SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT QUẢNG XƯƠNG 3
--o0o--

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

KINH NGHIỆM HƯỚNG DẪN HỌC SINH KHAI THÁC YẾU TỐ KHOẢNG CÁCH ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

Người thực hiện: Nguyễn Lê Thiêm
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc lĩnh vực (môn): Toán

THANH HOÁ NĂM 2016

MỤC LỤC

A. Mở đầu
- Lí do chọn đề tài. 3
- Mục đích nghiên cứu. 3
- Đối tượng nghiên cứu. 3
- Phương pháp nghiên cứu. 3

B. Nội dung sáng kiến kinh nghiệm **4**
1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm. 4
2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm. 4
3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề 4
4. Phần nội dung. 5
5. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường. 18

C. Kết luận, kiến nghị
- Kết luận. 19

Tài liệu tham khảo 20

Phụ lục. 21

A. PHẦN MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Trong chương trình toán học phổ thông, các bài toán về tọa độ và ứng dụng của nó giữ một vị trí quan trọng, nó xuất hiện hầu hết trong các kỳ thi tuyển sinh các cấp, kỳ thi chọn học sinh giỏi toán cấp tỉnh, cấp Quốc Gia… và thường xuất hiện dưới dạng là một trong các bài toán khó trong đề. Điều tất nhiên khi gặp những bài toán này, học sinh phải mất rất nhiều thời gian, công sức để giải quyết nó.

Trong những năm gần đây, nước ta thực hiện kì thi THPT Quốc gia. Những học sinh sử dụng kết quả thi THPT Quốc gia môn Toán để xét tuyển sinh Đại học- Cao đẳng cần phải làm được câu tọa độ trong mặt phẳng. Đây là một câu hỏi tương đối khó. Để giải được câu hỏi này đòi hỏi học sinh ngoài việc học tốt phương pháp tọa độ trong mặt phẳng còn phải có kinh nghiệm và phương pháp tìm tòi sáng tạo. Bản thân tôi là một giáo viên nhiều năm dạy các lớp mũi nhọn, đối tượng học sinh chủ yếu là học sinh khá, giỏi. Nhiệm vụ trọng tâm là giúp các em *hiểu và vận dụng* tốt các kiến thức cơ bản vào giải bài tập, có đủ khả năng để tham gia các kỳ thi chọn học sinh giỏi môn Toán cũng như đạt điểm cao trong kì thi THPT Quốc gia.

Từ thực tiễn giảng dạy và kinh nghiệm bồi dưỡng học sinh ôn thi đại học nhiều năm, cùng với sự tích lũy kiến thức trong quá trình giảng dạy. Tôi đã tổng hợp, khai thác nhiều chuyên đề về tọa độ trong mặt phẳng. Trong SKKN này tôi xin chia sẻ tới đồng nghiệp, cùng các bạn yêu thích môn toán một kinh nghiệm nhỏ để giải bài toán: **‘‘Kinh nghiệm hướng dẫn học sinh khai thác yếu tố khoảng cách để giải bài toán tọa độ trong mặt phẳng”**.

2. Mục đích nghiên cứu:

Qua nội dung đề tài này, tôi mong muốn cung cấp cho học sinh một số kinh nghiệm và kỹ năng cơ bản để học sinh có thể khai thác giả thiết của các bài toán khó về tọa độ trong mặt phẳng. Đồng thời hình thành cho các em thói quen tìm tòi tích lũy và rèn luyện tư duy sáng tạo.

3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu:

Các vấn đề được nêu trong SKKN này chủ yếu là hướng đến việc khai thác một lớp bài toán có giả thiết liên quan đến yếu tố khoảng cách.

Các nội dung này đã được bản thân thực nghiệm nhiều năm qua các đối tượng học sinh. Và đạt hiệu quả cao trong giảng dạy.

4. Phương pháp nghiên cứu.

Trong phạm vi của đề tài, tôi đã sử dụng kết hợp các phương pháp như: phương pháp phân tích – tổng hợp- đánh giá; phương pháp vấn đáp - gợi mở, nêu ví dụ; phương pháp diễn giải... và nột số phương pháp khác.

B. NỘI DUNG

I. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA VẤN ĐỀ

Vấn đề tôi đưa ra được dựa trên cơ sở hai bài toán về khoảng cách trong hình học tọa độ trong mặt phẳng mà học sinh đã được học ở lớp 10: *Khoảng cách giữa hai điểm và khoảng cách từ điểm đến đường thẳng*.

Bài toán khoảng cách có mặt trong nhiều bài khác nhau như: lập phương trình đường thẳng; tìm tọa độ điểm, lập phương trình đường tròn, bài toán tập hợp điểm ... trong hệ tọa độ Đề các vuông góc Oxy.

Vì vậy, việc vận dụng các kỹ năng về khoảng cách là cần thiết đối với việc giải bài toán về tọa độ trong mặt phẳng.

II. THỰC TRẠNG CỦA VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

Trong các kỳ thi, luôn có bài toán tọa độ trong mắt phẳng, đây là vấn đề mà các đồng nghiệp cũng đã tốn nhiều công sức để tìm tòi hướng giải quyết và vân dụng. Thực tế giảng dạy, khi dạy phần này các thầy cô chủ yếu tập trung truyền thụ cho học sinh nội dung phương pháp tọa độ là chính, nhưng khi tham gia giải các đề thi thì nhiều học sinh vẫn không giải được bài này. Vì thế nhiệm vụ của thầy cô giúp học sinh khắc phục điểm yếu này.

Tọa độ trong mặt phẳng là một nội dung kiến thức quan trọng của chương trình Toán lớp 10 tuy nhiên có nhiều học sinh khi học ở lớp 10 rất yếu trong việc tư duy vận dụng các kiến thức mới trong mối liên hệ giữa các nội dung kiến thức của toán THPT. Đặc biệt trong các kỳ thi cấp quốc gia chúng ta thường thấy càng gần đây có càng nhiều những câu hỏi mà học sinh thường phải vận dụng tư duy tổng hợp ... Đây là các bài toán gây khó khăn và bế tắc cho không ít học sinh do đó đề tài này góp phần giúp học sinh gỡ những vướng mắc trong khi tìm tòi lời giải bài toán hình tọa độ phẳng trong kỳ thi học sinh giỏi cấp tỉnh và thi THPT quốc gia.

Nội dung của SKKN này đáp ứng giải quyết một phần nhỏ trong cấu trúc đề thi.

