}{m} = 9,81 - \frac{196,0,009}{0,2} = 0,99\text{m/s}^2$$

Quãng đường đi được trong giai đoạn 3 :

$$z_3 = -\frac{1}{2}a't^2 + v_0t$$

$$z_3 = -\frac{1}{2}0,99.2^2 + 1,94.2 = 1,9\text{m}$$

Độ cao thang máy lên được :

$$h = z_1 + z_2 + z_3 = 23,24\text{m}$$

- 4) Hệ dao động trong thang máy đi lên nhanh dần đều với gia tốc 2m/s^2 :

$\vec{a}$ hướng lên , lực quán tính :

$$\vec{F}' = -m \vec{a} \text{ hướng xuống}$$

Khi A cân bằng , ta có :

$$\vec{T} + m \vec{g} + \vec{F}' = 0 \text{ hay } \vec{T} = mg + \vec{F}'$$

$$k\Delta l'_0 = mg + ma$$

$$\Delta l'_0 = \frac{m(g+a)}{k} = \frac{0,211,8}{196} = 0,012\text{m}$$

$$\Delta l'_0 = 12\text{cm} > \Delta l_0 = 10\text{cm} \text{ (câu 1)}$$

Vậy vị trí cân bằng thấp hơn ở câu 1 là 2cm

Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ không phụ thuộc vào gia tốc $\vec{a}$ nên vẫn có $T = 0,2\text{s}$.

50 Một quả cầu đặc A có bán kính $R = 20\text{cm}$, khối lượng $m = 50\text{g}$, được treo vào một điểm cố định O bằng một sợi dây nhẹ. Khoảng cách từ điểm O tới tâm quả cầu là $a_0 = 100\text{ cm}$

Coi con lắc là con lắc đơn. Cho con lắc dao động với biên độ nhỏ. Tính chu kì dao động. Lấy $g = 9,8\text{SI}$.

2. Trong thực tế, con lắc không thể coi là con lắc đơn. Người ta đo được thời gian 100 dao động là 202,3s. Tính chiều dài con lắc đơn đồng bộ với con lắc này.

3. Đầu trên của sợi dây được buộc vào một điểm trên một trục thẳng đứng Δ . Cho trục Δ quay với vận tốc góc không đổi ω để sợi dây vẽ thành một mặt nón có nửa góc ở đỉnh là 60° .

Phân tích các lực tác dụng vào quả cầu. Tính ω và sức căng dây.

4. Bây giờ cho sợi dây và quả cầu quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng. Tìm vận tốc v_1 của tâm quả cầu ở vị trí cao nhất để sức căng dây bằng không tại vị trí này. Trong điều kiện này, tìm vận tốc v_2 của tâm quả cầu và sức căng dây ở vị trí thấp nhất.

Giải

1) Chu kì:
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a_0}{g}} = 2,006\text{s}$$

2) Chu kì con lắc kép:

$$T = \frac{202,3}{100} = 2,023\text{s}$$

Gọi l là chiều dài con lắc đơn đồng bộ, ta có:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Suy ra: $l = \frac{T^2}{4\pi^2} g = \frac{2,023^2}{4\pi^2} \cdot 9,8 = 1,017 \text{ m}$

3) Trong chuyển động tròn đều, quả cầu A cân bằng dưới tác dụng của 3 lực:

- Trọng lực $\vec{P} = m \vec{g}$ của A

- Sức căng dây $\vec{T}$

- Lực quán tính li tâm $\vec{F}'$

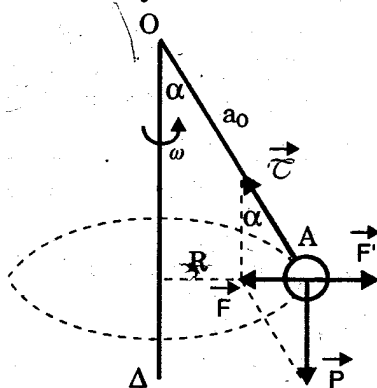
Ta có: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}' = \vec{0}$

Trong hình vẽ $\vec{F}$ là hợp lực của $\vec{P}$ và $\vec{T}$:

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

Ta có:

$$\vec{F} = -\vec{F}' \text{ hay } F = F' = mR\omega^2$$



Mặt khác: $\tan \alpha = \frac{F}{P} \text{ hay } F = P \tan \alpha$

Suy ra: $mR\omega^2 = mgt \tan \alpha ; \omega = \sqrt{\frac{g}{R} \tan \alpha}$

Với $R = a_0 \sin \alpha$. Suy ra:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{a_0 \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{9,8}{\cos 60^\circ}}$$

$$\omega = 4,427 \text{ rad/s}$$

Ngoài ra: $\cos \alpha = \frac{P}{T}$

Suy ra sức căng dây :

$$T = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\cos 60^\circ} = 2mg$$

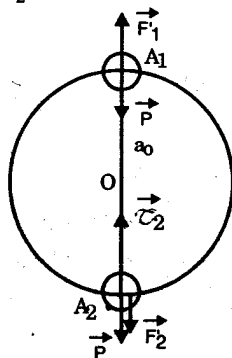
$$T = 0,98 \text{ N}$$

- 4) Tại vị trí cao nhất A_1 : sức căng dây triệt tiêu nếu lực li tâm $\vec{F}'_1$ cân bằng với trọng lượng $\vec{P}$

$$F'_1 = P \text{ hay } m \frac{v_1^2}{R} = mg$$

Suy ra: $v_1 = \sqrt{Rg} = \sqrt{a_0 g} = 3,13 \text{ m/s}$

Tại vị trí thấp nhất A_2 :



Áp dụng định lí động năng trong thời gian quả cầu đi từ A_1 tới A_2 :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_P = mgh$$

với $h = 2a_0$

Suy ra $v_2 = \sqrt{4ga_0 + v_1^2} = 7 \text{ m/s}$

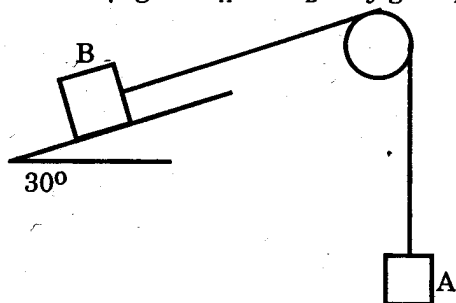
Sức căng dây tại A_2 :

$$T_2 = P + F'_2 = mg + F'_2$$

với $F'_2 = m \frac{v_2^2}{R} = 0,05 \cdot \frac{49}{1} = 2,45 \text{ N}$

Vậy $T_2 = 0,49 + 2,45 = 2,94 \text{ N}$

- 51** Cho một ròng rọc khối lượng không đáng kể, quay không ma sát quanh trục nằm ngang. Một sợi dây nhẹ, không co dãn vắt qua rãnh ròng rọc. Hai đầu dây mang hai khối A và B có khối lượng là M_A và M_B . Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$



- Cho $M_A = 0,539 \text{ kg}$, $M_B = 0,441 \text{ kg}$. Tính :
 - Gia tốc của hệ
 - Đoạn di chuyển, vận tốc và động năng của A và B sau 3s từ lúc được buông cho chuyển động.
- Bây giờ cho B ở trên một mặt nghiêng, làm với mặt nằm ngang một góc 30° . Bỏ qua sự ma sát giữa B với mặt nghiêng.
 - Hỏi M_A và M_B phải có trị số là bao nhiêu để vận tốc của hệ, sau 3s chuyển động, vẫn có trị số như ở câu (1).
Cho biết tổng số của hai khối lượng luôn luôn là $0,980 \text{ kg}$.
 - Tính sức căng dây trong chuyển động.
 - Vào lúc $t = 3\text{s}$, sợi dây bị đứt. Chuyển động của B như thế nào sau đó ? Tìm vị trí và vận tốc của B sau $1,2\text{s}$ kể từ lúc dây đứt.

Giải

1)

a) Động năng của hệ lúc đầu :

$$E_{d1} = 0$$

Động năng lúc sau , khi A đã đi xuống được một đoạn là x :

$$E_{d2} = \frac{1}{2}M_A v^2 + \frac{1}{2}M_B v^2$$

Công của các ngoại lực trong thời gian trên :

$$W = (P_A - P_B)x = (M_A - M_B)gx$$

Áp dụng định lí động năng :

$$E_{d2} - E_{d1} = W$$

$$\frac{1}{2}(M_A + M_B)v^2 = (M_A - M_B)gx$$

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian t :

$$\frac{1}{2}(M_A + M_B) \cdot 2v \cdot \frac{dv}{dt} = (M_A - M_B)g \cdot \frac{dx}{dt}$$

trong đó $\frac{dv}{dt} = a$ (gia tốc của A và B)

$$\frac{dx}{dt} = v$$

Suy ra
$$a = \frac{(M_A - M_B)g}{M_A + M_B} = \frac{0,098 \cdot 9,8}{0,980} = 0,98 \text{ m/s}^2$$

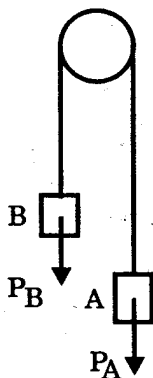
b) Đoạn di chuyển của A và B :

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,98 \cdot 9 = 4,41 \text{ m}$$

Vận tốc
$$v = at = 0,98 \cdot 3 = 2,94 \text{ m/s}$$

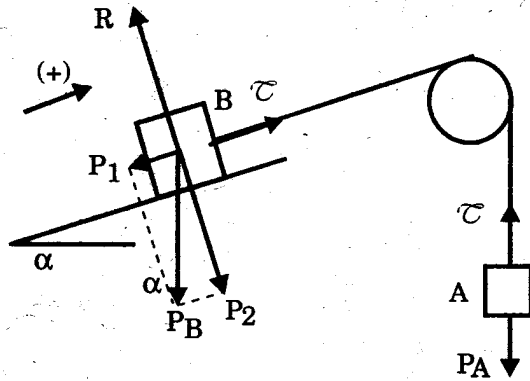
Động năng của A và B :

$$E_{dA} = \frac{1}{2}M_A v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,539 \cdot 2,94^2 = 2,33 \text{ J}$$



$$E_{dB} = \frac{1}{2} M_B v^2 = 1,91 \text{ J}$$

2)



a) Áp dụng định lí động năng :

- Trường hợp 1 : A đi xuống , B đi lên.

$$\frac{1}{2} M'_A v^2 + \frac{1}{2} M'_B v^2 = W = M'_A g x - M'_B g x \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} (M'_A + M'_B) v^2 = (M'_A - M'_B \sin \alpha) g x = \left(M'_A - \frac{M'_B}{2} \right) g x$$

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian , như câu 1, ta có gia tốc

của hệ là :
$$a = \frac{\left(M'_A - \frac{M'_B}{2} \right) g}{M'_A + M'_B}$$

Sau thời gian là 3s, vận tốc v của hệ vẫn như câu 1, vậy gia tốc a của hệ cũng không đổi

Suy ra:
$$\frac{\left(M'_A - \frac{M'_B}{2} \right) g}{M'_A + M'_B} = 0,98 \text{ m/s}^2$$

Ta có
$$M'_A - \frac{M'_B}{2} = \frac{0,98(M'_A + M'_B)}{g} = \frac{0,98 \cdot 0,98}{9,8} = 0,098$$

Vậy ta có : $M'_A - \frac{M'_B}{2} = 0,098$

$$M'_A + M'_B = 0,980$$

Suy ra: $\frac{3}{2}M'_B = 0,882$

hay $M'_B = 0,588 \text{ kg}$ và $M'_A = 0,392 \text{ kg}$

- Trường hợp 2 : B xuống dốc , A đi lên.

Làm tương tự trên, ta có :

$$a = \frac{\left(\frac{M'_B}{2} - M'_A \right) g}{M'_B + M'_A} = 0,98 \text{ m/s}^2$$

Suy ra $\frac{M'_B}{2} - M'_A = 0,098$

$$M'_B + M'_A = 0,980$$

Từ đó, ta có : $\frac{3}{2}M'_B = 1,078$

Suy ra $M'_B = 0,719 \text{ kg}$

$$M'_A = 0,261 \text{ kg}$$

b) Xét khối A :

- Trường hợp A đi xuống, B đi lên :

$$P_A - T = M'_A a$$

Suy ra sức căng dây :

$$T = P_A - M'_A a = M'_A (g - a) = 3,46 \text{ N}$$

Trường hợp B đi xuống, A đi lên :

$$T - P_A = M'_A a$$

$$T = P_A + M'_A a = M'_A (g + a) = 2,81 \text{ N}$$

c) Chuyển động của B sau khi dây đứt

- Trường hợp 1 . sau khi dây đứt , gia tốc của B là :

$$a_B = \frac{-P_1}{M_B} = \frac{-M_B g \sin \alpha}{M_B} = -g \sin \alpha = -4,9 \text{ m/s}^2$$

Phương trình chuyển động :

$$x = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_0 t \text{ với } v_0 = 2,94 \text{ m/s}$$

$$x = -2,45t^2 + 2,94t$$

(gốc thời gian là lúc dây đứt)

Vận tốc $v = a_B t + v_0 = -4,9t + 2,94$

$$v = 0 \text{ khi } t = \frac{2,94}{4,9} = 0,6 \text{ s}$$

Bảng xét dấu :

t	0	0,6s	
a	-	-	-
v	2,94m/s	+	0
va	-	0	+
x	0	chậm dần	0,882m
			nhanh dần

B tiếp tục đi lên, nhưng chậm dần, thêm một đoạn là 0,882m, sau đó đổi chiều chuyển động, đi xuống nhanh dần.

* Sau khi dây đứt 1,2s :

$$\text{Vị trí của B : } x = -2,45 \cdot (1,2)^2 + 2,94 \cdot 1,2 = 0 : \text{ B}$$

trở lại đúng vị trí ban đầu lúc dây vừa đứt

$$\text{Vận tốc : } v = -4,9 \cdot 1,2 + 2,94 = -2,94 \text{ m/s}$$

• Trường hợp 2 :

Gia tốc của B sau khi dây đứt :

$$a_B = g \sin \alpha = 4,9 \text{ m/s}^2 \text{ (chọn chiều (+) là chiều xuống dốc)}$$

Vận tốc ban đầu (lúc dây đứt) :

$$v_0 = 2,94 \text{ m/s}$$

Phương trình chuyển động :

$$x = 2,45t^2 + 2,94t$$

$$\text{Vận tốc: } v = 4,9t + 2,94 > 0$$

Tích v.a luôn luôn dương. Vậy chuyển động chỉ có một giai đoạn nhanh dần đều, đi xuống

Sau khi dây đứt 1,2s : $x = 7,056 \text{ m}$; $v = 8,82 \text{ m/s}$

52 Một thanh AB, khối lượng $m = 200\text{g}$, chiều dài $2l = 50\text{cm}$, chuyển động quanh một trục Δ là trung trục của thanh. Hai đầu thanh có gắn hai khối lượng bằng nhau là 150g , kích thước rất bé. Cho hệ quay với vận tốc là $N = 100$ vòng mỗi phút.

1. Tính động năng của hệ. Cho mômen quán tính của thanh đối với Δ là $\frac{1}{3}ml^2$

2. Các lực ma sát làm hệ quay chậm dần và ngừng lại sau 10 phút

Hỏi công suất trung bình của các lực ma sát.

3. Thanh đứng yên sau khi thực hiện được 500 vòng quay. Tính momen, giả sử là hằng số, của các lực ma sát.

4. Suy ra gia tốc góc của chuyển động trong giai đoạn này. Nghiệm lại bằng phép tính rằng thanh quay được 500 vòng trong 10 phút.

Giải

1) Động năng của hệ :

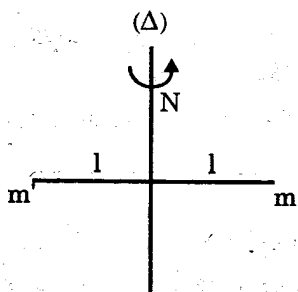
$$E_d = \frac{1}{2}I_{AB}\theta'^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}m'v^2$$

với

$$\theta' = 2\pi N = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$I_{AB} = \frac{1}{3}ml^2 = 0,0042 \text{ kg.m}^2$$

$$v = l\theta' = \frac{5\pi}{6} \text{ m/s}$$



Suy ra $E_d = 1,26 \text{ J}$

2) Sau 10 phút, động năng trên bị triệt tiêu do các lực ma sát.

Công suất trung bình của các lực ma sát :

$$P_{tb} = \frac{|W_{ms}|}{t} = \frac{E_d}{t} = \frac{1,26}{600} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

3) Công của các lực ma sát :

$$W_{ms} = -1,26 \text{ J}$$

Mặt khác: $W_{ms} = \mathcal{M}_{ms} \cdot \theta$, trong đó

$\mathcal{M}_{ms}$ = momen của các lực ma sát

θ = góc quay được trước khi ngừng

$$\theta = 500 \cdot 2\pi \text{ rad} = 1000\pi \text{ rad}$$

Suy ra

$$\mathcal{M}_{ms} = \frac{W_{ms}}{\theta} = \frac{-1,26}{1000\pi} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}$$

4) Ta có : $\mathcal{M}_{ms} = I \cdot \theta''$ với $I = I_{AB} + 2m'l^2 = 0,023 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

với θ'' là gia tốc góc trong giai đoạn quay chậm dần

$$\theta'' = \frac{\mathcal{M}_{ms}}{I} = \frac{-4 \cdot 10^{-4}}{0,023} = -0,0174 \text{ rad/s}^2$$

Góc quay trong giai đoạn chậm dần :

$$\theta = \frac{1}{2} \theta'' t^2 + \theta'_0 t$$

trong đó θ_0 là vận tốc góc ban đầu :

$$\theta_0 = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

$$\theta = -\frac{0,017}{2} \cdot 600^2 + \frac{10\pi}{3} \cdot 600 = 3148 \text{ rad}$$

hay
$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{3148}{2\pi} \approx 500 \text{ vòng}$$

53 Cho hệ gồm một hình trụ đặc khối lượng $M = 50\text{kg}$, bán kính $R = 20\text{cm}$, quay quanh trục O nằm ngang và một thanh OA gắn với hình trụ, có chiều dài $l = 60\text{cm}$. Đầu thanh có mang một khối lượng $m = 5\text{kg}$. Khối lượng thanh không đáng kể. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Lúc đầu thanh OA thẳng đứng như hình vẽ. Buông cho hệ quay.

1. Bỏ qua lực ma sát. Tính vận tốc cực đại đạt được bởi m . Tính động năng của hệ khi đó.
2. Trong thực tế, vận tốc này của m chỉ là 3m/s .
 - a) Tính công của lực ma sát trong giai đoạn chuyển động tính ở trên.
 - b) Tính momen của lực ma sát, giả sử là không đổi trong chuyển động



Giải

- 1) Vị trí (1) ban đầu của hệ là vị trí cân bằng không bền. Khi buông ra hệ sẽ quay xuống vị trí (2).

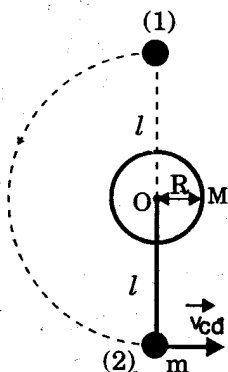
Khi m tới vị trí 2, vận tốc của m lớn nhất.

Áp dụng định lý động năng trong chuyển động của hệ từ vị trí (1) tới vị trí (2)

$$E_{d2} - E_{d1} = w = mg \cdot 2l$$

với

$$E_{d1} = 0$$



$$E_{d2} = \frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Suy ra $\frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}mv^2 = 2mgl$

mà $v = l\theta'$, $I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}50.0,2^2 = 1\text{kgm}^2$

Ta có : $\frac{1}{2}\left(\frac{I}{l^2} + m\right)v^2 = 2mgl$

$$v_{(cực đại)} = \sqrt{\frac{4mgl}{\frac{I}{l^2} + m}} = 3,89 \text{ m/s}$$

Động năng: $E_{d2} = \frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}mv^2 = 2mgl = 2.5.9,8.0,6 = 58,8 \text{ J}$

2)

a) Động năng trên thực tế :

$$E_d = \frac{1}{2}I\frac{v^2}{l^2} + \frac{1}{2}mv^2 = 35 \text{ J với } v = 3\text{m/s}$$

Số với kết quả ở câu trên, động năng bị hụt đi là :

$$\Delta E_d = 58,8 - 35 = 23,8\text{J}$$

Động năng bị giảm đi này là do bị tiêu hao bởi lực ma sát

Vậy công của lực ma sát là :

$$W_{ms} = -23,8\text{J (công cản)}$$

Ngoài ra $W_{ms} = \mathcal{M}_{ms} \cdot \theta$ với $\mathcal{M}_{ms}$ là momen của lực ma sát .

θ = góc quay từ vị trí (1) tới vị trí (2)

$$\theta = \pi \text{ rad}$$

Suy ra: $\mathcal{M}_{ms} = \frac{W_{ms}}{\theta} = \frac{-23,8}{\pi} = -7,58 \text{ Nm}$

54 Con lắc đơn P, chiều dài $l = 2\text{m}$ ở 0°C , khối lượng $m = 0,5 \text{ kg}$, được kéo khỏi vị trí cân bằng một là 5° rồi buông ra không vận tốc đầu. Trong cả bài toán, luôn luôn con lắc P được giữ ở 0°C . Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

1. Tính chu kì dao động. Xác định thời điểm con lắc đi qua vị trí cân bằng lần thứ nhất và vận tốc dài của quả cầu m khi đó.

2. Vào lúc m đi qua vị trí cân bằng, con lắc bị hãm (thắng) lại và vận tốc bị giảm đi $\frac{2}{5}$. Tìm biên độ của dao động sau đó.

Cho biết lực hãm lập tức bị triệt tiêu ngay sau khi con lắc qua vị trí cân bằng.

3. Một con lắc thứ hai P' giống hệt P nhưng dao động ở nhiệt độ 30°C . Cho hệ số nở dài của con lắc là $\lambda = 2,33 \cdot 10^{-5}$.

Tính thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp (hai con lắc đi qua cùng một vị trí, theo cùng chiều vào cùng một thời điểm)

Giải

1) Chu kì: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2,837 \text{ s}$

Thời điểm con lắc qua vị trí cân bằng lần thứ nhất :

$$t = \frac{T}{4} = 0,709 \text{ s}$$

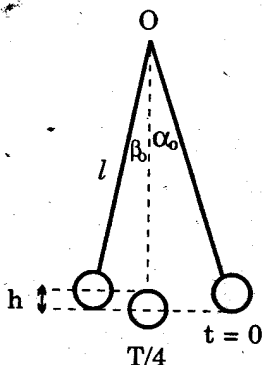
Vận tốc khi đó :

$$v_1^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

với

$$\cos\alpha = \cos 0 = 1$$

$$\cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$$



Suy ra

$$v_1^2 = gl\alpha_0^2$$

hay

$$v_1 = \alpha_0 \sqrt{gl} = 0,386 \text{ m/s}$$

- 2) Vận tốc của m tại vị trí cân bằng sau khi chịu tác dụng của lực hãm:

$$v_2 = \frac{3}{5}v_1 = 0,232 \text{ m/s}$$

Cơ năng dao động sau khi hãm là :

$$E = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5(0,232)^2 = 0,13 \text{ J}$$

Cơ năng này bằng với thế năng con lắc khi lên tới vị trí cao nhất :

$$E = mgh$$

h = độ cao lớn nhất tính đến mặt nằm ngang qua vị trí cân bằng.

$$h = \frac{E}{mg} = \frac{0,013}{0,59,8} = 0,0027 \text{ m}$$

Suy ra $\cos\beta_0 = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l}$

Vì β_0 bé nên $\cos\beta_0 = 1 - \frac{\beta_0^2}{2} = 1 - \frac{h}{l}$

Do đó $\beta_0 = \sqrt{\frac{2h}{l}} = 0,052 \text{ rad}$ hay $\beta_0 = 3^\circ$

3) Chu kì của con lắc P' :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \quad \text{với } l' = l(1 + \lambda\theta)$$

So với chu kì con lắc P :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ta có $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} = \sqrt{1 + \lambda\theta} \approx 1 + \frac{1}{2}\lambda\theta \quad (1)$

Gọi $\mathcal{T}$ là thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp, trong thời gian này nếu P' làm được n dao động thì P làm được n + 1 dao động

$$\mathcal{T} = nT' = (n + 1)T$$

hay $n(T' - T) = T$

Suy ra $n = \frac{T}{T' - T}$

Mà từ (1), ta có :

$$\frac{T'}{T} - 1 = \frac{T' - T}{T} = \frac{1}{2}\lambda\theta$$

Vậy $n = \frac{2}{\lambda\theta} = \frac{2}{2,33 \cdot 10^{-5} \cdot 30} = 2861$

Suy ra $\mathcal{T} = (n + 1)T = 2862 \cdot 2,837 = 8119 \text{ s}$

$$\mathcal{T} = 2\text{g}15\text{p}19\text{gy}$$

55 Một thanh cứng, khối lượng không đáng kể, chiều dài 60cm, có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua trung điểm O của thanh. Trên thanh này có hai khối M và M' đồng nhất rất bé, khối lượng là $m = 2g$, có thể trượt trên thanh. Đặt $l = OM$ và $l' = OM'$. Lấy $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

1. Bỏ qua ma sát. Nếu trên thanh chỉ có khối M và $l = 30\text{cm}$. Tính chu kì T_0 con lắc khi biên độ nhỏ.
2. Giữ nguyên vị trí của M. Đặt thêm M' trên thanh. Tính chu kì T của các dao động nhỏ của hệ.

Viết biểu thức của T theo T_0 và theo $x = \frac{l'}{l}$ (l' có thể dương

hay âm tùy theo M' cùng bên với M đối với O hay trái bên với M)

Biểu diễn trên đồ thị sự biến thiên của T^2 theo x . Hỏi chu kì nhỏ nhất của con lắc này?

3. Các khối M và M' ở 2 bên điểm O và được giữ cách đều O là 30cm. Hệ lúc đầu quay với vận tốc 2 vòng /s, bị chậm dần do lực ma sát và ngừng lại sau 20s. Tính momen, coi là hằng số, của các lực ma sát đối với trục quay. Tính cơ năng biến thành nhiệt do ma sát.

Giải

1) Chu kì : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1,1\text{s}$

2) Chu kì con lắc kép :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{2mga}}$$

trong đó $a = \overline{OG} = \frac{m.l + m.l'}{2m}$

$$a = \frac{l + l'}{2}$$

và momen quán tính :

$$I = ml^2 + ml'^2 = m(l^2 + l'^2)$$

Suy ra:
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2 + l'^2}{g(l + l')}}}$$

hay
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{l \left(1 + \frac{l'^2}{l^2}\right)}{l + l'}}$$

$$= T_0 \sqrt{\frac{1+x^2}{1+x}} \text{ với } x = \frac{l'}{l}$$

với qui ước $x > 0$ khi M và M' ở cùng bên

$x < 0$ khi M và M' ở khác bên (so với trục quay O)

Suy ra
$$T^2 = T_0^2 \frac{1+x^2}{1+x}$$

Đặt $y = T^2$, ta có:

$$y = T_0^2 \frac{1+x^2}{1+x}, -1 \leq x \leq +1$$

Đạo hàm
$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2x - 1}{(1+x)^2} T_0^2$$

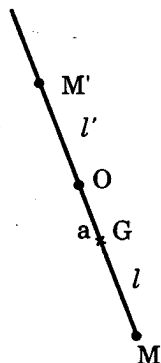
$$y' = 0 \text{ khi } x = 0,414 \text{ và } x = -2,414 \text{ (loại)}$$

Bảng biến thiên :

x	-1	0,414	+1
y'	$-\infty$	0	0,5
y	∞	3,247	$T_0^2 = 4,020$

Chu kì nhỏ nhất ứng với vị trí cực tiểu của đường biểu diễn trên :

$$T_{ct} = \sqrt{3,247} = 1,802 \text{ s}$$



Khi đó $x = \frac{l'}{l} = 0,414$

Suy ra M' cách O là :

$$l' = 0,414.l = 12,42 \text{ cm}$$

3) Động năng lúc đầu của hệ

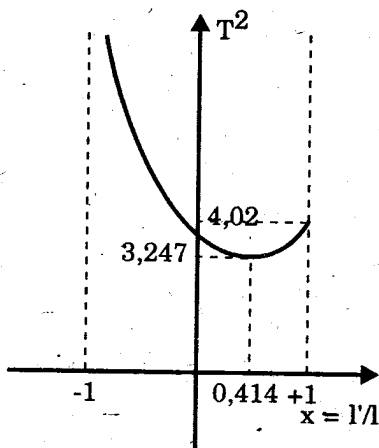
$$E_d = \frac{1}{2}mv^2 \cdot 2 = mv^2$$

mà , $v = l'\theta' = 2\pi N.l$ với $N = 2 \text{ vòng/s}$

$$E_d = 0,002.(2\pi.2.0,3)^2 = 2840.10^{-5} \text{ J}$$

Sau 20s, động năng này biến hết thành nhiệt do sự ma sát.

