**TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC:**

**CẠNH – GÓC – CẠNH (C.G.C)**

**I. KIẾN THỨC CƠ BẢN**

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

**Hệ quả:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

**II. BÀI TẬP**

**Bài 1:** Cho $\hat{xOy}$ có $Om$ là tia phân giác, $C\in Om$ ($C\ne O$). Trên tia $Ox$ lấy điểm $A$, trên tia$Oy$ lấy điểm $B$ sao cho $OA=OB$. Chứng minh:

a) $ΔOAC=ΔOBC$.

b) $\hat{OAC}=\hat{OBC}$ và $CA=CB$.

**Bài 2:** Cho tam giác $ABC$, kẻ AH vuông góc với BC $\left(H\in BC\right)$. Trên tia đối của tia HA, lấy điểm K sao cho $HK=HA$. Nối KB, KC. Tìm các cặp tam giác bằng nhau trong hình vẽ.

**Bài 3:** Cho  có , trên cạnh  lấy điểm E sao cho . Tia phân giác góc B cắt AC ở D.

a) Chứng minh: .

b) Chứng minh: .

c) Tính số đo .

**Bài 4:**  Cho hai đoạn thẳng $AB$và $CD$cắt nhau tại trung điểm $O$ của mỗi đoạn thẳng.

a) Chứng minh:  và $AC // DB$.

b) Chứng minh:  và $AD // CB$.

c) Chứng minh: .

d) Vẽ $CH⊥AB$ tại $H$.Trên tia đối của tia $OH$ lấy điểm $I$ sao cho $OI = OH$. Chứng minh: $DI⊥AB.$

**Bài 5:** Cho tam giác $ABC$ có $\hat{A}=50°$. Vẽ đoạn thẳng AI vuông góc và bằng AB (I và C khác phía đối với AB). Vẽ đoạn thẳng AK vuông góc và bằng AC (K và B khác phía đối với AC). Chứng minh rằng: a) $IC=BK$ b) $IC⊥BK$

**Bài 6:** Cho $ΔABC$ có ba góc nhọn. Vẽ $BD⊥AC$ tại $D$, $CE⊥AB$ tại $E$. Trên tia đối của tia $BD$ lấy điểm $F$ sao cho $BF = AC$, trên tia đối của tia $CE$ lấy điểm $G$ sao cho $CG = AB$. Chứng minh: $AF = AG$ và $AF⊥AG$.

**Bài 7:** Cho góc bẹt $xOy$ có tia phân giác Ot. Trên tia Ot lấy hai điểm A, B ( A nằm giữa O và B). Lấy điểm $C\in Ox$ sao cho $OC=OB,$ lấy điểm $D\in Oy$sao cho $OD=OA.$

a) Chứng minh AC = BD và $AC⊥ BD$

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BD. Chứng minh $OM=ON$

c) Tính các góc của tam giác $MON$

d) Chứng minh $AD⊥ BC$

**Bài 8:** (Tự luyện) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ $AH⊥BC (H\in BC)$. Vẽ $HI⊥AB$ tại I, vẽ $HK⊥AC $tại K. Lấy E, F sao cho I là trung điểm của HE, K là trung điểm của HF, EF cắt AB, AC lần lượt tại M, N.

a) Chứng minh $MH=ME$ và chu vi $ΔMHN$ bằng EF

b) Chứng minh AE = AF

c) Nếu biết $\hat{BAC}=60^{0}$. Khi đó hãy tính các góc của tam giác $AEF$

( *Chu vi của một tam giác bằng tổng độ dài 3 cạnh của tam giác)*

**HDG**

**Bài 1:** a) Có $OA=OB$ ; $\hat{AOC}=\hat{COB}$ ; $OC$ là cạnh chung

$$⇒ΔOAC=ΔOBC(c.g.c)$$

suy ra $\hat{OAC}=\hat{OBC}$ (*hai góc tương ứng)*

suy ra $AC=AB$ $($*hai cạnh tương ứng)*

Bài 2: $ΔAHB=ΔKHB$ (c.g.c);

$ΔAHC=ΔKHC$ (c.g.c);

$ΔABC=ΔKBC$ (c.g.c) hoặc (c.c.c)

**Bài 3:**

$$a)ΔABD=ΔEBD(c.g.c)$$

$b)⇒DA=DE($Cặp cạnh tương ứng$)$

$\hat{A}=\hat{E}=90^{0}($Cặp góc tương ứng$)$

**Bài 4:** a) Chứng minh: $AC = DB$ và $AC // DB$.

\* Xét hai tam giác $ΔAOC$ và $ΔBOD$ có:

$OA = OB$ (gt)

$\hat{AOC}=\hat{BOD}$ (hai góc đối đỉnh)

$OC = OD$ (gt)

$⇒ΔAOC$ = $ΔBOD$ (c.g.c)

$⇒AC = DB$.(2 cạnh tương ứng bằng nhau)

Vì $ΔAOC$ = $ΔBOD$ nên $\hat{OCA}=\hat{ODB}$ (2 góc tương ứng bằng nhau)

Mà $\hat{OCA}$ và $\hat{ODB}$ là hai góc ở vị trí so le trong $⇒AC // DB$.

b) Chứng minh: $AD = CB$ và $AD // CB$.

