

Câu 1: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{2020}{\sin x}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2: Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $(2x - x^2)^{10}$.

A. C_{10}^8 .

B. $2^8 C_{10}^2$.

C. C_{10}^2 .

D. $-2^8 C_{10}^2$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AD = a, AB = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Tính khoảng cách d từ S đến mặt phẳng (AMN) .

A. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $d = 2a$.

C. $d = \frac{3a}{2}$.

D. $d = a\sqrt{5}$.

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\max_{[1;3]} f(x) = -7$.

B. $\max_{[1;3]} f(x) = -4$.

C. $\max_{[1;3]} f(x) = -2$.

D. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$.

Câu 5: Nếu các số $5 + m; 7 + 2m; 17 + m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = 5$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 7: Hỏi trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 8: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$.

B. $3!C_3^2C_5^2$.

C. $4!C_4^2C_5^2$.

D. $3!C_4^2C_5^2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$			1		3		1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-2; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 10: Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

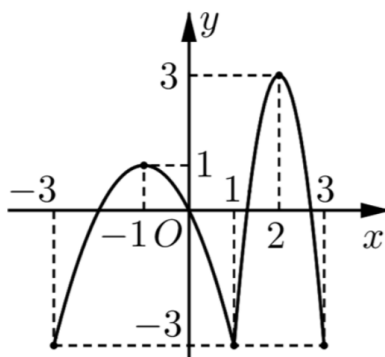
A. a^3 .

B. $2a^3$.

C. $6a^3$.

D. $8a^3$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(0; 2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-3; -1)$.

D. $(2; 3)$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

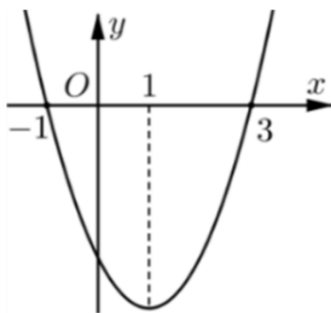
A. $u_5 = -\frac{27}{16}$.

B. $u_5 = -\frac{16}{27}$.

C. $u_5 = \frac{16}{27}$.

D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là parabol như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$.

Câu 14: Nghiệm phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 4$.

D. $x = 5$.

Câu 15: Cho hai số thực dương $m, n (n \neq 1)$ thỏa mãn $\frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 10 - 1} = 3 + \frac{1}{\log_n 5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m = 15n$.

B. $m = 25n$.

C. $m = 125n$.

D. $m \cdot n = 125$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 17: Tính tổng các giá trị nguyên của hàm số m trên $[-20; 20]$ để hàm số $y = \frac{\sin x + m}{\sin x - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

A. 209.

B. 207.

C. -209.

D. -210.

Câu 18: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ bằng

A. -1.

B. 0

C. 1.

D. 4.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 20: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ tại điểm $M(1; 2)$.

A. $y = 2x + 2$.

B. $y = 3x - 1$.

C. $y = x + 1$.

D. $y = 2 - x$.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

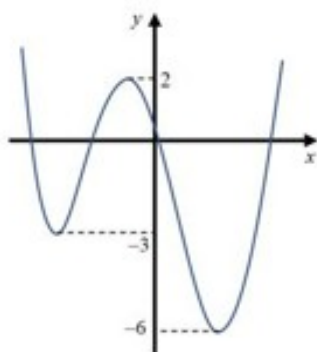
Câu 22: Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 23: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm.

- A. $\frac{12}{36}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{6}{36}$. D. $\frac{8}{36}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12; 12]$ để hàm số $g(x) = |2f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 13. B. 14. C. 15. D. 12.

Câu 25: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi I là trung điểm BB' . Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

- A. $\frac{7}{17}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{7}$.

