|  |  |
| --- | --- |
| **Trường THPT Pleiku**  **Tổ: Toán** | Họ và tên giáo viên: Lê Tiến Dũng |

## Bài 8. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

Môn học: Toán; lớp:12

*Thời gian thực hiện: 3 tiết*

### I. MỤC TIÊU

#### 1. Về kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong không gian, thể hiện được các phép toán vectơ theo toạ độ.

- Xác định được độ dài của vectơ khi biết toạ độ của hai đầu mút.

- Vận dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

#### 2. Về năng lực

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học và năng lực tư duy và lập luận toán học.

- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

#### 3. Về phẩm chất

Góp phần giúp HS rèn luyện và phát triển các phẩm chất tốt đẹp (yêu nước, nhân ái, chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm):

+ Tích cực phát biểu, xây dựng bài và tham gia các hoạt động nhóm;

+ Có ý thức tích cực tìm tòi, sáng tạo trong học tập; phát huy điểm mạnh, khắc phục các điểm yếu của bản thân.

### II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

#### - Giáo viên:

+ Giáo án, bảng phụ, máy chiếu (nếu có),…

+ GV chuẩn bị thông tin về một số hình ảnh liên quan đến các nội dung bài học.

#### - Học sinh:

+ SGK, vở ghi, dụng cụ học tập.

### III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

Bài học này dạy trong 03 tiết:

+ Tiết 1: Mục 1. Biểu thức toạ độ của phép cộng hai vectơ, phép trừ hai vectơ, phép nhân một số với một vectơ.

+ Tiết 2: Mục 2. Biểu thức toạ độ của tích vô hướng.

+ Tiết 3: Mục 3. Vận dụng toạ độ của vectơ trong một số bài toán có liên quan đến thực tiễn và một số bài tập.

