

Người làm: Hoa Nguyễn

Zalo: Hoa Nguyễn - số đt zalo: 0977641868

Email: Nguyenhoapt2610@thpthongai.edu.vn

CĐ7: ĐA THỨC

Dạng 1. Xác định đa thức

Câu 1. (HSG 7 huyện Tân Kỳ 2015 - 2016)

Cho hai đa thức : $f(x) = ax + b; g(x) = x^2 - x + 1$

Hãy xác định a, b biết: $f(1) = g(2)$ và $f(-2) = g(1)$

Lời giải

Ta có: $f(1) = g(2) \Rightarrow a + b = 3$ (1)

$$f(-2) = g(1) \Rightarrow -2a + b = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (a + b) - (-2a + b) = 3 - 1$

$$\Rightarrow -3a = 2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

Với $a = -\frac{2}{3} \Rightarrow b = 3 - a = 3 - (-\frac{2}{3}) = \frac{11}{3}$

Câu 2. (HSG 7 huyện Ngọc Lặc 2015 - 2016)

$$f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 \quad g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3$$

Cho a, b, c và a, b, c trong đó a, b, c là hằng số. Xác định

a, b, c để $f(x) = g(x)$

Lời giải

Ta có:

$$f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 = ax^3 + 4x^3 - 4x + 8 = (a + 4)x^3 - 4x + 8$$

$$g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3 = x^3 + 4bx^2 + 4x + c - 3$$

Do $f(x) = g(x)$ với mọi x nên cũng đúng với $x = 0$. Do đó ta có

$$f(0) = g(0) \Rightarrow 8 = c - 3 \Rightarrow c = 11$$

Với $c = 11$, ta có $g(x) = x^3 + 4bx^2 + 4x + 8$

Do $f(x) = g(x)$ với mọi x nên cũng đúng với $x = 1; x = -1$, khi đó ta có :

$$f(1) = g(1) \Rightarrow a + 4 - 4 + 8 = 1 + 4b - 4 + 8 \Rightarrow a + 4b = -3 \quad (1)$$

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow -a - 4 + 4 + 8 = -1 - 4b + 4 + 8 \Rightarrow -a + 4b = 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(a + 4b) + (-a + 4b) = -3 + 3 \Rightarrow 8b = 0 \Rightarrow b = 0$

Với $b = 0 \Rightarrow a = -3 - 4b = -3 - 0 = -3$

Vậy $a = -3, b = 0, c = 11$

Câu 3. (HSG 7 huyện Khoái Châu 2014 - 2015)

Xác định đa thức $P(x)$ có bậc 2 với hệ số cao nhất bằng 1 và nhận hai số $0; -3$ làm nghiệm.

Lời giải

Vì đa thức $P(x)$ có bậc 2 với hệ số cao nhất bằng 1 nên $P(x) = x^2 + ax + b$ (trong đó a, b là các hệ số)

Có 0 là một nghiệm của đa thức $P(x)$, nên $P(0) = b = 0$

Có -3 là một nghiệm của đa thức $P(x)$, nên: $P(-3) = 9 - 3a + 0 = 0 \Rightarrow a = 3$

Vậy đa thức $P(x) = x^2 + 3x$ là đa thức cần tìm.

Dạng 2. Tính giá trị của đa thức

Câu 1. (HSG 7 Trường Cao Dương 2016 - 2017)

Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + x \cdot f(-x) = x + 1$ với mọi giá trị của x . Tính $f(1) = ?$

Lời giải

Vì đa thức $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + x \cdot f(-x) = x + 1$ với mọi giá trị của x nên:

Thay $x = 1$ vào ta được: $f(1) + f(-1) = 2$

Thay $x = -1$ vào ta được $f(-1) - f(1) = 0$

$$\Rightarrow f(1) + f(-1) + f(-1) - f(1) = 2 + 0$$

$$\Rightarrow 2f(1) = 2 \Rightarrow f(1) = 1$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2015 - 2016)

Tính giá trị đa thức sau:

a) $B = 2x^2 - 3x + 5$ với $|x| = \frac{1}{2}$;

b) $C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$, biết $x - y = 0$.

