

DẠNG 7**Số phức trong đề thi của BGD&ĐT****1. PHẦN ĐỀ BÀI**

- Câu 1:** Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng
 A. $4 + 2i$. B. $4 - 2i$. C. $-2 - 6i$. D. $2 + 6i$.
- Câu 2:** Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng
 A. $2 - 6i$. B. $4 + 2i$. C. $4 - 2i$. D. $-2 + 6i$.
- Câu 3:** Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng:
 A. $6 + 2i$. B. $4 + 6i$. C. $6 - 2i$. D. $-4 - 6i$.
- Câu 4:** Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng
 A. $1 + 6i$. B. $7 - 2i$. C. $7 + 2i$. D. $-1 - 6i$.
- Câu 5:** Cho hai số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng
 A. $1 + 4i$. B. $1 - 2i$. C. $5 + 4i$. D. $5 - 2i$.
- Câu 6:** Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
 A. $-1 + 3i$. B. $-1 - 3i$. C. $1 + 3i$. D. $1 - 3i$.
- Câu 7:** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
 A. $-2 - 4i$. B. $2 - 4i$. C. $-2 + 4i$. D. $2 + 4i$.
- Câu 8:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 4 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
 A. $3 + 3i$. B. $-3 - 3i$. C. $-3 + 3i$. D. $3 - 3i$.
- Câu 9:** Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
 A. $2 - 3i$. B. $-2 + 3i$. C. $-2 - 2i$. D. $2 + 3i$.
- Câu 10:** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
 A. $4 - 2i$. B. $-4 + 2i$. C. $4 + 2i$. D. $-4 - 2i$.
- Câu 11:** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
 A. $3 + i$. B. $-3 - i$. C. $3 - i$. D. $-3 + i$.
- Câu 12:** Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
 A. $5 - i$. B. $5 + i$. C. $-5 - i$. D. $-5 + i$.
- Câu 13:** Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
 A. $5 + i$. B. $-5 + i$. C. $5 - i$. D. $-5 - i$.
- Câu 14:** Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.
 A. $z = 1 - 5i$. B. $z = 1 + i$. C. $z = 5 - 5i$. D. $z = 1 - i$.
- Câu 15:** Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.
 A. $z = 11$ B. $z = 3 + 6i$ C. $z = -1 - 10i$ D. $z = -3 - 6i$
- Câu 16:** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.
 A. $z = 7 - 4i$ B. $z = 2 + 5i$ C. $z = -2 + 5i$ D. $z = 3 - 10i$

Câu 17: Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng.

- A. $-1-5i$ B. $5-i$ C. $1-5i$ D. $-5+i$

Câu 18: Cho số phức $z = 2-i$, số phức $2-3i\bar{z}$ bằng

- A. $-1+8i$. B. $-7+4i$. C. $7-4i$. D. $1+8i$.

Câu 19: Cho số phức $z = 1-2i$, số phức $(2+3i)\bar{z}$ bằng

- A. $4-7i$. B. $-4+7i$. C. $8+i$. D. $-8+i$.

Câu 20: Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=-2; y=-2$. B. $x=-2; y=-1$. C. $x=2; y=-2$. D. $x=2; y=-1$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2-3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = 1$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 22: Cho số phức $z = 2+5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

- A. $w = 7-3i$. B. $w = -3-3i$. C. $w = 3+7i$. D. $w = -7-7i$

Câu 23: Cho số phức z thỏa $(2-i)z + 3+16i = 2(\bar{z}+i)$. Môđun của z bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 13 . C. $\sqrt{13}$. D. 5 .

Câu 24: Cho số phức z thỏa $(2+i)z - 4(\bar{z}-i) = -8+19i$. Môđun của z bằng

- A. 13 . B. 5 . C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i) - (2+3i)z = 7-16i$. Môđun của số phức z bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 5 . C. $\sqrt{3}$. D. 3 .