##### Tiết 1. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA PHÉP CỘNG HAI VECTƠ, PHÉP TRỪ HAI VECTƠ, PHÉP NHÂN MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG ***Mục tiêu:*** HS tính được kích thước vật thể sau khi mô hình hóa, từ đó dẫn tới nhu cầu hình thành biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.  ***Nội dung:*** HS đọc tình huống mở đầu.  ***Sản phẩm:*** Câu trả lời của HS.  ***Tổ chức hoạt động:*** HS làm việc cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Tình huống mở đầu (3 phút)**  *-* GV mô tả tình huống và có thể yêu cầu HS dựa vào các tính chất hình học của lăng trụ tam giác đứng để xác định toạ độ các đỉnh của hình lăng trụ.  *- Đặt vấn đề:* Nếu như chúng ta biết toạ độ các điểm trong không gian, liệu chúng ta có thể tính được khoảng cách giữa hai điểm đó hay không? Ta sẽ đi tìm hiểu bài học ngày hôm nay. | HS xác định toạ độ các đỉnh của hình lăng trụ và suy nghĩ về tình huống. | + Mục đích của phần này là để HS tính toán các kích thước của vật thể sau khi đã mô hình hoá, từ đó dẫn tới nhu cầu hình thành biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ. |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** Giúp HS nhận biết được các biểu thức toạ độ của phép cộng, phép trừ hai vectơ, phép nhân vectơ với một số.  ***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ1, HĐ2 và các ví dụ.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **1. Biểu thức toạ độ của phép cộng hai vectơ, phép trừ hai vectơ, phép nhân một số với một vectơ**  **HĐ1 (6 phút)**  - Trước khi thực hiện HĐ1, GV yêu cầu HS nhắc lại biểu thức toạ độ của các phép toán tương ứng trong mặt phẳng.  - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ1 trong 3 phút và chọn một HS đứng tại chỗ trả lời. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.  - Từ HĐ1, GV có thể yêu cầu HS dự đoán biểu thức toạ độ của các phép toán cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ.  - GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. GV có thể nhấn mạnh sự tương tự giữa các biểu thức toạ độ này với các biểu thức toạ độ trong mặt phẳng để HS dễ dàng ghi nhớ các công thức. | - HS thực hiện HĐ1 theo hướng dẫn của GV.  *HD.*  a) ;  b)  nên toạ độ của  là   nên toạ độ của  là  - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + HĐ1 giúp HS giải thích được biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ hai vectơ và phép nhân một số với một vectơ trong trường hợp cụ thể, từ đó thừa nhận biểu thức toạ độ của các phép toán trên trong trường hợp tổng quát.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Câu hỏi (2 phút)**  **-** GV gọi HS đứng tại chỗ trả lời câu hỏi, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết.  - GV gợi ý HS viết  thành  và áp dụng biểu thức toạ độ của phép nhân một số với một vectơ. | - HS suy nghĩ và trả lời câu hỏi.  - Đáp án:  có toạ độ là *.* | Qua phần câu hỏi, HS xác định được toạ độ của vectơ đối của một vectơ. |
| **Nhận xét (4 phút)**  GV có thể yêu cầu HS nhắc lại điều kiện để hai vectơ (trong không gian) cùng phương, từ đó sử dụng biểu thức toạ độ của phép nhân một số với một vectơ để suy ra kết quả. Từ đó, ta rút ra nhận xét. | - Hai vectơ  cùng phương khi tồn tại số thực *k* sao cho , khi đó | HS nhận biết được dấu hiệu (ở dạng toạ độ) để hai vectơ cùng phương. |
| **Ví dụ 1 (5 phút)**  GV tổ chức cho HS làm việc cá nhân trong 3 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và chốt kiến thức. | - Các thành phần không thể thiếu  - HS thực hiện Ví dụ 1 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS sử dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ vừa học để tìm toạ độ của một số vectơ cụ thể.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 1 (5 phút)**  GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 2 phút, sau đó gọi một HS trả lời, các HS khác theo dõi và nhận xét. GV nhận xét và tổng kết. | - HS thực hiện Luyện tập 1 và ghi bài.  - Đáp án: | + Mục đích của phần này là để HS luyện tập tìm toạ độ của một số vectơ cụ thể sử dụng phép cộng và trừ vectơ.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HĐ2 (6 phút)**  - GV cho HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐ2 theo cặp trong 3 phút và chọn HS lên bảng trình bày. Sau đó GV cho HS khác nhận xét và chốt lại kết quả.  *-* Từ HĐ2, HS suy ra được biểu thức tính toạ độ trung điểm của đoạn thẳng *AB*, trọng tâm của tam giác *ABC*.  - GV trình chiếu nội dung trong khung kiến thức. | **HĐ2.**  a) Gọi toạ độ của *M* là (*x*; *y*; *z*) thì  Ta cũng có  và  nên  Từ đẳng thức  suy ra  và  b) Tương tự câu a.  - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Thông qua HĐ2, HS thiết lập được biểu thức toạ độ của trung điểm đoạn thẳng và biểu thức toạ độ của trọng tâm tam giác.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** Củng cố kĩ năng xác định vectơ bằng vectơ cho trước.  ***Nội dung:*** HS thực hiện Ví dụ 2 và Luyện tập 2.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS bài luyện tập.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Ví dụ 2 (5 phút)**  GV tổ chức cho HS làm việc theo cá nhân trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý. | HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là để HS xác định được toạ độ trung điểm của một đoạn thẳng và toạ độ trọng tâm của một tam giác trong trường hợp cụ thể.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 2 (6 phút)**  **-** GV tổ chức cho HS làm việc theo cặp trong 2 phút. GV gọi đại diện HS trình bày kết quả, các bạn khác theo dõi và nhận xét. GV tổng kết, góp ý.  GV có thể gợi ý HS đặt toạ độ của điểm C là  và lập phương trình để tính . | - HS thực hiện Luyện tập 2 và ghi bài.  Từ giả thiết ta có  suy ra . Tương tự  và . Vậy | + Mục đích của phần này là để HS áp dụng được các công thức vừa học để xác định được toạ độ của một điểm trong một trường hợp cụ thể.  + Góp phần phát triển năng lực giao tiếp toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(3 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức toạ độ của phép cộng hai vectơ, phép trừ hai vectơ, phép nhân một số với một vectơ.  -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:Bài tập 2.20a.  - Nhắc HS đọc trước bài mới chuẩn bị cho tiết học sau. | | |