Lời giải

a) Vì $|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Với $x = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 5 = 4$

Với $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = 7$

Vậy $B = 4$ khi $x = \frac{1}{2}$

$B = 7$ khi $x = -\frac{1}{2}$

$$C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$$

b)

$$= 2(x - y) + 13x^3y^2(x - y) - 15xy(x - y) + 1 = 1 \quad (\text{do } x - y = 0).$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2015 - 2016)

Cho đa thức $f(x) = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$. Tính $f(100)$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots + 101x^2 - 101x + 101 \\ &= x^{10} - 100x^9 - x^9 + 100x^8 + x^8 - 100x^7 - x^7 + \dots + 100x^2 + x^2 - 100x - x + 100 + 1 \\ &= x^9(x - 100) - x^8(x - 100) + x^7(x - 100) - x^6(x - 100) + \dots + x(x - 100) - (x - 100) + 1 \end{aligned}$$

Với $x = 100$ thì $x - 100 = 0 \Rightarrow f(100) = 1$

Câu 4. (HSG 7 huyện Tam Hưng 2013 - 2014)

Cho đa thức $f(x) = x^{2015} - 2000x^{2014} + 2000x^{2013} - 2000x^{2012} + \dots + 2000x - 1$.

Tính giá trị của đa thức tại $x = 1999$.

Lời giải

Ta có

$$f(x) = x^{2015} - (1999 + 1)x^{2014} + (1999 + 1)x^{2013} - (1999 + 1)x^{2012} + \dots + (1999 + 1)x - 1$$

Thay $1999 = x$ vào đa thức, ta được

$$f(x) = x^{2015} - (x + 1)x^{2014} + (x + 1)x^{2013} - (x + 1)x^{2012} + (x + 1)x^{2011} - (x + 1)x^{2010} + \dots - (x + 1)x^2 + x - 1$$

$$f(x) = x^{2015} - x^{2015} - x^{2014} + x^{2014} - x^{2013} + x^{2013} - x^{2012} + x^{2012} - \dots + x^2 - x^2 + x - 1 = x - 1$$

Suy ra $f(1999) = 1999 - 1 = 1998$.

Câu 5. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2015 - 2016)

Cho đa thức $B = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} + x^{100}$. Tính giá trị của đa thức B tại $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Với $x = \frac{1}{2}$ ta có:

$$B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}$$

$$\Rightarrow 2B = 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}}$$

$$\Rightarrow 2B = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) + 2 - \frac{1}{2^{100}}$$

$$\Rightarrow 2B = B + 2 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow B = 2 - \frac{1}{2^{100}}$$

Vậy $B = 2 - \frac{1}{2^{100}}$.

Câu 6. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2014 - 2015)

Cho đa thức $f(x) = ax^5 + bx^3 + 2014x + 1$, biết: $f(2015) = 2$. Hãy tính $f(-2015)$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = ax^5 + bx^3 + 2014x + 1$

$$\Rightarrow f(-x) = a(-x)^5 + b(-x)^3 + 2014(-x) + 1 = -ax^5 - bx^3 - 2014x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) + f(-x) = 2 \Rightarrow f(2015) + f(-2015) = 2$$

$$\Rightarrow f(-2015) = 2 - f(2015) = 2 - 2 = 0$$

Vậy $f(-2015) = 0$.

Câu 7. (HSG 7 cấp trường 2014 - 2015)

Cho đa thức $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Biết rằng với mọi x ta đều có $f(x) + 3.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$.
Tính $f(2)$.

Lời giải

Vì với mọi x ta đều có $f(x) + 3.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ nên thay $x = 2, x = \frac{1}{2}$ vào $f(x) + 3.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ ta được:

$$+) f(2) + 3.f\left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$+) f\left(\frac{1}{2}\right) + 3.f(2) = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vì } f\left(\frac{1}{2}\right) + 3.f(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow 9.f(2) + 3.f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

$$\text{Có } \left(9.f(2) + 3.f\left(\frac{1}{2}\right) \right) - \left(f(2) + 3.f\left(\frac{1}{2}\right) \right) = \frac{3}{4} - 4$$

$$\Rightarrow 8.f(2) = \frac{-13}{4}$$

$$\Rightarrow f(2) = \frac{-13}{32}$$

Vậy $f(2) = \frac{-13}{32}$.