III. CÁC GIẢI PHÁP ĐÃ SỬ DỤNG ĐỂ GIẢI QUYẾT VẤN.

Khi dạy phần này cho học sinh, tôi thường định hướng rèn luyện cho học sinh kỹ năng xem xét bài toán dưới nhiều góc độ, khai thác các yếu tố đã biết của bài toán, kết hợp tư duy hình học phẳng.

Việc giải các bài toán từ mức độ dễ đến mức độ khó sẽ giúp học sinh hoàn thiện kỹ năng tìm tòi lời giải và hoàn thiện lời giải của bài toán.

Tôi đã hình thành cho học sinh các kỹ năng giải toán sau:

1. Kỹ năng nhận dạng và phân loại bài tập thông qua các dấu hiệu có sẵn trong bài toán.

2. Kỹ năng dự đoán để định hướng lời giải của học sinh.

3. Kỹ năng lựa chọn lời giải ngắn gọn trên cơ sở đã định hướng dduocj cách giải.

Thông qua bài kiểm tra để đánh giá mức độ tiếp thu và khả năng nắm kiến thức của học sinh.

IV. PHẦN NỘI DUNG:

Kiến thức chuẩn bị:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy.

- Cho điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$, khi đó khoảng cách $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ hoặc: $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$.
- Cho điểm $M(x_M; y_M)$ và đường thẳng Δ có phương trình $ax + by + c = 0$, khoảng cách từ M đến Δ được ký hiệu $d(M;\Delta)$ và được xác định bởi công thức: $d(M;\Delta) = \dfrac{|ax_M + by_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
- Đường thẳng *Δ* có véc tơ pháp tuyến (VTPT) $n(a;b)$ và đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ có phương trình: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$.
- Đường thẳng *Δ* vuông góc với đường thẳng *d*: $ax + by + c = 0$ có phương trình dạng: $bx - ay + m = 0$.
- Đường tròn tâm I(a; b) bán kính R có phương trình: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

Bài toán 1. *Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ cho trước và cách điểm $B(x_B; y_B)$ cố định một khoảng d không đổi.*

a. Phương pháp giải:

- Gọi $n(a;b)$ (điều kiện $a^2 + b^2 \neq 0$) là véc tơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng *Δ* ta *có* phương trình cần lập: $a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0 \Leftrightarrow ax + by - (ax_A + by_A) = 0$.
- Tính khoảng cách từ *B* đến *Δ* ta được $\dfrac{|ax_B + by_B - (ax_A + by_A)|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = d$ là một phương trình đẳng cấp bậc hai hai ẩn *a* và *b*.
- Giải phương trình này ta tìm được *b* theo *a* hoặc ngược lại; từ đó chỉ ra được VTPT của Δ và lập được phương trình Δ.

b. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*. Lập phương trình đường thẳng qua *P(2; 5)* sao cho khoảng cách từ *Q(5; 1)* đến đường thẳng đó bằng *3*.

Lời giải chi tiết:

Gọi $n(a;b)$ (điều kiện $a^2 + b^2 \neq 0$) là véc tơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng *Δ* ta *có* phương trình cần lập: $a(x - 2) + b(y - 5) = 0 \Leftrightarrow ax + by - (2a + 5b) = 0$.

Khoảng cách: $d(Q; \Delta) = 5 \Leftrightarrow \dfrac{|a5 + b1 - (a2 + b5)|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3$

$$\Leftrightarrow |3a-4b|=3\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 24ab-7b^2=0 \Leftrightarrow b(24a-7b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=\dfrac{24a}{7} \end{array}\right.$$

Với $b = 0$ ta có Δ: $x-2=0$

Với $b=\frac{24}{7}a$ ta có Δ: $7x+24y-134=0$

ĐS: $x-2=0$ *hoặc* $7x+24y-134=0$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho *A(1; 1)* và *B(2; 3)*. Lập phương trình đường thẳng *(Δ)* cách *A* một khoảng bằng *1* và cách *B* một khoảng bằng *2*.

Lời giải chi tiết:

Giả sử *(Δ)* có phương trình: $Ax + By + C = 0$ điều kiện: $A^2+B^2\neq 0$

$d(A/\Delta) = 1 \Leftrightarrow |A+B+C|=\sqrt{A^2+B^2}$ (1).

$d(B/\Delta) = 2 \Leftrightarrow |A.2+B.3+C|=2.\sqrt{A^2+B^2}$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 2|A+B+C| = |A.2+B.3+C|$

$\Leftrightarrow (2A+2B+2C+2A+3B+C)(2A+2B+2C-2A-3B-C)=0$

$\Leftrightarrow (4A+5B+3C)(-B+C)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=C \\ 4A+5B+3C=0 \end{array}\right.$

* Với $B = C$ thay vào (1): $4AB=-3B^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=0 \\ 4A=-3B \end{array}\right.$

+) $B = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow$ phương trình cần lập: $x = 0$.

+) $B=-\frac{4}{3}A \Rightarrow C=-\frac{4}{3}A \Rightarrow$ phương trình cần lập: $3x-4y-4=0$.

* Với $4A+5B+3C=0 \Leftrightarrow C=-\dfrac{4A+5B}{3}$, thay vào (1):

$$\left|A+B-\frac{4A+5B}{3}\right|=\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow |-A-2B|=3\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 8A^2-4AB+5B^2=0$$

$$\Leftrightarrow \left(2\sqrt{2}A-\frac{B}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{9}{2}B^2=0$$ phương trình vô nghiệm.

ĐS: x = 0 hoặc *3x –4y –4 =0.*

c. Một số bài tập mở rộng.

Bài 1.1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho các đường thẳng *a*: $3x+4y+5=0$ và *b*: $4x-3y+1=0$. Tìm phương trình các đường phân giác của góc sinh bởi *a, b*.

Nhận xét:

- *Ở bậc học THCS học sinh đã được học khái niệm đường phân giác của góc.*
- *Vân dụng kiến thức về khoảng cách từ điểm đến đường thẳng, ta có lời giải như sau:*

Lời giải:

Xét điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường phân giác của góc.