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i) - (2-i)z = 3+10i$. Môđun của z bằng

- A. 3 . B. 5 . C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 27: Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(1-3i)=x+6i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x=-1; y=-3$ B. $x=-1; y=-1$ C. $x=1; y=-1$ D. $x=1; y=-3$

Câu 28: Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

- A. $x = -\sqrt{2}, y = 2$. B. $x = \sqrt{2}, y = 2$.
C. $x = 0, y = 2$. D. $x = \sqrt{2}, y = -2$.

Câu 29: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$.

- A. $|z| = \sqrt{34}$ B. $|z| = 34$ C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$ D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$

Câu 30: Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3+2i$. Tính $P = a+b$.

- A. $P = \frac{1}{2}$ B. $P = 1$ C. $P = -1$ D. $P = -\frac{1}{2}$

Câu 31: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Câu 32: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z + \bar{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 33: Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z|(z - 6 - i) + 2i = (7 - i)z$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4

Câu 34: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

A. $P = -1$ B. $P = -5$ C. $P = 3$ D. $P = 7$

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$. Tìm số phức $w = z - 4 + 3i$.

A. $w = -3 + 8i$.B. $w = 1 + 3i$.C. $w = -1 + 7i$.D. $w = -4 + 8i$.

Câu 37: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z + 2}$ là số thuần ảo?

A. Vô số.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 38: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

A. $S = 4$ B. $S = 2$ C. $S = -2$ D. $S = -4$

Câu 39: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0

B. 4

C. 3

D. 2

Câu 40: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$

A. $S = \frac{7}{3}$ B. $S = -5$ C. $S = 5$ D. $S = -\frac{7}{3}$

Câu 41: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo?

A. 0

B. Vô số

C. 1

D. 2

Câu 42: Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 0

Câu 43: Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$.B. $|z| > 2$.C. $|z| < \frac{1}{2}$.D. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Câu 44: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z$?

A. 1

B. 3

C. 4

D. 2

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 3 - i) + 2i = (4 - i)z$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4

Câu 46: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả

các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

Câu 47: Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r=4$. B. $r=5$. C. $r=20$. D. $r=22$.

Câu 48: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\frac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 52. B. $2\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{11}$. D. 44.

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $w=\frac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 10. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{10}$.

Câu 50: Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=\frac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. 12. C. 20. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 51: Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $w=\frac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $\sqrt{34}$. B. 26. C. 34. D. $\sqrt{26}$.

Câu 52: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 1 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 53: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$. D. 6.

Câu 54: (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+2=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

- A. 2. B. 4. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 55: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 6. D. 3.

Câu 56: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Môđun của số phức z_0+i bằng

A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 10.

Câu 57: Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. 10.

Câu 58: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng:

A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Câu 59: Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

A. $T = \sqrt{2}$. B. $T = 2$. C. $T = 8$. D. 4.

Câu 60: Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = \frac{1}{6}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = -\frac{1}{6}$. D. $P = 6$.

Câu 61: Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $P = \frac{2}{3}$ D. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$

Câu 62: Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$.

A. $P = 1$ B. $P = 2$ C. $P = -1$ D. $P = 0$

Câu 63: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6. B. 8. C. 16. D. 26.

Câu 64: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

A. 36. B. 8. C. 28. D. 18.

Câu 65: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 16. B. 56. C. 20. D. 26.

Câu 66: (Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017) Ký hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 4$ B. $T = 2\sqrt{3}$ C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$ D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

Câu 67: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

A. $M(3; -3)$. B. $P(-1; 3)$. C. $Q(1; 3)$. D. $N(-1; -3)$.

Câu 68: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

A. $P(-1; -3)$. B. $M(-1; 3)$. C. $N(3; -3)$. D. $Q(3; 3)$.

Số phức

- Câu 69:** Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là
A. $N(-2; 2)$. **B.** $M(4; 2)$. **C.** $P(4; -2)$. **D.** $Q(2; -2)$.
- Câu 70:** Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?
A. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **B.** $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. **D.** $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.
- Câu 71:** Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng
A. $5 - \sqrt{19}$. **B.** $5 + \sqrt{19}$. **C.** $-5 + 2\sqrt{19}$. **D.** $5 + 2\sqrt{19}$.
- Câu 72:** Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.
A. $P = 10$ **B.** $P = 4$ **C.** $P = 6$ **D.** $P = 8$
- Câu 73:** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 74:** Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.
A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$ **B.** $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$
C. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$ **D.** $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$
- Câu 75:** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} + 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất $|z - w|$ bằng
A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.
- Câu 76:** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng?
A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$.
- Câu 77:** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} + 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất $|z - w|$ bằng
A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 78: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} - 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 79: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z + 2)(\bar{z} + 2i)| = |z - 2i|^2$?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 80: Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

I. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1:** Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $4 + 2i$. B. $4 - 2i$. C. $-2 - 6i$. D. $2 + 6i$.