Câu 8. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)

Cho đa thức $A = 11x^4y^3z^2 + 20x^2yz - (4xy^2z - 10x^2yz + 3x^4y^3z^2) - (2008xyz^2 + 8x^4y^3z^2)$

a) Xác định bậc của A ;

b) Tính giá trị của A nếu $15x - 2y = 1004z$.

Lời giải

$$a) A = 11x^4y^3z^2 + 20x^2yz - (4xy^2z - 10x^2yz + 3x^4y^3z^2) - (2008xyz^2 + 8x^4y^3z^2)$$

$$= 11x^4y^3z^2 + 20x^2yz - 4xy^2z + 10x^2yz - 3x^4y^3z^2 - 2008xyz^2 - 8x^4y^3z^2$$

$$= (11x^4y^3z^2 - 3x^4y^3z^2 - 8x^4y^3z^2) + (20x^2yz + 10x^2yz) - 4xy^2z - 2008xyz^2$$

$$= 30x^2yz - 4xy^2z - 2008xyz^2$$

$$\Rightarrow A \text{ có bậc } 4.$$

b) Ta có $A = 30x^2yz - 4xy^2z - 2008xyz^2 = 2xyz(15x - 2y - 1004z)$

Mà $15x - 2y = 1004z$ nên $A = 2xyz(1004z - 1004z) \Rightarrow A = 0$

Dạng 3. Dấu của đa thức

Câu 1. (HSG 7 huyện Tam Hưng 2013 - 2014)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Chứng tỏ rằng: $f(-2) \cdot f(3) \leq 0$ nếu $13a + b + 2c = 0$.

Lời giải

Ta có

$$f(-2) + f(3) = (4a - 2b + c) + (9a + 3b + c) = 13a + b + 2c$$

$$\Rightarrow f(-2) + f(3) = 0 \quad (\text{vì } 13a + b + 2c = 0)$$

$$\Rightarrow f(-2) = -f(3) \Rightarrow f(-2) \cdot f(3) = -f(3) \cdot f(3) = -[f(3)]^2 \leq 0$$

Dạng 4. Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết

Câu 1. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ có a, b, c là các số nguyên và $a \neq 0$. Biết với mọi giá trị nguyên của x thì $f(x)$ chia hết cho 7. Chứng minh a, b, c cũng chia hết cho 7.

Lời giải

Vì với mọi giá trị nguyên của x thì $f(x)$ chia hết cho 7 $\Rightarrow f(0) = c : 7$

Tương tự:

$$f(1) \text{ chia hết cho } 7 \Rightarrow (a + b + c) : 7$$

$$f(-1) \text{ chia hết cho } 7 \Rightarrow (a - b + c) : 7$$

Suy ra $(a + b + c) + (a - b + c) = 2a + 2c = 2(a + c)$ chia hết cho 7

Với a, c là các số nguyên; 2 và 7 là hai số nguyên tố cùng nhau nên $(a + c) : 7$

$$\text{Mà } c : 7 \Rightarrow a : 7$$

Vì $(a + c) : 7$ và $(a + b + c) : 7$ (với a, b, c là các số nguyên)
 $\Rightarrow b : 7$

Vậy a, b, c đều chia hết cho 7.

Câu 2. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2015 - 2016)

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Biết $f(-1); f(0); f(1)$ đều chia hết cho 3. Chứng minh rằng a, b, c đều chia hết cho 3.