Vậy công của các lực ma sát là :



$$W_{ms} = -284.10^{-4} \text{ J (công cản)}$$

Mômen của các lực ma sát là hằng số nên suy ra chuyển động của hệ là chậm dần đều.

Ta có: $\theta' = \theta''t + \theta'_0$ với $\theta'_0 = 2\pi N = 4\pi \text{ rad/s}$

Khi hệ ngừng quay : $\theta' = 0$

Suy ra gia tốc góc :

$$\theta'' = \frac{\theta' - \theta'_0}{t} = \frac{0 - 4\pi}{20} = -\frac{\pi}{5} \text{ rad/s}^2$$

Gọi M_{ms} là momen của các lực ma sát. Ta có :

$$W_{ms} = M_{ms} \cdot \theta$$

trong đó $\theta = \frac{1}{2}\omega^2 t^2 + \omega_0 t = \frac{1}{2}\left(-\frac{\pi}{5}\right)20^2 + 4\pi \cdot 20 = 40\pi \text{ rad}$

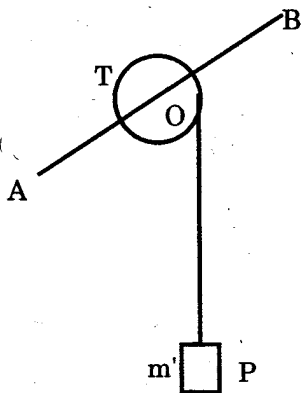
Suy ra $M_{ms} = \frac{W_{ms}}{\theta} = \frac{-284 \cdot 10^{-4}}{40\pi} = 2,26 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}$

Cơ năng biến thành nhiệt chính là $284 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

56 Một thanh AB, trung điểm là O, khối lượng $m = 125 \text{ g}$, chiều dài 60 cm , được gắn với một hình trụ rỗng T có trục nằm ngang vuông góc với AB tại O. khối lượng hình trụ là $M = 100 \text{ g}$, bán kính $R = 4 \text{ cm}$. Hệ quay quanh trục của hình trụ với ma sát không đáng kể, nhờ một trọng lượng P treo vào một sợi dây cuốn trên mặt hình trụ. Khối lượng của P là $m' = 50 \text{ g}$. Lấy $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

1. Tính momen quán tính của hệ đối với trục quay.
2. Tính gia tốc của P, gia tốc góc của hình trụ, gia tốc dài của hai đầu A, B của thanh.
3. Sau khi P rơi được 100 cm , dây treo bị cắt. Tính vận tốc dài của A và B khi đó. Tính động năng của hệ.
4. Trong thực tế, sau khi cắt dây, hệ có vận tốc ban đầu như câu (3), sẽ chuyển động chậm dần và ngừng lại sau khi quay thêm được 120 vòng. Tính momen ma sát trong giai đoạn chuyển động này. Cho momen quán tính của thanh

là $I = \frac{1}{3}mb^2$, với $b = \frac{1}{2}AB$



Giải

1) Momen quán tính của hệ :

$$I = I_{AB} + I_T = \frac{1}{3}mb^2 + MR^2$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot 0,125 \cdot 0,3^2 + 0,1 \cdot 0,04^2 = 39 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$$

2) Động năng của hệ :

- Trước khi chuyển động :

$$E_{d1} = 0$$

- Khi P rơi được một đoạn x :

$$E_{d2} = \frac{1}{2}I\theta'^2 + \frac{1}{2}m'v^2 \text{ với } \theta' = \frac{v}{R}$$

$$E_{d2} = \frac{1}{2} \frac{I}{R^2} v^2 + \frac{1}{2} m' v^2$$

Định lí động năng :

$$E_{d2} - E_{d1} = P_x = m'gx$$

$$\text{Suy ra : } \frac{1}{2} \left(\frac{I}{R^2} + m' \right) v^2 - 0 = m'gx$$

Lấy đạo hàm 2 vế ta có :

$$\left(\frac{I}{R^2} + m' \right) v \cdot a = m'gv$$

Suy ra gia tốc dài của P :

$$a = \frac{m'g}{\frac{I}{R^2} + m'} = \frac{0,05 \cdot 9,81}{\frac{39 \cdot 10^{-4}}{0,04} + 0,05} = 0,197 \text{ m/s}^2$$

Gia tốc góc của hình trụ :

$$\theta'' = \frac{a}{R} = \frac{0,197}{0,04} = 4,925 \text{ rad/s}^2$$

Gia tốc dài của A và B :

$$a_A = a_B = \theta'' \cdot b = 4,925 \cdot 0,3 = 1,478 \text{ m/s}^2$$

3) Vận tốc của P khi cắt dây :

$$v^2 = 2ax = 2 \cdot 0,197 \cdot 1 = 0,394$$

$$v = 0,628 \text{ m/s}$$

Vận tốc góc của hình trụ :

$$\theta' = \frac{v}{R} = 15,69 \text{ rad/s}$$

Suy ra vận tốc dài của A và B :

$$v_A = v_B = \theta' \cdot b = 4,71 \text{ m/s}$$

Động năng của hệ khi dây đứt :

$$E_d = \frac{1}{2} I \theta'^2 + \frac{1}{2} m' v^2$$

$$E_d = 0,49 \text{ J}$$

4) Gọi gia tốc góc của hệ trong giai đoạn chậm dần là θ''_1

Tính vận tốc góc của hệ :

$$\theta'^2 - \theta'_0{}^2 = 2\theta''_1 \cdot \theta$$

với $\theta'_0 = 15,69 \text{ rad/s}$, $\theta = 2\pi \cdot 120 \text{ rad}$ ứng với $\theta' = 0$ (lúc ngừng quay)

$$\text{Suy ra } \theta''_1 = \frac{\theta'^2 - \theta'_0{}^2}{2\theta} = \frac{0 - 15,69^2}{480\pi} = -0,163 \text{ rad/s}^2$$

Công ma sát bằng động năng của hệ lúc dây vừa bị cắt :

$$W_{ms} = -0,49 \text{ J (công cản)}$$

$$\text{Mặt khác } W_{ms} = \mathcal{M}_{ms} \cdot \theta$$

Suy ra momen ma sát :

$$\mathcal{M}_{ms} = \frac{W_{ms}}{\theta} = \frac{-0,49}{240\pi} = 65 \cdot 10^{-5} \text{ Nm}$$

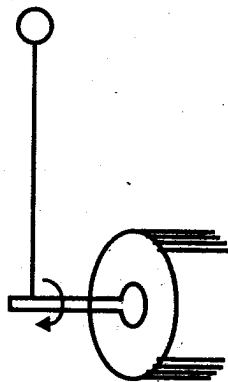
57 Một thanh cứng khối lượng không đáng kể, chiều dài 20 cm, ở một đầu có gắn một quả cầu đặc có bán kính $R = 5\text{cm}$ và khối lượng $m = 100\text{g}$. Đầu kia của thanh gắn vào một trục ab vuông góc với thanh. Hệ có thể quay quanh trục này không ma sát. Thực hiện các thí nghiệm sau :

1. Cho hệ dao động như một con lắc, ta thấy thời gian để hệ làm đúng 200 dao động là $3\pi 22\text{gy} \frac{1}{5}$ với sai số lớn nhất là $\frac{1}{5}$ giây.

Tìm chu kì dao động ? Sai số lớn nhất của phép đo chu kì này là bao nhiêu? Tính chiều dài con lắc đơn đồng bộ. Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$. Tính lại chu kì trên từ lí thuyết.

2. Hệ được treo bên trong một xe hơi sao cho trục quay ab nằm ngang và vuông góc với phương chuyển động của xe. cho xe chuyển động nhanh dần đều. Tìm vị trí cân bằng mới của thanh . Cho biết xe đạt vận tốc 90km/giờ sau khi chạy được 250 m.

3. Thanh có mang quả cầu được gắn vào trục một mô tơ. khi trục mô tơ quay , thanh và quả cầu sẽ quay trong một mặt phẳng thẳng đứng. Cho mô tơ quay với vận tốc không đổi là 3 vòng/s



- a) Giải thích tại sao sức căng của thanh không phải là hằng số trong khi quay .
- b) Tính sức căng của thanh : - Tại điểm thấp nhất ; - Tại điểm cao nhất
- c) Lập biểu thức tổng quát của sức căng trên theo thời gian. Lấy gốc thời gian là lúc m ở vị trí thấp nhất.
Khối lượng quả cầu được coi là tập trung tại tâm.

Giải

1) Thời gian con lắc thực hiện dao động là :

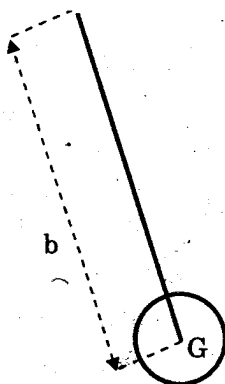
$$\theta = 360^\circ \cdot \frac{1}{5} = 72^\circ$$

với sai số lớn nhất là: $\Delta\theta = \frac{1}{5}^\circ = 0,2^\circ$

Suy ra chu kì con lắc kép :

$$T = \frac{202,2}{200} = 1,011 \text{ s}$$

Với sai số lớn nhất là: $\Delta T = \frac{\Delta\theta}{200} = 0,001 \text{ s}$



Con lắc đơn đồng bộ có chu kì là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Suy ra
$$l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{1,011^2 \cdot 9,8}{4\pi^2} = 0,254 \text{ m}$$

Tìm lại các kết quả từ lí thuyết :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgb}}$$

Trong đó : $b = 25 \text{ cm}; I = I_G + mb^2$

$$I = \frac{2}{5}mR^2 + mb^2$$

$$I = 0,00635 \text{ kg.m}^2$$

Suy ra

$$T = 1,011 \text{ s}$$

2) Xe chạy có gia tốc $\vec{a}$ cùng chiều chuyển động.

Lực quán tính $\vec{F}' = -m\vec{a}$ đặt vào quả cầu làm thanh lệch về phía sau một góc α

$$\text{tg}\alpha = \frac{F'}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

Mặt khác, xét chuyển động của xe, ta có :

$$v^2 = 2ax$$

với

$$v = 90 \text{ km/s} = 25 \text{ m/s}$$

Suy ra

$$a = \frac{v^2}{2x} = \frac{25^2}{2.250} = 1,25 \text{ m/s}^2$$

Vậy

$$\text{tg}\alpha = \frac{1,25}{9,80} = 0,1275$$

Suy ra

$$\alpha = 7^\circ 16'$$

3) Các lực tác dụng vào quả cầu :

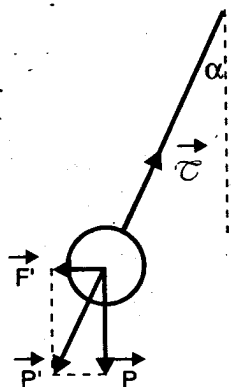
- Trọng lượng $\vec{P} = m\vec{g}$ thẳng đứng, luôn hướng xuống

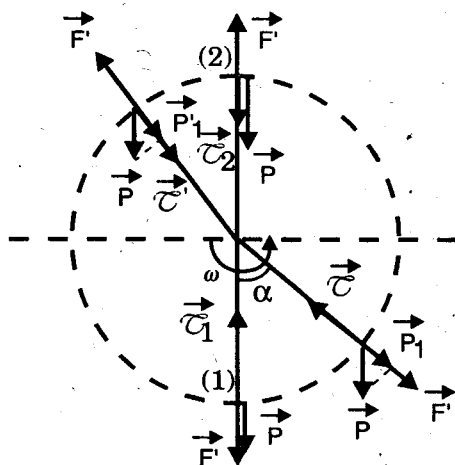
- Lực li tâm $\vec{F}''$ có trị số không đổi :

$$F'' = m\omega^2 R$$

- Sức căng $\vec{T}$ của thanh

Sức căng $\vec{T}$ cân bằng với $\vec{F}'' + \vec{P}_1$ trong đó $\vec{P}_1$ là hình chiếu của $\vec{P}$ xuống phương của thanh.





Trong khi thanh quay, trị số của P_1 thay đổi theo góc α nên sức căng $\mathcal{T}$ cũng biến thiên

Tại vị trí (1) thấp nhất :

$$\mathcal{T}_1 = P + F' = mg + m\omega^2 R$$

với $\omega = 2\pi N = 6\pi \text{ rad/s}$

$$\mathcal{T}_1 = 0,1(9,8 + 36\pi^2 \cdot 0,25) = 9,854 \text{ N}$$

Tại vị trí (2) cao nhất :

$$\mathcal{T}_2 = F' - P = m(\omega^2 R - g) = 7,894 \text{ N}$$

Tại vị trí bất kì :

$$\mathcal{T} = P_1 + F' = mg \cos \alpha + m\omega^2 R$$

với $\alpha = \omega t = 6\pi t$; $m\omega^2 R = 0,1 \cdot 36\pi^2 \cdot 0,25 = 0,9\pi^2$

Suy ra $\mathcal{T} = 0,9\pi^2 + 0,98 \cos 6\pi t \text{ (N)}$

58

1. Một con lắc đơn P , chiều dài l , khối lượng m dao động trong mặt phẳng thẳng đứng, quanh một trục D . Lúc đầu, kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc là α_0 nhỏ rồi buông ra (lúc $t = 0$) không vận tốc đầu.
 - a) Viết phương trình dao động theo góc lệch quay α
 - b) Tìm vận tốc của m khi góc lệch là α
 - c) Cho $g = 9,80 \text{ m/s}^2$, $l = 1,35 \text{ m}$. Tính chu kì.
Chu kì thay đổi bao nhiêu nếu g tăng thêm là $0,005 \text{ m/s}^2$ và l tăng thêm là $0,005 \text{ m}$?
2. Xét một con lắc P' có cùng chiều dài l và khối lượng m như con lắc P . Con lắc P' có thể dao động trong cùng mặt phẳng với P , xung quanh một trục D' song song với D và rất gần trục này. Hai trục D và D' trong cùng một mặt phẳng nằm ngang. Lúc đầu, P' đứng yên, P được kéo khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ α_0 rồi được buông ra không vận tốc đầu. Giả sử trong sự đụng giữa hai con lắc, động năng của hệ hai con lắc được bảo toàn.
 - a) Xác định vận tốc v và v' của hai con lắc ngay sau khi đụng
 - b) Suy ra vị trí của hai con lắc vào những lần đụng sau.

Giải

1)

a) Phương trình tổng quát :

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi) = \alpha_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

Khi $t = 0$: $\alpha = \alpha_0 = \alpha_0 \sin\varphi$

Suy ra $\sin\varphi = 1$ hay $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Vậy: $\alpha = \alpha_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)$

b) Tại vị trí ngoại biên A_1 : $v_0 = 0$

Động năng $E_{d0} = 0$

Tại vị trí A, động năng là:

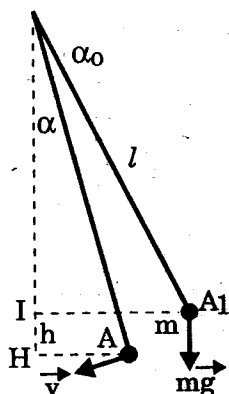
$$E_d = \frac{1}{2}mv^2$$

Áp dụng định lí động năng :

$$E_d - E_{d0} = W = mgh$$

với

$$h = IH = l(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$



Vậy $\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

Suy ra $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$
(vì α và α_0 bé)

c) Chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,35}{9,80}} = 2,331s$

Nếu l và g tăng : chu kì là $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}$

với $l' = l + 0,005 = l\left(1 + \frac{0,005}{l}\right)$

$$g' = g + 0,005 = g\left(1 + \frac{0,005}{g}\right)$$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l\left(1 + \frac{0,005}{l}\right)}{g\left(1 + \frac{0,005}{g}\right)}} = T \sqrt{\frac{1 + \frac{0,005}{l}}{1 + \frac{0,005}{g}}}$$

$$T' \approx T \left(1 + \frac{0,005}{2l}\right) \left(1 - \frac{0,005}{2g}\right)$$

$$T' \approx T \left(1 + \frac{0,005}{2l} - \frac{0,005}{2g}\right)$$

với $l = 1,35\text{m}$; $g = 9,80\text{m/s}^2$

$$T' \approx 2,335 \text{ s}$$

Vậy chu kì tăng thêm là:

$$\Delta T = T' - T = 0,004 \text{ s}$$

2)

a) Vận tốc của m' trước khi đụng là $v_1 = 0$.

Vận tốc của m ngay trước khi đụng là vận tốc khi về tới vị trí cân bằng : $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)} \text{ hay } v_1 = \sqrt{gl\alpha_0^2}$$

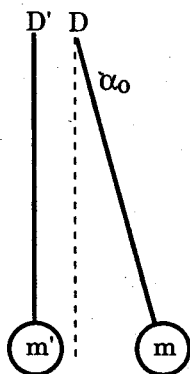
Động lượng được bảo toàn trong sự đụng , ta có :

$$mv_1 + m'v'_1 = mv + m'v' \text{ với } m = m'$$

Suy ra

$$v_1 = v + v'$$

(1)



Động năng của hệ được bảo toàn, nên

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v^2 + v'^2)$$

$$v_1^2 = v^2 + v'^2 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2), suy ra :

$$(v + v')^2 = v^2 + v'^2$$

Từ đó, ta có $vv' = 0$. Vậy : hoặc $v = 0$, hoặc $v' = 0$

- Nếu $v = 0$, ta có $v' = v_1 = \alpha_0 \sqrt{gl}$
- Nếu $v' = 0$, ta có $v = v_1$ (trường hợp này vô lí : sau khi bị đụng, m' vẫn đứng yên và m vẫn chuyển động với vận tốc như cũ)
- b) Theo kết quả trên : sau khi đụng, m đứng yên ở vị trí cân bằng, m' bắn đi với vận tốc là $\vec{v}' = \vec{v}_1$, nghĩa là có động năng ban đầu là $\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv_1^2$. Vật m' càng lên cao, động năng này biến dần thành thế năng . Tại vị trí cao nhất, con lắc P' có góc lệch là α_0 . Sau đó hiện tượng lặp lại giống như ban đầu nhưng theo chiều ngược lại : trước khi đụng thì m đứng yên, m' có vận tốc $-\vec{v}_1$, sau khi đụng m' đứng yên ở vị trí ở vị trí cân bằng, m bắn đi với vận tốc $-\vec{v}_1$

59 Một lò xo khối lượng không đáng kể, có mang một quả cầu A khối lượng $M = 200g$. Khi đầu kia treo vào một điểm cố định thì chiều dài lò xo là $l_1 = 40cm$. Lò xo dài thêm $1cm$ nếu người ta thêm vào M một gia trọng là $m = 50g$. Lấy $g = 10m/s^2$ và $\pi^2 = 10$

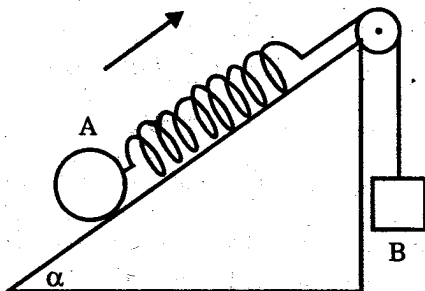
1. Quả cầu A ở trên một mặt phẳng , nghiêng một góc 30° với mặt nằm ngang. Bỏ qua sự ma sát giữa A với mặt nghiêng. Đầu kia của lò xo được gắn vào một điểm cố định trên mặt nghiêng.

a) Tìm chiều dài l_2 của lò xo.

b) A đang ở vị trí cân bằng. Tác dụng vào A một lực bằng $F = 1\text{N}$ theo phương cân bằng của lò xo, sau đó lực này bị triệt tiêu ngay. Viết phương trình dao động của A. Lấy gốc thời gian là lúc tác dụng lực $\vec{F}$ vào A.

2. Quả cầu A vẫn ở trên mặt nghiêng. Đầu trên của lò xo được nối với một sợi dây quàng qua một ròng rọc rất nhẹ. Đầu kia của sợi dây có mang một khối B. Tìm chiều dài l_3 của lò xo khi hệ chuyển động theo chiều mũi tên với gia tốc $a = 1\text{m/s}^2$. Tìm khối lượng của B.

3. Lò xo vẫn mang quả cầu A. Đầu kia của lò xo được gắn vào một trục Δ thẳng đứng có chuyển động quay đều. Trong khi hệ quay, lò xo làm với trục Δ một góc là $\beta = 45^\circ$. Tìm chiều dài l_4 lò xo và vận tốc quay của trục Δ



Giải

Hệ số đàn hồi của lò xo :

$$k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,05 \cdot 10}{0,01} = 50\text{N/m}$$

Khi chỉ treo quả cầu A, độ dãn là :

$$\Delta l_1 = \frac{Mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{50} = \frac{2}{50} = 4\text{cm}$$

Chiều dài không co dãn của lò xo là :

$$l_0 = l_1 - \Delta l_1 = 40 - 4 = 36\text{ cm}$$

1) Khi hệ ở trên mặt phẳng nghiêng.

a) Xét khi A ở vị trí cân bằng .

Lực tác dụng vào A :

- Trọng lượng $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$ ($\vec{P}_1 \perp CD$, $\vec{P}_2 \parallel CD$)

- Phản lực của mặt nghiêng $\vec{R}$: $\vec{R} + \vec{P}_1 = \vec{0}$

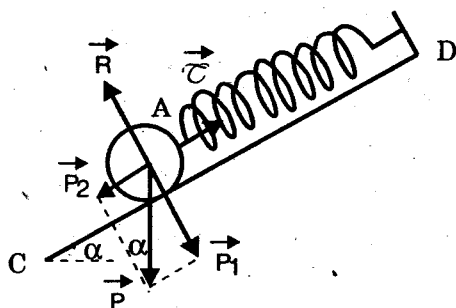
- Sức căng lò xo $\vec{T}$

Khi A cân bằng :

$$T = P_2 = P \sin \alpha = M g \sin \alpha$$

Suy ra độ dãn lò xo :

$$\Delta l_2 = \frac{T}{k} = \frac{M g \sin \alpha}{k} = \frac{0,2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{50} = \frac{1}{50} \text{ m}$$



$$\Delta l_2 = 2 \text{ cm}$$

Chiều dài lò xo :

$$l_2 = l_0 + \Delta l_2 = 38 \text{ cm}$$

b) Khi bị tác dụng lực $\vec{F}$, quả cầu A dời khỏi vị trí cân bằng một đoạn là :

$$a = \frac{F}{k} = \frac{1}{50} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

Độ dời này chính là biên độ dao động của A sau khi lực $\vec{F}$ bị triệt tiêu.

Phương trình dao động : $x = a \sin(\omega t + \varphi)$

với
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{50}{0,2}} = 5\sqrt{10} \approx 5\pi \text{ rad/s}$$

Vào lúc $t = 0$: A ở vị trí cân bằng nên :

$$x = 0 = a \sin \varphi$$

Suy ra $\sin \varphi = 0$ hay $\varphi = 0$ hoặc $\varphi = \pi$

Nếu chọn chiều chuyển động lúc ban đầu của A làm chiều dương thì:

$$v(t = 0) = a \cos \varphi > 0 \text{ hay } \cos \varphi > 0$$

Ta có :

$$\varphi = 0$$

Vậy

$$x = a \sin \omega t$$

$$x = 2 \sin 5\pi t \text{ (cm)}$$

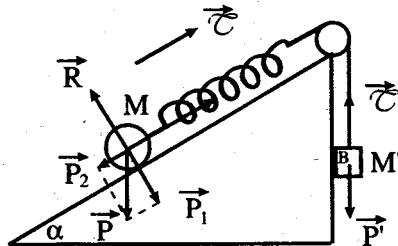
2). Xét chuyển động của M :

$$\vec{P}_1 + \vec{R} = 0$$

$$\mathcal{T} - P_2 = Ma$$

$$\mathcal{T} = P_2 + Ma = M(g \sin \alpha + a)$$

$$\mathcal{T} = 0,2(10 \cdot \frac{1}{2} + 1) = 1,2 \text{ N}$$



Độ giãn lò xo:

$$\Delta l_3 = \frac{\mathcal{T}}{k} = \frac{1,2}{50} \text{ m} = 2,4 \text{ cm}$$

Chiều dài lò xo :

$$l_3 = l_0 + \Delta l_3 = 38,4 \text{ cm}$$

Xét chuyển động của B :

$$P' - \mathcal{T} = M'a \text{ hay } M'(g - a) = \mathcal{T}$$

$$M' = \frac{\mathcal{T}}{g - a} = \frac{1,2}{9} \text{ kg} = 133,3 \text{ g}$$

3) Các lực tác dụng vào A :

- Trọng lượng $\vec{P}$
- Sức căng lò xo $\vec{T}$

Gọi $\vec{F}'$ là lực quán tính li tâm, ta có :

$$\vec{F}' + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$$

hay $\vec{P}' + \vec{T} = \vec{0}$

với $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}'$

Ta có sức căng lò xo :

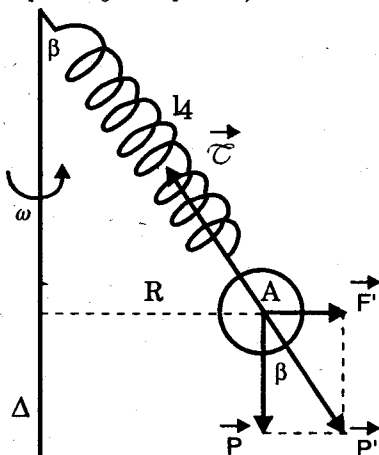
$$T = P' = \frac{P}{\cos\beta} = \frac{Mg}{\cos\beta} = 2\sqrt{2} \text{ N}$$

Độ dãn lò xo :

$$\Delta L_4 = \frac{T}{k} = \frac{2\sqrt{2}}{50} \text{ m} = 5,66 \text{ cm}$$

Chiều dài lò xo :

$$l_4 = l_0 + \Delta L_4 = 41,66 \text{ cm}$$



Ngoài ra $F' = P \cdot \tan\beta = Mgtg45^\circ = 2 \text{ N}$ hay $M\omega^2 R = 2 \text{ N}$

Vận tốc góc của A và trục quay Δ :

$$\omega = \sqrt{\frac{F'}{MR}} \quad \text{với } R = l_4 \cdot \sin\beta = 29,45 \text{ cm}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{0,20,2945}} = 5,827 \text{ rad/s}$$

60 Một thanh nhẹ, quay quanh một trục O nằm ngang vuông góc với thanh, có mang hai khối nhỏ m_1 và m_2 ở hai bên trục quay : m_1 cố định, m_2 có thể di chuyển trên thanh. Vị trí của m_1 và m_2 lần lượt là A và B. Đặt $OA = c$, $OB = x$

1. Tính khoảng cách a từ trục quay O tới trọng tâm G của hệ theo m_1 , m_2 , c , x .

Tìm chiều dài con lắc đơn đồng bộ và chu kỳ con lắc kép nói trên khi dao động với biên độ nhỏ. Áp dụng bằng số : $m_1 = 90\text{g}$, $m_2 = 10\text{g}$, $c = 5\text{cm}$, $x = 5\text{cm}$. Tính a , l , T

2. Con lắc được dùng làm máy đánh nhịp và máy này gõ một tiếng sau mỗi nửa chu kỳ. Gọi n là số tiếng mỗi phút. Cho m_2 di chuyển trên thanh để x biến thiên trong khoảng 6cm và 35cm. Ngoài ra C vẫn là 5cm

a) Khi cho m_2 ra xa dần O thì n tăng hay giảm ?

b) Xác định x ứng với $n = 120$

3. Máy đang đánh nhịp với $n = 120$, người ta nghiêng máy đi để trục quay làm một góc 30° với mặt phẳng nằm ngang. Tìm giá trị mới n' của n .

