|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10**  **TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2023-2024**  Môn thi: **TOÁN** (Chuyên)  Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)  *(Dành cho thí sinh vào Trường THPT chuyên Lê Quý Đôn)* |

**Bài 1.** (1,5 điểm) Cho biểu thức và biểu thức với và . Rút gọn các biểu thức P, Q và chứng minh rằng với các số x, y dương phân biệt tuỳ ý thì 4Q+1>2P.

**Bài 2.** (1,5 điểm) Trên cùng một mặt phẳng toạ độ, cho parabol và đường thẳng . Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A và B. Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A, B trên trục Ox.

a) Khi k=-4, tính diện tích hình thanh ABDC.

b) Tìm tất cả các giá trị của k để AD và BC cắt nhau tại 1 điểm nằm trên đường tròn đường kính CD.

**Bài 3.** (2,0 điểm)

a) Giải phương trình .

b) Giải hệ phương trình

**Bài 4.** (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC, với AB < AC, nội tiếp đường tròn (O). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau ở D. Đường tròn đường kính AD cắt đường tròn đường kính OD tại điểm E (khác D). Gọi F là giao điểm của đoạn thẳng OE và đường tròn (O).

a) Chứng minh rằng 3 điểm A, O, E thẳng hàng và CF là tia phân giác của góc BCE.

b) Các tia AB, AC lần lượt cắt đường tròn đường kính AD tại các điểm G, K (đều khác A). Chứng minh rằng OD đi qua trung điểm của đoạn thẳng GK.

**Bài 5.** (1,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC có AB < AC < BC, đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với cạnh AB tại M. Lấy điểm E nằm giữa A và M. Trên cạnh AC, BC lần lượt lấy điểm D, F sao cho AD = AE và BF = BE. Đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF lần lượt cắt AB và BC tại G (khác E) và H (khác F). Chứng minh rằng (O) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF và các đường thẳng CM, ED, GH đồng quy.

**Bài 6.** (1,5 điểm)

a) Cho các số thực dương x, y, z thoả mãn xyz = 1. Chứng minh rằng:

.

b) Cho phương trình , với m và n là các tham số. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (m; n) để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt đều là số nguyên và là số nguyên tố.

**LỜI GIẢI**

**Bài 1.** Cho biểu thức và biểu thức với và . Rút gọn các biểu thức P, Q và chứng minh rằng với các số x, y dương phân biệt tuỳ ý thì 4Q+1>2P.

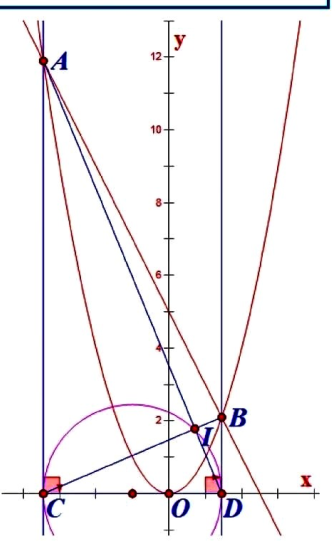
Nhân hai vế của biểu thức cho 2

Ta có

**Bài 2.** Trên cùng một mặt phẳng toạ độ, cho parabol và đường thẳng . Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A và B. Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A, B trên trục Ox.

a) Khi k=-4, tính diện tích hình thanh ABDC.

b) Tìm tất cả các giá trị của k để AD và BC cắt nhau tại 1 điểm nằm trên đường tròn đường kính CD.



a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

Diện tích hình thanh

(đvdt)

b)

+ Gọi I là giao điểm của AD và BC.

Vì I thuộc đường tròn đường kính CD nên:

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

+ Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

Do đó hai đồ thị luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

Toạ độ hai giao điểm là .

+ Theo định lí Vi-ét:

+ Phương trình đường thẳng AD có dạng: . Ta có:

(trừ theo vế)

+ Phương trình đường thẳng BC có dạng: . Tương tự như trên ta có:

Nhân theo vế hai ý vừa có được:

Vậy

**Bài 3:**

a) Giải phương trình:

Cách 1: Bình phương hai vế rồi casio bậc 4.

Cách 2: Đặt . Ta được:

Vây

b)Giải hệ :

Đk:

Xét phương trình (1):

Xét phương trình:

Đặt thì và

Mà (dấu bằng không xảy ra)

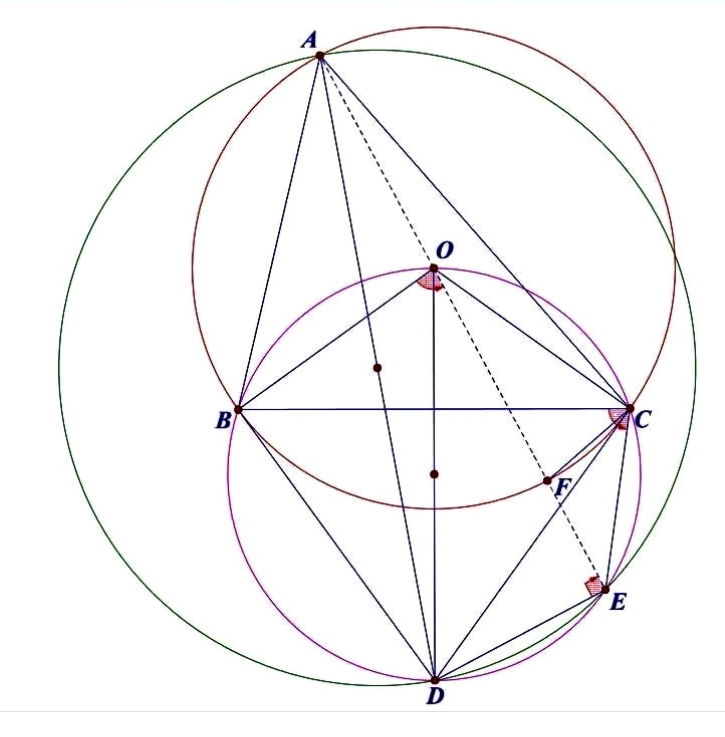
Ta được:

: nhận

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm :

và

**Bài 4:** Cho nhọn, với AB < AC, nội tiếp đường tròn (O). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau ở D. Đường tròn đường kính AD cắt đường tròn đường kính OD tại điểm E (khác D). Gọi F là giao điểm của đoạn thẳng OE và đường tròn (O).



a) Chứng minh và CF là tia phân giác của  .

b) Các tia AB, AC lần lượt cắt đường tròn đường kính AD tại các điểm G, K (khác A). Chứng minh rằng OD đi qua trung điểm của đoạn thẳng GK.

a) + Xét đường tròn đường kính OD:

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

+Xét đường tròn đường kính AD:

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

+Trong đường tròn đường kính AD:

(cùng chắn )

+ Trong đường tròn (O):

(góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn

CF là tia phân giác của

b)

+ Gọi I là giao điểm thức hai của AD và (O) và L là giao điểm của GK và OD.

+ Gội M là giao điểm của OD và BC. Dễ dàng ta chứng minh được OD là trung trực của BC.

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AD)

CMDK nộp tiếp

, mà   (cùng chắn của (O))

+   (cùng chắn của đường tròn đường kính AD)

Ta được: (g – g )

Tương tự: (g – g )

Mà

Đây là bổ đề quen thuộc từ hai tiếp tuyến và một cát tuyến, ta chứng minh được như sau:

(g – g)

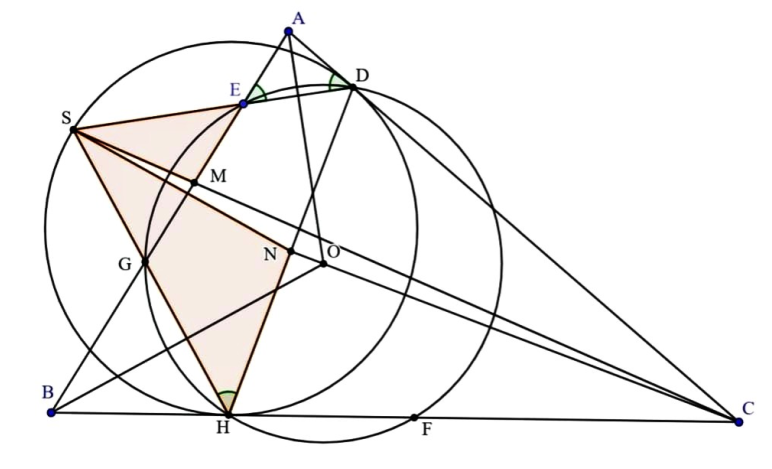
(g – g)

Mà nên

Do đó:

Vậy OD đi qua trung điểm L của GK

**Bài 5.** Cho tam giác nhọn ABC có AB < AC < BC, đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với cạnh AB tại M. Lấy điểm E nằm giữa A và M. Trên cạnh AC, BC lần lượt lấy điểm D, F sao cho AD = AE và BF = BE. Đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF lần lượt cắt AB và BC tại G (khác E) và H (khác F). Chứng minh rằng (O) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF và các đường thẳng CM, ED, GH đồng quy.



Gọi S là giao của DE và GH. Ta đi chứng minh C, M, S thẳng hàng.

Ta có CD là tiếp tuyến của (SHD) tại D

Tương tự ta cũng có CH là tiếp tuyến của (SHD) tại H

Khi đó SC là đường đối trung của tam giác SHD

Gọi N là trung điểm HD. Theo bổ đề đường dối trung, ta có:

(1) Lại có tam giác SEGSHD

Tam giác SEMSHN (Chia đôi tỉ số đường trung tuyến)

Từ (1) và (2) ta có (đpcm)

**Bài 6:**

a) Cho x,y,z dương thoả mãn . Chứng minh:

+ AB.GM ba số:

+ Ta có:

Đặt , ta phải chứng minh:

Tức là:

Trong đó

Tức là (1) đúng

Vậy bài toán được chứng minh

Dấu bằng xảy ra khi

b) Cho phương trình ẩn x, tham số a và b:

Tìm tất cả các cặp (a;b) nguyên dương sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt x1, x2 đều nguyên và x1+x2+1 là số nguyên tố.

Ta có :

Để phương trình có hai nghiệm nguyên ta cần là số chính phương.

+ Xét hiệu:

vì

+ Xét hiệu:

Ta được:

Mà là số chính phương nên

+Xét biểu thức:

Ta cần là số nguyên tố, mà nên:

(vì )

Kiểm tra lại: : là số nguyên tố

Vậy