Ta có: $d(M;a)=d(M;b)$

$$\Leftrightarrow \frac{|3x_0+4y_0+5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|4x_0-3y_0+1|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} \Leftrightarrow |3x_0+4y_0+5|=|4x_0-3y_0+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0+7y_0-4=0 \\ 7x_0+y_0+6=0 \end{array}\right.$$

Vậy có hai đường thỏa mãn: $x-7y-4=0$ *và* $7x+y+6=0$

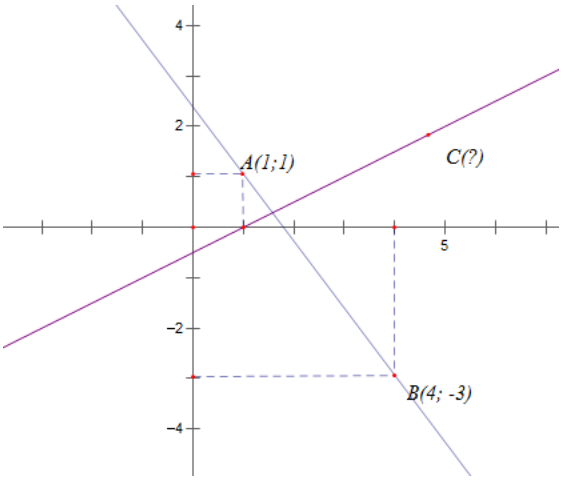
Chú ý:

- *Với lời gải của bài toán, chúng ta tìm được hai phương trình ứng với hai đường phân giác ngoài và trong.*
- *Đến đây học sinh cần có kỹ năng để phân biệt được phân giác trong và phân giác ngoài.*

Bài 1.2. (*TSĐH Khối B-2005*) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho *A(1; 1)* và *B(4; -3)*. Tìm C trên đường thẳng *Δ*: $x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến AB bằng 6.

Tìm tòi hướng giải:

- Ta có *C* thuộc *Δ* đã biết phương trình do đó ta biểu diễn *C* qua tham số *t*.
- Đường thẳng *AB* lập được phương trình.
- Sử dụng công thức tính khoảng cách từ điểm đến đường thẳng ta nhận được phương trình ẩn *t*.



Lời giải chi tiết.

C thuộc *Δ* suy ra *C(2t+1; t)*.

Phương trình *AB*:

$$\frac{x-1}{4-1}=\frac{y-1}{-3-1} \Leftrightarrow 4x+3y-7=0$$

Theo bài ra khoảng cách từ *C* đến *AB* bằng 6,

ta có: $\frac{|4(2t+1)+3t-7|}{\sqrt{3^2+4^2}}=6 \Leftrightarrow |11t-3|=30 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ -\frac{27}{11} \end{array}\right.$

Vậy có hai điểm C là: C(7; 3) hoặc $C\left(-\frac{43}{11};-\frac{27}{11}\right)$

ĐS: C(7; 3) hoặc $C\left(-\frac{43}{11};-\frac{27}{11}\right)$

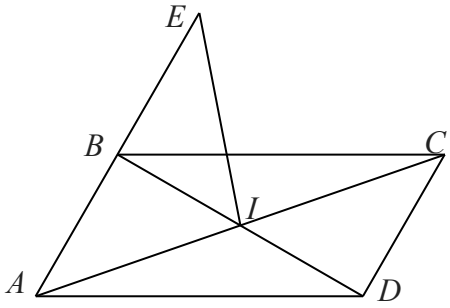
Chú ý: *Bài 1.1 có thể phát biểu cách khác: Cho tam giác ABC có A(1; 1), B(4; -3) và C thuộc đường thẳng x – 2y – 1 = 0 sao cho ΔABC có diện tích bằng 15. Tìm tọa độ điểm C.*

Bài 1.3. *(Đề khảo sát THPT QG tỉnh Thanh Hóa năm 2016)* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình bình hành *ABCD* có tâm $I(2\sqrt{3}-2;5)$, *BC* = 2*AB*,

góc $\widehat{BAD} = 60^0$. Điểm đối xứng với A qua B là $E(-2;9)$. Lập phương trình cạnh AB biết rằng A có hoành độ âm.

Tìm tòi hướng giải:

- Bài toán đã cho điểm I và E nên ta có độ dài IE.
- Đường thẳng AB qua điểm E đã biết, từ đó ta nghĩ đến việc xác định khoảng cách từ I đến AB.
- Phải chăng B là hình chiếu vuông góc của I lên AB?
- Ta sử dụng giả thiết "*$BC = 2AB$, góc $\widehat{BAD} = 60^0$*" để chứng minh điều nhận định trên.
- Như vây ta sử dụng ***Bài toán 1*** để giải tiếp.



Lời giải chi tiết:

Ta có khoảng cách $IE = \sqrt{\left(-2-\left(2\sqrt{3}-2\right)\right)^2+(9-5)^2} = 2\sqrt{7}$

Trong tam giác ABD ta có: $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB.AD.cos\widehat{BAD}$

$\Leftrightarrow BD^2 = AB^2 + (2AB)^2 - 2AB.2AB.cos60^0$

$\Leftrightarrow BD^2 = AB^2 + 4AB^2 - 2AB^2 = 3AB^2$

$\Rightarrow AB^2 + BD^2 = 4AB^2 = AD^2$ suy ra tam giác ABD vuông ở B.

Mặt khác $BI^2 = IA^2 - AB^2 = IE^2 - \frac{1}{3}BD^2 = 28 - \frac{1}{3}(2BI)^2 \Rightarrow \frac{7}{3}BI^2 = 28 \Leftrightarrow BI = 2\sqrt{3}$

Gọi $n(a;b)$ (điều kiện $a^2+b^2 \neq 0$) là véc tơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng AB ta *có* phương trình cần lập: $a(x+2)+b(y-9)=0 \Leftrightarrow ax+by+(2a-9b)=0$.

Khoảng cách từ I đến AB ta được:

$$\frac{\left|\left(2\sqrt{3}-2\right)a+5b+2a-9b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2\sqrt{3}$$

$\Leftrightarrow (2\sqrt{3}a-4b)^2 = 12(a^2+b^2)$

$\Leftrightarrow b(b-4\sqrt{3}a) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=4\sqrt{3}a \end{array}\right.$$

+) Với $b = 0$, chọn $a = 1$, khi đó AB có phương trình $x+2=0$, suy ra IB có phương trình $y-5=0$. Do $B = AB \cap IB$ nên $B(-2;5)$, mà B là trung điểm của AE nên $A(-2;1)$ (thỏa mãn điều kiện $x_A < 0$).

Do I là trung điểm của AC và BD nên ta suy ra $C(4\sqrt{3}-2;9), D(4\sqrt{3}-2;5)$

+) Với $b = 4\sqrt{3}a$, chọn a = 1 $\Rightarrow b = 4\sqrt{3}$, phương trình AB: $x+4\sqrt{3}y+2-36\sqrt{3}=0$, suy ra phương trình IB: $4\sqrt{3}(x-2\sqrt{3}+2)-(y-5)=0 \Leftrightarrow 4\sqrt{3}x-y+8\sqrt{3}-19=0$.