Lấy $g = \pi^2 \text{m/s}^2$

Giải

- 1) Vị trí trọng tâm :

$$a = |OG| = \left| \frac{-m_2 x + m_1 c}{m_1 + m_2} \right|$$

Chu kỳ con lắc kép :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{(m_1 + m_2)ga}}$$

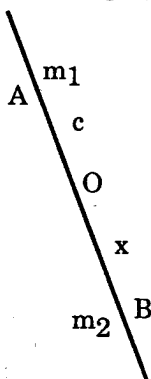
với

$$I = m_1 c^2 + m_2 x^2$$

Suy ra

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(m_1 c^2 + m_2 x^2)}{g|-m_2 x + m_1 c|}}$$

Gọi l là chiều dài con lắc đơn đồng bộ, ta có :



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 c^2 + m_2 x^2}{g|-m_2 x + m_1 c|}}$$

Suy ra

$$l = \frac{m_1 c^2 + m_2 x^2}{|-m_2 x + m_1 c|}$$

Áp dụng bằng số : $m_1 = 0,09 \text{ kg}$, $m_2 = 0,01 \text{ kg}$; $c = x = 0,05 \text{ m}$

Suy ra : $a = \overline{OG} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$ ($\overrightarrow{OG}$ cùng chiều với $\overrightarrow{OA}$)

$$l = \frac{2,5}{40} \text{ m} = 6,25 \text{ cm}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,0625}{\pi^2}} = 0,5 \text{ s}$$

2) Thời gian giữa hai lần gõ tiếng liên tiếp của máy là :

$$\frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m_1 c^2 + m_2 x^2}{g|m_1 c - m_2 x|}} \text{ (s)}$$

Suy ra số lần gõ trong một phút là :

$$n = \frac{60}{T/2} = \frac{60}{\pi} \sqrt{\frac{g|m_1c - m_2x|}{m_1c^2 + m_2x^2}} \quad \text{với } 6 \text{ cm} \leq x \leq 35 \text{ cm}$$

• **Nhận xét :** $m_1c = 0,09.0,05 = 45.10^{-4}$

$$m_2x \text{ (lớn nhất)} = 0,01.0,35 = 35.10^{-4}$$

Vậy trong khoảng thời gian biến thiên của x , ta luôn luôn có $m_1c > m_2x$.

Do đó : $|m_1c - m_2x| = m_1c - m_2x$

Vậy
$$n = \frac{60}{\pi} \sqrt{\frac{g(m_1c - m_2x)}{m_1c^2 + m_2x^2}}$$

Khi cho m_2 ra xa dần trục trục quay O thì x tăng do đó $\frac{m_1c - m_2x}{m_1c^2 + m_2x^2}$ giảm nên n cũng giảm

Với $n = 120$, ta có :

$$120 = \frac{60}{\pi} \sqrt{\frac{g(m_1c - m_2x)}{m_1c^2 + m_2x^2}}$$

Suy ra
$$4\pi^2 = \frac{g(m_1c - m_2x)}{m_1c^2 + m_2x^2} \quad \text{với } g = \pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$4(m_1c^2 + m_2x^2) = m_1c - m_2x$$

$$0,09 + 4x^2 = 0,45 - x$$

hay
$$4x^2 + x - 0,36 = 0$$

Suy ra
$$x = -0,45 \text{ m (trái giả thiết, loại)}$$

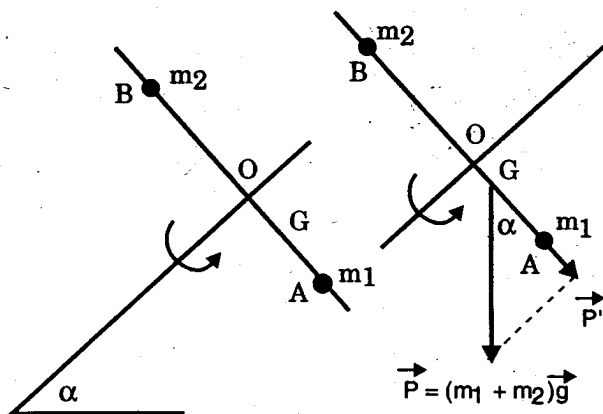
và
$$x = 0,20 \text{ m}$$

Trong trường hợp này, ta có :

$$a = \frac{m_1c - m_2x}{m_1 + m_2} = \frac{0,09.0,05 - 0,01.0,2}{0,1} = 0,025 \text{ m}$$

$$a = 2,5 \text{ cm}$$

3)



Con lắc (máy đánh nhịp) dao động trong mặt phẳng vuông góc với trục quay, do tác dụng của trọng lượng biểu kiến $\vec{P}'$ (hình chiếu của $\vec{P}$ xuống mặt phẳng dao động)

$$P' = P \cdot \cos \alpha = (m_1 + m_2)g \cos \alpha \quad \text{với } \alpha = 30^\circ$$

Đặt $P' = (m_1 + m_2)g'$, suy ra :

$$g' = g \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} g \quad \text{m/s}^2$$

Chu kì con lắc kép là :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{(m_1 + m_2)g'a}}$$

với

$$I = m_1 c^2 + m_2 x^2 = 0,09 \cdot 0,05^2 + 0,01 \cdot 0,2^2$$

$$I = 625 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$a = \frac{m_1 c - m_2 x}{m_1 + m_2} = \frac{25 \cdot 10^{-4}}{0,1} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Suy ra

$$T' = 1,075 \text{ s}$$

Ta có

$$n' = \frac{60}{T'/2} = \frac{120}{T'} = \frac{120}{1,075} = 111,6$$

61 Một thanh AB có chiều dài $l = 40\text{cm}$ có thể quay trong một mặt phẳng thẳng đứng, quanh một trục nằm ngang đi qua A. Bỏ qua lực ma sát ở trục quay.

1. Kéo thanh khỏi vị trí cân bằng một góc là 45° rồi buông cho dao động. Tìm vận tốc dài của đầu B khi thanh qua vị trí cân bằng.
2. Thanh đang ở vị trí cân bằng, phải truyền cho thanh một vận tốc góc tối thiểu ω_0 là bao nhiêu để thanh lên tới được vị trí cao nhất nằm ngang.
Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$.

Giải

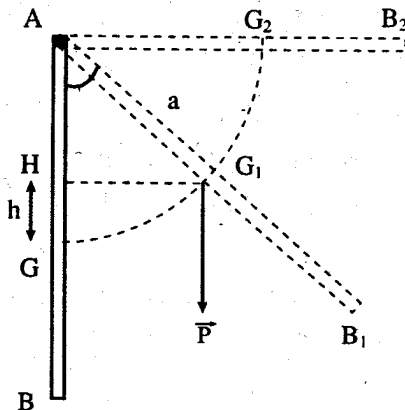
- 1) Ở vị trí ban đầu AB_1 , động năng của thanh là $E_{d1} = 0$
 Khi về tới vị trí cân bằng, động năng của thanh là :

$$E_d = \frac{1}{2} I_A \theta'^2$$

Theo định lí Huygens, ta có :

$$I_A = I_G + Ma^2 \text{ với } a = \frac{l}{2},$$

$$I_G = \frac{1}{3} Ma^2, \quad I_A = \frac{4}{3} Ma^2$$



Áp dụng định lí động năng trong chuyển động của thanh từ vị trí AB_1 tới vị trí cân bằng AB .

$$\Delta E_d = E_d - E_{d1} = W_p$$

trong đó $W_p = Ph = Mg (AG - AH) = Mga (1 - \cos\theta_1)$

với $\cos\theta_1 = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ta có : $\frac{1}{2} I_A \theta'^2 - 0 = Mga (1 - \cos\theta_1)$

hay $\frac{2}{3} Ma^2 \theta'^2 = Mga (1 - \cos 45^\circ)$

$$\theta' = \sqrt{\frac{3g}{2a} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

với $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $a = 0,2 \text{ m}$, suy ra : $\theta' = 4,7 \text{ rad/s}$

Vận tốc dài của đầu B ở vị trí cân bằng :

$$v_B = l \theta' = 0,4.4,7 = 1,88 \text{ m/s}$$

- 2) Động năng tối thiểu phải truyền cho thanh đang ở vị trí cân bằng để có thể lên tới vị trí nằm ngang là :

$$E_{d0} = \frac{1}{2} I_A \omega_0^2$$

Áp dụng định lí động năng trong chuyển động của thanh từ vị trí cân bằng AB lên tới vị trí nằm ngang AB_2 :

$$E_{d2} - E_{d0} = W_p$$

trong đó $E_{d2} = 0$, $W_p = Mga = Mg \frac{l}{2}$

Suy ra : $\frac{1}{2} I_A \omega_0^2 = \frac{1}{2} Mgl$ hay $\frac{4}{3} Ma^2 \omega_0^2 = Mgl$

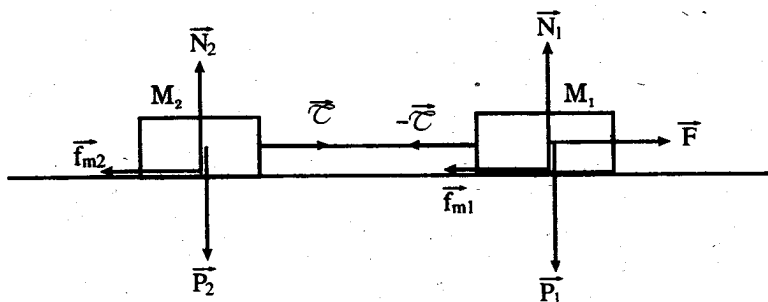
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{2a}} = 8,6 \text{ rad/s}$$

62 Cho hai vật có khối lượng lần lượt là M_1 và M_2 , được nối với nhau bằng một sợi dây, trượt trên một mặt phẳng nằm ngang bởi tác dụng của một lực $\vec{F}$ tác dụng vào vật M_1 . Cho hệ số ma sát giữa mặt phẳng và hệ vật là k , gia tốc trọng lực là g .

1. Xác định gia tốc của hệ. Biện luận.
2. Tính sức căng của dây nối.

Áp dụng bằng số : $M_1 = 600g$, $M_2 = 400g$, $F = 4N$,
 $k = 0,1$, $g = 9,8m/s^2$

Giải



1) Các lực tác dụng vào M_1 :

- Lực phát động $\vec{F}$
- Trọng lượng $\vec{P}_1 = M_1 \vec{g}$
- Phản lực của mặt ngang $\vec{N}_1 = -\vec{P}_1$
- Sức căng dây $\vec{T}$
- Lực ma sát $\vec{f}_{m1}$ có cường độ là $f_{m1} = kN_1 = kP_1$

Các lực tác dụng vào M_2 :

- Sức căng dây $\vec{T}$

- Trọng lượng $\vec{P}_2 = M_2 \vec{g}$
- Phản lực của mặt ngang $\vec{N}_2 = -\vec{P}_2$
- Lực ma sát $\vec{f}_{m_2}$ có cường độ là $f_{m_2} = kN_2 = kP_2$

Áp dụng định luật Newton vào vật M_1 :

$$\sum \vec{F} = M_1 \vec{a} \quad \text{hay} \quad F - \mathcal{T} - f_{m_1} = M_1 a$$

Lưu ý rằng : $\vec{N}_1 + \vec{P}_1 = 0$

Suy ra : $\mathcal{T} = F - f_{m_1} - M_1 a$

với vật M_2 , ta có:

$$\mathcal{T} - f_{m_2} = M_2 a$$

Vậy ta có : $F - f_{m_1} - M_1 a = f_{m_2} + M_2 a$

$$\text{Suy ra :} \quad a = \frac{F - f_{m_1} - f_{m_2}}{M_1 + M_2}$$

$$\text{hay} \quad a = \left[\frac{F}{(M_1 + M_2)g} - k \right] g$$

- Biện luận : hệ vật chỉ chuyển động nếu có điều kiện

$$\frac{F}{(M_1 + M_2)g} - k > 0$$

$$\text{hay} \quad k < \frac{F}{(M_1 + M_2)g}$$

Áp dụng bằng số :

$$k < \frac{4}{(0,6 + 0,4)9,8} = 0,41$$

Gia tốc của hệ :

$$a = \left(\frac{4}{9,8} - 0,1 \right) 9,8 = 3,02 \text{ m/s}^2$$

2) Sức căng dây :

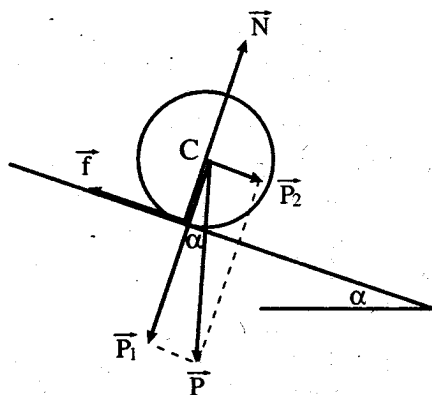
$$\mathcal{T} = f_{m_2} + M_2 a = M_2(kg + a)$$

$$\mathcal{T} = 0,4(0,1,9,8 + 3,02) = 1,6N$$

63 Một khối trụ đặc có khối lượng M , bán kính R lăn không trượt trên một mặt phẳng nghiêng một góc α đối với mặt phẳng nằm ngang. Hãy xác định :

1. Gia tốc a_c của trọng tâm C của khối trụ và lực ma sát.
2. Tính động năng của khối trụ khi trọng tâm C di chuyển được một đoạn là x . Suy ra vận tốc góc của khối trụ khi đó. Bỏ qua các lực cản khác trong chuyển động.
3. Áp dụng bằng số : $M = 1kg$, $R = 5cm$, $\alpha = 30^\circ$,
 $g = 9,8m/s^2$, $x = 1m$

Giải



1) Các lực tác dụng vào khối trụ :

- Trọng lực $\vec{P}$, được phân tích thành hai thành phần :

$$P_1 = P \cos \alpha = Mg \cos \alpha$$

$$P_2 = P \sin \alpha = Mg \sin \alpha$$

- Phản lực của mặt nghiêng : $\vec{N} = -\vec{P}_1$

- Lực ma sát f

Chuyển động của khối trụ gồm hai chuyển động thành phần :

- Chuyển động thẳng tịnh tiến của trọng tâm C, coi như một chất điểm có khối lượng M (khối lượng của khối trụ)
- Chuyển động quay của khối trụ quanh một trục nằm ngang đi qua trọng tâm C.

Với chuyển động tịnh tiến của trọng tâm C, ta có phương trình:

$$Ma_C = P_2 - f = Mgsin\alpha - f \quad (1)$$

với a_C là gia tốc của C.

Với chuyển động quay quanh trục C, ta có phương trình :

$$I_C.\theta'' = \mathcal{M}_f \quad (2)$$

trong đó θ'' là gia tốc góc.

$\mathcal{M}_f = f.R$ là môment của lực $\vec{f}$ đối với trục quay qua C.

Ta có :

$$\theta'' = \frac{a_C}{R}; \quad I_C = \frac{1}{2}MR^2$$

Từ (2), suy ra :

$$\frac{1}{2}MRa_C = f.R$$

hay :

$$\frac{1}{2}Ma_C = f$$

Thế vào (1) và đơn giản M ở hai vế, ta có :

$$a_C = gsin\alpha - \frac{a_C}{2}$$

Suy ra :

$$a_C = \frac{2}{3}gsin\alpha \quad (3)$$

Lực ma sát có biểu thức là :

$$f = \frac{1}{2}Ma_C = \frac{1}{3}Mgsin\alpha \quad (4)$$

- 2) Động năng của khối trụ gồm động năng tịnh tiến của trọng tâm C. (Coi như một chất điểm có khối lượng M) và động năng của chuyển động quay quanh trục qua C.

$$E_d = \frac{1}{2} M v_C^2 + \frac{1}{2} I_C \theta'^2 \quad \text{với } v_C = \theta' \cdot R$$

Áp dụng định lí động năng vào đoạn di chuyển x của khối trụ :

$$E_{d2} - E_{d1} = W_p = Ph \quad \text{với } h = x \cdot \sin \alpha$$

trong đó : $E_{d1} = 0$ (động năng ban đầu)

E_{d2} = động năng sau khi vật di chuyển được đoạn x

$$\text{Suy ra : } E_{d2} = Mgx \sin \alpha \quad (5)$$

$$\text{Ta có : } E_{d2} = \frac{1}{2} M v_C^2 + \frac{1}{2} I_C \theta'^2 = \frac{3}{4} M R^2 \theta'^2$$

Suy ra vận tốc góc của khối trụ :

$$\theta' = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{E_{d2}}{3M}} \quad (6)$$

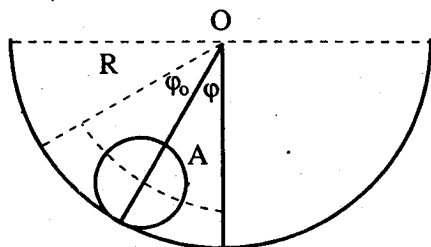
- 3) Áp dụng bằng số : $M = 1\text{kg}$, $R = 0,05\text{m}$, $\alpha = 30^\circ$, $g = 9,8\text{m/s}^2$

Từ kết quả (3), (4), (5), (6) ta có :

- Gia tốc : $a_C = \frac{2}{3} \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{2} = 3,3\text{m/s}^2$
- Lực ma sát: $f = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{2} = 1,65\text{ N}$
- Động năng: $E_{d2} = 1 \cdot 9,8 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 4,9\text{J}$
- Vận tốc góc : $\theta' = \frac{2}{0,05} \sqrt{\frac{4,9}{3}} = 51\text{ rad/s}$

64 Một khối trụ đặc A có khối lượng M, bán kính r bắt đầu lăn không trượt từ vị trí xác định bởi góc φ_0 (hình vẽ) trên một bề mặt hình trụ có bán kính R.

1. Xác định các lực tác dụng vào khối trụ A.
2. Tính lực $\vec{R}_A$ do khối A tác dụng lên mặt trụ ở vị trí xác định bởi góc φ
Cho $M = 500g$ và $\varphi_0 = 60^\circ$.
Tính R_A khi A ở vị trí thấp nhất trên mặt trụ.
3. Lập phương trình chuyển động của A trong trường hợp góc φ_0 có giá trị nhỏ.
Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

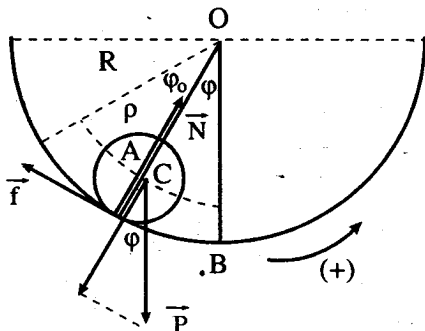


Giải

1) Các lực tác dụng vào khối trụ A.

- Trọng lượng $\vec{P} = M \vec{g}$
- Phản lực $\vec{N}$ do mặt trụ tác dụng lên A.
- Lực ma sát $\vec{f}$

Chuyển động lăn của A chỉ xảy ra khi có lực ma sát này.



- 2) Xét chuyển động của khối tâm C của khối trụ A. Quỹ đạo của C là đường tròn tâm O, bán kính $\rho = R - r$.

Áp dụng định luật Newton vào chuyển động của khối tâm C, ta có :

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = M \vec{a}$$

Chiếu hệ thức trên xuống phương pháp tuyến CO, ta được :

$$-P \cos \varphi + N = M a_n = M \frac{v_C^2}{\rho}$$

$$\text{hay} \quad N = p \cos \varphi + M \frac{v_C^2}{R - r} \quad (1)$$

trong đó $a_n = \frac{v_C^2}{\rho}$ là thành phần gia tốc pháp tuyến của $\vec{a}$

Mặt khác, áp dụng định lí động năng khi A di chuyển từ vị trí φ_0 tới vị trí φ , ta có :

$$E_d - E_{d0} = W \quad \text{với} \quad E_{d0} = 0$$

W là công của các ngoại lực, trong đó công của $\vec{N}$ bằng không vì $\vec{N}$ luôn vuông góc với quỹ đạo; ngoài ra trong chuyển động lăn không trượt, công của lực ma sát $\vec{f}$ cũng bằng không. Do đó W chỉ là công của trọng lượng $\vec{P}$.

$$W = Ph = Mgp (\cos \varphi - \cos \varphi_0)$$

$$\text{Động năng:} \quad E_d = \frac{1}{2} M v_C^2 + \frac{1}{2} I_C \theta'^2$$

$$\text{với} \quad \theta' = \frac{v_C}{r}, \quad I_C = \frac{1}{2} M r^2$$

$$E_d = \frac{3}{4} M v_C^2$$

Suy ra :
$$\frac{3}{4} M v_C^2 = M g \rho (\cos \varphi - \cos \varphi_0)$$

hay :
$$M v_C^2 = \frac{4}{3} M g \rho (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \quad (2)$$

Thay vào (1), ta có :

$$N = M g \cos \varphi + \frac{4}{3} M g (\cos \varphi - \cos \varphi_0)$$

$$N = \frac{M g}{3} (7 \cos \varphi - 4 \cos \varphi_0)$$

Lực do A tác dụng lên mặt trụ là :

$$\vec{R}_A = -\vec{N}$$

Vậy :
$$R_A = \frac{M g}{3} (7 \cos \varphi - 4 \cos \varphi_0)$$

Tại vị trí B (thấp nhất) : $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$. Thay số, ta có :

$$R_B = 8,17 \text{ N}$$

3) Lập phương trình chuyển động của A.

Lấy đạo hàm phương trình (2) theo thời gian, ta có :

$$v_C \frac{dv_C}{dt} = -\frac{2}{3} g \rho \sin \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

với
$$v_C = \rho \varphi' = \rho \frac{d\varphi}{dt} \quad (3)$$

Nhận xét : Chọn chiều dương như hình vẽ. Ta thấy nếu A từ phía trái tiến về phía phải thì $v_C > 0$, đồng thời góc φ tăng về đại số, hay $\frac{d\varphi}{dt} > 0$.

Ngược lại, nếu A tiến từ phải sang trái thì $v_C < 0$, góc φ giảm về đại số, hay $\frac{d\varphi}{dt} < 0$.

Từ (3), suy ra :

$$\frac{dv_C}{dt} = \rho \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (4)$$

Thế (3) và (4) vào phương trình trên, ta có :

$$\rho \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{2}{3} g \sin\varphi \quad \text{hay} \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{2}{3} \frac{g}{\rho} \sin\varphi = 0$$

Nếu φ_0 nhỏ thì φ cũng có giá trị nhỏ : $\sin\varphi \approx \varphi$

Đặt :
$$\omega^2 = \frac{2}{3} \frac{g}{\rho} = \frac{2}{3} \frac{g}{R-r}$$

Ta có phương trình mô tả chuyển động của A là :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2 \varphi = 0$$

Đây là phương trình của dao động điều hòa với chu kì dao động là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{3}{2} \frac{R-r}{g}}$$

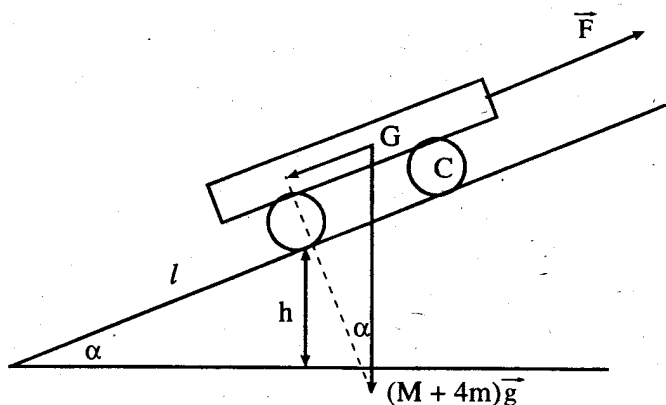
65 Một xe lăn được kéo lên dốc nghiêng 30° bằng một lực $F = 160\text{N}$. Sàn xe có khối lượng $M = 18\text{kg}$, và bốn bánh xe, mỗi bánh có khối lượng $m = 2\text{kg}$, bán kính r .

1. Tìm vận tốc của xe sau khi di chuyển một đoạn là $l = 4\text{m}$ kể từ lúc khởi hành.
2. Tính gia tốc của xe.

Cho biết xe lăn không trượt. Lấy $g = 9,8\text{m/s}^2$. Bỏ qua ma sát ở trục các bánh xe.

Giải

- 1) Áp dụng định lí động năng vào chuyển động của xe trên đoạn di chuyển l .



$$E_d - E_{d0} = \sum W \quad (\text{tổng của công của các ngoại lực})$$

với

$$E_{d0} = 0$$

E_d = Động năng sau khi di chuyển đoạn l của sàn xe và các bánh xe.

$$E_{d(\text{sàn xe})} = \frac{1}{2} M v^2$$

$$E_{d(\text{bánh xe})} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_C \theta'^2$$

với

$$\theta' = \frac{v}{r} \quad \text{và} \quad I_C = \frac{1}{2} m r^2$$

$$E_{d(\text{bánh xe})} = \frac{3}{4} m v^2$$

Vậy :

$$E_d = \frac{1}{2} M v^2 + 4 \cdot \frac{3}{4} m v^2$$

$$E_d = \frac{1}{2} (M + 6m) v^2$$

Công của lực ma sát trong chuyển động lăn không trượt bằng không nên $\sum W$ là tổng của công của các trọng lượng của sàn xe, bánh xe và của lực $\vec{F}$

$$\Sigma W = Fl - (M + 4m) gh \text{ với } h = l \sin \alpha$$

Lưu ý : Khi xe đi lên, công của trọng lượng là công cản (công âm)

Vậy ta có : $E_d = \Sigma W$

hay $\frac{1}{2} (M + 6m) v^2 = Fl - (M + 4m) gl \sin \alpha$

với $M = 18\text{kg}$, $m = 2\text{kg}$, $F = 160\text{N}$, $l = 4\text{m}$

$$g = 9,8\text{m/s}^2, \sin \alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Ta có : $v = 2,95 \text{ m/s}$

2) Nhận xét : Hợp lực tác dụng vào xe là :

$$\begin{aligned} \Sigma F &= F - (M + 4m) g \cdot \sin \alpha \\ &= 160 - 26 \cdot 9,8 \cdot \frac{1}{2} = 32,6 \text{ N} \end{aligned}$$

Hợp lực tác dụng là hằng số nên chuyển động của xe là thay đổi đều.

Ta có : $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

với $v_0 = 0$, $x = l = 4\text{m}$, $x_0 = 0$ (chọn)

nơi khởi hành là gốc hoành độ, lúc khởi hành là gốc thời gian.

Suy ra gia tốc của xe :

$$a = \frac{v^2}{2l} = \frac{2,95^2}{8} = 1,08 \text{ m/s}^2$$

66 Tìm vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ có phương thẳng đứng, hướng lên cần truyền cho một vật A để vật này từ sát mặt đất lên được tới một độ cao H trong hai trường hợp sau :

1. Gia tốc trọng lực coi như không đổi và có giá trị $9,8\text{m/s}^2$. Cho $H = 10\text{m}$

2. Độ cao H có giá trị bất kì và trọng lượng của vật biến thiên tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách x từ vật tới tâm trái đất.

Bỏ qua sức cản không khí.

Tìm v_0 để vật có thể ra xa vô cực.

Áp dụng bằng số : $H = 10\text{km}$, bán kính trái đất $R_0 = 6400\text{ km}$; g_0 (gia tốc trọng lực trên mặt đất) $= 9,8\text{ m/s}^2$.

Giải

- 1) Gia tốc trọng lực không đổi, vậy vật A chuyển động dưới tác dụng của lực không đổi là trọng lượng :

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

Vậy A có chuyển động thay đổi đều với gia tốc là :

$$\vec{a} = \vec{g}$$

Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2gH$

Chọn chiều đi lên là chiều dương : $g = -9,8\text{m/s}^2$, $H = 10\text{m}$

Khi lên đến điểm cao nhất : $v = 0$, suy ra :

$$v_0 = \sqrt{-2gH} = \sqrt{-2(-9,8)10} = 14\text{ m/s}$$

- 2) Lực tác dụng có dạng :

$$|\vec{F}| = P = k \frac{m}{x^2}, \text{ k là hệ số tỉ lệ}$$

Xét khi vật ở sát mặt đất, ta có :

$$P_0 = mg_0 = k \frac{m}{R_0^2}, \text{ } R_0 \text{ là bán kính trái đất}$$

Suy ra $k = g_0 \cdot R_0^2$, g_0 là gia tốc trọng lực ở sát mặt đất.