Lời giải**Chọn B**Ta có: $z + w = 3 + 2i + 1 - 4i = 4 - 2i$.**Câu 2:** Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $2 - 6i$. B. $4 + 2i$. C. $4 - 2i$. D. $-2 + 6i$.

Lời giải**Chọn C** $z + w = 1 + 2i + 3 - 4i = 4 - 2i$.**Câu 3:** Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng:

- A. $6 + 2i$. B. $4 + 6i$. C. $6 - 2i$. D. $-4 - 6i$.

Lời giải**Chọn C** $z + w = 5 + 2i + 1 - 4i = (5 + 1) + (2 - 4)i = 6 - 2i$.**Câu 4:** Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $1 + 6i$. B. $7 - 2i$. C. $7 + 2i$. D. $-1 - 6i$.

Lời giải**Chọn B**Ta có: $z + w = 4 + 2i + 3 - 4i = 7 - 2i$.**Câu 5:** Cho hai số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $1 + 4i$. B. $1 - 2i$. C. $5 + 4i$. D. $5 - 2i$.

Lời giải**Chọn B** $z - w = (3 + i) - (2 + 3i) = 1 - 2i$ **Câu 6:** Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $-1 + 3i$. B. $-1 - 3i$. C. $1 + 3i$. D. $1 - 3i$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có

 $z_1 - z_2 = 3 - 2i - (2 + i) = 1 - 3i$.**Câu 7:** (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $-2 - 4i$. B. $2 - 4i$. C. $-2 + 4i$. D. $2 + 4i$.

Lời giải**Chọn A** $z_1 - z_2 = 1 - 3i - (3 + i) = -2 - 4i$.**Câu 8:** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 4 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $3 + 3i$. B. $-3 - 3i$. C. $-3 + 3i$. D. $3 - 3i$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $z_1 - z_2 = 1 + 2i - (4 - i) = -3 + 3i$

Câu 9: (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101) Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $2 - 3i$. B. $-2 + 3i$. C. $-2 - 2i$. D. $2 + 3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 - z_2 = 3 + 2i - (1 - i) = 2 + 3i$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $4 - 2i$. B. $-4 + 2i$. C. $4 + 2i$. D. $-4 - 2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 + z_2 = 1 - 3i + 3 + i = 4 - 2i$.

Vậy $z_1 + z_2 = 4 - 2i$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $3 + i$. B. $-3 - i$. C. $3 - i$. D. $-3 + i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 + z_2 = (1 - 2i) + (2 + i) = (1 + 2) + (-2i + i) = 3 - i$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 - i$. B. $5 + i$. C. $-5 - i$. D. $-5 + i$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng phép cộng số phức ta có $z_1 + z_2 = 5 + i$.

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 + i$. B. $-5 + i$. C. $5 - i$. D. $-5 - i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 = 3 - 2i$; $z_2 = 2 + i$.

$\Rightarrow z_1 + z_2 = (3 + 2) + (-2 + 1)i = 5 - i$.

Câu 14: Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.

- A. $z = 1 - 5i$. B. $z = 1 + i$. C. $z = 5 - 5i$. D. $z = 1 - i$.

Lời giải

Chọn B

$z + 2 - 3i = 3 - 2i \Leftrightarrow z = 3 - 2i - 2 + 3i = 1 + i$.