Do $B = AB \cap IB$ nên $B\left(\frac{16\sqrt{3} - 14}{7}; \frac{59}{7}\right)$, mà B là trung điểm của AE nên $A\left(\frac{32\sqrt{3} - 14}{7}; \frac{55}{7}\right)$ (không thỏa mãn điều kiện $x_A < 0$).

Vậy phương trình AB là: $x + 2 = 0$.

Bài toán 2: *Lập phương trình đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d: $ax + by + c = 0$ cho trước và cách điểm $A(x_0; y_o)$ cho trước một khoảng không đổi.*

a. Phương pháp giải:

- Từ giả thiết "*đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d cho trước*" ta có phương trình tổng quát của Δ: $bx - ay + m = 0$.
- Sử dụng công thức khoảng cách từ điểm đến đường thẳng ta thiết lập được phương trình tìm hệ số tự do m.

b. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Lập phương trình đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d: $4x - 3y = 0$ và cách điểm $A(1; 1)$ một khoảng bằng 5.

Giải:

Δ vuông góc với đường thẳng d: $4x - 3y = 0$ nên có phương trình: $3x + 4y + m = 0$.

A cách Δ một khoảng bằng 5:

$$d(A;\Delta) = 5 \Leftrightarrow \frac{|3.1 + 4.1 + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5 \Leftrightarrow |7 + m| = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 18 \\ m = -32 \end{array}\right.$$

+) Với $m = 18$ ta có phương trình: $3x + 4y + 18 = 0$

+) Với $m = -32$ ta có phương trình: $3x + 4y - 32 = 0$

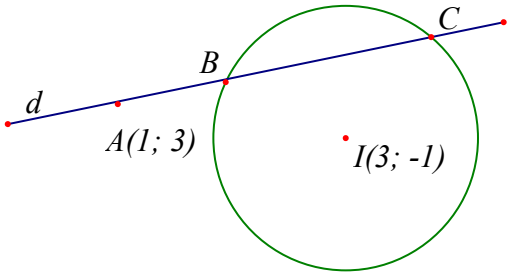
Vậy có hai phương trình: $3x + 4y + 18 = 0$ hoặc $3x + 4y - 32 = 0$.

c. Một số bài tập mở rộng.

Bài 2.1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm $A(1; 3)$, đường thẳng d qua A cắt đường tròn tại B và C. Lập phương trình của d sao cho $AB + AC$ nhỏ nhất.

Tìm tòi lời giải:

- Từ gải thiết *"AB + AC nhỏ nhất"* ta nghĩ đến việc sử dụng bất đẳng thức Cauchy cho AB và AC để tìm dấu bằng xảy ra.
- Khi đó ta nhìn thấy ***Bài toán 2***.



Lời giải chi tiết:

Tâm đường tròn: $I(3; -1)$, bán kính $R = 2$.

$IA = 2\sqrt{5} > R$ nên A nằm ngoài đường tròn (C).

Ta có:

$$AB.AC = d^2 - R^2 = 16$$

Áp bất đẳng thức Cauchy ta được:

$$AB + AC \geq 2\sqrt{AB.AC} = 2.4 = 8$$

Dấu "=" khi $AB = AC = 4$. Khi đó d là tiếp tuyến của (C).

Giả sử $n(a;b)$ là VTPT của đường thẳng d, khi đó phương trình của d:

$$a(x-1) + b(y-3) = 0 \Leftrightarrow ax + by - (a+3b) = 0$$

Từ: $d(I;d) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{|a.3 + b(-1) - (a+3b)|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2$

$$\Leftrightarrow |2a - 4b| = 2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = \dfrac{4}{3}a \end{array}\right.$$

Với $b = 0$ ta có phương trình d: $x - 1 = 0$.

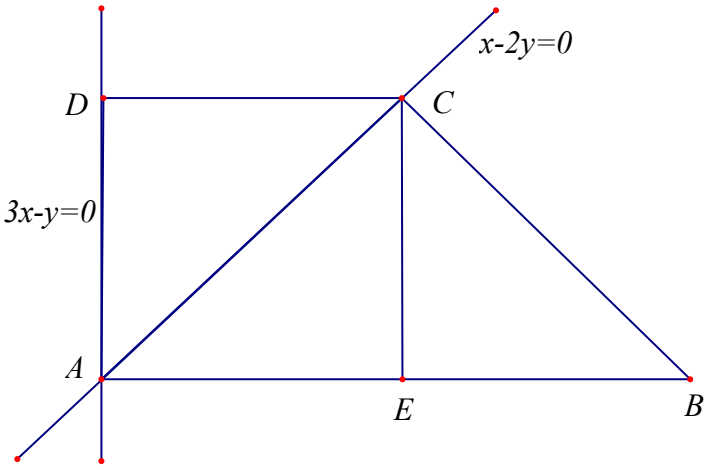
Với $b = \dfrac{4}{3}a$ ta có phương trình d: $3x + 4y - 15 = 0$.

Chú ý: *Đối với bài toán này trước khi bắt tay vào giải, ta phải kiểm tra xem A ở trong hay ngoài đường tròn để áp dụng công thức phương tích của điểm đối với đường tròn.*

Bài 2.2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông ở A và D, đáy lớn AB, $\widehat{ABC} = 45^0$, cạnh AD và AC lần lượt có phương trình là: $3x - y = 0$ và $x - 2y = 0$. Viết phương trình cạnh BC biết hình thang có diện tích bằng 15 và điểm C có tung độ dương.

Tìm tòi lời giải:

- Ta dễ dàng xác định được tọa độ điểm A.
- Từ giả thiết "*cạnh AD và AC lần lượt có phương trình là:* $3x - y = 0$ *và* $x - 2y = 0$" ta có $\widehat{DAC} = 45^0$ suy ra $\widehat{BAC} = 45^0$ suy ra tam giác CAB vuông cân đỉnh C suy ra BC vuông góc với AC.
- Từ giả thiết "hình thang có diện tích bằng *15*" ta tìm được độ dài AC chính là khoảng cách từ A đến BC.
- Từ đó ta áp dụng ***Bài toán 2***.



Lời giải chi tiết.

Tọa độ A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A(0;0)$.