\* Xét hai tam giác $ΔAOD$ và $ΔBOC$ có:

$OA = OB$ (gt)

$\hat{AOD}=\hat{BOC}$ (hai góc đối đỉnh)

$OD = OC$ (gt)

$⇒ΔAOD$ = $ΔBOC$ (c.g.c)

$⇒AD = CB$ (2 cạnh tương ứng bằng nhau).

Vì $ΔAOD$ = $ΔBOC$ nên $\hat{OCB}=\hat{ODA}$ (2 góc tương ứng bằng nhau)

Mà $\hat{OCB}$ và $\hat{ODA}$ là hai góc ở vị trí so le trong, cát tuyến $CD$ $⇒AD // CB$.

c) Chứng minh: $\hat{ACB}=\hat{BDA}$.

Ta có: $\hat{OCA}=\hat{ODB}$ (cmt)

$\hat{OCB}=\hat{ODA}$ (cmt)

$\hat{OCA}+\hat{OCB}=\hat{ODB}+\hat{ODA}$

$\hat{ACB}=\hat{BDA}$ (đpcm)

d) Vẽ $CH⊥AB$ tại $H$.Trên tia đối của tia $OH$ lấy điểm $I$ sao cho $OI = OH$. Chứng minh: $DI⊥AB.$

\* Xét hai tam giác $ΔHOC$ và $ΔIOD$ có:

$OH = OI$ (gt)

$\hat{HOC}=\hat{IOD}$ (hai góc đối đỉnh)

$OC = OD$ (gt)

$⇒ΔHOC$ = $ΔIOD$ (c.g.c)

$\hat{OID}=\hat{IHC}=90^{0}$ hay $DI⊥AB$.

**Bài 5:** a) $\hat{IAC}=\hat{BAK}$ $(=140^{o})$

$ΔIAC=ΔBAK$ (c.g.c) $⇒IC=BK$.

b) Gọi $D$ là giao điểm của AB và IC, gọi $E$ là giao điểm của $IC$ và $BK$.

Xét $ΔAID$ và $ΔEBD$, ta có $\hat{AID}=\hat{EBD}$ (do $ΔIAC=ΔBAK)$, (đối đỉnh) nên $\hat{IAD}=\hat{BED}$.

Do $\hat{IAD}=90^{o}$ nên $\hat{BED}=90^{o}$. Vậy $IC ⊥ BK$.

**Bài 6:**

Vì $ΔADB$ vuông tại $D$ nên $\hat{ABD}=90^{0}-\hat{DAB}$ hay$\left(1\right)$

Vì $ΔAEC$ vuông tại $E$ nên $\hat{ACE}=90^{0}-\hat{EAC}$hay $\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra 

Mặt khác, ta lại có ****

$$\hat{ACG}+\hat{ACE}=180^{0}$$

****$\hat{FBA}=\hat{ACG}$

\* Xét hai tam giác $ΔFBA$ và $ΔACG$ có:

$FB=AC$ (gt)

$\hat{FBA}=\hat{ACG}$ (theo chứng minh trên)

$BA = CG$ (gt)

$⇒$ (c.g.c)

$⇒AF = AG$ (2 cạnh tương ứng bằng nhau).

Vì  nên $\hat{FAB}=\hat{AGC}$ (2 góc tương ứng bằng nhau)

Ta có

 $\hat{FAG}=\hat{AGC}+\hat{BAC}+\hat{CAG}$



 ( là góc ngoài tại đỉnh C của )

$=\hat{EAC}+\hat{ACE}=90°$ ( vuông tại E)

Vậy $\hat{FAG}=90°$ hay .

**Bài 7:**

a) Vì góc xOy bẹt có Ot là tia phân giác

$$⇒Ot⊥xy⇒\hat{COA}=\hat{DOB}=90^{0}$$

Chứng minh$ΔAOC=ΔDOB(c-g-c)$

$⇒DB=AC$ (2 cạnh tương ứng)

Gọi E là giao điểm của AC và BD. Có $\hat{EAB}+\hat{EBA}=\hat{OCA}+\hat{OAC}=90^{0}$vuông tại E $⇒$

b) Vì $ΔAOC=ΔDOB⇒\hat{DBO}=\hat{ACO}$.

Chứng minh $ΔONB=ΔOMC(c-g-c)⇒OM=ON$ ; và $\hat{NOB}=\hat{MOC}$

c) $\hat{NOB}=\hat{MOC}$ (cmt) từ đó chỉ ra được $\hat{NOB}+\hat{BOM}=\hat{BOM}+\hat{MOC}=90^{0}$

Gọi P là trung điểm của MN từ đó chỉ ra $ΔNOP=ΔMOP(c-c-c)$ từ đó chỉ ra $\hat{ONM}=\hat{MON}=\frac{180^{0}-\hat{NOM}}{2}=\frac{90^{0}}{2}=45^{0}$

d) Vận dụng tương tự câu c, gọi Q, T lần lượt là trung điểm của BC và AD, chỉ ra 

Từ đó suy ra $\hat{BFA}=90^{0}$ hay $AD⊥ BC$

**Bài 8:** a,b tự chứng minh

c) $\hat{AEF}=\hat{AFE}=\frac{180^{°}-\hat{FAE}}{2}=\frac{180^{0}-120^{°}}{2}=30^{°}$