##### Tiết 2. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG HÌNH THÀNH KIẾN THỨC ***Mục tiêu:*** HS nhận biết được biểu thức toạ độ của tích vô hướng của hai vectơ.  ***Nội dung:*** HS thực hiện HĐ3 và các ví dụ.  ***Sản phẩm:*** Các câu hỏi lời, lời giải của HS.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. | | | |
| **Nhắc lại kiến thức (4 phút)**  GV yêu cầu HS nhắc lại biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ. | HS nhắc lại biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ. | + HS nhớ lại biểu thức toạ độ của phép cộng/trừ vectơ và phép nhân một số với một vectơ.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **HĐ3 (6 phút)**  - GV yêu cầu HS nhắc lại định nghĩa và một số tính chất của tích vô hướng trong không gian.  - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | - Với  thì  - HS thực hiện các yêu cẩu của HĐ3.  a) Vì  có độ dài là 1 nên . Vì  đôi một vuông góc nên  b) Áp dụng câu a để suy ra . Tương tự suy ra và .  c) Tính  Tương tự có  và  từ đó suy ra biểu thức toạ độ của . | + Qua HĐ3, HS giải thích được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Nhận xét (5 phút)**  - GV đặt lần lượt các câu hỏi cho HS:  + Nếu hai vectơ  vuông góc với nhau thì tích vô hướng của hai vectơ bằng bao nhiêu?  + Từ công thức tính tích vô hướng của hai vectơ, ta có thể tính độ dài của  và  như thế nào?  - Từ các câu trả lời của HS, GV rút ra nhận xét. | + Nếu  thì    + Ta có  + Ta có  - HS ghi nội dung cần ghi nhớ. | + Qua HĐ3, HS nhận biết được một số tính chất được suy ra từ biểu thức toạ độ của tích vô hướng.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. |
| **Ví dụ 3 (5 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 3 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | HS thực hiện Ví dụ 3 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là đề HS sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để tính góc giữa hai vectơ trong không gian và tính độ dài của một vectơ trong không gian khi biết toạ độ của các vectơ đó.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 3 (5 phút)**  - GV cho HS thực hiện cá nhân sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi và nhận xét.  *-* GV có thể gợi ý HS xác định toạ độ của  và từ đó tính . | - HS thực hiện Luyện tập 3 và ghi bài.  - Đáp án: = . | + Mục đích của phần này là đề HS luyện tập tính biểu thức vectơ.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** HS sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để giải tam giác.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các yêu cầu trong Ví dụ 4 và Luyện tập 4.  ***Sản phẩm:*** Lời giải của HS trong bài.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân và nhóm, dưới sự hướng dẫn của GV. | | |
| **Ví dụ 4 (10 phút)**  - GV cho HS nhắc lại hệ toạ độ trong không gian, các thành phần không thể thiếu của hệ toạ độ là gì?  - GV cho HS thực hiện cá nhân Ví dụ 4 trong 3 phút, sau đó gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | - Các thành phần không thể thiếu của hệ toạ độ là các trục toạ độ (đôi một vuông góc tại gốc) và các vectơ đơn vị trên mỗi trục.  - HS thực hiện Ví dụ 4 và ghi bài. | + Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kĩ năng sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để giải tam giác trong không gian.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| **Luyện tập 4 (8 phút)**  GV cho HS thực hiện theo bàn Luyện tập 4 trong 3 phút, sau đó gọi một HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết, nhận xét và chốt đáp án. | - HS thực hiện Luyện tập 4 và ghi bài.  *Đáp án*: | + Mục đích của phần này là giúp HS rèn luyện kĩ năng sử dụng được biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong không gian để giải tam giác trong không gian.  + Góp phần phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Biểu thức toạ độ của tích vô hướng.  -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK:  + Bài tập về biểu thức toạ độ của tích vô hướng của hai vectơ: Bài tập 2.20b  + Bài tập tổng hợp: Các bài tập 2.21, 2.22. | | | |

##### Tiết 3. VẬN DỤNG TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ TRONG MỘT SỐ BÀI TOÁN CÓ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