Áp dụng định lí động năng :

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W$$

trong đó W là công của lực $\vec{F}$ khi vật đi từ sát mặt đất tới độ cao H .

Trong một đoạn di chuyển rất nhỏ dx , công của $\vec{F}$ là :

$$dW = F \cdot dx$$

Chọn chiều dương đi lên, ta có $F < 0$, vậy :

$$F = -k \frac{m}{x^2}$$

Suy ra :
$$dW = -k \frac{m}{x^2} dx$$

Do đó, ta có :
$$W = \int dW = - \int_{R_0}^{R_0+H} k \frac{m}{x^2} dx$$

$$W = -km \int_{R_0}^{R_0+H} \frac{dx}{x^2} = km \left[\frac{1}{x} \right]_{R_0}^{R_0+H}$$

$$= km \left(\frac{1}{R_0+H} - \frac{1}{R_0} \right)$$

$$W = -km \frac{H}{(R_0+H)R_0}$$

Từ định lí động năng, ta có :

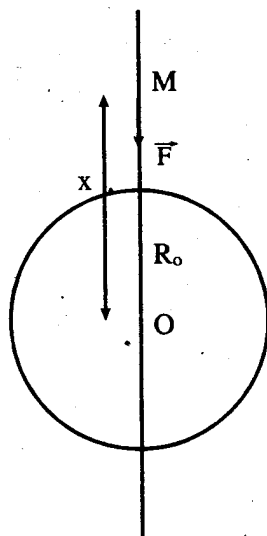
$$0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -km \frac{H}{(R_0+H)R_0}$$

Suy ra :
$$v_0 = \sqrt{\frac{2kH}{(R_0+H)R_0}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_0 H}{R_0+H}}$$

Áp dụng bằng số : $R_0 = 6400\text{km}$, $H = 10\text{km}$

$$g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Ta có :
$$v_0 = 442 \text{ m/s}$$



Trường hợp vật ra xa tới vô cực : $H = \infty$

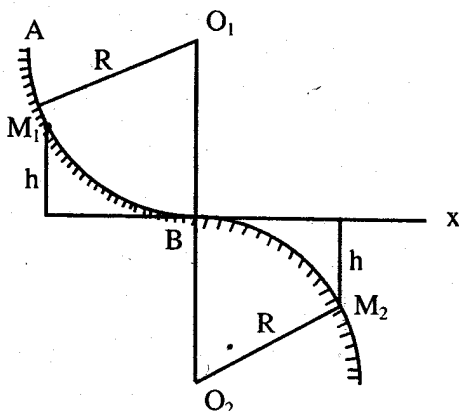
Ta có :
$$v_o = \sqrt{\frac{2g_o R_o}{1 + \frac{R_o}{H}}} \text{ trong đó } \frac{R_o}{H} \approx 0$$

Suy ra :
$$v_o \approx \sqrt{2g_o R_o}$$

Áp dụng bằng số, ta có :

$$v_o \approx 11,2 \text{ km/s}$$

67 Một rãnh gồm hai cung tròn AB và BC có cùng bán kính là R , ở trong một mặt phẳng thẳng đứng, nối với nhau như hình vẽ sao cho tiếp tuyến Bx tại điểm nối B có phương nằm ngang. Từ điểm M_1 cách đường thẳng Bx một độ cao h , thả rơi một viên bi có khối lượng m trong rãnh. Cho biết viên bi rời khỏi rãnh tại vị trí M_2 cũng cách đường Bx là h . Bỏ qua lực ma sát.



1. Tìm vận tốc viên bi (coi như một chất điểm) khi tới điểm B và phản lực của rãnh lên viên bi lúc đó.
2. Tính độ cao h.

Áp dụng bằng số : $m = 10g$, $g = 9,8m/s^2$, $R = 40cm$

Giải

- 1) Áp dụng định lí động năng vào chuyển động của viên bi khi đi từ M_1 tới B.

$$E_{dB} - E_{d1} = W_P$$

với $E_{dB} = \frac{1}{2} m v_B^2$, $E_{d1} (\text{tại } M_1) = 0$

$$W_P = Ph = mgh$$

Ta có : $\frac{1}{2} m v_B^2 = mgh$

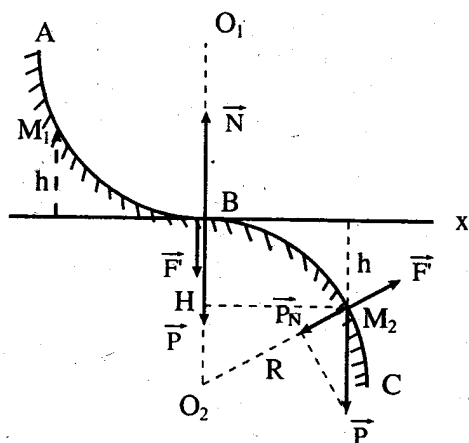
Suy ra $v_B = \sqrt{2gh}$

Tại B, ta có hệ thức cân bằng về lực :

$$\vec{P} + \vec{F}^a + \vec{N} = 0$$

trong đó $\vec{F}^a$ là lực quán tính ly tâm

$\vec{N}$ là phản lực của rãnh tác dụng lên viên bi



Suy ra :
$$N = P + F' = mg + m \frac{v_B^2}{R}$$

$$N = m \left(g + \frac{2gh}{R} \right)$$

- 2) Tại M_2 , viên bi rời khỏi rãnh nên tại điểm này phản lực $\vec{N}$ triệt tiêu. Điều kiện này xảy ra khi lực ly tâm $\vec{F}'_{M_2}$ cân bằng với thành phần $\vec{P}_N$, hình chiếu của $\vec{P}$ xuống bán kính O_2M_2

$$P_N = P \cos \varphi = mg \cos \varphi$$

Ta có :
$$F'_{M_2} = P_N \text{ hay } m \frac{v_2^2}{R} = mg \cos \varphi$$

Lưu ý rằng $R \cos \varphi = HO_2 = R - h$, suy ra :

$$mv_2^2 = mgR \cos \varphi = mg(R - h)$$

$$v_2^2 = g(R - h)$$

Mặt khác, áp dụng định lí động năng vào chuyển động của viên bi trên đoạn M_1M_2 :

$$E_{d2} - E_{d1} = W_P = mg.2h \text{ với } E_{d1} = 0$$

Vậy :
$$\frac{1}{2}mv_2^2 - 0 = 2mgh$$

Suy ra : $v_2^2 = 4gh$

Vậy ta có : $g(R - h) = 4gh$

Suy ra : $h = \frac{R}{5}$

Áp dụng bằng số :

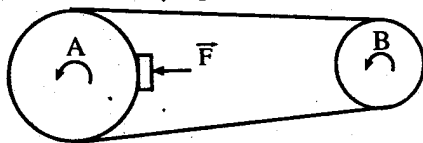
$$h = \frac{R}{5} = \frac{40}{5} = 8 \text{ cm}$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,08} = 1,25 \text{ m/s}$$

$$N = mg \left(1 + \frac{2h}{R} \right)$$

$$= 0,01 \cdot 9,8 \cdot \left(1 + \frac{16}{40} \right) = 0,14 \text{ N}$$

- 68** Cho hai ròng rọc được coi như hai đĩa tròn. Ròng rọc A có bán kính $R = 10\text{cm}$, ròng rọc B có bán kính $r = 8\text{cm}$. Một dây truyền chuyển động được mắc vào rãnh hai ròng rọc (hình vẽ). Cho biết ròng rọc A quay với vận tốc là $N = 10$ vòng/s. Khối lượng của A và b lần lượt là $M_1 = 800\text{g}$ và $M_2 = 600\text{g}$ của dây truyền là $m = 200\text{g}$. Bỏ qua lực ma sát ở các trục quay.



1. Tính động năng của các ròng rọc A và B.
2. Để hãm chuyển động của hệ lại, người ta tác dụng vào ròng rọc A một lực $F = 20\text{N}$. Hệ số ma sát giữa bố thắng và ròng rọc A là $k = 0,2$. Hỏi số vòng mà A quay thêm được trước khi ngừng.

Giải

- 1) • Động năng của A :

$$E_{dA} = \frac{1}{2} I_A \theta_A'^2 \quad \text{với } \theta_A' = 2\pi \text{ N} = 20\pi \text{ rad/s}$$

và
$$I_A = \frac{1}{2} M_1 R^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot (0,1)^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Vậy :
$$E_{dA} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} (20\pi)^2 = 7,9 \text{ J}$$

- Động năng của B :

$$E_{dB} = \frac{1}{2} I_B \theta_B'^2$$

với
$$I_B = \frac{1}{2} M_2 r^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot (0,08)^2 = 1,92 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Gọi v là vận tốc dài của một điểm trên dây truyền chuyển động. Ta có :

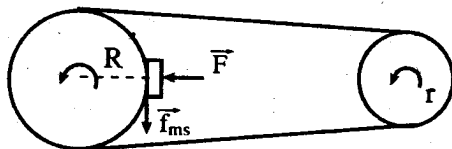
$$v = R\theta_A' = r\theta_B'$$

Suy ra :
$$\theta_B' = \frac{R}{r} \theta_A' = \frac{10}{8} \cdot 20\pi = 25\pi \text{ rad/s}$$

Do đó, ta có :

$$E_{dB} = \frac{1}{2} \cdot 1,92 \cdot 10^{-3} \cdot (25\pi)^2 = 5,9 \text{ J}$$

- 2) Áp dụng định lí động năng vào chuyển động của hệ trong thời gian hãm chuyển động.



$$\Delta E_d = E_d - E_{d0} = W$$

(công của ngoại lực tác dụng vào hệ)

Động năng của hệ lúc ngừng lại là $E_d = 0$

Động năng lúc đầu :

$$E_{do} = E_{dA} + E_{dB} + E_{\text{dây truyền}}$$

trong đó $E_{dA} = 7,9 \text{ J}, E_{dB} = 5,9 \text{ J}$

$$E_{\text{dây truyền}} = \frac{1}{2}mv^2 \text{ với } v = R\theta'_A = 2\pi \text{ m/s}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot (2\pi)^2 = 3,9 \text{ J}$$

Suy ra : $E_{do} = 17,7 \text{ J}$

W ở đây là công của lực ma sát :

$$f_{ms} = k.F$$

Công này là công âm vì là công cản.

Suy ra $W = -\mathcal{M} \cdot \theta$ trong đó $\mathcal{M}$ là momen của lực ma sát $\vec{f}_{ms}$ đối với trục quay của ròng rọc A, góc θ là góc quay thêm được của A trước khi ngừng.

Ta có : $\mathcal{M} = f_{ms} \cdot R = kFR$

Suy ra : $\Delta E_d = -E_{do} = -kFR \cdot \theta$

Từ đó ta có : $\theta = \frac{E_{do}}{kFR} = \frac{17,7}{0,2 \cdot 20 \cdot 0,1} = 44,25 \text{ rad}$

Vậy số vòng quay thêm được là :

$$n = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{44,25}{2\pi} = 7 \text{ vòng.}$$

69 Một xe hơi có khối lượng tổng cộng kể cả bốn bánh xe là M , mỗi bánh xe có khối lượng là m và được coi là một vành tròn có bán kính r . Ở hai bánh sau (bánh phát động) chịu tác dụng của mômen quay tổng là $\mathcal{M}$. Xe hơi bắt đầu chuyển động từ vị trí đứng yên và chịu tác dụng của lực cản không khí R tỉ lệ với bình phương vận tốc v của xe $R = \mu v^2$. Momen ma sát tác dụng lên mỗi trục xe là $\mathcal{M}_f$. Tính :

1. Vận tốc giới hạn của xe.

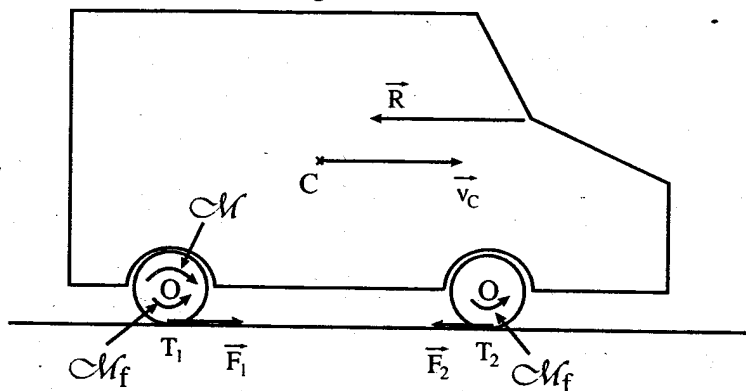
2. Lực ma sát trượt tác dụng lên các bánh xe phát động và các bánh xe trước trong khi chuyển động. Thừa nhận rằng độ biến thiên động năng của xe là $\Delta E_d = \sum W$ (tổng các công của nội lực và ngoại lực)

Áp dụng bằng số : $\mathcal{M} = 156 \text{ N.m}$, $\mathcal{M}_f = 7 \text{ N.m}$, $\mu = 0,8 \text{ SI}$,

$r = 40 \text{ cm}$, $m = 20 \text{ kg}$

Giải

- Phân tích về chuyển động của xe.



Do tác dụng của momen phát động $\mathcal{M}$, các bánh sau sẽ quay theo chiều của mômen $\mathcal{M}$. Nếu không có sự ma sát giữa bánh xe với mặt đường, bánh sau sẽ bị trượt, quay tít, nhưng xe không lăn được về phía trước. Do có lực ma sát $\vec{F}_1$ có chiều như hình vẽ, điểm tiếp xúc T_1 tức thời được giữ cố định nên bánh sau lăn về phía trước.

Khi xe tiến về phía trước, nếu không có ma sát giữa các bánh trước và mặt đường, các bánh này sẽ bị đẩy bởi trục trước, trượt trên mặt đường mà không lăn. Nhưng do có lực ma sát $\vec{F}_2$ hướng về phía sau, điểm tiếp xúc T_2 tức thời được giữ yên

nên các bánh trước phải quay quanh trục trước theo chiều của momen phát động $\mathcal{M}$.

Vì các bánh xe quay nên xe không phải là một vật có hình thể cố định (hay cố thể), trong trường hợp này khi áp dụng định lý động năng phải lưu ý cả công của các nội lực, tức là công của momen phát động $\mathcal{M}$ và công của momen ma sát $\mathcal{M}_f$ của bánh xe với trục quay.

Động năng lúc đầu của xe :

$$E_{do} = 0$$

Động năng lúc sau :

$$E_d = E_d (\text{tịnh tiến của trọng tâm } C) + E_d (\text{quay của bánh xe})$$

$$E_d = \frac{1}{2} M v_C^2 + 4 \left(\frac{1}{2} I_o \theta'^2 \right)$$

Trong đó $I_o = m r^2$: momen quán tính của mỗi bánh xe đối với trục quay O của bánh xe.

θ' : vận tốc góc của mỗi bánh xe.

Lưu ý rằng $v_C = v$ (tịnh tiến) = $r \cdot \theta'$ (trong chuyển động quay không trượt). Suy ra :

$$E_d = \frac{1}{2} M v_C^2 + 4 \left(\frac{1}{2} m v_C^2 \right) = \frac{1}{2} (M + 4m) v_C^2$$

Các ngoại lực tác dụng vào xe là : sức cản $\vec{R}$ của không khí, các lực ma sát $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ của các bánh xe với mặt đường. Trong chuyển động lăn không trượt, công của các lực ma sát này bằng không (các lực ma sát này chỉ có tác dụng chống lại sự trượt của các bánh xe trên mặt đường). Vậy công của các ngoại lực là công của sức cản không khí. Với đoạn di chuyển dx của x, công này là :

$$dW_1 = -R dx = -\mu v_C^2 dx$$

Công của các nội lực là :

$$dW_2 = \mathcal{M}d\theta - 4\mathcal{M}_f d\theta \quad \text{với } d\theta = \frac{dx}{r}$$

$$dW_2 = (\mathcal{M} - 4\mathcal{M}_f) \frac{dx}{r}$$

Áp dụng định lí động năng $dE_d = \sum dW = dW_1 + dW_2$ và chia

hai vế cho dt , ta có :

$$(M + 4m)v_C \cdot \frac{dv_C}{dt} = -\mu v_C^2 \frac{dx}{dt} + \frac{1}{r} (\mathcal{M} - 4\mathcal{M}_f) \frac{dx}{dt}$$

Vì $v_C = \frac{dx}{dt}$, suy ra :

$$(M + 4m) \frac{dv_C}{dt} = -\mu v_C^2 + \frac{1}{r} (\mathcal{M} - 4\mathcal{M}_f)$$

lưu ý rằng $\frac{dv_C}{dt} = a_C$ là gia tốc tịnh tiến của xe

Xe đạt tới vận tốc giới hạn khi $a_C = 0$, hay :

$$-\mu v_C^2 + \frac{1}{r} (\mathcal{M} - 4\mathcal{M}_f) = 0$$

Suy ra vận tốc giới hạn của xe là :

$$v_{C(\text{giới hạn})} = \sqrt{\frac{\mathcal{M} - 4\mathcal{M}_f}{\mu r}}$$

Áp dụng bằng số, ta có :

$$v_{C(\text{giới hạn})} = \sqrt{\frac{156 - 28}{0,8 \cdot 0,4}} = 20 \text{ m/s}$$

- 2) Mỗi bánh sau chịu tác dụng của một lực ma sát $\vec{F}_1$ hướng về phía trước. Áp dụng nguyên lí cơ bản động lực học cho chuyển động quay của hai bánh phát động (bánh sau), ta có :

$$2.I_0\theta'' = \sum \mathcal{M} = \mathcal{M} - 2\mathcal{M}_f - 2\mathcal{M}_{F_1}$$

hay $2.mr^2.\theta'' = \mathcal{M} - 2\mathcal{M}_f - 2F_1.r$

Suy ra : $F_1 = \frac{0,5\mathcal{M} - \mathcal{M}_f}{r} - mr\theta''$

Như vậy lực ma sát $\vec{F}_1$ có trị số phụ thuộc vào gia tốc của xe.

Tương tự, với mỗi bánh trước ta có :

$$I_0\theta'' = F_2r - \mathcal{M}_f \quad \text{với } I_0 = mr^2$$

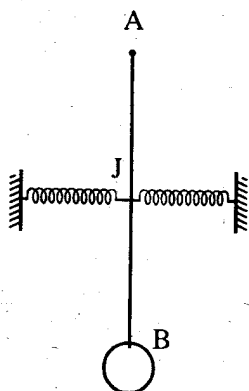
Suy ra : $F_2 = mr\theta'' + \frac{\mathcal{M}_f}{r}$

Khi xe chuyển động đều, ta có $\theta'' = 0$. Trong trường hợp này ta có :

$$F_1 = \frac{0,5\mathcal{M} - \mathcal{M}_f}{r} = \frac{78 - 7}{0,4} = 177,5 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{\mathcal{M}_f}{r} = \frac{7}{0,4} = 17,5 \text{ N}$$

70 Một con lắc kép được cấu tạo bởi một thanh AB có chiều dài $2l = 40\text{cm}$, khối lượng $m = 100\text{g}$, ở đầu B có gắn một quả cầu S có bán kính $R = 5\text{cm}$, khối lượng $M = 400\text{g}$. Thanh có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua A. Hai lò xo giống nhau, có độ cứng là $k = 100\text{N/m}$, được nối với trung điểm J của AB. Cho quả cầu và thanh AB dao động với biên độ nhỏ. Bỏ qua các lực ma sát. Lấy $g = 10\text{SI}$.



1. Hỏi tính chất dao động của hệ. Tính chu kì T_0 của dao động này.
2. Tác dụng vào quả cầu một lực $\vec{f}$ nằm ngang, xoay chiều hình sin có tần số 1 Hertz và biên độ 1 Newton. Dao động vẫn được coi là nhỏ. Xác định dao động của quả cầu trong trường hợp này. Tính biên độ.

Giải

- 1) Hai lò xo mắc như đề tương đương với một lò xo có độ cứng $k' = 2k$.

Momen phục hồi tác dụng tại J bởi hai lò xo đối với trục quay là:

$$\mathcal{M}_1 = f_1 \cdot l$$

f_1 là lực phục hồi tác dụng bởi lò xo tương đương.

$$f_1 = -k'x$$

với x là li độ của J, $x \approx l \cdot \theta$, góc θ có giá trị nhỏ.

Suy ra : $\mathcal{M}_1 = -2kl^2\theta$

Gọi O là tâm của quả cầu S.

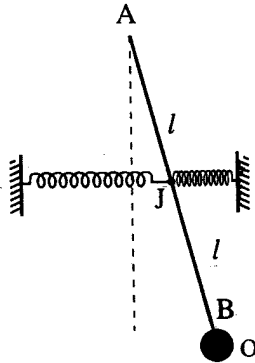
Trọng tâm G của hệ cách A là :

$$a = \frac{m \cdot AJ + M \cdot AO}{m + M} = \frac{ml + M(2l + R)}{m + M}$$

với $m = 0,1 \text{ kg}$, $M = 0,4 \text{ kg}$, $2l = 0,4 \text{ m}$, $R = 0,05 \text{ m}$

Suy ra: $a = 0,4 \text{ m}$ hay $G \equiv B$

Momen của trọng lượng đối với trục quay là :



$$\mathcal{M}_2 = -(M + m)g \cdot a \sin\theta \text{ với } \sin\theta \approx \theta, a = 2l$$

$$\mathcal{M}_2 = -(M + m)g \cdot 2l\theta$$

$\mathcal{M}_2$ cũng là momen phục hồi.

Momen tổng tác dụng vào hệ đối với trục quay là :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = -[2(M + m)gl + 2kl^2]\theta$$

Ta thấy $\mathcal{M}$ là momen phục hồi, tỉ lệ với góc quay θ của hệ, có dạng :

$$\mathcal{M} = -C\theta \text{ với } C = 2(M + m)gl + 2kl^2 = \text{hằng số}$$

Vậy dao động của con lắc này là dao động điều hòa.

Phương trình dao động theo thời gian là :

$$\mathcal{M} = I\theta'' \text{ hay } -C\theta = I\theta'' \text{ với } \theta'' = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta = 0$$

$$\text{trong đó : } \omega_0^2 = \frac{2(M + m)gl + 2kl^2}{I}$$

Chu kì dao động:

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{2(M+m)gl + 2kl^2}}$$

với momen quán tính đối với trục quay A là :

$$I = I_{AB} + I_S$$

Áp dụng định lí Huygens :

$$I_{AB} = I_J + ml^2$$

$$= \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2 = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2$$

$$I_S = I_o + M(2l + R)^2$$

$$= \frac{2}{5}MR^2 + M(2l + R)^2 = 81,4 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2$$

Suy ra : $I = 86,7 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2$

Ngoài ra : $C = 2(M + m)gl + 2kl^2 = 10 \text{ N.m/rad}$

Thay số, ta được :

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{86,7 \cdot 10^{-3}}{10}} = 0,58 \text{s}$$

- 2) Lực $\vec{f}$ tuần hoàn $f = F \sin \omega t$ (với $F = 1 \text{N}$, $\omega = 2\pi \text{N} = 2\pi \text{ rad/s}$) đóng vai trò của lực kích thích. Khi không có lực $\vec{f}$, hệ trên dao động với chu kì $T_o = 0,58 \text{s}$. Đó là dao động riêng của hệ. Khi có sự tác dụng của lực kích thích $\vec{f}$, dao động của hệ trở thành một dao động cưỡng bức với tần số bằng tần số ω của dao động kích thích.

Momen tổng hợp tác dụng vào hệ đối với trục quay A là :

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_f = I\theta''$$

hay $-2kl^2\theta - 2(M + m)gl\theta + lF \sin \omega t = I\theta''$

Suy ra $I\theta'' + (2kl^2 + 2[M + m]gl)\theta = lF \sin \omega t$

Dao động cưỡng bức cũng có tần số góc là ω nên ta có :

$$\theta'' = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta$$

Phương trình trên trở thành :

$$(-I\omega^2 + 2kl^2 + 2[M + m]gl) \theta = lF \sin\omega t$$

Suy ra góc lệch θ của thanh AB :

$$\theta = \frac{lF}{-I\omega^2 + 2kl^2 + 2[M + m]gl} \sin\omega t$$

hay $\theta = \theta_0 \sin\omega t$ với θ_0 là biên độ

$$\theta_0 = \frac{lF}{-I\omega^2 + 2kl^2 + 2(M + m)gl}$$

với $l = 0,2\text{m}$; $F = 1\text{N}$; $I = 86,7 \cdot 10^{-3} \text{kg.m}^2$

$$\omega^2 = (2\pi N)^2 = 4\pi^2 \approx 10$$

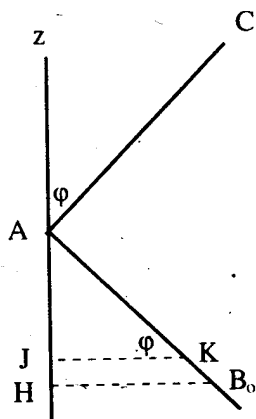
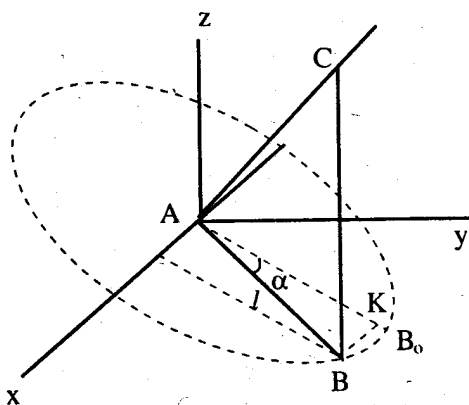
$$2kl^2 + 2(M + m)gl = 10 \text{ N.m/rad}$$

Suy ra $\theta_0 = 0,022 \text{ rad}$

71 Cho một ê-ke (thước vuông góc) ABC rắn chắc, khối lượng không đáng kể, vuông góc tại A, chiều dài cạnh AB là l . Ở đỉnh B có gắn một quả cầu nhỏ khối lượng m . Cho hệ quay quanh trục cố định AC. Cạnh AB làm với phương thẳng đứng một góc là φ .

1. Xác định vị trí cân bằng của hệ.
2. Viết phương trình dao động theo thời gian của hệ. Vị trí của ê-ke vào mỗi thời điểm được xác định bởi góc θ làm bởi mặt phẳng của ê-ke với vị trí cân bằng.
3. Xác định dao động trong trường hợp góc α bé. Lập biểu thức của chu kỳ dao động T theo φ và giá trị T_0 ứng với $\varphi = 90^\circ$. Bỏ qua các lực ma sát.

2)



Xét trong mặt phẳng của đường tròn tâm A. Chiều $\vec{AB}$ xuống trục AB_0 , ta có : $AK = l \cos \alpha$

Xét trong mặt phẳng thẳng đứng chứa AZ , AC và AK . Ta có độ cao của K là :

$$AJ = AK \sin \varphi = l \cos \alpha \cdot \sin \varphi$$

Chọn mặt tiêu chuẩn của thế năng là mặt phẳng nằm ngang đi qua H . Thế năng của quả cầu m ở vị trí B là :

$$E_t = mgh = mg (AH - AJ)$$

$$E_t = mgl \sin \varphi (1 - \cos \alpha)$$

Cơ năng toàn phần là :

$$E = E_d + E_t \text{ với } E_d = \frac{1}{2} I \alpha^2$$

I là momen quán tính của m đối với trục quay AC

Vậy :
$$E = \frac{1}{2} I \alpha^2 + mgl \sin \varphi (1 - \cos \alpha)$$

Bỏ qua các lực ma sát nên cơ năng E được bảo toàn , ta có :

$$\frac{dE}{dt} = 0$$

Suy ra phương trình chuyển động :

$$I\alpha' \frac{d\alpha'}{dt} + mgl \sin\varphi \cdot \sin\alpha \cdot \alpha' = 0$$

$$\text{hay } I \frac{d^2\alpha}{dt^2} + mgl \sin\varphi \cdot \sin\alpha = 0$$

$$\text{với } I = ml^2$$

3) Trường hợp góc quay α bé : $\sin\alpha \approx \alpha$

$$\text{Ta có: } \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\varphi \cdot \alpha = 0$$

$$\text{Đặt } \omega^2 = \frac{g}{l} \sin\varphi, \text{ suy ra :}$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2 \cdot \alpha = 0$$

Đây là phương trình của dao động điều hòa có chu kì là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \sin\varphi}}$$

Trường hợp đặc biệt khi $\varphi = 90^\circ$: $\sin\varphi = 1$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\text{Vậy : } T = \frac{T_0}{\sqrt{\sin\varphi}}$$

72 Một hệ cơ học được cấu tạo bởi một quả cầu có khối lượng m , rất nhỏ, được treo vào một sợi dây có chiều dài l không co giãn. Khối lượng sợi dây không đáng kể. Cho hệ quay quanh một trục thẳng đứng để m vẽ thành một đường tròn trong một mặt phẳng nằm ngang và sợi dây vẽ thành một mặt nón tròn xoay có nửa góc ở đỉnh là α .