Câu 15: Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $z = 11$ B. $z = 3 + 6i$ C. $z = -1 - 10i$ D. $z = -3 - 6i$

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = -3 - 6i$.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 7 - 4i$ B. $z = 2 + 5i$ C. $z = -2 + 5i$ D. $z = 3 - 10i$

Lời giải

Chọn A

$$z = z_1 + z_2 = (5 + 2) + (-7 + 3)i = 7 - 4i$$

Câu 17: Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1 - i)\bar{z}$ bằng.

- A. $-1 - 5i$ B. $5 - i$ C. $1 - 5i$ D. $-5 + i$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } (1 - i)\bar{z} = (1 - i)(-3 - 2i) = -5 + i$$

Câu 18: Cho số phức $z = 2 - i$, số phức $2 - 3i \bar{z}$ bằng

- A. $-1 + 8i$. B. $-7 + 4i$. C. $7 - 4i$. D. $1 + 8i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 2 - 3i \bar{z} = 2 - 3i (2 + i) = 7 - 4i.$$

Câu 19: (Đề tốt nghiệp THPT đợt 2 năm 2020 - mã đề 101) Cho số phức $z = 1 - 2i$, số phức $(2 + 3i)\bar{z}$ bằng

- A. $4 - 7i$. B. $-4 + 7i$. C. $8 + i$. D. $-8 + i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z = 1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 1 + 2i \Rightarrow (2 + 3i)\bar{z} = (2 + 3i)(1 + 2i) = 2 + 3i + 4i + 6i^2 = -4 + 7i.$$

$$\text{Vậy } (2 + 3i)\bar{z} = -4 + 7i.$$

Câu 20: Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (2 + i) = 2x - 3i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = -2; y = -2$. B. $x = -2; y = -1$. C. $x = 2; y = -2$. D. $x = 2; y = -1$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (3x + 2yi) + (2 + i) = 2x - 3i$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 + (2y + 1)i = 2x - 3i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 = 2x \\ 2y + 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = 1$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Lời giải

Chọn A

$$z_1 + z_2 = 1 + i + (2 - 3i) = 3 - 2i \text{ nên ta có: } |z_1 + z_2| = |3 - 2i| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}.$$

Câu 22: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$

- A. $w = 7 - 3i$. B. $w = -3 - 3i$. C. $w = 3 + 7i$. D. $w = -7 - 7i$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } w = iz + \bar{z} = i(2 + 5i) + (2 - 5i) = 2i - 5 + 2 - 5i = -3 - 3i$$

Câu 23: Cho số phức z thỏa $(2 - i)z + 3 + 16i = 2(\bar{z} + i)$. Môđun của z bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 13. C. $\sqrt{13}$. D. 5.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ với $(x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Khi đó: } (2 - i)z + 3 + 16i = 2(\bar{z} + i) \Leftrightarrow (y + 3) + (-x + 2y + 16)i = (2 - 2y)i.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y + 3 = 0 \\ -x + 2y + 16 = 2 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow z = 2 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}.$$

Câu 24: Cho số phức z thỏa $(2 + i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$. Môđun của z bằng

- A. 13. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ với $(x, y \in \mathbb{R})$.

$$\text{Khi đó: } (2 + i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i \Leftrightarrow -2x - y + (x + 6y + 4)i = -8 + 19i.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x - y = -8 \\ x + 6y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 3 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}$$

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Môđun của số phức z bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có

$$3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow 3(x - yi - i) - (2 + 3i)(x + yi) = 7 - 16i \Leftrightarrow 3x - 3yi - 3i - 2x - 2yi - 3xi + 3y = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow (x + 3y) - (3x + 5y + 3)i = 7 - 16i \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x + 5y + 3 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } z = 1 + 2i. \text{ Vậy } |z| = \sqrt{5}.$$

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i$. Môđun của z bằng

- A. 3. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có $3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i \Leftrightarrow 3(x - yi) - (2 - i)(x + yi) = 3 + 7i$

$$\Leftrightarrow x - y + (x - 5y)i = 3 + 7i \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x - 5y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Suy ra $z = 2 - i$.

Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 27: Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = -1; y = -3$

B. $x = -1; y = -1$

C. $x = 1; y = -1$

D. $x = 1; y = -3$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i \Leftrightarrow x + 1 + (-3y - 9)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ -3y - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}.$$

Câu 28: Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

A. $x = -\sqrt{2}, y = 2$.

B. $x = \sqrt{2}, y = 2$.

C. $x = 0, y = 2$.

D. $x = \sqrt{2}, y = -2$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - 1 + yi = -1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Câu 29: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.

A. $|z| = \sqrt{34}$

B. $|z| = 34$

C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$

D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$

Lời giải

Chọn A

$$z(2 - i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1 - 13i}{2 - i} \Leftrightarrow z = \frac{(1 - 13i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} \Leftrightarrow z = 3 - 5i. |z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}.$$

Câu 30: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

A. $P = \frac{1}{2}$

B. $P = 1$

C. $P = -1$

D. $P = -\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

$(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Ta có: $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Thay vào (1) ta được $(1 + i)(a + bi) + 2(a - bi) = 3 + 2i$

$$\Leftrightarrow (a - b)i + (3a - b) = 3 + 2i \Leftrightarrow (a - b)i + (3a - b) = 3 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P=-1.$$

Câu 31: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Lời giải**Chọn C**Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo đề ta có:

$$+) |z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2. \quad (1)$$

$$\begin{aligned} +) (z+2i)(\bar{z}-2) &= z\bar{z} - 2z + 2\bar{z}i - 4i = |z|^2 - 2(x+yi) + 2(x-yi)i - 4i \\ &= (\sqrt{2})^2 - 2x - 2yi + 2xi + 2y - 4i = (2-2x+2y) + (2x-2y-4)i. \end{aligned}$$

Vì $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo nên $2-2x+2y=0 \Leftrightarrow y=x-1$.

Thay $y = x-1$ vào (1), ta được:

$$x^2 + (x-1)^2 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

Vậy có hai số phức thỏa đề là $z = \frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{-1-\sqrt{3}}{2}i$ và $z = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{-1+\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 32: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z+\bar{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải**Chọn D**Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4|a| + 4 \\ \sqrt{(a-1)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (b+3)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4|a| + 4 \\ a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2 = a^2 + b^2 - 6a + 6b + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4|a| + 4 \\ 4a = 8b + 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2b+4)^2 + b^2 = 4|2b+4| + 4 \\ a = 2b+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b+4 \\ 5b^2 + 16b + 12 = |8b+16| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b + 4 \\ \begin{cases} 5b^2 + 16b + 12 = 8b + 16 \\ b \geq -2 \end{cases} \\ \begin{cases} 5b^2 + 16b + 12 = -8b - 16 \\ b < -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b + 4 \\ \begin{cases} 5b^2 + 8b - 4 = 0 \\ b \geq -2 \end{cases} \\ \begin{cases} 5b^2 + 24b + 28 = 0 \\ b < -2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b + 4 \\ \begin{cases} b = \frac{2}{5} \text{ hoặc } b = -2 \\ b \geq -2 \end{cases} \\ \begin{cases} b = -\frac{14}{5} \text{ hoặc } b = -2 \\ b < -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b + 4 \\ b = \frac{2}{5} \\ b = -2 \\ b = -\frac{14}{5} \end{cases}.$$

Vậy có 3 số phức $z_1 = -2i, z_2 = \frac{24}{5} + \frac{2}{5}i, z_3 = -\frac{8}{5} - \frac{14}{5}i$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 33: Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z|(z - 6 - i) + 2i = (7 - i)z$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4

Lời giải

Chọn B

Đặt $|z| = a \geq 0, a \in \mathbb{R}$, khi đó ta có

$$\begin{aligned} |z|(z - 6 - i) + 2i &= (7 - i)z &\Leftrightarrow a(z - 6 - i) + 2i &= (7 - i)z &\Leftrightarrow (a - 7 + i)z = 6a + ai - 2i \\ \Leftrightarrow (a - 7 + i)z &= 6a + (a - 2)i &\Leftrightarrow |(a - 7 + i)||z| &= |6a + (a - 2)i| \\ \Leftrightarrow [(a - 7)^2 + 1]a^2 &= 36a^2 + (a - 2)^2 &\Leftrightarrow a^4 - 14a^3 + 13a^2 + 4a - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow (a - 1)(a^3 - 13a^2 + 4) &= 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a^3 - 12a^2 + 4 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(a) = a^3 - 13a^2$ ($a \geq 0$), có bảng biến thiên là