Lời giải

Ta có: $f(0) = c; f(1) = a + b + c; f(-1) = a - b + c$

Vì $f(0) \equiv c \pmod{3}$

Vì $f(1) \equiv (a+b+c) \pmod{3} \Rightarrow (a+b) \pmod{3} \quad (1)$

Vì $f(-1) \equiv (a-b+c) \pmod{3} \Rightarrow (a-b) \pmod{3} \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $(a+b) + (a-b) \equiv 2a \pmod{3}$

Mà 2 và 3 là hai số nguyên tố cùng nhau
 $\Rightarrow a \equiv 0 \pmod{3}$ (với $a \in \mathbb{Z}$)

Vì $a+b \equiv 0 \pmod{3}$ và $a \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 0 \pmod{3}$

Vậy a, b, c đều chia hết cho 3.

Dạng 5. Nghiệm của đa thức

Câu 1. (HSG 7 trường Cao Dương 2016 - 2017)

Cho đa thức $f(x) = x^2 + mx + 2$.

a) Xác định m để $f(x)$ nhận -2 làm một nghiệm;

b) Tìm tập hợp các nghiệm của $f(x)$ ứng với giá trị vừa tìm được của m .

Lời giải

a) Vì $f(x)$ nhận -2 làm một nghiệm

$$\Rightarrow (-2)^2 + m(-2) + 2 = 0 \Rightarrow 6 - 2m = 0 \Rightarrow m = 3$$

b) Ta có $f(x) = x^2 + 3x + 2 = x^2 + 2x + x + 2 = x(x+2) + (x+2) = (x+2)(x+1)$

Cho $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$

Vậy tập hợp các nghiệm của $f(x)$ là $S = \{-1; -2\}$

Câu 2. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)

Tìm nghiệm của đa thức $7x^2 - 35x + 42$.

Lời giải

Ta có $7x^2 - 35x + 42$

$$= 7(x^2 - 5x + 6)$$

$$= 7(x^2 - 3x - 2x + 6)$$

$$= 7[x(x-3) - 2(x-3)]$$

$$= 7(x-3)(x-2)$$

$$7x^2 - 35x + 42 = 0 \Rightarrow 7(x-3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Cho

Vậy nghiệm của đa thức trên là $x \in \{2; 3\}$.

Câu 3. (HSG 7 huyện Khoái Châu 2014 - 2015)

Cho đa thức $f(x)$, biết với mọi x ta có : $x.f(x+1) = (x+2)f(x)$. Chứng minh rằng đa thức $f(x)$ luôn có ít nhất hai nghiệm.

Lời giải

Vì với mọi x ta có $x.f(x+1)=(x+2)f(x)$ nên

$$x=0, \quad 0.f(1)=2f(0) \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow 0 \quad f(x)$$

- Với $x=0$ ta có: 0 là một nghiệm của

- Với $x=-2$, ta có: $-2f(-1)=0f(-2) \Rightarrow f(-1)=0 \Rightarrow -1$ cũng là một nghiệm của $f(x)$

Vậy đa thức $f(x)$ luôn có ít nhất hai nghiệm.

Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Oai 2014 - 2015)

Chứng minh rằng đa thức $x^2 - 2x + 2$ vô nghiệm.

Lời giải

$$x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 1 + 1 = (x - 1)^2 + 1$$

Ta có :

$$\text{Vì } (x - 1)^2 \geq 0 (\forall x) \Rightarrow (x - 1)^2 + 1 \geq 1 \text{ với mọi } x$$

Do đó $x^2 - 2x + 2 > 0$ với mọi x

Vì thế đa thức đã cho vô nghiệm.

Câu 5. (HSG 7 trường Tân Ước 2013 - 2014)

Tìm nghiệm của đa thức sau: $x^2 + 8x + 25$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } x^2 + 8x + 25 &= x^2 + 4x + 4x + 16 + 9 = x(x + 4) + 4(x + 4) + 9 \\ &= (x + 4)(x + 4) + 9 = (x + 4)^2 + 9 \end{aligned}$$

$$\text{Vì } (x + 4)^2 \geq 0 (\forall x) \Rightarrow (x + 4)^2 + 9 > 0 \text{ với mọi } x$$

Do đó $x^2 + 8x + 25 > 0$ với mọi x

$\Rightarrow$ Đa thức $x^2 + 8x + 25$ vô nghiệm.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>