**1. Đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên năm học 2023 – 2024, Tiền Giang**

**ĐỀ BÀI**

**🞜 Câu 1.**

1) Tính giá trị của biểu thức tại

2) Giải phương trình

3) Giải hệ phương trình

**🞜 Câu 2.**

1) Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol và đường thẳng .

Tìm tất cả các giá trị của tham số để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn

2) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực

3) Cho hai số thực và thỏa mãn

a) Chứng minh rằng .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức T =

**🞜 Câu 3.** Cho hai số nguyên thỏa mãn đẳng thức (\*)

1) Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai số là bội của 3

2) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa (\*)

**🞜 Câu 4**. Cho đường tròn tâm O và một điểm A ở ngoài đường tròn đó. Qua điểm A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC, D là trung điểm của AC, tía BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E.

1) Chứng minh CDEH là một tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh rằng

3) Gọi F là giao điểm thứ hai của AE với đường tròn (O). Chứng minh OC là đường trung trực của đoạn thẳng BF.

**ĐÁP ÁN**

**🞜 Câu 1.**

1) Tính giá trị của biểu thức tại

**🗁 Lời giải:**

Ta có:

Suy ra

Do đó

2) Giải phương trình

**🗁 Lời giải:**

Điều kiện:

Đặt , phương trình đã cho trở thành

* Với nên
* Với nên phương trình vô nghiệm do

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

3) Giải hệ phương trình

**🗁 Lời giải:**

Lấy phương trình (1) trừ phương trình (2) vế theo vế ta được

do

Thay vào phương trình (1), ta được

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình đã cho là .

**🞜 Câu 2.**

1) Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol và đường thẳng .

Tìm tất cả các giá trị của tham số để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn

**🗁 Lời giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của và là

* Do nên phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt
* Do đó đường thẳng luôn cắt parabo; tại hai điểm phân biệt có hoành độ
* Theo hệ thức Vi-ét, ta có
* Lấy trừ (1) vế theo vế ta được
* Thay vào (2) ta được

2) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực

**🗁 Lời giải:**

Ta có

* Trường hợp 1: Nếu thì phương trình đã cho luôn có nghiệm
* Trường hợp 2: Nếu , ta có

Khi đó

.

Suy ra một trong ba số không âm.

Do đó, một trong ba phương trình (1), (2), (3) có nghiệm nên ta có điều phải chứng minh

3) Cho hai số thực và thỏa mãn

a) Chứng minh rằng .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức T =

**🗁 Lời giải:**

a) Chứng minh rằng .

Áp dụng bất đẳng thức cho hai số thực dương và 1 ta được

Vậy với mọi số thực . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức T =

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho hai số thực dương và ta được

Vậy khi

**🞜 Câu 3.** Cho hai số nguyên thỏa mãn đẳng thức (\*)

1) Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai số là bội của 3

2) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa (\*)

🗁 **Lời giải:**

a) Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai số là bội của 3

* Giả sử trong hai số không có số nào chia hết cho 3.
* Khi đó chia 3 dư 1. Suy ra:

+) chia 3 dư 2;

+) Trong khi vế phải chia 3 dư 1, vô lý

* Do đó tromg hai số phải có ít nhất một số là bội của 3.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa (\*)

* Do vai trò của như nhau, không mất tính tổng quát, giả sử là bội của 3.
* Do nguyên tố nên
* Khi đó từ (\*) ta có hoặc
* Do nguyên tố nên