Gọi E là hình chiếu vuông góc của C lên AB, góc $\widehat{ABC} = 45^0$ nên $EC = EB$.

AD và AC có VTPT lần lượt là: $\vec{n}_1(3;-1)$ $\vec{n}_2(1;-2)$.

Suy ra: $\cos(AD;AC) = \dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|} = \dfrac{|3.1+(-1).(-2)|}{\sqrt{3^2+1^2}.\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{DAC} = 45^0$

Các tam giác DAC và CBA vuông cân $\Rightarrow AD = DC = \dfrac{1}{2}AB$.

Ta có: $15 = \dfrac{AB+CD}{2}.AD \Leftrightarrow 15 = \dfrac{2CD+CD}{2}.CD \Leftrightarrow CD = \sqrt{10}$.

BC vuông góc với AC: $x - 2y = 0$ nên có phương trình: $2x + y + m = 0$.

A cách BC một khoảng $\sqrt{10}.\sqrt{2} = 2\sqrt{5}$, nên ta có: $\dfrac{|2.0+0+m|}{\sqrt{2^2+1^2}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow m = \pm 10$

+) Với $m = 10$ ta có tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ (loại, vì $y_C > 0$)

+) Với $m = -10$ ta có tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn $y_C > 0$)

Vậy phương trình cần lập: $2x + y - 10 = 0$.

Chú ý: *Đối với bài này, khi đã biết "A cách BC một khoảng $\sqrt{10}.\sqrt{2} = 2\sqrt{5}$" ta có thể sử dụng* ***Bài toán 3*** *để giải:*

Gọi C(2t; t) với t > 0.

Ta có: $AC = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(2t-0)^2+(t-0)^2} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -2 \end{cases}$.

T = 2 thỏa mãn, suy ra C(4; 2).

Đường thẳng BC qua C và vuông góc với AC nên có VTPT $\vec{n}_3(2;1)$.

$\Rightarrow$ *phương trình:* $2(x-4)+1.(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 10 = 0$.

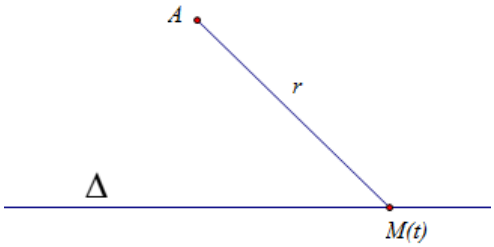
Bài toán 3. *Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d đã biết phương trình và cách điểm A cho trước một khoảng không đổi r.*

a. Phương pháp giải:

Ta có thể giải quyết bài toán này theo hai hướng sau:

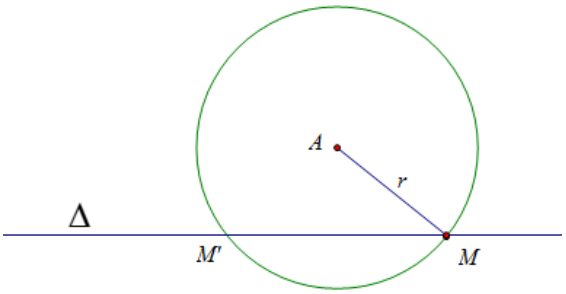
Cách 1.

- Chuyển về tọa độ theo tham số.
- Sử dụng công thức khoảng cách giữa hai điểm *AM* để tìm *t*, suy ra *M*.



Cách 2.

- Lập phương trình đường tròn tâm *A* bán kính *r*.
- Tìm giao điểm của đường tròn với đường thẳng.
- Giao điểm chính là *M*.



b. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* cho đường thẳng Δ: $x-2y-1=0$ và điểm *A(1; 5)*. Tìm điểm *M* trên đường thẳng Δ sao cho *AM = 5*.

Giải

Cách 1.

M ∈Δ: $x-2y-1=0$ nên *M(1+2t; t)*.

Ta có: AM = 5 $\Leftrightarrow \sqrt{[1-(2t-1)]^2+(5-t)^2}=5$

$$\Leftrightarrow t^2-2t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=2 \end{array}\right.$$

Với *t = 0* ta có *M(1; 0)*.

Với *t = 2* ta có *M(5; 2)*.

Đáp số: Vậy có hai điểm *M* là: *(1; 0)* và *(5; 2)*.

Cách 2.

M cách *A* một khoảng bằng 5 nên *M* thuộc đường tròn tâm *A* bán kính *R = 5*.

Phương trình đường tròn tâm *A* bán kính *R = 5*:

$$(x-1)^2+(y-5)^2=25$$

Tọa độ điểm *M* là nghiệm của hệ phương trình:

$$\left\{\begin{array}{l} x-2y-1=0 \\ (x-1)^2+(y-5)^2=25 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=2y+1 \\ y^2-2y=0 \end{array}\right.$$

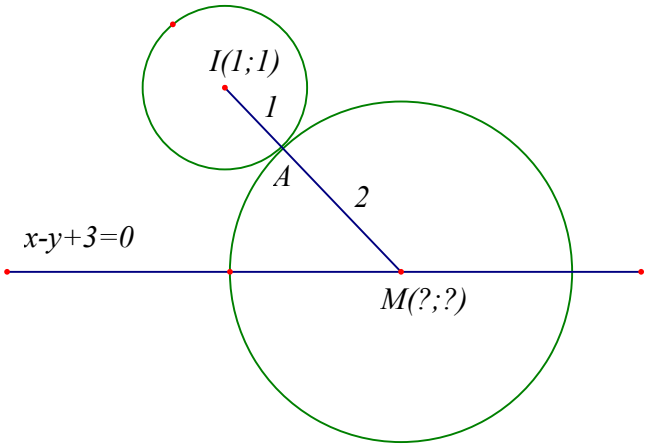
$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=2y+1 \\ \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=0 \end{array}\right. \end{array}\right. .$$

Vậy có hai điểm *M* là: *(1; 0)* và *(5; 2)*.

Ví dụ 2: *(TSĐH Khối D năm 2006)* Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* cho đường tròn (C) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ và đường thẳng *d*: $x-y+3=0$. Tìm điểm *M* trên *d* sao cho đường tròn tâm *M* có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn *(C)*, tiếp xúc ngoài với đường tròn *(C)*.

Tìm tòi hướng giải:

- $M \in d$: $x-y+3=0$ suy ra *M(m; m+3)*.
- (C) xác định bởi $\begin{cases} I(1;1) \\ R=1 \end{cases}$
- (M) xác định bởi $\begin{cases} M(m;m+3) \\ R=2 \end{cases}$
- *(C)* tiếp xúc với *(M)* khi và chỉ khi $IM = 3$
- Giải phương trình ta tìm được *m*.