| **Nội dung, phương thức tổ chức hoạt động học tập của học sinh** | **Dự kiến sản phẩm, đánh giá kết quả hoạt động** | | **Mục tiêu cần đạt** |
| --- | --- | --- | --- |
| HOẠT ĐỘNG LUYỆN TẬP ***Mục tiêu:*** HS vận dụng được biểu thức toạ độ của vectơ trong một số tình huống thực tế.  ***Nội dung:*** HS thực hiện các ví dụ và luyện tập.  ***Sản phẩm:*** Các câu trả lời của HS.  ***Tổ chức thực hiện:*** HS hoạt động cá nhân dưới sự hướng dẫn của GV. | | | | |
| **3. Vận dụng toạ độ của vectơ trong một số bài toán có liên quan đến thực tiễn**  **Nhắc lại kiến thức**: GV cho HS nhắc lại biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ, cách tính toạ độ vectơ và độ dài vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút.  **Ví dụ 5 (7 phút)**  - GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. | - HS nhắc lại biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ, cách tính toạ độ vectơ và độ dài vectơ khi biết toạ độ hai đầu mút.  - HS thực hiện Ví dụ 5 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng toạ độ của vectơ trong một tình huống có liên quan đến thực tiễn.  + Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học. | | |
| **Luyện tập 5 (4 phút)**  GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày các HS khác theo dõi, nhận xét. | - HS thực hiện Luyện tập 5 và ghi bài.  *HD.*  Gọi *D* là vị trí của máy bay sau 10 phút tiếp theo. Khi đó , suy ra | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng toạ độ của vectơ trong một tình huống có liên quan đến thực tiễn.  + Góp phần phát triển năng lực mô hình hóa toán học. | | |
| **Ví dụ 6 (6 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện Ví dụ 6 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng biểu thức toạ độ của tích vô hướng để trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. | | |
| **Luyện tập 6 (5 phút)**  GV cho HS thực hiện theo cặp trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | - HS thực hiện Luyện tập 6 và ghi bài.  - Đáp án: . | + Rèn luyện cho HS kĩ năng vận dụng biểu thức toạ độ của tích vô hướng trong tình huống thực tiễn.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. | | |
| **Ví dụ 7 (5 phút)**  GV cho HS thực hiện theo cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện Ví dụ 7 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng xác định toạ độ của vật thể trong không gian ứng với một hệ toạ độ cho trước, từ đó biết cách tính khoảng cách giữa hai vật thể trong không gian.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. | | |
| **Luyện tập 7 (6 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân trong 3 phút sau đó gọi đại diện HS lên bảng trình bày, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện Luyện tập 7 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng áp dụng toạ độ của vectơ vào một tình huống xác định khoảng cách trong thực tiễn.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực tư duy và lập luận toán học. | | |
| **Bài 2.20 (5 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện bài 2.20 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong một số trường hợp cụ thể.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. | | |
| **Bài 2.22 (5 phút)**  GV cho HS thực hiện cá nhân 3 phút sau đó gọi đại diện HS đứng tại chỗ trả lời, các HS khác theo dõi, nhận xét. | HS thực hiện bài 2.22 và ghi bài. | + Rèn luyện cho HS kĩ năng sử dụng biểu thức toạ độ của tích vô hướng để giải tam giác trong không gian.  + Góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. | | |
| TỔNG KẾT VÀ HƯỚNG DẪN CÔNG VIỆC Ở NHÀ *GV tổng kết lại nội dung bài học và dặn dò công việc ở nhà cho HS* **(2 phút)**  - GV tổng kết lại các kiến thức trọng tâm của bài học: Toạ độ của vectơ trong không gian.  -Giao choHS làm các bài tập sau trong SGK: Bài tập vận dụng: Các bài tập 2.23, 2.24.  - Nhắc HS đọc và chuẩn bị cho bài tiết sau. | | | | |

##### HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRONG SGK

**2.20.** a) ; ;

b)  và 34.

**2.21.** a) Ta tính được  và . Do không tồn tại số thực *k* sao cho  nên ba điểm *M*, *N*, *P* không thẳng hàng.

b) Ta có . Để *MNPQ* là hình bình hành thì , suy ra .

c) Chu vi của hình bình hành *MNPQ* bằng .

**2.22.** a) .

b) Ta tính được , từ đó suy ra .

c) .

**2.23.** Gọi *A* là đỉnh của hình hộp chữ nhật nằm trên mặt phẳng *Oxy* và không nằm trên các trục. Gọi *B* là đỉnh của hình hộp chữ nhật nằm trên mặt phẳng *Oyz* và không nằm trên các trục. Trần nhà có hình chữ nhật nên điểm treo đèn (là tâm của hình chữ nhật) là trung điểm của đường chéo *AB*. Vì  và  nên toạ độ của điểm treo đèn là .

**2.24.** Khoảng cách từ tàu thám hiểm đến ra đa là  (km). Khoảng cách này lớn hơn phạm vi theo dõi của radar nên radar không thể phát hiện được tàu thám hiểm.