a	0	$\frac{26}{3}$	$+\infty$
$f'(a)$	-	0	+
f	0	$-\frac{8788}{27}$	$+\infty$

Đường thẳng $y = -4$ cắt đồ thị hàm số $f(a)$ tại hai điểm nên phương trình $a^3 - 12a^2 + 4 = 0$ có hai nghiệm khác 1. Mỗi giá trị của a cho ta một số phức z .

Vậy có 3 số phức thỏa mãn điều kiện.

Câu 34: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$?

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$

$$\Leftrightarrow |z|z - 4|z| - |z|i + 2i = (5-i)z \Leftrightarrow z(|z| - 5 + i) = 4|z| + (|z| - 2)i.$$

Lấy module 2 vế ta được

$$|z|\sqrt{(|z|-5)^2 + 1} = \sqrt{(4|z|)^2 + (|z|-2)^2} \Leftrightarrow |z|^2 \left[(|z|-5)^2 + 1 \right] = (4|z|)^2 + (|z|-2)^2 \quad (1).$$

Đặt $t = |z|$, $t \geq 0$.

Phương trình (1) trở thành

$$t^2 \left[(t-5)^2 + 1 \right] = (4t)^2 + (t-2)^2 \Leftrightarrow t^2 (t^2 - 10t + 26) = 17t^2 - 4t + 4$$

$$\Leftrightarrow t^4 - 10t^3 + 9t^2 + 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t^3 - 9t^2 + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=1 & (n) \\ t \approx 8,95 & (n) \\ t \approx 0,69 & (n) \\ t \approx -0,64 & (l) \end{cases}.$$

Ứng với mỗi giá trị $t \geq 0$, với $z = \frac{-4t + (2-t)i}{5-i-t}$ suy ra có một số phức z thỏa mãn.

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

A. $P = -1$

B. $P = -5$

C. $P = 3$

D. $P = 7$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z + 2 + i - |z|(1+i) = 0 \Leftrightarrow a + bi + 2 + i - \sqrt{a^2 + b^2}(1+i) = 0$$

$$\Leftrightarrow a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} + (b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 & (1) \\ b + 1 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $a - b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = a + 1$. Thế vào (1) ta được:

$$a + 2 - \sqrt{a^2 + (a+1)^2} = 0 \Leftrightarrow a + 2 = \sqrt{2a^2 + 2a + 1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a^2 + 4a + 4 = 2a^2 + 2a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a^2 - 2a - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ \begin{cases} a = 3 & (tm) \\ a = -1 & (tm) \end{cases} \end{cases}$$

Với $a = 3 \Rightarrow b = 4$; $a = -1 \Rightarrow b = 0$.

$$\text{Vì } |z| > 1 \Rightarrow z = 3 + 4i \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow P = a + b = 3 + 4 = 7.$$

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$. Tìm số phức $w = z - 4 + 3i$.

A. $w = -3 + 8i$.

B. $w = 1 + 3i$.

C. $w = -1 + 7i$.

D. $w = -4 + 8i$.

Lời giải

Chọn D

$z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo đề bài ta có

$$x^2 + y^2 = 25 \text{ và } (x+3)^2 + y^2 = (x+3)^2 + (y-10)^2.$$

Giải hệ phương trình trên ta được $x = 0$; $y = 5$. Vậy $z = 5i$. Từ đó ta có $w = -4 + 8i$

Câu 37: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

A. Vô số.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Đặt } z = x + yi, |z + 3i| = \sqrt{13} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6y = 4. \quad (1)$$

$$\frac{z}{z+2} = \frac{x+yi}{(x+2)+yi} = \frac{x^2+y^2+2x}{(x+2)^2+y^2} + \frac{2yi}{(x+2)^2+y^2} \text{ là số thuần ảo khi và chỉ khi:}$$

$$\frac{x^2+y^2+2x}{(x+2)^2+y^2} = 0 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x = 0 \quad (2)$$