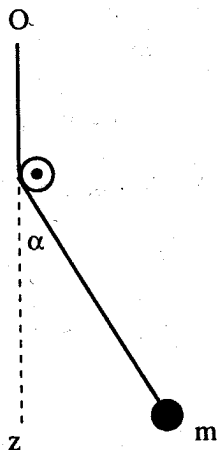
1. Tính động năng E_d và thế năng E_t (thế năng triệt tiêu khi $\alpha = 0$). Tính chu kì của chuyển động.

Khảo sát sự biến thiên của $y = \frac{E_d}{E_t}$ theo góc α

2. Chiều dài l có thể làm thay đổi nhờ một ròng rọc nhẹ di động, có bán kính rất nhỏ, di chuyển theo phương thẳng đứng Oz sát vào sợi dây (hình vẽ)

Tính lực thành phần f_z theo phương Oz , do sợi dây tác dụng lên ròng rọc theo m , g và $\cos \alpha$. Lực f_z được kể là dương khi hướng lên.

Cho ròng rọc di chuyển rất chậm một đoạn $dz = dl$, tính công tương ứng của f_z . Quỹ đạo của m sau đó vẫn là đường tròn trong mặt phẳng nằm ngang.



Giải

1) Ba lực cân bằng tại M là :

- Trọng lượng $\vec{P}$
- Sức căng dây $\vec{T}$
- Lực li tâm $\vec{F}'$

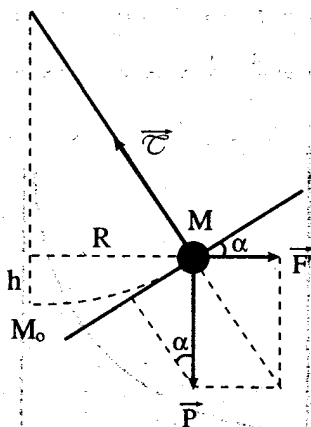
Ta có : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}' = 0$ (1)

Chiếu (1) xuống phương vuông góc với $\vec{T}$, ta được :

$$mg \sin \alpha = F' \cos \alpha$$

với $F' = m \frac{v^2}{R} = m \frac{v^2}{l \sin \alpha}$

$$mg \sin \alpha = mv^2 \frac{\cos \alpha}{l \sin \alpha} \quad (2)$$



Động năng của m là :

$$E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mgl \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

Thế năng của m tại M là :

$$E_t = mgh = mgl(1 - \cos \alpha)$$

Chu kì quay : $T = \frac{2\pi R}{v}$

với $v^2 = gl \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}, R = l \sin \alpha$

Suy ra $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$

Ta có : $y = \frac{E_d}{E_t} = \frac{\sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha (1 - \cos \alpha)} = \frac{1 + \cos \alpha}{2 \cos \alpha}$

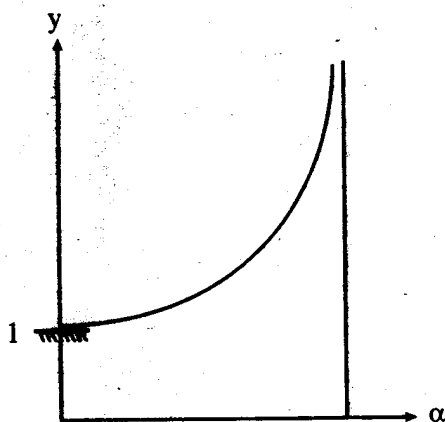
Suy ra $y' = \frac{-\sin \alpha (2 \cos \alpha) + 2 \sin \alpha (1 + \cos \alpha)}{4 \cos^2 \alpha}$

$$y' = \frac{\sin \alpha}{2 \cos^2 \alpha}$$

Trong bài toán này, ta có $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, do đó luôn luôn ta có $y' > 0$ nghĩa là hàm y đồng biến với góc α .

$$\alpha = 0 \rightarrow y' = 0, y = 1, E_d = E_t = 0$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow y' = \infty, y = \infty, E_d = \infty, E_t = mgl$$



2) Chiếu phương trình (1) xuống phương của sợi dây, ta có :

$$T = P \cos \alpha + F' \sin \alpha$$

$$\text{hay} \quad T = mg \cos \alpha + m \frac{v^2}{l}$$

$$\text{Từ (2) suy ra : } \frac{mv^2}{l} = mg \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\text{Vậy ta có : } T = mg \left(\cos \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

Lực do sợi dây tác dụng vào ròng rọc là $\vec{F}$

$$F = 2T \sin \frac{\alpha}{2}$$

Hình chiếu của $\vec{F}$ trên phương thẳng đứng là :

$$f_z = F \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 2 T \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

hay
$$f_z = 2mg \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha},$$

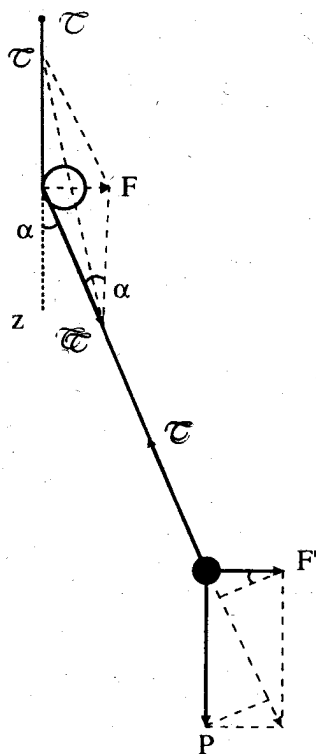
$$f_z = mg \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

Nhận xét : Sức căng dây $\vec{T}$,

lực F do sợi dây tác dụng lên ròng rọc và f_z không phụ thuộc vào chiều l của sợi dây quay thành con lắc mặt nón.

Ứng với đoạn di chuyển $dz = dl$, công của f_z là :

$$dW = f_z \cdot dl = mg \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha} \cdot dl$$



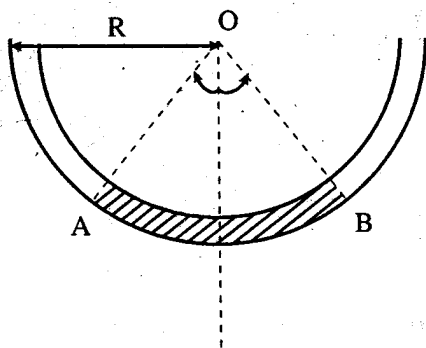
73 Cho một ống rỗng có dạng nửa đường tròn bán kính R ở trong mặt phẳng thẳng đứng. Thiết diện bên trong ống là s , có đường kính rất nhỏ so với R . Một cột chất lỏng có khối lượng riêng là ρ chứa ở trong một phần của ống. ở vị trí cân bằng, hai đầu cột chất lỏng được xác định bởi các góc $+\alpha$ và $-\alpha$ như hình vẽ.

Đẩy cột chất lỏng khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông cho dao động.

1. Tính momen quán tính I của cột chất lỏng đối với trục đối xứng tròn xoay của ống.

Tính momen phục hồi gây ra bởi lực trọng trường khi cột chất lỏng rời khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ là θ .
Viết phương trình theo thời gian của chuyển động.

2. Tìm chu kỳ dao động T_0 . Suy ra các trường hợp đặc biệt khi α nhỏ và $\alpha = \frac{\pi}{2}$



Giải

- 1) Momen quán tính của cột chất lỏng :

$$I = mR^2 \text{ với } m = V \cdot \rho$$

Chiều dài cột chất lỏng là $l = R \cdot 2\alpha$

Suy ra thể tích: $V = s \cdot l = 2R\alpha s$ hay $m = 2R\alpha s\rho$

Vậy: $I = 2R^3\alpha s\rho$

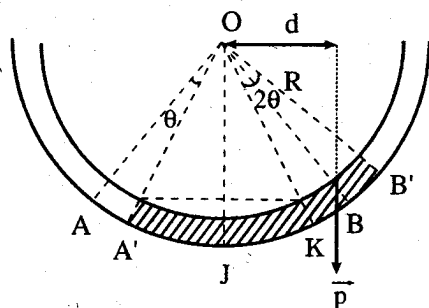
Khi cân bằng, cột chất lỏng ở trong cung AB

Xét cột chất lỏng khi lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ θ , ở trong cung A'B'.

Trọng lượng cột chất lỏng chênh lệch KB' gây ra một momen phục hồi $\mathcal{M}$ làm cột chất lỏng dao động.

Ta có : $KB' = R \cdot 2\theta$

Suy ra : $|\mathcal{M}| = p \cdot d = p \cdot R \cdot s \sin \alpha = KB' \cdot s \cdot \rho g \cdot R \sin \alpha$



hay $\mathcal{M} = -2spgR^2 \cdot \sin\alpha \cdot \theta$ (chiều tác dụng của $\mathcal{M}$ luôn trái với chiều của góc lệch θ)

Hay: $\mathcal{M} = -C\theta$ với $C = 2spgR^2 \sin\alpha$ (hằng số)

Áp dụng nguyên lý cơ bản động lực trong chuyển động quay :

$$\mathcal{M} = I\ddot{\theta} \text{ hay } -C\theta = I\ddot{\theta}$$

Suy ra phương trình mô tả dao động của cột chất lỏng :

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + C\theta = 0$$

Hay: $\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0$ với $\omega^2 = \frac{C}{I}$

2) Chu kì dao động :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}$$

với $I = 2R^3 \alpha sp$, $C = 2R^2 sps \sin\alpha \cdot g$

Suy ra : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{Ra}{g \sin\alpha}}$

• Với α bé : $\sin\alpha \approx \alpha \rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$

Trong trường hợp này, cột chất lỏng có kích thước bé, có thể coi là một chất điểm, nên chu kì được tính giống con lắc đơn có chiều dài là R .

• Với $\alpha = \frac{\pi}{2}$: $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\pi R}{2g}}$

74 Một hình trụ C có thể quay quanh trục Δ của nó. Trục này có phương nằm ngang, bán kính là R , bề dày h , tỉ trọng là ρ .

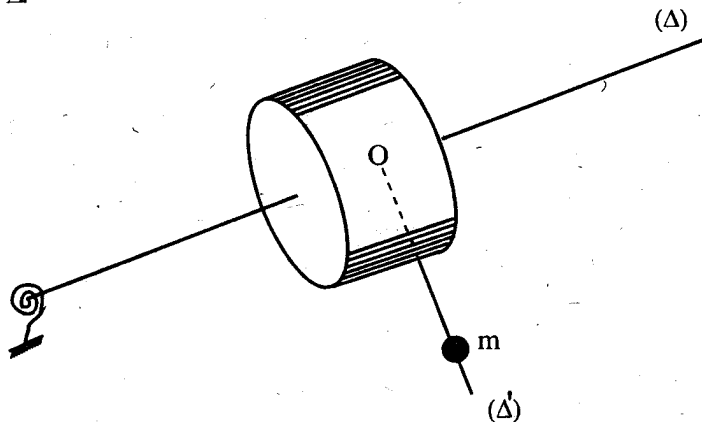
1. Tính momen quán tính I đến với trục quay Δ

Áp dụng bằng số : $R = 10\text{cm}$, $h = 1\text{cm}$, $\rho = 7$

Một thanh Δ' khối lượng không đáng kể, xuyên qua C và cắt vuông góc với Δ tại tâm điểm O của C . Trên Δ' có gắn một chất điểm m , cách O là l .

Tính momen quán tính K của hệ này đối với Δ

2. Một lò xo xoắn ốc có một đầu cố định, đầu kia gắn vào trục Δ



Khi Δ' làm đường thẳng đứng một góc θ , lò xo gây một momen hồi phục có dạng $C.\theta$

Lập phương trình chuyển động của hệ.

Tìm điều kiện để hệ dao động điều hòa. Tính chu kì T .

Tính khoảng cách l để chu kì này là 2s

Cho $m = 100\text{g}$, $g = 10\text{SI}$, $C = 0,11 \text{ Joule/rad}$. Lấy $\pi^2 = 10$

Giải

1) Momen quán tính I :

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

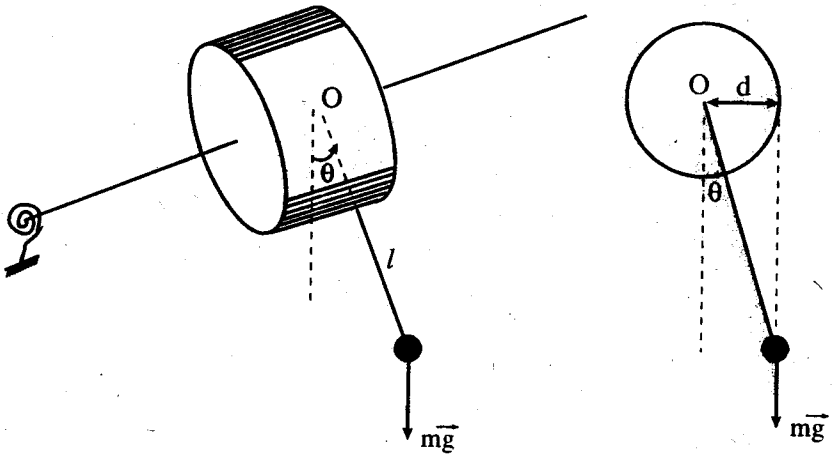
với $M = V \cdot \rho = \pi R^2 \cdot h \cdot \rho = \frac{22}{7} \cdot 0,1^2 \cdot 10^{-2} \cdot 7 \cdot 10^3 = 2,2 \text{ kg}$

Suy ra $I = \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 0,1^2 = 0,011 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Momen quán tính K :

$$K = I + ml^2$$

2) Khi hệ có góc lệch là θ đối với vị trí cân bằng (Δ)



Momen phục hồi tác dụng vào hệ :

- Do trọng lượng mg là:

$$\mathcal{M}_1 = -mgd = -mgl \sin\theta$$

- Do lò xo xoắn : $\mathcal{M}_2 = -C\theta$

Áp dụng nguyên lí cơ bản động lực học

$$\mathcal{M} = K\theta''$$

Ta có: $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = k\theta''$

hay: $-mgl\sin\theta - C\theta = K\theta''$ với $\theta'' = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Suy ra phương trình chuyển động của hệ

$$K \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta + mgl \sin\theta = 0$$

Trong trường hợp góc lệch θ nhỏ, ta có: $\sin\theta \approx \theta$

Phương trình trên trở thành:

$$K \frac{d^2\theta}{dt^2} + (C + mgl) \theta = 0$$

Có dạng: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$ với $\omega^2 = \frac{C + mgl}{K}$

Đây là phương trình chuyển động của dao động điều hòa có tần số góc là ω .

Chu kì dao động:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C + mgl}}$$

Với $T = 2s$ và $C = 0,11 \text{ J/rad}$, $m = 0,1 \text{ kg}$

$$K = I + ml^2 = 0,011 + 0,1l^2, \quad g = 10 \text{ SI}$$

Ta có: $mgl + C = \frac{4\pi^2}{T^2} K$

Suy ra: $l + 0,11 = \pi^2 (0,011 + 0,1l^2)$ với $\pi^2 \approx 10$

$$l + 0,11 = 0,11 + l^2$$

hay $l^2 - l = 0$

Suy ra: $l = 1 \text{ m}$

75 Câu IV (bắt buộc)

Một lò xo được treo thẳng đứng vào một điểm I cố định. Lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = IB$. Treo vào lò xo một vật khối lượng $m_1 = 100g$ thì độ dài lò xo là $l_1 = IO = 31cm$. Treo thêm một vật $m_2 = m_1$ thì độ dài lò xo là $l_2 = IC = 32cm$.

1. Xác định độ cứng k và chiều dài tự nhiên l_0 của lò xo. Lấy $g = 10m/s^2$.
2. Bỏ vật m_2 đi, rồi nâng m_1 lên đến vị trí B rồi buông nhẹ cho vật dao động. Hãy chứng minh m_1 dao động điều hòa quanh O từ B tới C. Tính độ lớn vận tốc của m_1 khi nó cách B là 1,2 cm. Bỏ qua sức cản của không khí.

Câu VB (tự chọn)

Một con lắc đơn, chiều dài dây treo là $l = 0,4m$, khối lượng vật nặng $m = 200g$, vị trí cân bằng O cách mặt đất 0,45m. Bỏ qua ma sát.

Lấy $g = 10m/s^2$.

1. Kéo con lắc lệch 60° so với vị trí cân bằng rồi buông nhẹ. Tìm độ lớn vận tốc của vật lúc lực căng dây là 4N.
2. Giả sử đúng lúc trên dây bị đứt. Tìm phương trình quỹ đạo của vật sau khi dây đứt. Tính khoảng cách từ điểm vật chạm đất đến phương thẳng đứng qua điểm treo.

(Trích đề thi TS 1996 – 1997.

Trường Đại Học Đại Cương – ĐHQG TP.HCM)

Giải

IV.

- 1) Độ giãn của lò xo tỉ lệ với lực tác dụng.

- Với lực tác dụng là $P_1 = m_1g$, ta có :

$$P_1 = k\Delta l_1 \text{ hay } m_1g = k(l_1 - l_0) \quad (1)$$

- Với lực tác dụng là $P_1 + P_2 = (m_1 + m_2)g$, ta có :

$$P_1 + P_2 = k\Delta l_2 \text{ hay } (m_1 + m_2)g = k(l_2 - l_0) \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow m_2g = k(l_2 - l_1)$$

với $m_2 = m_1 = 100\text{g} = 0,1 \text{ kg}$

$$l_2 - l_1 = 1 \text{ cm} = 0,01\text{m}$$

Suy ra độ cứng lò xo :

$$k = \frac{m_2 g}{l_2 - l_1} = \frac{0,1 \cdot 10}{0,01} = 100 \text{ N/m}$$

$$\text{Từ (1) suy ra: } l_0 = \frac{k l_1 - m_1 g}{k} = \frac{100 \cdot 0,31 - 1}{100} = 0,3 \text{ m}$$

Vậy : $l_0 = 30 \text{ cm}$

2) Xét khi chỉ có vật m_1 . Tại vị trí cân bằng O, vật cân bằng do hai lực :

- Trọng lượng $\vec{P} = m_1 \vec{g}$

- Sức căng lò xo $\vec{\mathcal{T}}_1$

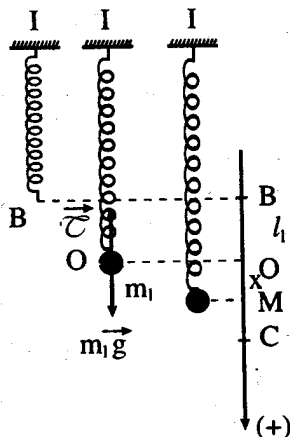
Ta có: $\mathcal{T}_1 = m_1 g$ hay $k \Delta l_1 = m_1 g$

Khi vật ở vị trí M, có li độ là x (cách O là x), ta có :

Sức căng lò xo là

$$\mathcal{T}'_1 = k \Delta l'_1 = k(\Delta l_1 + x)$$

Hợp lực tác dụng vào vật ở vị trí M là :



$$F = P_1 - \mathcal{T}'_1 = m_1 g - k(\Delta l_1 + x)$$

với $m_1 g = k \Delta l_1 \Rightarrow F = -kx$

$\rightarrow$
Hợp lực F có dạng lực phục hồi, tỉ lệ với li độ, nên dao động của m_1 là dao động điều hòa có vị trí cân bằng là O.

Phương trình giờ của dao động có dạng :

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Với biên độ A là khoảng cách từ vị trí cân bằng tới vị trí cao nhất, chính là điểm B ban đầu.

Vậy $A = OB = \Delta l_1 = l_1 - l_0 = 1 \text{ cm}$

Trong dao động điều hòa, các vị trí ngoại biên cách đều vị trí cân bằng, nên vị trí thấp nhất cách O cũng là $A = 1 \text{ cm}$

Ta thấy vị trí này trùng với C.

Vậy vật dao động trong khoảng BC.

Vận tốc của m_1 vào thời điểm t là :

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

Suy ra $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \omega^2} = 1$

Khi vật cách B là 1,2cm thì li độ tính đến vị trí cân bằng là :

$$x = BM - BO = 1,2 - 1 = 0,2 \text{ cm}$$

Ngoài ra : $\omega^2 = \frac{k}{m_1} = \frac{100}{0,1} = 1000 \text{ (rad/s)}^2$

Suy ra $v^2 = 1000 (1^2 - 0,2^2) = 60 \text{ (cm/s)}^2$

Vậy $v = \sqrt{60} \text{ cm/s} = 7,7 \text{ cm/s}$

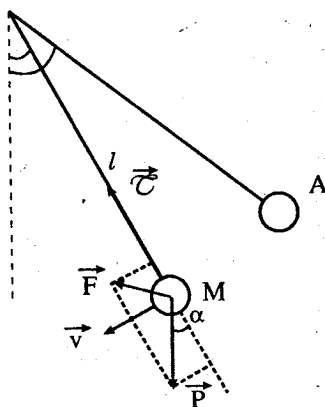
VB.

1) Hợp lực tác dụng vào quả cầu của con lắc đơn là :

$$\vec{F} = m \vec{a} = \vec{T} + \vec{P}$$

Chiếu hệ thức lực này xuống phương sợi dây ta suy ra trị số của sức căng dây.

$$\mathcal{T} = m \frac{v^2}{l} + mg \cos \alpha$$



Áp dụng định lí động năng vào đoạn chuyển động AM của quả cầu, ta có vận tốc của quả cầu tại vị trí M :

$$v^2 = 2gl (\cos \alpha - 2\cos \alpha_0)$$

Suy ra : $\mathcal{T} = mg (3\cos \alpha - 2\cos \alpha_0)$

với $\cos \alpha_0 = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

và $3\cos \alpha = \frac{\mathcal{T}}{mg} + 2\cos \alpha_0 = \frac{4}{0,2 \cdot 10} + 1 = 3$

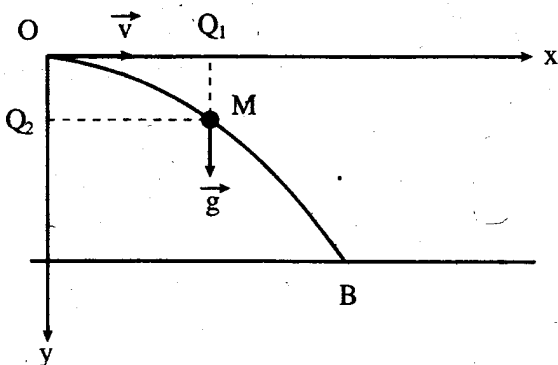
hay $\cos \alpha = 1$

suy ra $\alpha = 0$ (vị trí cân bằng)

Suy ra $m \frac{v_1^2}{l} = \mathcal{T} - mg \cos \alpha = 4 - 0,2 \cdot 10 \cdot 1 = 2$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2l}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4}{0,2}} = 2 \text{ m/s}$$

2)



Khi dây đứt ($\alpha = 0$) thì quả cầu đang đi qua vị trí cân bằng

nên vận tốc $\vec{v}_1$ nằm ngang.

Vậy sau khi dây đứt quả cầu rơi tự do dưới tác dụng của trọng

lượng $\vec{P}$, với gia tốc $\vec{g}$ và vận tốc ban đầu là $\vec{v}_1$ nằm ngang.

Chiếu chuyển động của M xuống trục Ox nằm ngang, ta có chuyển động của Q_1 với gia tốc là :

$$a_x = \text{hình chiếu của } \vec{g} / \text{Ox} = 0$$

Vậy Q_1 chuyển động đều với phương trình giờ là :

$$x = v_1 \cdot t \quad (1)$$

Chọn gốc thời gian là lúc đứt dây và chọn O là gốc tọa độ nên $x_0 = 0$.

Chuyển động chiếu Q_2 trên trục Oy có gia tốc là :

$$a_y = \text{h. chiếu của } \vec{g} / \text{Oy} = g \text{ (hằng số)}$$

Chuyển động của Q_2 là chuyển động thẳng thay đổi đều, phương trình giờ là :

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

Ở đây, ta có $y_0 = 0$ và $v_{0y} = h v_1 / O y = 0$

Từ (1) suy ra $t = \frac{x}{v_1}$, thay vào (2) ta được phương trình quỹ đạo của vật sau khi dây đứt là :

$$y = \frac{g}{2v_1^2} x^2 \quad \text{với } g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v_1 = 2 \text{ m/s}$$

Suy ra: $y = \frac{5}{4} x^2$

Đây là phương trình của quỹ đạo có dạng parabol.

Khi vật chạm đất tại B, ứng với $y_B = 0,45 \text{ m}$ thì cách đường thẳng đứng qua điểm treo (đường thẳng đứng qua vị trí cân bằng O) là:

$$x = \sqrt{\frac{4y}{5}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,45}{5}} = 0,6 \text{ m/s}$$

76 Một con lắc đơn được treo vào trần một xe đang chuyển động nhanh dần đều trên đường nằm ngang với gia tốc $a = \frac{\sqrt{3}}{3} g$ (với $g = \pi^2 \text{ m/s}^2$)

1. Xác định vị trí cân bằng của con lắc đơn.
2. Tính chu kì T' khi cho con lắc dao động nhỏ.

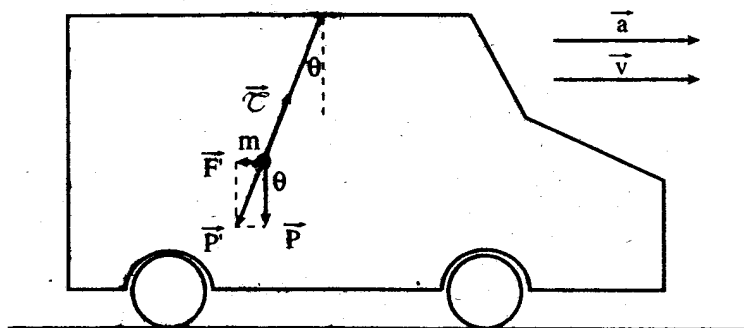
Biết rằng khi xe đứng yên thì chu kì nhỏ của con lắc đơn là $T = 2 \text{ s}$.

(Trích đề thi TS 1997–1998. ĐHDL Hùng Vương)

Giải

- →
1) Gia tốc a và vận tốc v của xe cùng chiều.

Vật nặng m của con lắc cân bằng dưới tác dụng của các lực :



- Trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$
- Sức căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$

Ta có : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}' = 0$

Khi đó dây treo làm với phương thẳng đứng một góc là θ .

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F'}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} \text{ với } a = \frac{\sqrt{3}}{3} g$$

Suy ra : $\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Vậy : $\theta = 30^\circ$

- 2) Con lắc dao động trong mặt phẳng nghiêng làm với mặt phẳng thẳng đứng một góc là $\theta = 30^\circ$, dưới tác dụng của hợp lực $\vec{P}'$:

$$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}'$$

Đặt : $\vec{P}' = m \vec{g}'$

suy ra : $m \vec{g}' = m \vec{g} - m \vec{a}$

Từ hình vẽ, ta có $P = P' \cos \theta$ hay $mg = mg' \cos \theta$

Suy ra : $g' = \frac{g}{\cos \theta}$

với $\cos \theta = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow g' = \frac{2g}{\sqrt{3}}$

Chu kỳ con lắc là :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$$

So với chu kỳ T của dao động nhỏ của con lắc khi xe đứng yên là:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

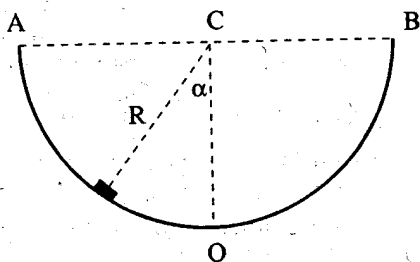
Ta có : $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0,93$

Vậy : $T' = 0,93T = 0,93 \cdot 2 = 1,86 \text{ s}$

77 Câu 10B :

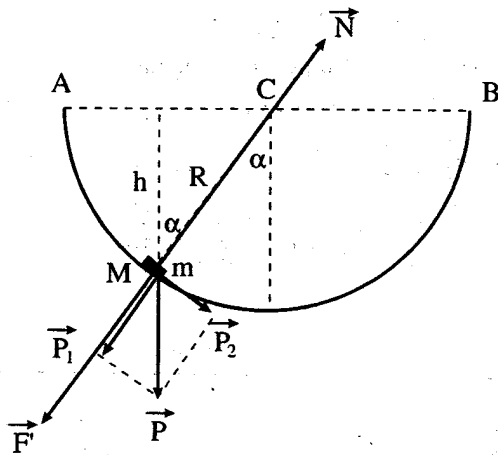
Một vật khối lượng $m = 0,1 \text{ kg}$ trượt không ma sát trên một máng trụ đường kính AB nằm ngang, bán kính $R = 1 \text{ m}$ như hình vẽ.