Lời giải chi tiết:

Đường tròn *(C)*: $x^2+y^2-2x-2y+1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=1$,

Suy ra: *(C)* có tâm *I(1; 1)* và bán kính *R = 1*.

Ta có: $M \in d$: $x-y+3=0$ suy ra *M(m; m+3)*.

Đường tròn (M) tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi *IM = 3*

$$\Leftrightarrow \sqrt{(m-1)^2+\left[(m+3)-1\right]^2}=3 \Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=1 \\ m=-2 \end{bmatrix}.$$

Với *m = 1* ta được *M(1; 4)*.

Với *m = -2* ta được *M(-2; 1)*.

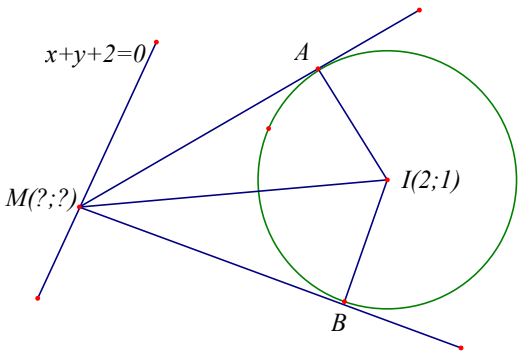
c. Một số bài tập mở rộng.

Bài 3.1. *(TSĐH Khối A năm 2011)* Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng Δ: $x+y+2=0$ và đường tròn (C): $x^2+y^2-4x-2y=0$. Gọi *I* là tâm của đường tròn *(C)*, *M* là điểm thuộc Δ. Qua *M* kẻ các tiếp tuyến *MA, MB* đến đường tròn *(C)* (*A, B* là các tiếp điểm). Tìm tọa độ *M* biết tứ giác *MAIB* có diện tích bằng *10*.

Tìm tòi hướng giải:

Từ giả thiết ta có:

- Điểm M thuộc đường thẳng Δ: $x+y+2=0$ suy ra $M(t;\ -2-t)$.
- $S_{MAIB}=2S_{MIB}=N=BI.MB=MB\sqrt{5}=10$ $\Rightarrow MI=5$.
- Từ đó ta nhận ra ***Bài toán 3***.



Lời giải chi tiết:

Đường tròn (C): $x^2+y^2-4x-2y=0\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=5$

Suy ra: tâm *I(2; 1)* và bán kính $R=\sqrt{5}$.

MA và *MB* là các tiếp tuyến nên:

$S_{MAIB}=2.S_{MIA}=IA.MA=10\Rightarrow \sqrt{5}.MA=10\Leftrightarrow MA=2\sqrt{5}$

$\Rightarrow MI=\sqrt{MA^2+AI^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2}=5$

$M\in\Delta$: $x+y+2=0\Rightarrow M(m;-2-m)$.

$\Rightarrow MI=5\Leftrightarrow \sqrt{(m-2)^2+(-m-3)^2}=5$

$m^2+m-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-3 \end{array}\right.$

Với $m=2$ ta có $M(2;-4)$.

Với $m=-3$ ta có $M(-3;1)$.

Bài 3.2. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ cạnh AC có phương trình là: $x+7y-31=0$, hai đỉnh B, D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x+y-8=0$, $d_2: x-2y+3=0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi biết rằng diện tích hình thoi bằng 75 và đỉnh *A* có hoành độ âm.

Tìm tòi hướng giải:

- Diện tích hình thoi bằng nửa tích hai đường chéo, do đó để khai thác bài toán thì ta phải tìm bằng được các đường chéo của hình thoi.
- Đường chéo *AC* đã biết phương trình nên ta đưa ra hướng giải quyết là đi tìm *D* và *B* với các giả thiết: *"hai đỉnh* B, D *lần lượt thuộc các đường thẳng* $d_1: x+y-8=0$, $d_2: x-2y+3=0$". Từ đó tìm được *B, D* và tâm *I* của hình thoi.
- Thêm suy luận "*điểm A thuộc cạnh* AC *có phương trình là:* $x+7y-31=0$" ta nhận ra bài toán 2.

Lời giải chi tiết:

Ta có: $B\in d_1\Rightarrow B(b;8-b)$, $D\in d_2\Rightarrow (2d-3;d)$.

Khi đó: $\overrightarrow{BD}=(-b+2d-3;b+d-8)$ và trung điểm của BD là :

$$I\left(\frac{b+2d-3}{2};\frac{-b+d+8}{2}\right).$$

Theo tính chất hình thoi: $\left\{\begin{array}{l} BD\perp AC \\ I\in AC \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{u_{AC}}.\overrightarrow{BD}=0 \\ I\in AC \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -8b+13d-13=0 \\ -6b+9d-9=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} b=0 \\ d=1 \end{array}\right..$$

Suy ra: $B(0;8)$; $D(-1;1)$.

Khi đó $I\left(-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$; $A\in AC\Rightarrow A(-7a+31;a)$.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC.BD$$

$$\Rightarrow AC = \frac{2S_{ABCD}}{BD} = 15\sqrt{2} \Rightarrow IA = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(-7a + \frac{63}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{9}{2}\right)^2} = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \left(a - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 3 \\ a = 6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(10;3)\ (ktm) \\ A(-11;6) \end{array}\right.$$

Với *A(-11 ; 6)* suy ra $C(10;3)$.

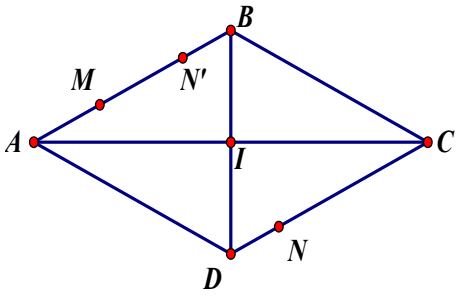
Bài 3.3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thoi *ABCD* có tâm *I(2;1)* và *AC = 2BD*. Điểm $M(0;\frac{1}{3})$ thuộc đường thẳng *AB*, điểm *N(0; 7)* thuộc đường thẳng *CD*. Tìm tọa độ đỉnh *B* biết *B* có hoành độ dương.

Tìm tòi hướng giải:

- Từ yêu cầu bài toán : tìm tọa độ điểm *B*, ta nghĩ đến việc xác định khoảng cách IB.
- Từ giả thiết *AC = 2BD* $\Leftrightarrow$ *AI = 2IB*. vì thế ta cần tính được khoảng cách từ *I* đến *AB* dẫn đến việc: phải lập được phương trình *AB*.