Lấy (1) - (2): $3y - x = 2 \Leftrightarrow x = 3y - 2$ thay vào (1):

$$(3y-2)^2 + y^2 + 6y = 4 \Leftrightarrow 5y^2 - 3y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{5} \end{cases}.$$

Thử lại thấy $z = -2$ không thỏa điều kiện.

$$\text{Vậy có 1 số phức } z = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i.$$

Câu 38: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

A. $S = 4$ B. $S = 2$ C. $S = -2$ D. $S = -4$ **Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } z + 2 + i = |z| \Leftrightarrow (a+2) + (b+1)i = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = \sqrt{a^2+b^2} \\ b+1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Từ ta có: } b = -1. \text{ Thay vào: } \sqrt{a^2+1} = a+2 \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 \geq 0 \\ a^2+1 = (a+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{-3}{4}$$

$$\text{Vậy } S = 4a + b = -4$$

Câu 39: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0

B. 4

C. 3

D. 2

Lời giải**Chọn C**

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), vì $(z-1)^2 = [(x-1)^2 - y^2] + 2(x-1)yi$ là số thuần ảo nên theo

$$\text{đề bài ta có hệ phương trình: } \begin{cases} (x+2)^2 + (y-1)^2 = 8 \\ (x-1)^2 = y^2 \end{cases} \quad (1)$$

Từ (2) suy ra: $y = \pm (x-1)$

• Với $y = x-1$, thay vào (1), ta được: $(x+2)^2 + (x-2)^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Suy ra: $z = -i$.

• Với $y = -(x-1)$, thay vào (1), ta được:

$$(x+2)^2 + (-x)^2 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra: } z = (-1 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})i; \quad z = (-1 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})i$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn.

Câu 40: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$

A. $S = \frac{7}{3}$

B. $S = -5$

C. $S = 5$

D. $S = -\frac{7}{3}$

Lời giải

Chọn B

$$z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \Leftrightarrow a + 1 + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ \sqrt{b^2 + 1} = b + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b \geq -3 \\ b^2 + 1 = (b + 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b \geq -3 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$S = a + 3b = -1 + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -5$$

Câu 41: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo?

A. 0

B. Vô số

C. 1

D. 2

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} & \begin{cases} |z - 3i| = 5 \\ \frac{z}{z - 4} \text{ là số thuần ảo} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a + (b - 3)i| = 5 \\ \frac{a + bi}{a - 4 + bi} \text{ là số thuần ảo} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + (b - 3)^2} = 5 \\ \frac{(a + bi)(a - 4 - bi)}{(a - 4 + bi)(a - 4 - bi)} \text{ là số thuần ảo} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b - 3)^2 = 25 \\ \frac{a^2 - 4a + b^2 - 4bi}{(a - 4)^2 + b^2} \text{ là số thuần ảo} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 6b = 16 \\ a^2 + b^2 - 4a = 0 \\ a \neq 4; b \neq 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2a - 8}{3} \\ 13a^2 - 68a + 64 = 0 \\ a \neq 4; b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{16}{13} \\ b = -\frac{24}{13} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{16}{13} - \frac{24}{13}i \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 6b = 16 \\ a^2 + b^2 - 4a = 0 \\ a \neq 4; b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2a-8}{3} \\ a^2 + \left(\frac{2a-8}{3}\right)^2 - 4a = 0 \\ a \neq 4; b \neq 0 \end{cases}$$

Vậy có 1 số phức thỏa YCBT.

Câu 42: Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 0

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$

Vì $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo ta có hệ phương trình

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ b^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a = -b \\ b^2 + (b-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 4 \\ a = b = -3 \\ b = -a = 4 \\ b = -a = -3 \end{cases}.$$

Câu 43: Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$.