Vật trượt không vận tốc đầu từ điểm A . Thiết lập công thức tính phản lực N của máng lên vật theo góc α và tìm giá trị của N khi $\alpha = 60^\circ$. Bỏ qua sức cản không khí. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



(Trích đề thi TS 1997-1998. ĐHQG TP.HCM)

Giải



Khi trượt từ A tới vị trí M, vật có vận tốc là $\vec{v}$. Áp dụng định lí động năng trên đoạn chuyển động AM, ta có :

$$E_{dM} - E_{dA} = W \text{ với } W = Ph$$

hay
$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = Ph = mgR \cos \alpha$$

Suy ra
$$mv^2 = 2mgR \cos \alpha$$

Lực li tâm do vật tác dụng lên máng là :

$$F' = m \frac{v^2}{R} = 2mg \cos \alpha$$

Mặt khác, trọng lượng $\vec{P}$ được tách làm hai thành phần :

$\vec{P}_1$ tác dụng vuông góc lên máng, $\vec{P}_2$ tiếp xúc với lòng máng.

Ta có :
$$P_1 = P \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

Vậy hợp lực do vật tác dụng lên máng là $\vec{F}' + \vec{P}_1$. Do đó phản lực do máng tác dụng lên vật tại vị trí M là :

$$\vec{N} = -(\vec{F}' + \vec{P}_1)$$

hay $N = 2mg\cos\alpha + mg\cos\alpha$

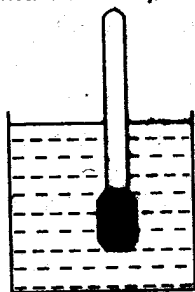
$$N = 3mg\cos\alpha$$

Khi $\alpha = 60^\circ$: $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$$N = 3 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 1,5N$$

78 Câu IVa

Một vật khối lượng $m = 200g$ nổi trên mặt một chất lỏng có khối lượng riêng ρ . Phần trên của vật có dạng hình trụ, đường kính $d = 1cm$. Vật nổi đang đứng yên, được kích động nhẹ theo phương thẳng đứng, nó dao động với chu kỳ $T = 2s$. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của môi trường. Hãy:



- 1) Giải thích vì sao vật nổi dao động.
- 2) Tìm biểu thức của lực tác dụng lên vật trong khi vật dao động.
- 3) Tìm khối lượng riêng ρ của chất lỏng. Lấy $g = 9,8m/s^2$.

(Trích đề TS ĐHSP TP.HCM, 1994 - 1995)

Giải

1) Giải thích sự dao động của vật

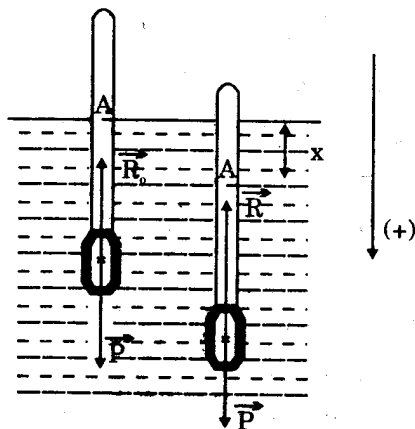
Khi vật đứng yên, trọng lượng $\vec{P}$ của vật được cân bằng bởi lực đẩy Archimede $\vec{R}$ của chất lỏng. Lực đẩy này hướng lên, có giá trị bằng trọng lượng khối chất lỏng bị vật chiếm chỗ.

Khi vật chìm sâu hơn vị trí cân bằng, lực đẩy Archimede $\vec{R}$ lớn hơn trọng lượng $\vec{P}$ của vật. Hợp lực $\vec{F} = \vec{R} + \vec{P}$, cùng chiều với $\vec{R}$, đẩy vật đi lên.

Khi vật nổi lên hơn vị trí cân bằng thì $\vec{R}$ yếu hơn $\vec{P}$. Hợp lực $\vec{F}$, cùng chiều với $\vec{P}$, kéo vật đi xuống.

Do đó vật dao động trong chất lỏng.

2) Biểu thức của lực tác dụng



Thiết diện hình trụ:

$$s = \pi \frac{d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ cm}^2$$

Lực đẩy Archimede khi vật ở vị trí cân bằng là:

$$R_0 = V_0 \cdot \rho \cdot g$$

với V_0 là thể tích phần chìm của vật khi cân bằng.

Khi vật cân bằng ta có:

$$\vec{R}_0 + \vec{P} = 0$$

hay $R_0 \rho g = P = mg$

- Xét khi vật chìm sâu hơn một đoạn là x , lực đẩy Archimede bây giờ là:

$$R = V \rho g$$

trong đó V , thể tích phần chìm của vật là:

$$V = V_0 + s \cdot x$$

suy ra: $R = (V_0 + sx) \rho g$

Chọn gốc tọa độ là mặt thoáng của chất lỏng, chiều dương hướng xuống.

Hợp lực tác dụng lên vật là:

$$\vec{F} = \vec{R} + \vec{P}$$

hay biểu thức đại số là:

$$F = -R + P = -(V_0 + sx) \rho g + mg$$

trong đó: $-V_0 \rho g + mg = 0$

Suy ra: $F = -s \rho g x$

trong đó: $s \rho g = k$ (hằng số)

Vậy $\vec{F}$ là lực phục hồi, có dạng:

$$F = -kx$$

nên vật dao động điều hòa.

3) Chu kì dao động của vật là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Suy ra $k = \frac{4\pi^2}{T^2} m = \frac{4\pi^2}{2^2} \cdot 0,2 = 1,972 \text{ SI}$

Mà $k = spg$, suy ra khối lượng riêng của chất lỏng là:

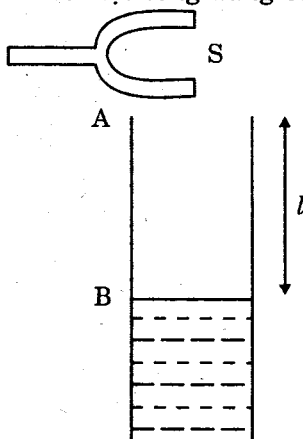
$$\rho = \frac{k}{sg} = \frac{1,972}{\frac{\pi^2}{4} \cdot 10^{-4} \cdot 9,8} = 816 \text{ kg/m}^3$$

hay

$$\rho = 0,816 \text{ kg/l}$$

79 Câu III

Một âm thoa đặt trên miệng một ống khí hình trụ AB, chiều dài l của ống khí có thể thay đổi được nhờ dịch chuyển mực nước ở đầu B. Khi âm thoa rung động nó phát ra một âm cơ bản, trong ống khí có một sóng dừng ổn định.



1. Giải thích hiện tượng trên.
2. Khi chiều dài ống khí thích hợp, ngắn nhất là $l_0 = 13 \text{ cm}$, thì âm là to nhất. Tìm tần số dao động của âm thoa, biết rằng với ống khí này đầu B kín là một nút sóng, đầu A hở là một bụng sóng. Vận tốc truyền âm là 340 m/s .
3. Khi dịch chuyển mực nước ở đầu B để cho chiều dài $l = 65 \text{ cm}$, ta nghe thấy âm to nhất. Tìm số bụng sóng trong khoảng AB của ống khí.

(Trích đề thi tuyển sinh ĐH Luật 1995)

Giải

1) Âm thoa rung động làm cho cột khí rung động

Sóng truyền trong cột khí, tới B thì phản xạ. Sự tổng hợp của sóng tới và sóng phản xạ tạo thành sóng dừng trong cột khí với các bụng sóng và nút sóng ở các vị trí cố định.

2) Để sóng dừng ổn định, sóng dừng phải có một nút ở đầu kín B và một bụng ở đầu hở A. Như vậy chiều dài của cột khí là:

$$AB = l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}, \lambda \text{ là bước sóng}$$

Khi đó ta có hiện tượng cộng hưởng, nghĩa là tần số dao động của cột khí bằng với tần số rung của âm thoa, âm nghe được to nhất.

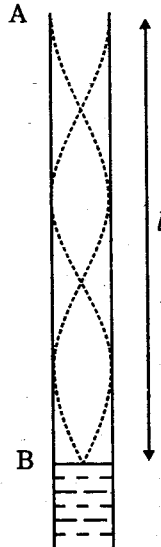
Với $k = 0$, ta có giá trị nhỏ nhất của l là:

$$l_0 = \frac{\lambda}{4} = \frac{V}{4f}, v \text{ là vận tốc truyền âm}$$

Suy ra tần số của âm (hay tần số dao động của âm thoa) là:

$$f = \frac{V}{4l_0} = \frac{340}{4 \cdot 0,13} = 654 \text{ Hz}$$

3) Ta có: $\lambda = 4l_0 = 4 \cdot 13 = 52 \text{ cm}$



Từ công thức: $l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$, suy ra:

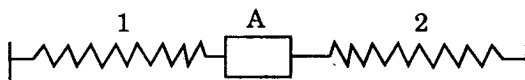
$$k = \frac{1}{2} \left(\frac{4l}{\lambda} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{4.65}{52} - 1 \right) = 2$$

Trong công thức trên, k là số múi nguyên của sóng dừng.

Suy ra trong khoảng AB có 3 bụng sóng

80 Câu III

Hai lò xo giống hệt nhau, khối lượng không đáng kể, có độ cứng $k = 2,5 \text{ N/m}$, được móc vào một vật A có khối lượng $m = 600 \text{ g}$ như hình vẽ. Bỏ qua ma sát của mặt phẳng đỡ nằm ngang. Hai lò xo luôn luôn bị kéo dãn trong thời gian thí nghiệm. Người ta kéo vật A ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn $X_m = 10 \text{ cm}$ theo trục của lò xo, rồi thả ra không vận tốc đầu.



1. Bỏ qua sức cản không khí. Lập phương trình chuyển động của A. Tính chu kỳ dao động.
2. Trong thực tế, người ta thấy biên độ dao động giảm từ từ. Sau nhiều lần dao động, biên độ của vật chỉ còn bằng $X_{1m} = 5 \text{ cm}$. Khi đó động năng cực đại của vật bằng bao nhiêu? So sánh nó với động năng cực đại lúc đầu của vật. Hãy giải thích tại sao động năng cực đại lại giảm dần.

(Trích đề thi TSDH Tài chính Kế toán, 1995)

Giải

- 1) Hệ hai lò xo móc vào hai bên vật A tương đương với một lò xo có độ cứng là:

$$K = k_1 + k_2 = 2k$$

(Xem lại chứng minh ở Đề số 2)

Vật A có dao động điều hòa, phương trình dao động có dạng tổng quát là:

$$x = X_m \sin(\omega t + \varphi)$$

với $X_m = 10\text{cm}$, $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{5}{0,6}} \text{ rad/s}$

hay $\omega = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ rad/s}$

Giá trị của pha ban đầu φ tùy thuộc gốc thời gian. Nếu chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương, ta có:

Khi $t = 0$: $x = X_m \sin \varphi = 0$

$$\Rightarrow \varphi = 0 \text{ hay } \pi$$

và $V = \omega X_m \cos(\omega t + \varphi) = \omega X_m \cos \varphi > 0$

Suy ra $\cos \varphi > 0$ vậy $\varphi = 0$

Trong trường hợp này, ta có:

$$x = 10 \sin \frac{5\sqrt{3}}{3} t \text{ (cm)}$$

Chu kì dao động:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{\sqrt{3}}{5} \approx 2,18\text{s}$$

2) Động năng cực đại là động năng khi vật qua vị trí cân bằng:

Vận tốc của vật khi qua vị trí cân bằng:

- Lúc đầu là:

$$V_m = \omega X_m = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot 10 \approx 29\text{cm/s}$$

Động năng lúc đầu:

$$E_d = \frac{1}{2} m V_m^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot (0,29)^2 = 0,025\text{J}$$

- Lúc sau là:

$$V_{1m} = \omega X_{1m} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot 5 = \frac{25}{\sqrt{3}} \text{ cm/s} = 14,5 \text{ cm/s}$$

Động năng cực đại của vật bây giờ là:

$$E_{d1} = \frac{1}{2} m V_{1m}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot (0,145)^2 = 0,006 \text{ J}$$

Suy ra:
$$\frac{E_{d1}}{E_d} = \frac{6}{25}$$

Động năng cực đại giảm dần vì trên thực tế, luôn luôn có lực ma sát giữa vật A với mặt phẳng đỡ. Động năng của vật bị biến dần thành nhiệt do sự ma sát.

81 Câu vb

1. Một con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ khối lượng $m = 100 \text{ g}$ treo vào đầu một sợi dây có chiều dài l . Con lắc treo trong thùng thang máy đứng yên. Cho con lắc dao động với biên độ góc $\alpha_0 = 6^\circ$, chu kỳ $T_0 = 2 \text{ s}$, tại nơi có $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Bỏ qua mọi ma sát. Tính l .
2. Con lắc đang dao động, thang máy đột ngột đi lên với gia tốc $a = \frac{g}{10}$. Tính chu kỳ T và biên độ góc β_0 của con lắc.
3. Thang máy tiếp tục đi lên nhưng chuyển động thẳng đều. Tính lực căng dây treo của con lắc khi nó qua vị trí cân bằng và qua vị trí biên.

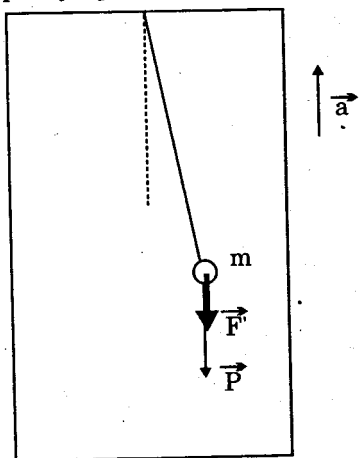
(Trích đề thi TSDH ĐHQG TP.HCM, 1997)

Giải

1) Ta có:
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ với } T_0 = 2 \text{ s}$$

Suy ra:
$$l = \frac{T_0^2}{4\pi^2} g = \frac{9,81}{\pi^2} \approx 0,995 \text{ m}$$

2) Trong trường hợp này, quả cầu m bị kéo xuống bởi các lực:



- Trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$

- Lực quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$

Vậy dường như có trọng lượng là:

$$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}' = m \vec{g} - m \vec{a}$$

Đặt $\vec{P}' = m \vec{g}'$, suy ra:

$$m \vec{g}' = m \vec{g} - m \vec{a}$$

Hay về trị số, ta có:

$$g' = g + a$$

Vậy con lắc được coi như dao động với gia tốc trọng lực là:

$$g' = g + a = g + \frac{g}{10} = \frac{11}{10} g$$

Do đó, chu kì dao động là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{10}{11} \frac{l}{g}} = T_0 \sqrt{\frac{10}{11}}$$

$$T = 2\sqrt{\frac{10}{11}} \approx 1,907s$$

Xét khi thang máy đứng yên: cơ năng toàn phần của con lắc là:

$$\begin{aligned} E &= E_d = \frac{1}{2} m V_m^2 = \frac{1}{2} m \cdot 2gl(1 - \cos\alpha_0) \\ &= mgl(1 - \cos\alpha_0) \end{aligned}$$

(động năng con lắc tại vị trí cân bằng)

Vì α_0 bé nên $\cos\alpha_0 \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$, suy ra:

$$E = \frac{1}{2} mgl\alpha_0^2$$

Khi thang máy có gia tốc a: cơ năng con lắc là:

$$E = mgl'(1 - \cos\beta_0) = \frac{1}{2} mg'l\beta_0^2$$

Vì cơ năng toàn phần được bảo toàn, nên ta có:

$$\frac{1}{2} mgl\alpha_0^2 = \frac{1}{2} mg'l\beta_0^2$$

Suy ra biên độ góc của con lắc trong trường hợp này là:

$$\beta_0 = \sqrt{\frac{g}{g'}} \alpha_0 = \sqrt{\frac{10}{11}} \cdot 6^\circ = 5,72^\circ = 5^\circ 43'$$

3) Khi thang máy chuyển động đều: $a = 0$, $g' = g$

Sức căng dây được tính theo công thức:

$$\mathcal{T} = m \frac{V^2}{l} + mg \cos\alpha$$

- Khi con lắc qua vị trí cân bằng: $\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1$. Vận tốc có giá trị cực đại:

$$V_m^2 = 2gl(1 - \cos\alpha_0) \approx gl\alpha_0^2, \alpha_0 \text{ tính ra rad}$$

Sức căng dây có giá trị cực đại là:

$$\mathcal{T}_1 = m \frac{V_m^2}{l} + mg = mg\alpha_0^2 + mg$$

$$\mathcal{T}_1 = mg(1 + \alpha_o^2) \text{ với } \alpha_o = 6^\circ = \frac{\pi}{30} \text{ rad}$$

$$= 0,1.9,81 \left(1 + \frac{\pi^2}{900} \right) = 0,992 \text{ N}$$

- Khi con lắc qua vị trí ngoại biên: $\alpha = \alpha_o$, $V = 0$

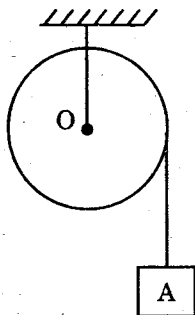
Sức căng dây có giá trị cực tiểu:

$$\mathcal{T}_2 = mg \cos \alpha_o \approx mg \left(1 - \frac{\alpha_o^2}{2} \right)$$

$$= 0,1.9,81 \left(1 - \frac{\pi^2}{1800} \right) = 0,976 \text{ N}$$

82 Câu vb

Một hình trụ đặc bán kính $R = 60 \text{ cm}$, khối lượng $M = 28 \text{ kg}$ có thể quay quanh một trục đối xứng nằm ngang. Một dây được quấn vào hình trụ, đầu dây mang một vật A, khối lượng $m = 6 \text{ kg}$ (Xem hình vẽ). Bỏ qua khối lượng của dây và ma sát ở trục. Buông khối A để cho hệ thống chuyển động tự do.



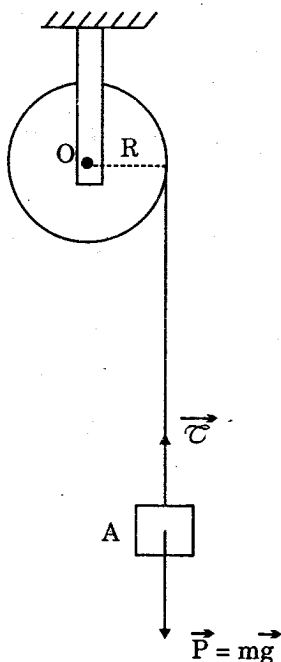
1. Tìm gia tốc của hình trụ và lực căng dây.
2. Lúc khối A đi được 6 m người ta cắt đứt sợi dây. Tìm lực cản F phải đặt tiếp xúc với hình trụ kể từ lúc cắt dây, để sau 5 giây thì hình trụ ngừng quay.

Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$ và momen quán tính của hình trụ đối với trục quay là $I = \frac{1}{2} MR^2$.

(Trích đề TS ĐHQG TP.HCM, 1996 – 1997)

Giải

- 1) Áp dụng định lí động năng vào chuyển động của hệ khi A rơi được một đoạn là y.



- Khi hệ đứng yên, động năng là:

$$E_{d1} = 0$$

- Khi A rơi được một đoạn y, động năng của hệ là:

$$E_{d2} = \frac{1}{2} I \theta'^2 + \frac{1}{2} m V^2$$

với $I = \frac{1}{2} MR^2$ và $V = R\theta'$

Suy ra:
$$E_{d2} = \frac{1}{2} I \theta'^2 + \frac{1}{2} m R^2 \theta'^2 = \frac{1}{2} (I + m R^2) \theta'^2$$

Công trong chuyển động này là công của trọng lượng $\vec{P}$ của khối A trong đoạn di chuyển y:

$$W = P y = mgy$$

Theo định lí động năng:

$$E_{d2} - E_{d1} = W$$

Ta có:
$$\frac{1}{2} (I + m R^2) \theta'^2 - 0 = mgy$$

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian, ta được:

$$(I + m R^2) \cdot \theta' \cdot \theta'' = mgy' = mgV = mgR \cdot \theta'$$

Suy ra gia tốc góc của hình trụ:

$$\theta'' = \frac{mgR}{I + m R^2} = \frac{mgR}{\frac{1}{2} M R^2 + m R^2} = \frac{mg}{\left(\frac{M}{2} + m\right) R}$$

với $m = 6\text{kg}$, $M = 28\text{kg}$, $R = 60\text{cm} = 0,6\text{m}$

Ta có:
$$\theta'' = 5\text{rad/s}^2$$

- Xét chuyển động của khối A, ta có:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

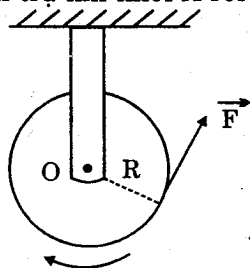
hay $P - T = ma$ với gia tốc là $a = R\theta''$

Suy ra sức căng dây:

$$T = P - ma = m(g - a) = m(g - R\theta'')$$

$$T = 6(10 - 0,6 \cdot 5) = 42\text{N}$$

2) Vận tốc góc của hình trụ khi khối A rơi được một đoạn $y = 6\text{m}$:



$$\dot{\theta}_0 = \frac{2mgy}{I + mR^2}$$

với
$$I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 0,6^2 = 5,04 \text{kgm}^2$$

$$mR^2 = 6 \cdot 0,6^2 = 2,16 \text{kgm}^2$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}_0 = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 6}{7,2} = 100 \text{rad/s}$$

Động năng của hình trụ khi dây bị cắt:

$$E_{do} = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \cdot 5,04 \cdot 100^2 = 2,52 \cdot 10^4 \text{J}$$

Áp dụng định lí động năng vào chuyển động quay của hình trụ từ lúc cắt dây tới lúc hình trụ ngừng lại:

$$E_d - E_{do} = W$$

trong đó: $E_d = 0$

và W là công của lực cản $\vec{F}$ trong chuyển động này:

$$W = -\mathcal{M}_F \cdot \theta$$

với $\mathcal{M}_F$ là moment của lực $\vec{F}$ đối với trục quay O

$$\mathcal{M}_F = F \cdot R$$

$$\Rightarrow W = -FR\theta$$

Suy ra: $0 - E_{do} = -FR\theta$

Vậy:
$$F = \frac{E_{do}}{R \cdot \theta}$$

Trong đó θ là góc quay thêm của hình trụ sau 5s:

$$\theta = \frac{1}{2} \theta'' t^2 + \dot{\theta}_0 t$$

với θ'' là gia tốc góc của hình trụ sau khi dây bị cắt. Ta có công thức tính vận tốc góc của hình trụ sau khi cắt dây là:

$$\dot{\theta} = \theta'' t + \dot{\theta}_0$$

Khi hình trụ ngừng lại: $\dot{\theta} = 0$

$$\Rightarrow \theta'' = \frac{\theta' - \theta_0}{t} = \frac{0 - 100}{5} = -20 \text{ rad/s}^2$$

(Chọn chiều dương là chiều chuyển động)

Suy ra: $\theta = \frac{1}{2}(-20).5^2 + 100.5 = 250 \text{ rad}$

Vậy lực cần là:

$$F = \frac{E_{\text{đo}}}{R.\theta} = \frac{2,52.10^4}{0,6.250} = 168 \text{ N}$$

83 Phần B Bài 1

Một lò xo có độ dài tự nhiên $l_0 = 20 \text{ cm}$, treo thẳng đứng. Móc vào đầu dưới lò xo một quả cầu khối lượng $m = 100 \text{ g}$ thì lò xo dài $l = 30 \text{ cm}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Tính: a) Độ cứng của lò xo
b) Chu kì dao động T của lò xo.
- Quả cầu đang đứng yên cân bằng được kéo xuống khỏi vị trí cân bằng 3 cm rồi thả ra không vận tốc đầu. Chọn gốc thời gian ($t = 0$) là lúc thả quả cầu, chiều dương là chiều kéo quả cầu. Lập phương trình dao động của quả cầu.
(Trích đề TSDH Kỹ thuật Công nghệ TP.HCM, 1998 - 1999)

Giải

- 1) Ta có: $P = mg = k\Delta l$
với $\Delta l = l - l_0 = 30 - 20 = 10 \text{ cm}$

Độ cứng của lò xo:

$$k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,1.10}{0,1} = 10 \text{ N/m}$$

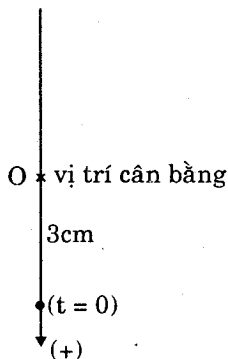
Chu kì dao động:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{10}}$$

$$T = \frac{\pi}{5} \text{ s} = 0,628 \text{ s}$$

2) Dạng tổng quát của phương trình dao động:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$



Trong trường hợp này, ta có: $A = 3 \text{ cm}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \text{ rad/s}$$

Khi $t = 0$: $x = A \sin \varphi = +3 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \sin \varphi = \frac{3}{A} = 1$$

Suy ra: $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Vậy phương trình dao động:

$$x = 3 \sin \left(10t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ cm}$$

84 Câu vb

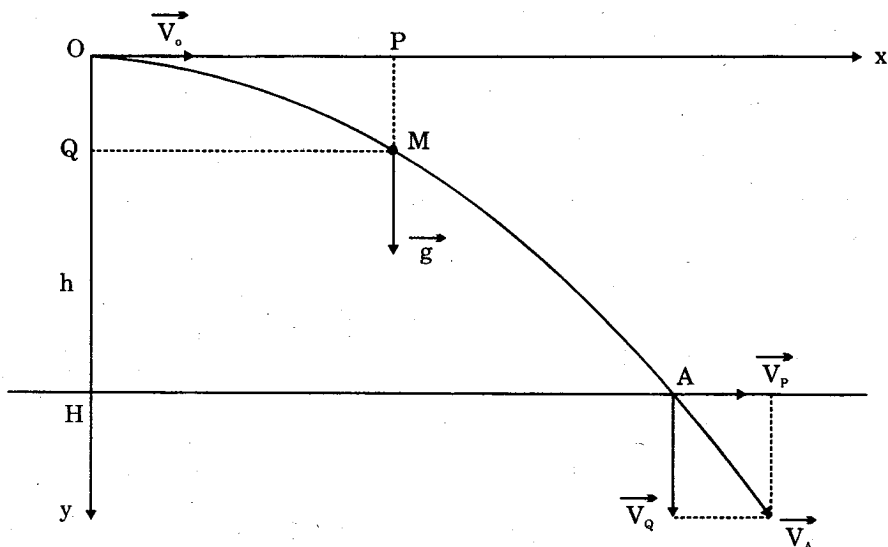
Một vật được ném ngang từ độ cao h với vận tốc ban đầu $V_0 = 25 \text{ m/s}$. Thời gian kể từ lúc ném đến lúc vật chạm đất là 3 s .

1. Viết phương trình quỹ đạo của vật và tìm độ cao h .

2. Tìm tầm xa và vận tốc của vật lúc chạm đất. Bỏ qua sức cản không khí. Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

(Trích đề TSBH An ninh – ĐH Cảnh sát, 1997 – 1998)

Giải



- 1) Vật rơi dưới tác dụng duy nhất của trọng lượng, do đó gia tốc của vật trong sự rơi là $\vec{g}$.