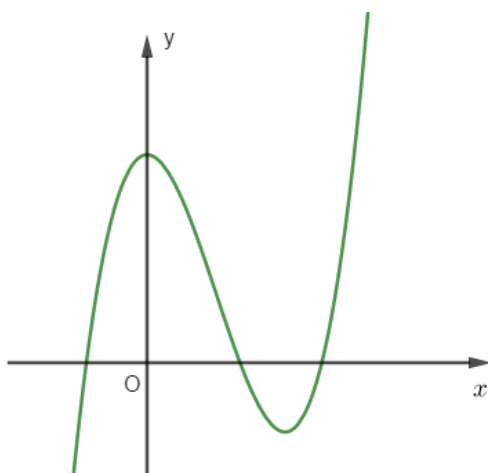
Câu 26: Cho các số thực x, y thỏa mãn $4^{x^2+4y^2} - 2^{x^2+4y^2+1} = 2^{3-x^2-4y^2-4^2-x^2-4y^2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $P = \frac{x-2y-1}{x+y+4}$. Tổng $M+m$ bằng

- A. $-\frac{36}{59}$. B. $-\frac{18}{59}$. C. $\frac{18}{59}$. D. $\frac{36}{59}$.

Câu 27: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \varphi = \sqrt{7}$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 28: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh AB, CD sao cho $MA = MB, NC = 2ND$. Thể tích khối chóp $S.MBCN$ bằng

- A. 8. B. 20. C. 28. D. 40.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2}$

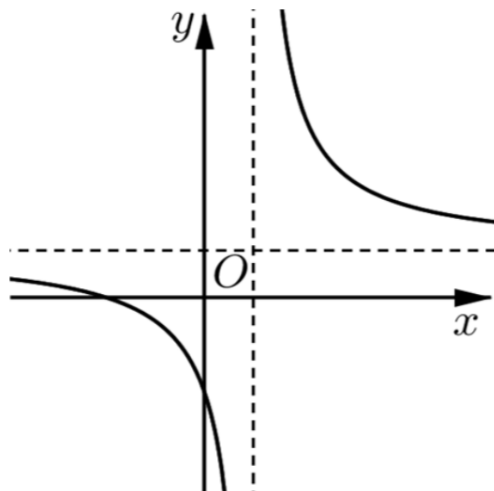
- A. $a < 0$. B. $a = 0$. C. $0 < a < 1$. D. $a > 1$.

Câu 31: Trong bốn hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$+$	$-$	
y	$-\infty$	3	2	3	$-\infty$

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $b > 0, c > 0, d < 0$. B. $b > 0, c < 0, d < 0$. C. $b < 0, c < 0, d < 0$. D. $b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \ln 2020 - \ln \left(\frac{x+1}{x} \right)$. Tính $f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2020)$.

- A. $S = 2020$. B. $S = 2021$. C. $S = \frac{2021}{2020}$ D. $S = \frac{2020}{2021}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = (x - 2)(x^2 + 1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. (C) không cắt trục hoành. B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 35: Cho a là số thực lớn hơn 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
D. Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

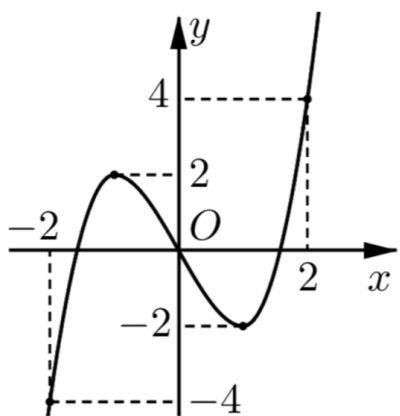
Câu 36: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$. B. $P = x^{\frac{1}{3}}$. C. $P = x^{\frac{1}{9}}$. D. $P = x^2$.

Câu 37: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hỏi phương trình $|f(x) - 1| = 1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên $[-2; 2]$?



A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 39: Cho a, b, x, y là các số thực dương và a, b khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

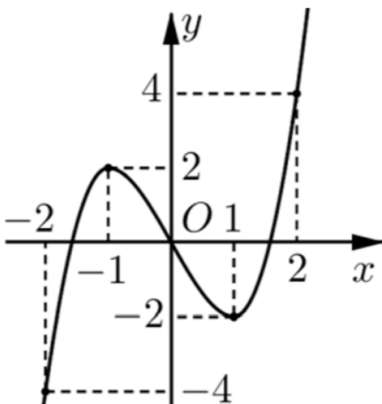
A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

D. $\log_a x + \log_a y = \log_a (x + y)$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 41: Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{ab} x$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{12}{7}$.