Lời giải chi tiết :

Gọi *N'* là điểm đối xứng của *N* qua *I* thì *N'* thuộc *AB*, ta có: $\begin{cases} x_{N'} = 2x_I - x_N = 4 \\ y_{N'} = 2y_I - y_N = -5 \end{cases}$



Phương trình đường thẳng AB: 4x + 3y – 1 = 0

Khoảng cách từ I đến đường thẳng AB:

$$d = \frac{|4.2 + 3.1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

AC = 2.BD nên *AI = 2 BI*, đặt *BI = x, AI = 2x*

Trong tam giác vuông ABI có: $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x^2}$.

Suy ra $x = \sqrt{5}$ suy ra $BI = \sqrt{5}$

Điểm B là giao điểm của đường thẳng 4x + 3y – 1 = 0 với đường tròn tâm *I* bán kính $\sqrt{5}$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 4x + 3y - 1 = 0 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1-4x}{3} \\ 5x^2 - 4x - 1 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{1-4x}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{5} \end{array}\right. \end{cases}$.

vì B có hoành độ dương nên $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow B(1; -1)$.

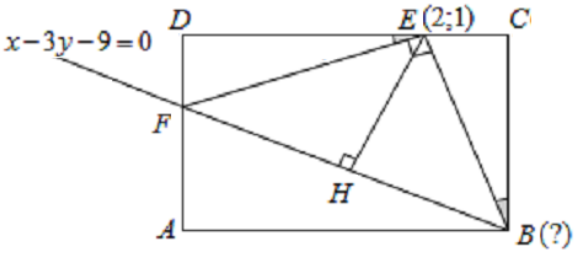
Vậy: $B(1; -1)$.

III. BÀI TẬP TỔNG HỢP.

Trong phần này, chúng ta sẽ đi xét một số bài toán xuất hiện trong các đề thi mà để giải được, chúng ta phải sử dụng kiến thức tổng hợp để liên hệ giữa yếu tố khoảng cách với các yếu tố khác; từ đó tìm ra được lời giải.

Bài 4.1. *(Đề thi HSG lớp 10 THPT Quảng Xương 3 – Năm 2016)* Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có E(2; 1), F lần lượt thuộc các cạnh CD, AD sao cho: AD = 3DF; DC = 4CE và tam giác BEF vuông ở E. Tìm tọa độ điểm B, biết đường thẳng BF có phương trình: $x - 3y - 9 = 0$ và điểm B có hoành độ dương.

Tìm tòi hướng giải:



- Giả thiết của bài toán: đã cho điểm E và đường thẳng BF suy ra ta tính được khoảng cách Từ E đến BF.
- Điểm B thuộc đường thẳng BF đã có phương trình.
- Từ 2 yếu tố trên dẫn ta đến việc tìm kiếm mối liên hệ giữa BE với khoảng cách $d(E; BF)$.
- Vậy ta xét các yếu tố liên quan trong tam giác BEF với giả thiết *"E, F lần lượt thuộc các cạnh CD, AD sao cho: AD = 3DF; DC = 4CE và tam giác BEF vuông ở E"* để tìm ra mối liên hệ.
- Từ đó ta nhìn thấy ***Bài toán 3***.

Từ đó ta có lời giải:

Ta có: $\begin{cases} \widehat{DEF} + \widehat{CEB} = 90^0 \\ \widehat{CBE} + \widehat{CEB} = 90^0 \end{cases} \Rightarrow \widehat{DEF} = \widehat{CBE}$

suy ra: ΔDFE và ΔCEB đồng dạng.

$\dfrac{DE}{DF} = \dfrac{CB}{CE} \Leftrightarrow DF.CB = DE.CE \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}CB.CB = DE.\dfrac{1}{3}DE \Leftrightarrow DE = CB$

suy ra: $\Delta DFE = \Delta CEB$.

Suy ra ΔBFE vuông cân đỉnh E.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của E lên BF, ta có: $EB = EH\sqrt{2}$.

Lại có: $EH = \dfrac{|2-3.1-9|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}} = \dfrac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow BE = 2\sqrt{5}$.

B thuộc BF nên $B(9+3t;\ t)$ điều kiện $t > -3$,

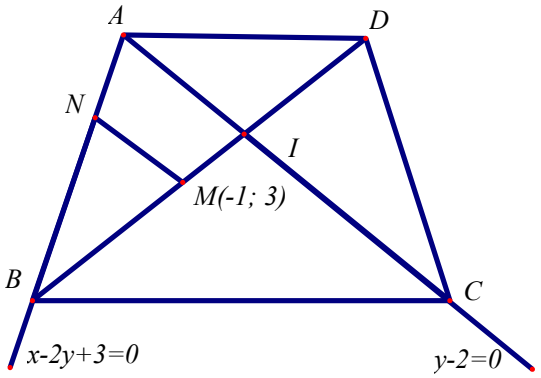
$\Rightarrow \sqrt{(2-9-3t)^2+(1-t)^2} = 2\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow t^2+4t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=-3 \end{array}\right.$, so với điều kiện: $t = -1$, suy ra $B(6;\ -1)$.

Bài 4.2. *(Đề thi thử lần 2 THPT Quảng Xương 3 – Năm 2016).* Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình thang cân $ABCD$ $(AD//BC)$, đường thẳng AB và AC lần lượt có có phương trình: $x-2y+3=0$ và $y-2=0$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Tìm tọa độ điểm B, biết $IB = \sqrt{2}.IA$, $M(-1;3)$ nằm trên đường thẳng BD và điểm B có tung độ âm.

Tìm tòi hướng giải:

- Từ giả thiết $IB = \sqrt{2}.IA$ ta nghĩ đến việc khai thác yếu tố đồng dạng.
- Từ suy nghĩ trên ta sẽ tạo ra các tam giác đồng dạng bằng cách vẽ thêm đường thẳng song song: qua M kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại N. Ta tính được tọa độ N; suy ra được khoảng cách MB.
- Từ đó ta nhìn thấy ***Bài toán 3***.



Lời giải chi tiết:

Xét điểm N trên AB sao cho MN // AC

Ta có: N$(2n-3;\ n)$. $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2n-2;\ n-3)$

$MN // AC \Leftrightarrow n-3=0 \Leftrightarrow n=3 \Rightarrow N(3;\ 3)$.