Chiều chuyển động của vật:

- Xuống trục hoành Ox, ta có chuyển động của P với gia tốc là:

$$a_p = \frac{\vec{g}}{Ox} = 0$$

Vậy P có chuyển động đều, vận tốc không đổi là:

$$V_P = V_0 = 25\text{m/s}$$

Phương trình chuyển động:

$$x = V_0 \cdot t \quad (1)$$

Chọn: O là gốc tọa độ, lúc ném vật là gốc thời gian nên $x_0 = 0$

- Xuống trục tung Oy, ta có chuyển động của Q với gia tốc là:

$$a_Q = hc \frac{\vec{g}}{Oy} = g$$

Phương trình chuyển động:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $t = \frac{x}{V_0}$, thế vào (2) ta có:

$$y = \frac{g}{2V_0^2}x^2$$

$$y = \frac{10}{2 \cdot 25^2} \cdot x^2 = \frac{x^2}{125} \quad (3)$$

Vậy quỹ đạo rơi có dạng parabol như hình vẽ.

Từ phương trình (2), thay $t = 3s$, ta có:

$$y_A = h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = 45m$$

2) Tầm xa của vật là:

$$x_A = HA = V_0 \cdot t = 25 \cdot 3 = 75m$$

- Vận tốc của vật khi tới đất là $\vec{V}_A$

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{V}_Q$$

với $V_P = V_0 = 25m/s$

$$V_Q = gt = 10 \cdot 3 = 30m/s$$

Suy ra: $V_A^2 = V_P^2 + V_Q^2 = 25^2 + 30^2 = 1525$

$$V_A = 39m/s$$

85 Câu Vb

1. Thiết lập công thức tính động năng của vật rắn trong chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay quanh một trục.
2. Một con lắc đơn dao động với biên độ nhỏ có chu kì là T_0 tại nơi có $g = 10 \text{ m/s}^2$. Treo con lắc ở trên một chiếc xe:
 - a) Cho xe chuyển động nhanh dần đều trên mặt nằm ngang thì dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc nhỏ $\alpha = 9^\circ$. Hãy giải thích hiện tượng và tính gia tốc a của xe. Cho con lắc dao động. Hãy tính chu kì T của con lắc theo T_0 .
 - b) Cho xe đứng yên. Con lắc dao động trong điện trường đều, phương thẳng đứng, chiều hướng xuống. Khi truyền cho con lắc điện tích q_1 thì nó dao động với chu kì $T_1 = 3T_0$; khi truyền điện tích q_2 thì chu kì $T_2 = \frac{3}{4}T_0$. Xác định tỉ số q_2/q_1 .

(Trích đề TSDHQQ TP.HCM, 1998)

Giải

- 1) Lập công thức tính động năng của vật rắn:

- Khi vật chuyển động tịnh tiến.

Trong chuyển động này, mọi điểm của vật đều có vận tốc như nhau là V . Động năng của vật rắn là tổng động năng của các điểm tạo thành vật:

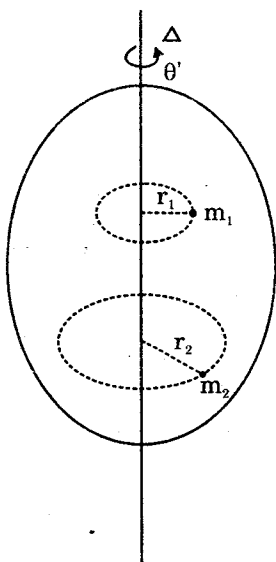
$$E_d = \frac{1}{2} m_1 V^2 + \frac{1}{2} m_2 V^2 + \frac{1}{2} m_3 V^2 + \dots$$

$$E_d = \frac{1}{2} (\Sigma m) V^2$$

Trong đó $\Sigma m = M$ (khối lượng của vật rắn)

Suy ra:
$$E_d = \frac{1}{2} M V^2$$

- Khi vật quay quanh một trục



Trong chuyển động này, mọi điểm của vật có cùng vận tốc góc θ' . Động năng của chất điểm m_1 là:

$$E_{d1} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \text{ với } V_1 = r_1 \theta', \text{ suy ra}$$

$$E_{d1} = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \theta'^2$$

Tương tự, động năng của các chất điểm $m_2, m_3, \dots$ là:

$$E_{d2} = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \theta'^2$$

$$E_{d3} = \frac{1}{2} m_3 r_3^2 \theta'^2$$

Động năng của vật rắn là:

$$E_d = E_{d1} + E_{d2} + E_{d3} + \dots$$

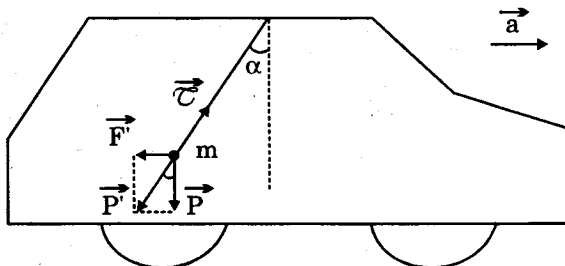
$$E_d = \frac{1}{2} (\sum m r^2) \theta'^2$$

trong đó $\sum m r^2 = I$ (moment quán tính của vật rắn đối với trục quay)

Vậy:
$$E_d = \frac{1}{2} I \theta'^2$$

2) Ta có $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, l là chiều dài sợi dây.

a) Xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $\vec{a}$.



Quả cầu m cân bằng dưới tác dụng của các lực:

- Trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$
- Sức căng dây $\vec{T}$
- Lực quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$

Chính lực quán tính $\vec{F}'$ này kéo vật lệch về phía sau.

Ta có:
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F'}{P} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

Suy ra:
$$a = g \cdot \operatorname{tg} \alpha = 10 \cdot \operatorname{tg} 9^\circ = 10 \cdot 0,1584 = 1,584 \text{ m/s}^2$$

Con lắc dao động trong mặt phẳng nghiêng làm với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 9^\circ$ dưới tác dụng của trọng lượng biểu

kiến $\vec{P}' = m \vec{g}'$

$$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}'$$

Ta có:
$$P = P' \cos \alpha \text{ hay } mg = mg' \cos \alpha$$

Suy ra: $g' = \frac{g}{\cos \alpha}$

Chu kì dao động của con lắc:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cdot \cos \alpha} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\cos \alpha}$$

hay $T = T_0 \sqrt{\cos \alpha} = 0,9938 T_0$

- b. Xe đứng yên, quả cầu m có mang điện tích. Quả cầu m có mang điện tích và ở trong điện trường đều $\vec{E}$ nên chịu thêm tác dụng của lực điện trường.

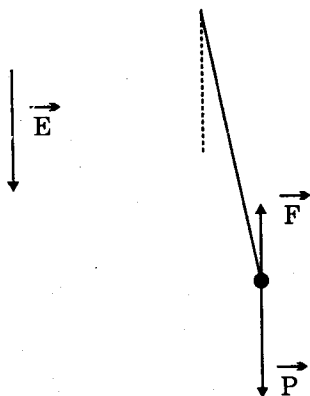
$$\vec{F} = q \vec{E}$$

nếu $q > 0$: lực $\vec{F}$ cùng chiều với $\vec{E}$

$q < 0$: lực $\vec{F}$ ngược chiều với $\vec{E}$



a) $q > 0$



b) $q < 0$

Quả cầu dường như có trọng lượng là:

$$\vec{P}'' = \vec{P} + \vec{F} \text{ hay } m \vec{g}'' = m \vec{g} + q \vec{E}$$

Chu kì dao động của con lắc là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g''}}$$

so sánh với chu kì ban đầu:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ta thấy nếu $g'' < g$ thì $T > T_0$; nếu $g'' > g$ thì $T < T_0$. Vậy trong trường hợp của bài toán:

- Với điện tích $q = q_1$, ta có: $T = T_1 = 3T_0 \Rightarrow g'' < g$ nghĩa là ta phải có $q_1 < 0$ (trường hợp b)

Khi đó $\vec{P}$ và $\vec{F}$ ngược chiều

$$P_1'' = mg_1'' = P - F = mg - |q_1|E$$

hay
$$g_1'' = g - \frac{|q_1|}{m}E$$

Chu kì dao động:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1''}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \frac{|q_1|}{m}E}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{|q_1|}{mg}E}}$$

$$T_1 = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{|q_1|}{P}E}} = 3T_0 \quad (1)$$

- Với $q = q_2$, ta có $T = T_2 = \frac{3}{4}T_0 \Rightarrow g'' > g$ ta phải có $q_2 > 0$

(trường hợp a). Khi đó $\vec{P}$ và $\vec{F}$ cùng chiều.

$$P_2'' = P + F \text{ hay } mg_2'' = mg + q_2E$$

$$g_2'' = g + \frac{q_2}{m}E$$

Chu kì con lắc:
$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2''}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{q_2}{m}E}}$$

$$\text{hay } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g \left(1 + \frac{q_2}{mg} E\right)}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g \sqrt{1 + \frac{q_2}{P} E}}}$$

$$T_2 = \frac{T_0}{\sqrt{1 + \frac{q_2}{P} E}} = \frac{3}{4} T_0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), suy ra } \sqrt{1 - \frac{|q_1|}{P} E} = \frac{1}{3}$$

$$\text{hay } \frac{|q_1|}{P} E = \frac{8}{9} \quad (a)$$

$$\text{Từ (2), suy ra: } \sqrt{1 + \frac{q_2}{P} E} = \frac{4}{3}$$

$$\text{hay } \frac{q_2 E}{P} = \frac{7}{9} \quad (b)$$

$$\frac{(b)}{(a)} \Rightarrow \frac{q_2}{|q_1|} = \frac{7}{8} \text{ hay } \frac{q_2}{q_1} = -\frac{7}{8}$$

86 Câu 5

1. Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ tại một nơi trên mặt đất ở nhiệt độ 20°C . Nếu nhiệt độ tăng lên đến 35°C thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm? Trong một ngày đêm nhanh chậm bao nhiêu? Hệ số nở dài của thanh treo quả lắc là $\alpha = 2.10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Coi độ dài của thanh treo quả lắc bằng độ dài của con lắc đơn đồng bộ với nó.
2. Đưa đồng hồ lên cao $1,28\text{km}$, nó lại chạy đúng giờ. Tìm nhiệt độ ở độ cao trên, cho biết bán kính trái đất $R = 6400\text{km}$.

(Trích đề TSDH Ngoại thương, 1998)

Giải

1) Chu kì con lắc:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

với l là chiều dài con lắc đơn đồng bộ với con lắc đồng hồ, theo giả thiết l cũng là chiều dài của thanh treo quả lắc.

Khi nhiệt độ tăng, chiều dài cũng tăng:

$$l' = l(1 + \lambda \Delta\theta)$$

$$\Delta\theta = 35^\circ - 20^\circ = 15^\circ \text{ là độ tăng nhiệt độ}$$

do đó, chu kì tăng. Vậy đồng hồ chạy chậm đi

Chu kì ở 35°C là:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l(1 + \lambda \Delta\theta)}{g}}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{T'}{T} = \sqrt{1 + \lambda \Delta\theta} \approx \frac{1}{2} \lambda \Delta\theta + 1$$

$$\Rightarrow \frac{T'}{T} - 1 = \frac{T' - T}{T} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \lambda \Delta\theta$$

$\frac{\Delta T}{T}$ chính là độ tăng của chu kì trong 1s.

Trong một ngày đêm có $24g = 86400s$, đồng hồ chậm đi là:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T}{T} \cdot 86400 &= \frac{1}{2} \lambda \Delta\theta \cdot 86400 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2.10^{-5} \cdot 15 \cdot 86400 \approx 13s \end{aligned}$$

2) Chu kì con lắc khi chạy đúng giờ là:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

l = chiều dài của thanh ở 20°C

Chu kì con lắc ở độ cao $h = 1,28\text{km}$ là:

$$T'' = 2\pi \sqrt{\frac{l''}{g_h}}$$

với $l'' = l(1 + \lambda \cdot \Delta\theta')$ với $\Delta\theta' = \theta - 20^\circ$

$$g_h \approx g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

Ở độ cao h, đồng hồ chạy đúng giờ nên $T'' = T$

Suy ra: $\frac{l''}{g_h} = \frac{l}{g}$

hay $\frac{l(1 + \lambda \cdot \Delta\theta')}{g \left(1 - \frac{2h}{R}\right)} = \frac{l}{g}$

$$\frac{1 + \lambda \cdot \Delta\theta'}{1 - \frac{2h}{R}} = 1$$

Suy ra: $\lambda \cdot \Delta\theta' = -\frac{2h}{R}$

$$\Delta\theta' = -\frac{2h}{\lambda R} = -\frac{2 \cdot 1,28}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 6400} = -20^\circ$$

$$\theta - 20^\circ = -20^\circ$$

Vậy nhiệt độ ở độ cao h là $\theta = 0^\circ\text{C}$

87 Câu 10b

Một quả cầu nhỏ khối lượng $m = 10\text{g}$ được treo vào một sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể, chiều dài $l = 22\text{cm}$. Quả cầu quay trong một phẳng ngang vuông góc với trục quay thẳng đứng với vận tốc không đổi bằng $1,5$ vòng/s tại một nơi có gia tốc trọng trường g .

Tính lực căng của dây treo và góc lệch α khỏi phương thẳng đứng ban đầu khi nó đứng yên. Vẽ hình. Cho $g = 10\text{m/s}^2$

(Trích đề TS ĐHQG TP.HCM, 1998 - 1999)

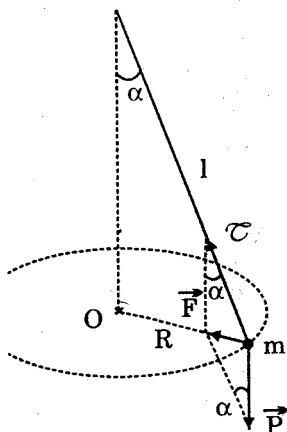
Giải

Các lực tác dụng vào quả cầu:

- Trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$
- Sức căng dây $\vec{T}$

Hợp lực $\vec{F}$ là lực hướng tâm:

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$$



Quả cầu m vẽ một đường tròn ở trong một mặt phẳng nằm ngang, có bán kính R.

$$R = l \cdot \sin \alpha$$

Sợi dây vẽ thành một mặt nón có nửa góc ở đỉnh là α .

Ta có:
$$F = m \frac{V^2}{R}$$

V là vận tốc dài của m

$$V = R\theta' \text{ với } \theta' \text{ là vận tốc góc}$$

Suy ra: $F = m\theta'^2 R$, trong đó $\theta' = 2\pi N = 2\pi \cdot 1,5 = 3\pi \text{ rad/s}$

Sức căng dây:

$$T = \frac{F'}{\sin \alpha} = \frac{m\theta'^2 R}{\sin \alpha} = \frac{m\theta'^2 l \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$$T = m\theta'^2 l = 0,01 \cdot 9\pi^2 \cdot 0,22$$

$$T = 0,195 \text{ N}$$

Mặt khác, ta có:

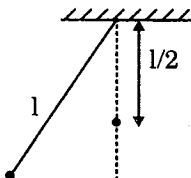
$$P = T \cdot \cos \alpha$$

Suy ra: $\cos \alpha = \frac{P}{T} = \frac{mg}{T} = \frac{0,01 \cdot 10}{0,195} = 0,5128$

$$\Rightarrow \alpha \approx 59^\circ$$

88 Câu 4

Treo một con lắc đơn vào một tấm gỗ thẳng đứng. Dây treo mềm có chiều dài $l = 1\text{m}$. Dọc theo đường thẳng đứng, cách điểm treo con lắc một đoạn $l/2$, người ta đóng một chiếc đinh. Khi dao động con lắc sẽ vướng vào đinh.



1. Tính chu kỳ con lắc
2. Chu kỳ con lắc là bao nhiêu nếu cho con lắc và tấm gỗ chuyển động theo phương thẳng đứng lên phía trên với gia tốc $a = g/2$.
3. Đem con lắc và tấm gỗ lên mặt trăng. Chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng trái đất gấp 81 lần mặt trăng. Bán kính trái đất bằng 3,7 lần mặt trăng.

Cho $g = 10 \text{ m/s}^2$

(Trích đề TS Học viện Công nghệ BCVT, 1998)

Giải

1) Chu kì con lắc

Khi sợi dây không đung đỉnh, chiều dài con lắc là l . Thời gian làm một dao động là:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10}} \approx 2s$$

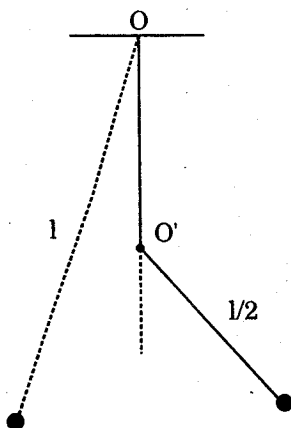
Khi sợi dây đung đỉnh, chiều dài con lắc là $l' = \frac{l}{2}$. Thời gian làm một dao động là:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,5}{10}} = 1,4s$$

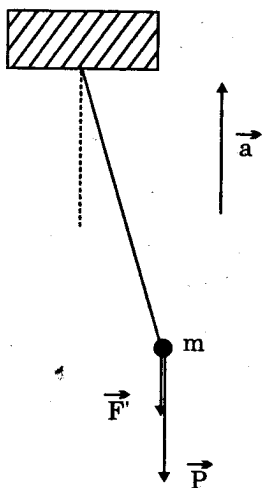
Vậy chu kì của con lắc trong trường hợp này là:

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$$

$$T = 1,7s$$



2) Hệ đi lên với gia tốc $\vec{a}$



Quả cầu m chịu tác dụng của các lực:

- Trọng lượng $\vec{P} = m \vec{g}$
- Lực quán tính $\vec{F}' = -m \vec{a}$

Trong trường hợp hệ đi lên nhanh dần đều, gia tốc $\vec{a}$ hướng lên, lực quán tính $\vec{F}'$ hướng xuống, cùng chiều với $\vec{P}$ (quả cầu dường như nặng hơn).

Hợp lực tác dụng vào m là:

$$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}'$$

hay $mg' = mg + ma$

$$\Rightarrow g' = g + a = g + \frac{g}{2} = \frac{3}{2}g$$

Chu kì dao động của con lắc:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\frac{2}{3}} = T_1 \sqrt{\frac{2}{3}} = 1,63s$$

3) Chu kì con lắc trên mặt trăng

Gia tốc trọng lực tỉ lệ thuận với khối lượng của thiên thể và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ nơi khảo sát tới tâm của thiên thể.

Vậy: gọi g và g' là các gia tốc trọng lực ở gần bề mặt trái đất và gần bề mặt mặt trăng.

M và M' : khối lượng trái đất và mặt trăng

R và R' : các bán kính trái đất và mặt trăng

Ta có:
$$\frac{g'}{g} = \frac{M'}{M} \left(\frac{R}{R'} \right)^2 = \frac{1}{81} (3,7)^2 = 0,169$$

$$\Rightarrow g' = 0,169g = 1,69\text{m/s}^2$$

Chu kì dao động của con lắc trên mặt trăng là:

$$T'' = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{1,69}} = 4,83\text{s}$$

89 Câu 6

Một lò xo khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên $l_0 = 125\text{cm}$, được treo thẳng đứng, một đầu cố định. Đầu còn lại có gắn một quả cầu nhỏ khối lượng m . Chọn trục Ox thẳng đứng, hướng xuống, gốc O ở vị trí cân bằng của quả cầu. Quả cầu dao động điều hòa trên trục Ox với phương trình là:

$$x = 10\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

Trong quá trình dao động của quả cầu, tỉ số giữa độ lớn lớn nhất và nhỏ nhất của lực đàn hồi của lò xo là $\frac{7}{3}$. Tính chu

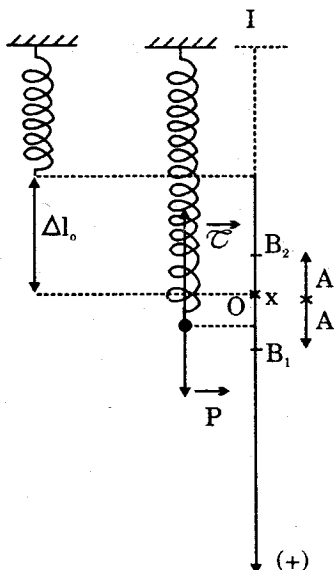
kì dao động T và chiều dài của lò xo tại thời điểm $t = 0$.

Cho $g = 10\text{m/s}^2$. Lấy $\pi^2 \approx 10$.

(Trích đề TSDHQG TP.HCM, 1999 - 2000)

Giải

Nếu giả thiết trong quá trình dao động, lò xo luôn luôn bị dãn, ra có hình vẽ như hình dưới, trong đó:



Δl_0 : độ dãn lò xo khi vật ở vị trí cân bằng

A: biên độ dao động

Lực đàn hồi của lò xo:

- Cực đại khi vật ở vị trí B₁:

$$\mathcal{T}_1 = k(\Delta l_0 + A)$$

- Cực tiểu khi vật ở vị trí B₂:

$$\mathcal{T}_2 = k(\Delta l_0 - A)$$

k là độ cứng (hệ số đàn hồi) của lò xo.

Ta có:
$$\frac{\mathcal{T}_1}{\mathcal{T}_2} = \frac{7}{3} = \frac{\Delta l_0 + A}{\Delta l_0 - A}$$

Với $A = 10\text{cm}$

Suy ra:
$$7(\Delta l_0 - A) = 3(\Delta l_0 + A)$$

$$\Rightarrow \Delta l_0 = \frac{100}{4} = 25\text{cm}$$

Mặt khác, khi vật ở vị trí cân bằng:

$$\mathcal{C}_0 = P$$

hay $k \Delta l_0 = mg \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta l_0}$

Chu kì dao động của vật:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,25}{10}}$$

$$T = 1s$$

Vào thời điểm $t = 0$:

$$x = 10 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -5 \text{ cm}$$

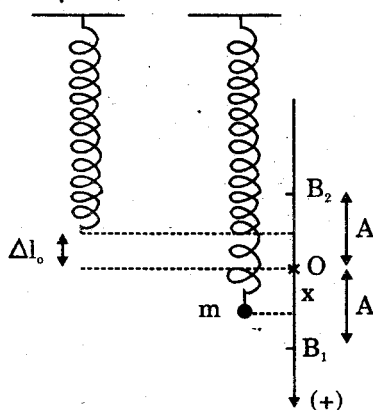
Khi đó vật cách vị trí cân bằng là 5cm theo chiều âm. Độ giãn lò xo là:

$$\Delta l = \Delta l_0 - 5 = 20 \text{ cm}$$

Chiều dài lò xo:

$$l = l_0 + \Delta l = 125 + 20 = 145 \text{ cm}$$

Lưu ý: Có thể xảy ra trường hợp như hình vẽ dưới, trong đó $\Delta l_0 < A$ (trường hợp này xảy ra khi khối lượng m bé hay hệ số k của lò xo có giá trị lớn).



Trong trường hợp này, ta có:

$$\mathcal{C}_1 = k(\Delta l_0 + A)$$

$$\mathcal{C}_2 = k(A - \Delta l_0) \text{ (ở vị trí B}_2\text{, lò xo bị nén)}$$

Suy ra:
$$\frac{\mathcal{C}_1}{\mathcal{C}_2} = \frac{7}{3} = \frac{\Delta l_0 + A}{A - \Delta l_0}$$

$$\Rightarrow 7(A - \Delta l_0) = 3(\Delta l_0 + A)$$

$$\Delta l_0 = \frac{4A}{10} = \frac{4 \cdot 10}{10} = 4\text{cm}$$

Khi vật ở vị trí cân bằng:

$$\mathcal{C}_0 = P \Rightarrow k \cdot \Delta l_0 = mg$$

$$k = \frac{mg}{\Delta l_0}$$

Chu kì dao động:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} = 2\sqrt{\Delta l_0}$$

$$T = 2\sqrt{0,04} = 0,4\text{s}$$

- Vào thời điểm $t = 0$:

$$x = 10\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -5\text{cm}$$

Khi đó lò xo bị nén một đoạn là:

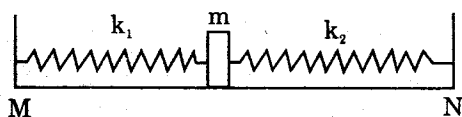
$$\Delta l = |x| - \Delta l_0 = 1\text{cm}$$

Chiều dài lò xo:

$$l = l_0 - \Delta l = 124\text{cm}$$

90 Câu 6

Một vật khối lượng $m = 1\text{kg}$ được gắn với hai lò xo có độ cứng k_1, k_2 như hình vẽ.



Hai lò xo có cùng chiều dài tự nhiên $l_0 = 94\text{cm}$ và $k_1 = 3k_2$. Khoảng cách $MN = 188\text{cm}$. Kéo vật theo phương MN tới vị trí cách M một đoạn 90cm rồi buông nhẹ cho vật dao động điều hòa. Sau thời gian $t = \frac{\pi}{30}\text{s}$ kể từ lúc buông ra, vật đi được quãng đường dài 6cm . Tính k_1 và k_2 . Bỏ qua mọi ma sát, khối lượng các lò xo và kích thước của vật. Cho độ cứng của hệ lò xo là $k = k_1 + k_2$.

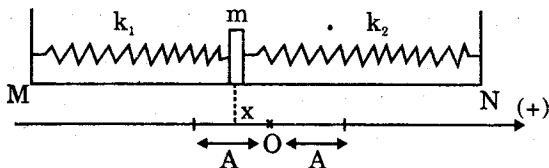
(Trích đề TSDHQQ TP.HCM, 1999 – 2000)

Giải

Ta thấy:

$$MN = 188\text{cm} = 2l_0$$

Vậy khi vật ở vị trí cân bằng O , hai lò xo không bị dãn hay nén. Điểm O là trung điểm của đoạn MN .



Hệ hai lò xo buộc vào vật như trên tương đương với một lò xo có độ cứng là:

$$k = k_1 + k_2 = 4k_2 \quad (\text{vì } k_1 = 3k_2)$$

Phương trình dao động của vật có dạng:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

với

$$A = l_0 - 90 = 94 - 90 = 4\text{cm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Giá trị của φ tùy thuộc sự chọn gốc tọa độ và gốc thời gian.

Nếu chọn: chiều dương như hình vẽ

O là gốc tọa độ

lúc buông vật ra làm gốc thời gian

Ta có vào lúc $t = 0$:

$$x_0 = -4\text{cm} = A\sin\varphi$$

Suy ra: $\sin\varphi = -1$ hay $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

Vậy: $x = 4\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

Vào thời điểm $t = \frac{\pi}{30}\text{s}$, vật di chuyển được 6cm nên có li độ là:

$$x = 6 - A = 2\text{cm} = 4\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Suy ra: $\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$

hay $\omega t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi$

Lần đầu tiên (lúc $t = \frac{\pi}{30}\text{s}$) đi qua vị trí này ứng với:

$$\omega t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$$

suy ra: $\omega \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6}$

$$\omega = 20\text{rad/s}$$

Mà $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega^2 = 400\text{N/m}$

Suy ra: $k_2 = \frac{k}{4} = 100\text{N/m}$

$$k_1 = 3k_2 = 300\text{N/m}$$

HƯỚNG DẪN CHUNG

Trong thể thức thi này, các thí sinh được phát bản đề thi trắc nghiệm trong đó có những câu hỏi và được cho sẵn một bảng trả lời. Thông thường một câu hỏi có 4 hoặc 5 câu trả lời. Thí sinh phải cân nhắc và *chọn câu trả lời đúng nhất*.

Thí dụ :

Một câu hỏi (thí dụ : câu 2) trong một bản đề thi trắc nghiệm :

2. A. Lực là nguyên nhân gây ra chuyển động.
- B. Lực là nguyên nhân làm thay đổi vận tốc.
- C. Lực làm cản trở chuyển động.
- D. Lực tỉ lệ thuận với vận tốc chuyển động.
- E. Các phát biểu trên đều sai.

Các câu trả lời có thể đúng hay sai, hoặc đúng một phần, hoặc chỉ đúng trong trường hợp đặc biệt. Thí sinh phải cân nhắc để *chọn câu đúng nhất*. Trong thí dụ trên, thí sinh phải chọn câu B.