D. 12.

Câu 42: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$.

A. $y' = 2^x \cdot \ln 2^x$.

B. $y' = x \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$.

C. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x}}{\ln 2}$.

D. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

Câu 43: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = 6a, AC = 9a, AD = 3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $8a^3$.

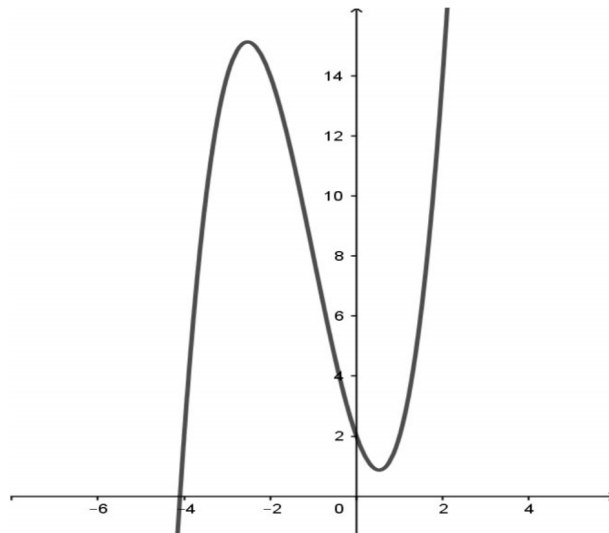
Câu 44: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x - 3)^{\sqrt{2019}}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 45: Nghiệm của phương trình $\log_2(1 - x) = 2$ là

- A. $x = -4$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Hỏi phương trình $f(xf(x)) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?



- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 47: Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = \sqrt{3}a^2$. B. $S = 2\sqrt{3}a^2$. C. $S = 4\sqrt{3}a^2$. D. $S = 8a^2$.

Câu 48: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) > 1$ có tập nghiệm S bằng.

- A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left[1; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 49: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB và $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

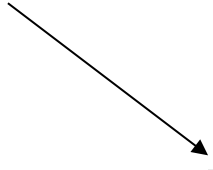
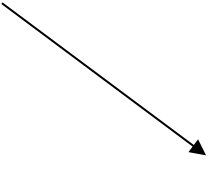
A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $2a^3\sqrt{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 50: Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	-1 		$+\infty$ 
		$-\infty$	-1

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1-D	2-B	3-A	4-C	5-C	6-C	7-A	8-C	9-C	10-D
11-D	12-B	13-B	14-B	15-C	16-B	17-C	18-D	19-B	20-C
21-A	22-B	23-B	24-C	25-A	26-A	27-D	28-A	29-C	30-D
31-D	32-A	33-D	34-B	35-C	36-A	37-C	38-C	39-C	40-B
41-C	42-B	43-A	44-B	45-B	46-D	47-B	48-A	49-C	50-D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn D.

$$y = \frac{2020}{\sin x}.$$

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

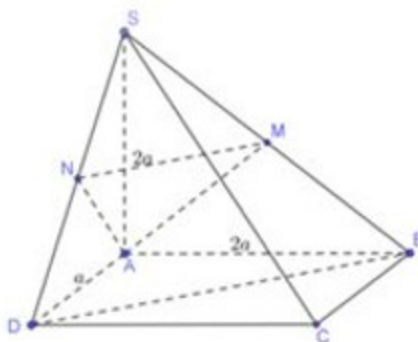
Câu 2: Chọn B.

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = (-1)^k C_{10}^k (2x)^{10-k} (x^2)^k = (-1)^k C_{10}^k 2^{10-k} x^{10+k}.$

Ứng với số hạng chứa x^{12} ta có: $10 + k = 12 \Leftrightarrow k = 2.$

Vậy hệ số của x^{12} là $2^8 C_{10}^2.$

Câu 3: Chọn A.



Ta có: $V_{S.ABD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3} a^3$

Vì: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4} V_{S.ABD} = \frac{a^3}{6}$

$\triangle SAD$ vuông: $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow AN = \frac{1}{2} SD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$$\Delta SAB \text{ vuông: } SD = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AM = a\sqrt{2}$$

$$MN \text{ là đường trung bình của tam giác } SBD \Rightarrow MN = \frac{1}{2}DB = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } S_{\Delta AMN} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4} \Rightarrow d(S; (AMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ nên chọn đáp án A.}$$

Câu 4: Chọn C.

Hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ xác định trên đoạn $[1; 3]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vì $x \in [1; 3]$ nên nhận $x = 2$.

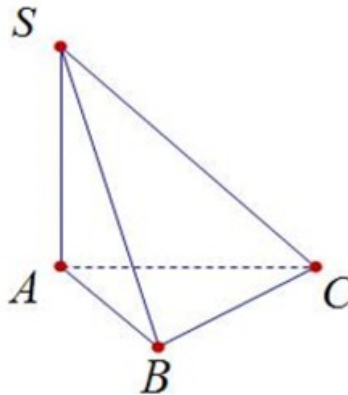
$$\text{Khi đó: } f(2) = -7; f(1) = -4; f(3) = -2$$

Vậy: $\max_{[1;3]} f(x) = -2$ nên chọn đáp án C.

Câu 5: Chọn C.

$$\text{Ta có: } 5 + m + 17 + m = 2(7 + 2m) \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 6: Chọn C.



$$\text{Ta có: } (SB, (ABC)) = \angle SBA \Rightarrow SA = AB \cdot \tan \angle SBA = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 7: Chọn A.

Phương trình $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

+ Xét $0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-1}{12} \leq k < \frac{1}{6}$ mà $k \in \mathbb{Z}$, suy ra $k = 0$ hay $x = \frac{\pi}{6}$.

+ Xét $0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-5}{12} \leq k < \frac{-1}{6}$ do $k \in \mathbb{Z}$ suy ra không có giá trị k nào thỏa mãn.

Vậy phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có 1 nghiệm trong $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 8: Chọn C.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ với a, b, c, d là các chữ số khác nhau và khác 0.

Lấy 2 chữ số chẵn khác 0 trong các chữ số 2, 4, 6, 8 thì có C_4^2 cách.

Lấy 2 chữ số lẻ trong các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 thì có C_5^2 cách.

Mỗi cách hoán vị 4 chữ số đã chọn ở trên ta được một số thỏa mãn điều kiện đề bài.

Suy ra có $4!C_4^2C_5^2$ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

Câu 9: Chọn C.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 10: Chọn D.

Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng: $V = (2a)^3 = 8a^3$ (đvtt).

Câu 11: Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(2; 3)$.

Câu 12: Chọn B.

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$

Câu 13: Chọn B.

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có:

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$.

Câu 14: Chọn B.

Ta có: $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

Câu 15: Chọn C.

Với m, n dương ($n \neq 1$). Ta có:

$$\frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 10 - 1} = 3 + \frac{1}{\log_n 5} \Leftrightarrow \frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 10 - \log_2 2} = \log_5 5^3 + \log_5 n \Leftrightarrow \frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 5} = \log_5 125n$$

$$\Leftrightarrow \log_7 m \cdot \log_5 7 = \log_5 125n \Leftrightarrow \log_7 m = \frac{\log_5 125n}{\log_5 7} \Leftrightarrow \log_7 m = \log_7 125n \Leftrightarrow m = 125n.$$

Vậy $m = 125n$.

Câu 16: Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

* $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

* $\lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{2x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận.

Câu 17: Chọn C.

Đặt $t = \sin x, t \in (0; 1)$. Khi đó hàm số trở thành $y = \frac{t+m}{t-1}$.

Ta có $y' = \frac{-1-m}{(t-1)^2}$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $y' > 0 \Leftrightarrow -1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1$. Vì

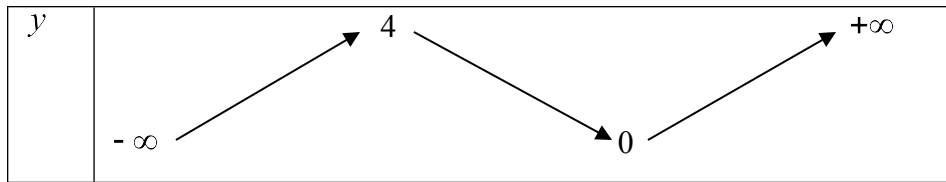
m nguyên trên $[-20; 20]$ nên $m \in \{-20; \dots; -3; -2\}$.