Vậy các cặp số thỏa mãn (\*) là

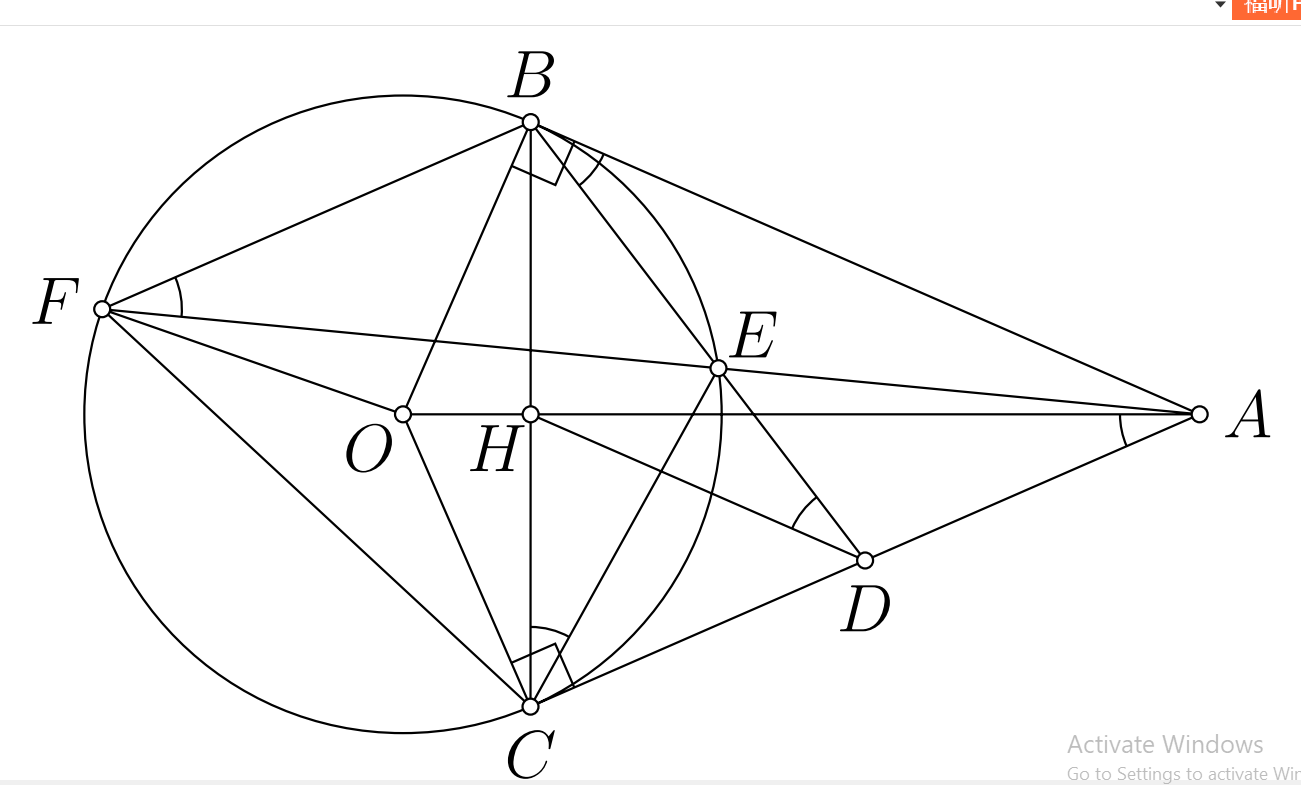
**🞜 Câu 4**. Cho đường tròn tâm O và một điểm A ở ngoài đường tròn đó. Qua điểm A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC, D là trung điểm của AC, tía BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E.

1) Chứng minh CDEH là một tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh rằng

3) Gọi F là giao điểm thứ hai của AE với đường tròn (O). Chứng minh OC là đường trung trực của đoạn thẳng BF.

🗁 **Lời giải:**



1) Chứng minh CDEH là một tứ giác nội tiếp.

Ta có

* (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).
* (bán kính (O)) nên AO là đường trung trực của đoạn thẳng BC.
* có D là trung điểm AC, H là trung điểm BC nên HD là đường trung bình của tam giác ABC, suy ra .

Khi đó

Do đó, tứ giác CDEH nội tiếp.

2) Chứng minh rằng

Xét và ta có

* chung

Suy ra (g-g)

Do đó Suy ra

Mặt khác, do nên

3) Gọi F là giao điểm thứ hai của AE với đường tròn (O). Chứng minh OC là đường trung trực của đoạn thẳng BF.

* Từ nên ta có
* Xét hai tam giác và tam giác có

+) chung;

+)

Do đó

* Suy ra , do đó
* Mà nên .
* Mặt khác, (bán kính của (O)) nên OC là đường trung trực của đoạn thẳng BF.