CÁCH SỬ DỤNG BẢNG TRẢ LỜI

Bảng trả lời được in và phát cho thí sinh. Hình thức của bản trả lời này được qui định bởi hội đồng thi. Trước khi làm bài, *thí sinh cần lưu ý kỹ về qui cách sử dụng bảng trả lời được phổ biến bởi thầy cô giám thị của phòng thi*.

Dưới đây là thí dụ về hai hình thức của bảng trả lời.

Ngoài ra các phần như họ tên, ngày sinh, ngày thi, phòng thi, ... phần trả lời các câu hỏi trắc nghiệm thông thường có dạng như sau :

- Trường hợp bảng trả lời được chấm bởi giáo viên.

1. A B C D E 2. A B C D E 3. A B C D E
 O ⊗ O O O O O O ⊗ O O O O O ⊗

Thí sinh chọn câu trả lời nào thì đánh dấu X (hoặc tô đen) vào ô tròn tương ứng. Thông thường thí sinh được yêu cầu dùng bút chì để đánh dấu vào câu trả lời mình chọn. Nếu đổi ý, cần chọn câu trả lời khác, thí sinh có thể tẩy dấu X đã đánh và chọn lại.

– Trường hợp chấm bởi máy tính điện tử

1. A B C D E 2. A B C D E 3. A B C D E

Thí sinh được yêu cầu bôi đen, bằng bút chì, khe hẹp ở dưới câu trả lời mình chọn.

Lưu ý : Thí sinh chỉ được chọn một trả lời cho mỗi câu hỏi. Nếu chọn hai trả lời cho một câu hỏi thì câu đó sẽ không được tính điểm. Do đó nếu cần tẩy một trả lời đã chọn, để chọn một trả lời khác, thì phải tẩy kỹ. Chi tiết này đặc biệt quan trọng nếu bảng trả lời được chấm bằng máy tính điện tử.

Khi làm một bài thi trắc nghiệm, vấn đề thời gian rất quan trọng. Trung bình mỗi câu hỏi, thí sinh phải trả lời trong 1 phút. Như vậy, một bài trắc nghiệm, giả sử 120 câu, thì thí sinh phải làm xong trong thời gian nhiều nhất là 120 phút. Do đó cần làm thật nhanh. Câu nào thấy kẹt, hãy tạm để đó, làm tiếp ngay câu kế. Sau khi làm xong câu cuối cùng, nếu còn thời gian, quay lại làm tiếp các câu còn bỏ lại ở trên.

Dưới đây là các đề thi trắc nghiệm. Mỗi đề có 20 câu hỏi, làm trong thời gian 20 phút. Các đề trắc nghiệm trong các kỳ thi thường dài hơn với nhiều thời gian hơn.

ĐỀ 1

- Trong dao động thẳng điều hòa của vật treo vào lò xo. Chu kỳ dao động của vật
 - Tỉ lệ với chiều dài l của lò xo.
 - Tỉ lệ với gia tốc trọng lực g
 - Tỉ lệ với khối lượng m của vật.
 - Tỉ lệ với $\sqrt{m}$
 - Tỉ lệ nghịch với độ cứng k của lò xo.
- Trong dao động thẳng điều hòa, quỹ đạo dao động :
 - Có chiều dài là $v.t$ với v là vận tốc, t là thời gian chuyển động.
 - Có chiều dài $l = v.T$ với T là chu kỳ
 - Có chiều dài $l = \text{biên độ} \times 2$.
 - Có chiều dài tỉ lệ thuận với v
 - Các câu trên đều sai.
- Hai lò xo nối tiếp lần lượt có hệ số đàn hồi là $k_1 = 24\text{N/m}$ và $k_2 = 36\text{N/m}$. Hệ số đàn hồi của lò xo tương đương là :
 - 60 N/m ;
 - 30N/m ;
 - $14,4\text{N/m}$;
 - $24,4\text{N/m}$;
 - 36N/m
- Vật $m = 200\text{g}$ được treo vào hai lò xo nối tiếp ở câu 3, có chu kỳ khi dao động điều hòa là :
 - 2s ;
 - $1,40\text{s}$;
 - $0,65\text{s}$;
 - $0,74\text{s}$;
 - $0,90\text{s}$
- Biên độ dao động của vật m ở câu 4 là 6cm . Cơ năng toàn phần của m là :
 - $0,026\text{J}$;
 - $0,034\text{J}$;
 - $0,260\text{J}$;
 - $1,620\text{J}$;
 - $0,120\text{J}$
- Vận tốc của vật m nói trên có giá trị số học cực đại :
 - Khi m ở vị trí cao nhất ;
 - Khi m ở vị trí thấp nhất.
 - Khi m qua trung điểm quỹ đạo.

D. Khi gia tốc của m lớn nhất.;

E. Câu A và D đều đúng.

7. Vận tốc của vật m khi cách vị trí cân bằng 3 cm là :

A. 44cm/s^2 ; B. 40cm/s^2 ; C. 25cm/s ;

D. 40cm/s ; E. 44cm/s

8. Dao động tổng hợp của hai dao động cùng phương :

$$x_1 = 4 \sin(80\pi t + \frac{\pi}{6}); \quad x_2 = 4 \sin(80\pi t - \frac{\pi}{3}), \text{ là :}$$

$$\text{A. } x = 8\sin(80\pi t + \frac{\pi}{4}); \quad \text{B. } x = 8\sqrt{2} \sin(80\pi t - \frac{\pi}{6})$$

$$\text{C. } x = 4\sin(80\pi t + \frac{15\pi}{180}); \quad \text{D. } x = 4\sqrt{2} \sin(8\pi t - \frac{15\pi}{180});$$

$$\text{E. } x = 8\sin(160\pi t - \frac{\pi}{6})$$

9. Sóng dừng có các bụng cách vật cản cố định là :

$$\text{A. } d = k\lambda;$$

$$\text{B. } d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}; \quad \text{C. } d = k\frac{\lambda}{2}$$

$$\text{D. } d = (2k + 1)\frac{\lambda}{4}; \quad \text{E. } d = (2k + 1)\lambda \text{ với } k \text{ là số}$$

nguyên

10. Con lắc đơn gồm quả cầu khối lượng m buộc vào sợi dây chiều dài l . Chu kì con lắc này (Khi biên độ bé)

$$\text{A. Tỉ lệ với } \sqrt{m}; \quad \text{B. Tỉ lệ với } \sqrt{\frac{l}{m}}; \quad \text{C. Tỉ lệ với } \sqrt{l}$$

$$\text{D. Tỉ lệ nghịch với } \sqrt{l}; \quad \text{E. Các câu trên đều sai}$$

11. Sức căng dây của con lắc đơn có trị số cực đại :

A. Ở vị trí cân bằng ;

B. Ở vị trí ngoại biên.

C. Khi gia tốc của m cực đại

D. Câu A và câu C đều đúng ;

E. Câu B và câu C đều đúng.

12. Con lắc trên có $l = 1\text{m}$ dao động tại nơi có $g = \pi^2\text{SI}$. Chu kỳ dao động là :
 A. $1,94\text{s}$; B. $2,32\text{s}$; C. $1,68\text{s}$;
 D. $2,00\text{s}$; E. $2,20\text{s}$
13. Nếu nhiệt độ tăng lên 20°C và hệ số nở dài của sợi dây là 2.10^{-5} thì chu kỳ dao động là :
 A. $1,9996\text{ s}$; B. $1,9980\text{ s}$; C. $2,0100\text{ s}$;
 D. $2,0060\text{ s}$; E. $2,0004\text{s}$
14. Chọn phát biểu đúng nhất.
 Giao thoa là tổng hợp của hai dao động :
 A. Có cùng biên độ và tần số
 B. Có cùng pha và biên độ.
 C. Có cùng phương dao động và cùng chu kỳ.
 D. Có cùng tần số và có phương dao động vuông góc nhau.
 E. Cùng tần số, biên độ và pha.
15. Xét giao thoa của 2 sóng có cùng tần số là 20 Hz . Vận tốc truyền sóng trong môi trường là $v = 36\text{cm/s}$. Bước sóng λ là :
 A. 720 cm ; B. $1,8\text{ cm}$; C. $1,8\text{ m}$; D. 36 cm ; E. 360 cm
16. Trong hiện tượng giao thoa trên, một điểm M trong môi trường, cách hai nguồn dao động là d_1 và d_2 , dao động mạnh nhất khi:
 A. $\Delta d = |d_1 - d_2| = 3,6\text{ m}$;
 B. $\Delta d = 5,4\text{ cm}$;
 C. $\Delta d = 4,5\text{ cm}$
 D. $\Delta d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, k = số nguyên;
 E. $\Delta d = 6,3\text{ cm}$
17. Điểm M nói trên đứng yên khi :
 A. $\Delta d = k\lambda$, k = số nguyên;
 B. $\Delta d = 8,1\text{ cm}$;
 C. $\Delta d = 54\text{ cm}$
 D. $\Delta d = 25\text{ cm}$;
 E. $\Delta d = 2,5\text{ m}$

18. Trong dao động của con lắc kép có khối lượng là M , chu kì tính theo công thức :

$$\begin{array}{lll} \text{A. } T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{l}{Mga}} & \text{B. } T = 2\pi \sqrt{\frac{Mga}{l}} & \text{C. } T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{ka}} \\ \text{D. } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{Mga}} & \text{E. } T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}} & \end{array}$$

l là mômen quán tính / trục quay, a = khoảng cách từ trọng tâm đến trục quay.

19. Cơ năng toàn phần của vật m treo vào lò xo có độ cứng k thì :

- A. Tỷ lệ với biên độ A ;
- B. Không phụ thuộc biên độ A .
- C. Tỷ lệ với A^2 ;
- D. Tỷ lệ nghịch với A^2 .
- E. Tỷ lệ với $\sqrt{k}$

20. Xét hiện tượng sóng dừng trên một sợi dây, hai điểm dao động cùng pha khi cách nhau một đoạn là :

A. $d = k\lambda$, k = số nguyên, λ = bước sóng;

B. $d = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$

C. $d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$;

D. $d = k \frac{\lambda}{2}$

E. còn tùy theo vật cản cố định hay tự do.

ĐỀ 2

1. Tần số của con lắc đơn có khối lượng m , chiều dài l thì :
 - A. Tỷ lệ với l ;
 - B. Tỷ lệ nghịch với g ;
 - C. Tỷ lệ với $\sqrt{\frac{m}{k}}$
 - D. Tỷ lệ nghịch với $\sqrt{l}$;
 - E. Hai câu a và b đều đúng.

2. Chu kì con lắc đơn treo trong thang máy chuyển động sẽ lớn hơn chu kì khi con lắc được treo vào một điểm cố định khi :
 - A. Thang máy chuyển động đều
 - B. Thang máy đi lên nhanh dần đều.
 - C. Thang máy đi xuống nhanh dần đều.
 - D. Thang máy đi xuống chậm dần đều
 - E. Các câu trên đều sai.

3. Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là $l_1 = 1\text{ m}$ và $l_2 = 25\text{ cm}$ dao động tại cùng một nơi. Tỷ số $\frac{T_1}{T_2}$ giữa hai chu kì là :
 - A. $\frac{1}{25}$;
 - B. 4 ;
 - C. 2 ;
 - D. 25
 - E. Không xác định được vì không biết trị số của g

4. Một vật nhỏ khối lượng $m = 100\text{ g}$ dao động điều hòa trên quỹ đạo thẳng dài 10 cm với chu kì 12 s , phương trình dao động là :
 - A. $x = 10\sin\frac{\pi}{6}t\text{ cm}$;
 - B. $x = 5\sin\frac{\pi}{12}t\text{ cm}$;
 - C. $x = 5\sin 12\pi t\text{ cm}$
 - D. $x = 20\sin\frac{\pi}{12}t\text{ cm}$;
 - E. $x = 5\sin\frac{\pi}{6}t\text{ cm}$

5. Lực tác dụng vào m nói trên khi cách vị trí cân bằng $2,5\text{ cm}$ là:
 - A. $6,85 \cdot 10^{-4}\text{ N}$;
 - B. $6,85 \cdot 10^{-2}\text{ N}$;
 - C. $7,34 \cdot 10^{-3}\text{ N}$
 - D. $0,62\text{ N}$;
 - E. $1,52\text{ N}$

6. Cơ năng dao động của m là :
 A. $2,2 \text{ J}$; B. $3,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$; C. $2,2 \cdot 10^{-5} \text{ J}$;
 D. $0,01 \text{ J}$; E. $11,2 \text{ J}$
7. Điều kiện để có dao động cộng hưởng là :
 A. Vật dao động có cùng biên độ với nguồn kích thích.
 B. Vật dao động có cùng pha với nguồn kích thích.
 C. Vật dao động có cùng tần số với nguồn kích thích.
 D. Vật dao động luôn dao động cùng chiều với nguồn kích thích.
 E. Vật dao động và nguồn kích thích có cơ năng bằng nhau
8. Sóng dừng trên dây dài 1m với vật cản cố định, tần số $f = 80\text{Hz}$, vận tốc truyền sóng 40m/s . Số bụng sóng là :
 A. 8; B. 4; C. 2; D. 3; E. 1
9. Cho các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 ở trên sợi dây trên và lần lượt cách vật cản cố định là $20 \text{ cm}, 25 \text{ cm}, 50 \text{ cm}, 75 \text{ cm}$.
 A. M_1 và M_2 dao động cùng pha.;
 B. M_1 và M_2 dao động đối pha.
 C. M_2 và M_4 dao động cùng pha.
 D. M_2 và M_4 dao động đối pha.;
 E. M_2 và M_3 dao động cùng pha.
10. Chọn phát biểu đúng :
 A. Sóng dừng là sự tổng hợp của hai sóng có phương dao động vuông góc .
 B. Sóng dừng là sự tổng hợp của hai sóng cùng pha.
 C. Sóng dừng là sự tổng hợp của hai sóng đối pha.
 D. Sóng dừng là một hiện tượng giao thoa
 E. Các phát biểu trên đều sai.
11. Lò xo có hệ số đàn hồi $k = 200\text{N/m}$ có treo vật $m = 200 \text{ g}$. Cho m dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Chu kì là :
 A. $0,2 \text{ s}$; B. $2,0 \text{ s}$; C. $1,6 \text{ s}$; D. $2,2 \text{ s}$
 E. thiếu trị số của g nên không tính được .

12. Vật m nói trên có biên độ dao động là 3 cm. Vận tốc lớn nhất của m là :
 A. 94,2 cm/s ; B. 23 cm/s ; C. 56,8 cm/s ;
 D. 3 cm/s ; E. 14,2 cm/s
13. Muốn chu kì của m tăng thêm 1% thì phải đặt thêm vào m một gia trọng là :
 A. 8 g ; B. 3g ; C. 5,6 g ; D. 4,4 g ; E. 4 g
14. Con lắc kép gồm một quả cầu đặc ($m = 100$ g, bán kính $r = 10$ cm) treo bằng một sợi dây dài 95 cm. Momen quán tính của quả cầu đối với đường kính là $\frac{2}{5}mr^2$. Cho $g = 9,8$ m/s². Momen quán tính đối với trục quay là :
 A. 1,0004 gcm² ; B. $8 \cdot 10^{-4}$ kgm² ; C. $4 \cdot 10^{-4}$ g.m²
 D. $4 \cdot 10^{-4}$ kg.m² ; E. 0,1004 kg.m²
15. Chu kì con lắc kép trên là :
 A. 1,80 s ; B. 2,50 s ; C. 1,76 s ;
 D. 2,01 s ; E. 2,19 s
16. Chiều dài của con lắc đơn đồng bộ với con lắc kép trên là :
 A. 1,204 m ; B. 1,004 m ; C. 1,116 m ; D. 1,060 m ; E. 2,015 m
17. Dao động tổng hợp của hai dao động cùng phương :
 $x_1 = 4 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$ cm ; $x = 3 \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$ cm là :
 A. $x = 7 \sin(\omega t)$ cm ; B. $x = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ cm ;
 C. $x = \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ cm D. $x = 7 \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$ cm ;
 E. $x = 5 \sin(\omega t + 0,14)$ cm
18. Cho sóng ngang : $x = 6 \sin 20\pi$ (cm) truyền đi từ đầu O của một sợi dây. Vận tốc truyền sóng là 60 cm/s.
 Sóng tại M cách O là 12 cm có dạng
 A. $x_M = 6 \sin 20\pi$ cm ; B. $x_M = 72 \sin 20\pi$ cm

- C. $x_M = 6 \sin(20\pi - 12) \text{ cm}$; D. $x_M = 2 \sin(20\pi + 12) \text{ cm}$;
E. $x_M = 0,5 \sin 20\pi \text{ cm}$

19. Vận tốc dao động cực đại của điểm M nói trên là :

- A. 60 cm/s ; B. 5 cm/s ; C. $376,8 \text{ cm/s}$;
D. $20\pi \text{ cm/s}$; E. 360 cm/s

20. Xét các điểm N và P lần lượt cách đầu O là 9 cm và 15 cm .

Chọn phát biểu đúng :

- A. Dao động tại N và P đối pha;
B. Dao động tại N và M đồng pha.
C. Dao động tại N và P đồng pha
D. Dao động tại N và M đối pha ;
E. Hai câu C và D đều đúng.

ĐỀ 3

- Xe có khối lượng 500 kg chạy vào đường vòng cung có bán kính 25 m với vận tốc 36 km/g. Lực hướng tâm là :
A. 2000 kg ; B. 2500 N ; C. 2000 N ;
D. 3600 N ; E. 5000 N
- Gia tốc của xe trên là :
A. $0,4 \text{ m/s}^2$; B. $0,4 \text{ m/s}$; C. $4,0 \text{ m/s}^2$;
D. 14 m/s ; E. 14 m/s^2
- Người đi xe đạp chạy trên vòng cung bán kính 10 m với vận tốc 18 km/g thì xe nghiêng một góc α với phương thẳng đứng có trị số là :
A. $\alpha = 11^\circ$; B. $\alpha = 26^\circ 30'$; C. $\alpha = 16^\circ$;
D. $\alpha = 18^\circ 30'$; E. $\alpha = 14^\circ 30'$
- Khi con lắc đơn từ vị trí cân bằng đi ra vị trí ngoại biên :
A. Động năng và thế năng tăng.
B. Động năng tăng , thế năng giảm
C. Động năng và thế năng giảm.
D. Động năng giảm, thế năng tăng.
E. Cơ năng toàn phần giảm dần.
- Con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ $m = 50 \text{ g}$ sợi dây có chiều dài l , dao động biên độ nhỏ, ở 0°C . Cho $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ và chu kì 2s. Chiều dài con lắc là :
A. 0,80 m ; B. 96 cm; C. 100 cm;
D. 0,994 m; E. 1,004 m
- Chu kì con lắc trên thay đổi là $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ khi nhiệt độ tăng lên 25°C . Hệ số nở dài của sợi dây là :
A. $1,2 \cdot 10^{-5}$; B. $2,3 \cdot 10^{-5}$; C. $1,8 \cdot 10^{-5}$;
D. $1,6 \cdot 10^{-5}$; E. $2,1 \cdot 10^{-5}$

7. Với con lắc trên, nếu biên độ góc là 30° thì vận tốc của m khi qua vị trí cân bằng là :
 A. $1,62 \text{ m/s}$; B. $1,80 \text{ m/s}$; C. $1,80 \text{ cm/s}$;
 D. $2,40 \text{ m/s}$; E. $2,20 \text{ m/s}$
8. Sức căng dây của con lắc trên ở vị trí cân bằng là :
 A. $0,950 \text{ N}$; B. $1,250 \text{ N}$; C. $1,005 \text{ N}$;
 D. $0,650 \text{ N}$; E. $0,624 \text{ N}$
9. Vật m treo vào một lò xo có độ cứng $k = 6,4 \text{ N/m}$ thì khi dao động theo phương thẳng đứng có chu kì là $0,785 \text{ s}$. Khối lượng m có trị số là :
 A. 1 kg ; B. 500 g ; C. 400 g ;
 D. 100 g ; E. $1,2 \text{ kg}$
10. Vật m nói trên được treo vào một nửa của lò xo của câu (9) thì dao động với chu kì là :
 A. $1,57 \text{ s}$; B. $1,20 \text{ s}$; C. $0,86 \text{ s}$;
 D. $0,60 \text{ s}$; E. $0,56 \text{ s}$
11. Vận tốc của m khi đi qua vị trí cân bằng càng lớn khi :
 A. lò xo có hệ số đàn hồi càng bé.
 B. lò xo có hệ số đàn hồi càng lớn.
 C. chu kì càng lớn.
 D. tần số càng nhỏ.
 E. gia tốc càng lớn.
12. Cơ năng toàn phần của m trong dao động trên thì :
 A. càng lớn khi vận tốc càng lớn.
 B. càng lớn khi gia tốc càng lớn.
 C. giảm dần khi m càng gần vị trí cân bằng .
 D. tăng dần khi m tiến về vị trí cân bằng .
 E. các phát biểu trên đều sai.
13. Hiện tượng giao thoa xảy ra với hai sóng s_1 và s_2 . Suy ra hai sóng này là :

- A. cùng chu kì
 B. cùng phương dao động
 C. cùng tần số.
 D. ba phát biểu A, B, C đều đúng.
 E. ba phát biểu A, B, C đều sai.
14. Một viên đạn được bắn đi từ điểm O với vận tốc $v_0 = 400 \text{ m/s}$. Góc nghiêng với phương nằm ngang của $\vec{v}_0$ là :
 A. 45° ; B. 60° ; C. 25° ; D. 40° ; E. 30°
 để chuyển động chiếu trên phương ngang có vận tốc là $346,4 \text{ m/s}$.
15. Một viên đá $m = 500 \text{ g}$ được ném lên từ O theo phương thẳng đứng với vận tốc $v_0 = 40 \text{ m/s}$. Cho $g = 10 \text{ SI}$. Động năng ban đầu của viên đá là :
 A. 200 N ; B. 250 J ; C. 300 J ; D. 400 J ; E. 400 N
16. Độ cao viên đá trên lên được là :
 A. 8 m ; B. 16 m ; C. 24 m ; D. 60 m ; E. 80 m
17. Vận tốc viên đá trên khi rơi về tới O là
 A. 26 m/s ; B. 32 m/s ; C. 40 m/s ; D. 45 m/s ; E. 48 m/s
18. Lần lượt treo vật m vào hai lò xo có độ cứng là k_1 và k_2 và cho dao động thì chu kì là $T_1 = 0,6 \text{ s}$ và $T_2 = 0,8 \text{ s}$. Tỉ số $\frac{k_2}{k_1}$ là :
 A. $\frac{6}{8}$; B. 2; C. $\frac{8}{6}$; D. $\frac{9}{16}$; E. $\frac{16}{9}$
19. Sóng dừng trên sợi dây dài 1 m , vật cản cố định, có một múi. Bước sóng là :
 A. 1 m ; B. $0,5 \text{ m}$; C. 25 cm ; D. $2,5 \text{ m}$; E. 2 m
20. Vận tốc truyền sóng là 60 cm/s . Muốn sóng dừng trên sợi dây nói trên có 5 múi thì tần số rung là :
 A. 4 Hz ; B. 3 Hz ; C. $2,5 \text{ Hz}$; D. $1,5 \text{ Hz}$; E. 1 Hz

● TRẢ LỜI

ĐỀ 1

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. D | 6. C | 11. A | 16. B |
| 2. C | 7. E | 12. D | 17. B |
| 3. C | 8. D | 13. E | 18. D |
| 4. D | 9. D | 14. C | 19. C |
| 5. A | 10. C | 15. B | 20. A |

ĐỀ 2

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. D | 6. B | 11. A | 16. B |
| 2. C | 7. C | 12. A | 17. E |
| 3. C | 8. B | 13. E | 18. A |
| 4. E | 9. D | 14. E | 19. C |
| 5. A | 10. D | 15. D | 20. E |

ĐỀ 3

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. C | 6. A | 11. B | 16. E |
| 2. C | 7. A | 12. E | 17. C |
| 3. E | 8. E | 13. D | 18. D |
| 4. D | 9. D | 14. E | 19. E |
| 5. D | 10. E | 15. D | 20. D |

CÁC BẠN NÊN TÌM ĐỌC BỘ SÁCH NÂNG CAO CHỌN LỌC
BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI 10 – 11 – 12 PTTH
ÔN LUYỆN THI TỬ TÀI, CAO ĐẲNG & TS ĐẠI HỌC

TÊN SÁCH

TÁC GIẢ

LỚP 10.....

- | | |
|---|----------------------------------|
| ♦ 279 BÀI TOÁN HÌNH HỌC 10 NÂNG CAO | Võ Đại Mau |
| ♦ 279 BÀI TOÁN ĐẠI SỐ 10 NÂNG CAO | Võ Đại Mau |
| ♦ 540 BÀI TOÁN NÂNG CAO ĐẠI SỐ 10 | Nguyễn Ngọc Anh |
| ♦ CÁC VẤN ĐỀ ĐẠI SỐ 10 | Nhóm GV trường Chuyên |
| ♦ CÁC VẤN ĐỀ HÌNH HỌC 10 | Nhóm tác giả |
| ♦ CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG GIỎI TOÁN ĐẠI 10 | Phạm Hữu Hoài |
| ♦ PHÂN LOẠI & PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN ĐẠI SỐ 10 | Trần Văn Kỳ |
| ♦ PHÂN LOẠI & PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN HÌNH HỌC 10 | Trần Văn Kỳ |
| ♦ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CHỌN LỌC ĐẠI SỐ 10 | Nguyễn Hoàng Chương |
| ♦ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN CHỌN LỌC HÌNH HỌC 10 | Trịnh Bằng Giang |
| ♦ TUYẾN TẬP 333 BÀI TOÁN ĐẠI SỐ 10 | Phan Thanh Quang |
| ♦ TUYẾN TẬP 133 BÀI TOÁN HÌNH HỌC 10 | Lê Khắc Bảo |
| ♦ 423 BÀI TOÁN NÂNG CAO VẬT LÝ 10 | Trần Trọng Hưng |
| ♦ BÀI TẬP VẬT LÝ NÂNG CAO 10 | Lưu Đình Tuấn |
| ♦ GIẢI BÀI TẬP VẬT LÝ CHỌN LỌC 10 | Trần Phú Tài |
| ♦ PHÂN LOẠI VẬT LÝ 10 | Lê Văn Thông |
| ♦ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP HÓA 10 | Võ Tường Huy |
| ♦ 100 BÀI VĂN HAY 10 | Ngô Hữu Quang – Ngô Lê Tuyết Mai |
| ♦ 45 BÀI VĂN CHỌN LỌC 10 | Vũ Tiến Quỳnh |
| ♦ TUYẾN TẬP VĂN HAY 10 | Nguyễn Thị Mai Hương |
| ♦ BÀI TẬP BỔ TRỢ NGỮ PHÁP TIẾNG ANH | Trần Bá Kiểm |
| ♦ HỌC TỐT ENGLISH 10 | Trang Sĩ Long |
| ♦ GIẢI TOÁN BẰNG MÁY TÍNH BỒ TỬ 10 | Nguyễn Trường Chấn |

LỚP 11.....

- | | |
|---|-----------------|
| ♦ 196 BÀI TOÁN HÌNH HỌC 11 | Nguyễn Ánh |
| ♦ 630 BÀI TOÁN ĐẠI SỐ – GIẢI TÍCH 11 | Nguyễn Ngọc Anh |
| ♦ CÁC VẤN ĐỀ GIẢI TÍCH 11 | Trần Đức Huyền |
| ♦ PHÂN LOẠI & PHƯƠNG PHÁP GIẢI HÌNH KHÔNG GIAN 11 | Trần Văn Thương |
| ♦ PHÂN LOẠI & PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN LƯỢNG GIÁC 11 | Trần Văn Thương |
| ♦ PHÂN LOẠI & PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN ĐẠI SỐ – GIẢI TÍCH 11 | Trần Văn Thương |
| ♦ 450 BÀI TOÁN LƯỢNG GIÁC ĐẠI SỐ GIẢI TÍCH 11 | Võ Đại Mau |
| ♦ PHÂN LOẠI & PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÝ 11 | Lê Văn Thông |
| ♦ BÀI TẬP VẬT LÝ NÂNG CAO 11 | Lưu Đình Tuấn |
| ♦ 423 BÀI TOÁN VẬT LÝ CHỌN LỌC 11 | Trần Trọng Hưng |
| ♦ BÀI TẬP HÓA HỌC NÂNG CAO 11 | Ngô Ngọc An |