Khi đó $-20 - 19 - \dots - 3 - 2 = -209$.

Câu 18: Chọn D.

Ta có $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Khi đó ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$



Do đó giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Câu 19: Chọn B.

Thể tích khối chóp đã cho là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{3} . a\sqrt{2} . a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 20: Chọn C.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2$; $y'(1) = 1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(1; 2)$ là:

$$y = y'(1).(x - 1) + 2 = x + 1.$$

Câu 21: Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} x - 7 \geq 0 \\ x^2 + 3x - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \neq -4 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 7 \Rightarrow \text{Tập xác định: } D = [7; +\infty).$

Ta thấy, hàm số liên tục trên nửa khoảng $[7; +\infty)$ nên đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận đứng.

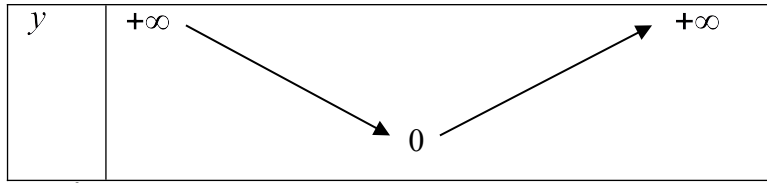
Câu 22: Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$; y' xác định với mọi $x \neq 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	$\parallel$	$+$



Vậy, hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 23: Chọn B.

Gọi A_i là biến cố lần thứ i xuất hiện mặt sáu chấm, với $i \in \{1; 2\}$.

Ta có: $P(A_i) = \frac{1}{6}$.

Gọi B là biến cố ít nhất 1 lần xuất hiện mặt sáu chấm.

Khi đó: $B = A_1 \cdot \overline{A_2} \cup \overline{A_1} \cdot A_2 \cup A_1 \cdot A_2$.

Vậy: $P(B) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(A_2) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{6} \right) + \left(1 - \frac{1}{6} \right) \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{36}$.

Câu 24: Chọn C.

Gọi x_1, x_2, x_3 là 3 điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ với $x_1 < x_2 < x_3$.

Khi đó hàm số $y = f(x - 1)$ có 3 điểm cực trị là $x_1 + 1, x_2 + 1, x_3 + 1$.

Hàm số $g(x) = |2f(x - 1) + m|$ có 5 cực trị

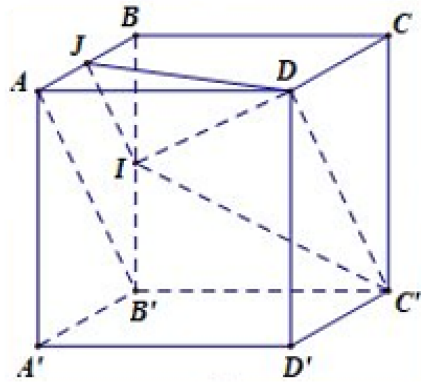
$\Leftrightarrow 2f(x - 1) + m = 0$ có hai nghiệm khác x_1, x_2, x_3

$\Leftrightarrow f(x - 1) = -\frac{m}{2}$ có hai nghiệm khác x_1, x_2, x_3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} \geq 2 \\ -6 < -\frac{m}{2} \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ 6 \leq m < 12 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{-12; -11; \dots; -4; 6; 7; \dots; 11\}$.

Câu 25: Chọn A.



Đặt $AB = a$, thể tích hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V = a^3$.

Gọi $\{J\} = (DIC') \cap AB$, dễ thấy $IJ \parallel DC' \parallel AB' \Rightarrow IJ \parallel AB'$ mà I là trung điểm BB' suy ra J là trung điểm AB.

Theo công thức tính tích khối chóp cụt có: $V_{BJI.CDC'} = \frac{h}{3}(B + B' + \sqrt{BB'})$ với
$$\begin{cases} B = S_{CDC'} = \frac{a^2}{2} \\ B' = \frac{a^2}{8} \\ h = BC = a \end{cases} \quad \text{suy ra}$$

$$V_{BJI.CDC'} = \frac{7}{24}a^3.$$

Thể tích phần còn lại là: $V_1 = V - V_{BJI.CDC'} = \frac{17}{24}a^3$.