Khi đó $MN = \sqrt{(3+1)^2+(3-3)^2} = 4$

Lại có theo cách dựng điểm N thì: $\Delta BMN \sim \Delta BIA \Rightarrow \dfrac{BM}{MN} = \dfrac{BI}{IA} = \sqrt{2}$

$\Rightarrow BM = \sqrt{2}MN = 4\sqrt{2}$ (*)

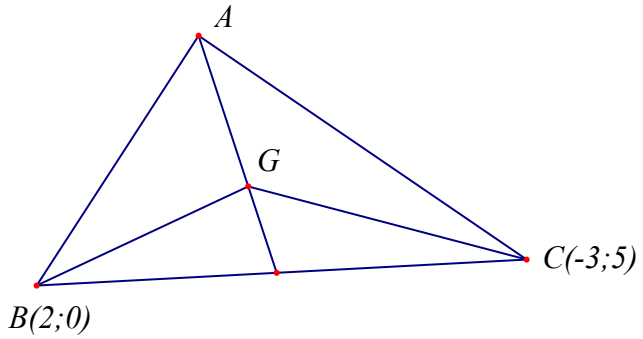
$B \in AB$ nên $B(2b-3;\ b)$ thay vào (*) ta được: $BM = \sqrt{(2b-2)^2+(b-3)^2} = 4\sqrt{2}$

$5b^2-14b-19=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-1 \\ b=\dfrac{19}{5} \end{array}\right.$.

Vì B có tung độ âm nên $B(-5;\ -1)$.

Bài 4.3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có đỉnh *B(2; 0)*, và *C(-3; 5)*. Trọng tâm *G* thuộc đường thẳng *d: 2x + y – 1 = 0* và diện tích tam giác *ABC* bằng $\frac{5}{2}$. Tìm tọa độ điểm *A*.

Lời giải:



Ta có: $\overline{BC}=(-5;5) \Rightarrow BC=5\sqrt{2}$.

Phương trình BC: $x+y-2=0$.

G ∈ *d: 2x + y – 1 = 0*

$\Rightarrow Gt; 1-2t)$

G là trọng tâm tam giác *ABC* nên

$\Rightarrow S_{\Delta GBC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}=\frac{5}{6}$

$$\Rightarrow d(G;BC)=\frac{2S_{\Delta GBC}}{BC}=\frac{1}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{|t-2-2t+1|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow |t+1|=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\frac{2}{3} \\ t=-\frac{4}{3} \end{array}\right.$$

Với $t=-\frac{2}{3}$ ta có: $G\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right) \Rightarrow A(-1;2)$

Với $t=-\frac{4}{3}$ ta có: $G\left(-\frac{4}{3};\frac{11}{3}\right) \Rightarrow A(-3;6)$.

IV. KẾT QUẢ THỰC HIỆN

1. Kết quả vận dụng của bản thân

Tôi đã thực hiện việc áp dụng cách làm này trong nhiều năm với những mức độ khác nhau giữa các lớp trong cùng một khoá học hoặc giữa các lớp ở các khoá học khác nhau. Kết quả thể hiện trong các bài kiểm tra về nội dung này như sau:

Bảng so sánh cụ thể:

Lớp	Sĩ số	Kết quả bài kiểm tra nghị luận về nhân vật Tràng				Ghi chú
		Điểm giỏi	Điểm khá	Điểm tr.b	Điểm yếu, kém	
12T4 (2011 – 2014)	46	4	15	11	12	Lớp khối D
12A2 (2012 – 2015)	44	18	14	6	6	Lớp Toán
10A1 (2014 – 2017)	44	15	18	5	7	Lớp toán

Đây là nội dung hay và khó nên kết quả trên phản ánh khả năng vận dụng của học sinh phụ thuộc vào vốn kiến thức hình học tích lũy của các em.

2. Triển khai trước tổ bộ môn

Chúng tôi đã đưa đề tài này ra tổ để trao đổi, thảo luận và rút kinh nghiệm. Đa số các đồng nghiệp trong tổ đã đánh giá cao và vận dụng có hiệu quả, tạo được hứng thú cho học sinh và giúp các em hiểu sâu, nắm vững hơn về

bản chất hình học cũng như tạo thói quen sáng tạo trong nghiên cứu và học tập. Và cho đến nay, những kinh nghiệm của tôi đã được tổ thừa nhận là có tính thực tiễn và tính khả thi. Hiện nay, chúng tôi tiếp tục xây dựng thêm nhiều ý tưởng để giúp học sinh trường THPT Quảng Xương 3 học tập nội dung này một cách tốt nhất để đạt kết quả cao nhất trong các kì thi.

C. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

I. KẾT LUẬN

- Trong dạy học giải bài tập toán nói chung và dạy học giải bài tập toán hình giải tích trong mặt phẳng nói riêng, việc xây dựng các bài toán riêng lẻ thành một hệ thống theo một trình tự logic có sự sắp đặt của phương pháp và quy trình giải toán sẽ giúp học sinh dễ dàng tiếp cận với nội dung bài học, đồng thời có thể phát triển tư duy học toán cũng như tạo ra niềm vui và sự hứng thú trong học toán.

- Để tiếp tục phát triển đề tài, chúng ta có thể tiếp tục xây dựng dựa trên những mối quan hệ khác giữa ba điểm hoặc những mối quan hệ đã nêu trong đề tài giữa nhiều điểm.

- Đề tài có thể phát triển và xây dựng thành hệ thống các bài toán hình giải tích trong mặt phẳng giải quyết được nhờ bản chất hình phẳng của nó đề thành sách tham khảo cho học sinh và giáo viên.

II. KIẾN NGHỊ, ĐỀ XUẤT

Trong dạy học giải bài tập toán, giáo viên cần xây dựng bài giảng thành hệ thống những bài tập có phương pháp và quy trình giải toán.

Khuyến khích học sinh xây dựng bài tập toán liên quan đến những dạng bài tập toán trong bài giảng.

Phát triển và nhân rộng những đề tài có ứng dụng thực tiễn cao, đồng thời viết thành những bộ sách tham khảo cho học sinh và giáo viên.

XÁC NHẬN CỦA HIỆU TRƯỞNG

Thanh Hóa, ngày 29 tháng 4 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

NGƯỜI THỰC HIỆN

Nguyễn Lê Thiêm

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- SGK hình học lớp 10 – Trần Văn Hạo NXB GD 2006
- SGV hình học lớp 10 – Trần Văn Hạo NXB GD 2006.
- Nguồn internet.