Vậy tỉ số cần tìm là: $\frac{7}{17}$.

Câu 26: Chọn A.

Đặt $t = 2^{x^2+4y^2}$, điều kiện $t > 0$ khi đó $4^{x^2+4y^2} - 2^{x^2+4y^2+1} = 2^{3-x^2-4y^2} - 4^{2-x^2-4y^2}$ đưa về:

$$t^2 - 2t = \frac{8}{t} - \frac{16}{t^2} \Leftrightarrow \left(t + \frac{4}{t}\right)^2 - 2\left(t + \frac{4}{t}\right) - 8 = 0 \quad (1)$$

Với điều kiện $t > 0$ nên $(1) \Leftrightarrow t + \frac{4}{t} = 4 \Leftrightarrow t = 2$.

Suy ra $x^2 + 4y^2 = 1$ suy ra tồn tại $0 \leq a \leq 2\pi$ để
$$\begin{cases} x = \sin a \\ 2y = \cos a \end{cases}$$

Khi đó
$$P = \frac{\sin a - \cos a - 1}{\sin a + \frac{1}{2}\cos a + 4} = \frac{2\sin a - 2\cos a - 2}{2\sin a + \cos a + 8}$$

$$\Leftrightarrow (2P - 2)\sin a + (P + 2)\cos a = -2 - 8P.$$

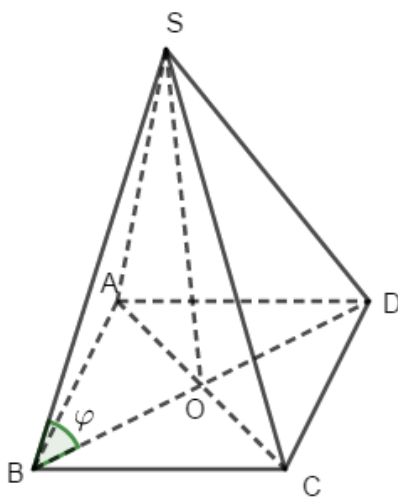
Điều kiện để tồn tại giá trị của a thỏa mãn khi và chỉ khi $(-2 - 8P)^2 \leq (2P - 2)^2 + (P + 2)^2$

$$\Leftrightarrow 59P^2 + 36P - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-18 - \sqrt{442}}{59} \leq P \leq \frac{-18 + \sqrt{442}}{59}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = \frac{-18 - \sqrt{442}}{59} \\ M = \frac{-18 + \sqrt{442}}{59} \end{cases} \Rightarrow m + M = \frac{-36}{59}.$$

Câu 27: Chọn D.



Gọi O là tâm hình vuông. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $\varphi = \angle SBO$

$$BD = 2\sqrt{2}$$

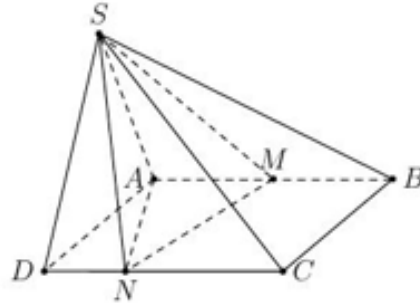
$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Tam giác SOB vuông tại O, ta có $\cos \varphi = \frac{BO}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$

Câu 28: Chọn A.

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$.

Câu 29: Chọn C.



Gọi d là chiều cao của hình bình hành $ABCD$.

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = S_{ADN} + S_{ANM} + S_{MBCN} \Leftrightarrow AB \cdot d = \frac{1}{2} \cdot DN \cdot d + \frac{1}{2} \cdot AM \cdot d + S_{MBCN}$$

$$\Leftrightarrow S_{MBCN} = AB \cdot d - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot AB \cdot d - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d \Leftrightarrow S_{MBCN} = \frac{7}{12} S_{ABCD}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.MBCN$ là

$$V_{S.MBCN} = \frac{1}{3} \cdot S_{MBCN} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{12} \cdot S_{ABCD} \cdot h = \frac{7}{12} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot h \right) = \frac{7}{12} \cdot 48 = 28 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 30: Chọn D.

Do $\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2} \geq 0$. Suy ra $a > 0$.

Ta có:

$$\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2} \Leftrightarrow \left(\sqrt[15]{a^7} \right)^{15} > \left(\sqrt[5]{a^2} \right)^{15} \Leftrightarrow a^7 > a^6 \Leftrightarrow a(a-1) > 0 \Leftrightarrow a > 1.$$

Câu 31: Chọn D.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên $a < 0$. Loại đáp án A, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$ loại B. Chọn D.

Câu 32: Chọn A.

Đồ thị giao với trục Ox tại điểm có hoành độ âm nên $x = \frac{-b}{a} < 0$ mà $a > 0$ nên $-b < 0 \Rightarrow b > 0$

Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0$ mà $b > 0$ nên $d < 0$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0$ mà $a > 0$ nên $c > 0$. Chọn A.

Câu 33: Chọn D.

Ta có $f'(x) = -\frac{x}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{x}\right)' = -\frac{x}{x+1} \cdot \left(\frac{-1}{x^2}\right) = \frac{1}{(x+1)x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Khi đó

$$\begin{aligned} f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2019) + f'(2020) &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} \\ &= 1 - \frac{1}{2021} = \frac{2020}{2021}. \end{aligned}$$

Câu 34: Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành

$$(x-2)(x^2+1)=0 \Leftrightarrow x=2.$$

Vậy (C) cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 35: Chọn C.

Ta có hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $a > 1$.

Câu 36: Chọn A.

Ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ với $x > 0$.

Câu 37: Chọn C.

Gồm các mặt phẳng chứa một cạnh bên và trung điểm cạnh đáy đối diện, mặt phẳng đi qua các trung điểm của các cạnh bên.

Câu 38: Chọn C.

Ta có:

$$|f(x) - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = 1 \\ f(x) - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2(1) \\ f(x) = 0(2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trên $[-2; 2]$ và phương trình (2) có ba nghiệm phân biệt không trùng với bất kì nghiệm nào của phương trình (1) trên $[-2; 2]$, nên phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt trên $[-2; 2]$.

Câu 39: Chọn C.

Ta có $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \Rightarrow \log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

Câu 40: Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

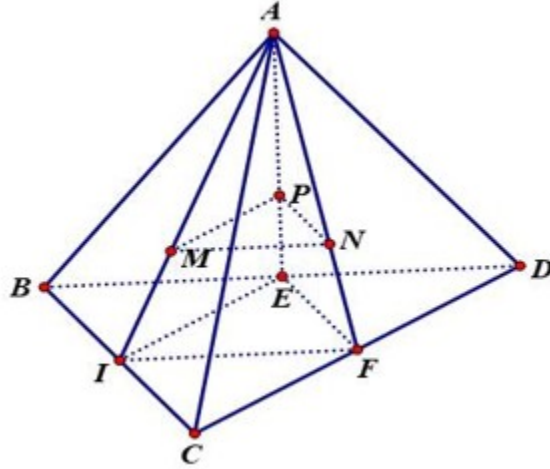
Câu 41: Chọn C.

Ta có:
$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}.$$

Câu 42: Chọn B.

Ta có: $y' = (2^{x^2})' = (x^2)' \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = 2x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = a \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$

Câu 43: Chọn A.



Gọi I, F, E lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD, BD

$$\frac{V_{A.MPN}}{V_{A.IEF}} = \frac{AM}{AI} \cdot \frac{AP}{AE} \cdot \frac{AN}{AF} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{A.MPN} = \frac{8}{27} V_{A.IEF} \quad (1)$$

$$\triangle BIE = \triangle CIF = \triangle EFD (c.c.c) \Rightarrow S_{IEF} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{A.IEF} = \frac{1}{4} V_{ABCD} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V_{A.MPN} = \frac{2}{27} V_{ABCD}$

Mặt khác $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 6a \cdot 9a \cdot 3a = 27a^3 \Rightarrow V_{A.MPN} = 2a^3.$

Câu 44: Chọn B.

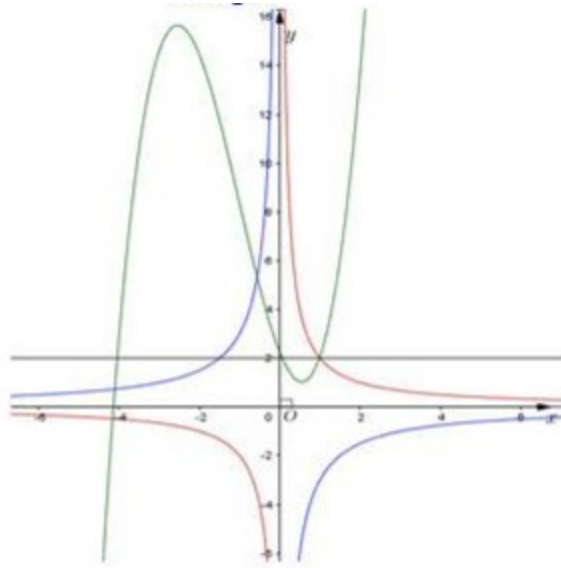
Vì $\sqrt{2019} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}.$

Vậy $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty \right).$

Câu 45: Chọn B.

Ta có phương trình $\log_2 (1 - x) = 2 \Leftrightarrow 1 - x = 2^2 \Leftrightarrow x = -3$

Câu 46: Chọn D.



Ta có pt: $f(xf(x)) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(xf(x)) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} xf(x) = 0 \\ xf(x) = b \in (0; 2) \\ xf(x) = a \in (-4; -2) \end{cases}$

* Xét phương trình: $xf(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} (1)$

Ta thấy đồ thị $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 1 điểm nên phương trình (1) có 1 nghiệm $x = x_2 < -4$.

* Xét phương trình: $xf(x) = b \Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x}, (x \neq 0)$ (vì $x = 0$ phương trình vô nghiệm)

Đặt $g(x) = \frac{b}{x} \Rightarrow g'(x) = \frac{-b}{x^2} < 0, \forall x \neq 0$. Suy ra $g(x) = \frac{b}{x}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Ta dễ thấy TCD: $x = 0$, TCN: $y = 0$.

Phác họa đồ thị $y = g(x)$ như hình vẽ ta có 2 giao điểm với đồ thị $y = f(x)$, suy ra phương trình $xf(x) = b$ có 2 nghiệm phân biệt $x = x_3; x = x_4$

* Xét phương trình: $xf(x) = a \Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x}, (x \neq 0)$ (vì $x = 0$ phương trình vô nghiệm)

Đặt $h(x) = \frac{a}{x} \Rightarrow h'(x) = \frac{-a}{x^2} > 0, \forall x \neq 0$. Suy ra $h(x) = \frac{a}{x}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

Ta dễ thấy TCD: $x = 0$, TCN: $y = 0$.

Phác họa đồ thị $y = h(x)$ như hình vẽ ta có 2 giao điểm với đồ thị $y = f(x)$, suy ra phương trình $xf(x) = a$ có 2 nghiệm $x = x_5; x = x_6$.

Như vậy $f(xf(x)) - 2 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

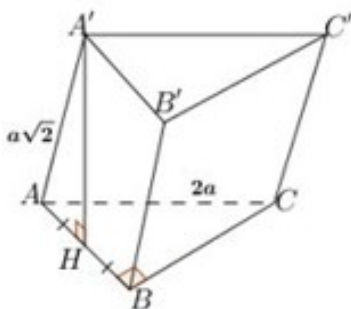
Câu 47: Chọn B.

Bát diện đều là hình đa diện đều có 8 mặt đều là tam giác đều. Do đó $S = 8 \left(\frac{\sqrt{3}a^2}{4} \right) = 2\sqrt{3}a^2$.

Câu 48: Chọn A.

Do cơ số $\frac{1}{2} \in (0; 1)$ nên $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < \frac{1}{2} \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}$.

Câu 49: Chọn C.



Ta có $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow AB = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = a^2$.

Lại có $AH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ bằng $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 50: Chọn D.

Ta có $y = 2x^4 + 1 \Rightarrow y' = 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.