B. $|z| > 2$.

C. $|z| < \frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z}$.

Vậy

$$(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$$

$$\Leftrightarrow (|z|+2) + (2|z|-1)i = \left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right) \bar{z} \Rightarrow (|z|+2) + (2|z|-1)i = \left(\frac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right) \bar{z}$$

$$\Rightarrow (|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2 = \left(\frac{10}{|z|^4}\right) \cdot |z|^2 = \frac{10}{|z|^2}. \text{ Đặt } |z| = a > 0.$$

$$\Rightarrow (a+2)^2 + (2a-1)^2 = \left(\frac{10}{a^2}\right) \Leftrightarrow a^4 + a^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ a^2 = -2 \end{cases} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow |z| = 1.$$

Câu 44: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i) + 2i = (6-i)z$?

A. 1

B. 3

C. 4

D. 2

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z \Leftrightarrow (|z|-6+i)z=5|z|+(|z|-2)i$ (1)

Lấy môđun hai vế của (1) ta có:

$$\sqrt{(|z|-6)^2+1}\cdot|z|=\sqrt{25|z|^2+(|z|-2)^2}$$

Bình phương và rút gọn ta được:

$$|z|^4-12|z|^3+11|z|^2+4|z|-4=0 \Leftrightarrow (|z|-1)(|z|^3-11|z|^2+4)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z|=1 \\ |z|^3-11|z|^2+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z|=1 \\ |z|=10,9667... \\ |z|=0,62... \\ |z|=-0,587... \end{cases}$$

Do $|z| \geq 0$, nên ta có $|z|=1$, $|z|=10,9667...$, $|z|=0,62...$. Thay vào (1) ta có 3 số phức thỏa mãn đề bài.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4

Lời giải

Chọn B

$$|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z \Leftrightarrow (|z|-4+i)z=3|z|+(|z|-2)i$$
 (*)

$$\Rightarrow \sqrt{(|z|-4)^2+1}\cdot|z|=\sqrt{9|z|^2+(|z|-2)^2} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } m=|z| \geq 0 \text{ ta có } (1) \Leftrightarrow ((m-4)^2+1)\cdot m^2=9m^2+(m-2)^2 \Leftrightarrow m^4-8m^3+7m^2+4m-4=0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(m^3-7m^2+4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m^3-7m^2+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m \approx 6,91638 \\ m \approx 0,80344 \\ m \approx -0,71982 \end{cases} \quad (L)$$

Từ (*) ta suy ra ứng với mỗi $|z|=m$ sẽ có một số phức $z=\frac{3m+(m-2)i}{m-4+i}$ thỏa mãn đề bài.

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}-2i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi$, $a, b \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } (\bar{z}-2i)(z+2)=(a-bi-2i)(a+bi+2)=a^2+2a+b^2+2b-2(a+b+2)i$$

$$\text{Vì } (\bar{z}-2i)(z+2) \text{ là số thuần ảo nên ta có } a^2+2a+b^2+2b=0 \Leftrightarrow (a+1)^2+(b+1)^2=2.$$

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 4$. B. $r = 5$. C. $r = 20$. D. $r = 22$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = a + bi; w = x + yi; (a, b, x, y \in \mathbb{R})$

Theo đề $w = (3 + 4i)z + i \Rightarrow x + yi = (3 + 4i)(a + bi) + i$

$$\Leftrightarrow x + yi = (3a - 4b) + (3b + 4a + 1)i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y = 3b + 4a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 4b \\ y - 1 = 3b + 4a \end{cases} \quad \text{Ta có}$$

$$x^2 + (y - 1)^2 = (3a - 4b)^2 + (4a + 3b)^2 = 25a^2 + 25b^2 = 25(a^2 + b^2)$$

$$\text{Mà } |z| = 4 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16. \text{ Vậy } x^2 + (y - 1)^2 = 25 \cdot 16 = 400$$

Bán kính đường tròn là $r = \sqrt{400} = 20$.

Câu 48: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số

phức w thỏa mãn $w = \frac{5 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 52. B. $2\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{11}$. D. 44.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } w = \frac{5 + iz}{1 + z} \Leftrightarrow w(1 + z) = 5 + iz \Leftrightarrow z(w - i) = -w + 5.$$

$$\text{Lấy mô đun hai vế ta được } \sqrt{2} \cdot |w - i| = |-w + 5|$$

$$\text{Giả sử } w = x + yi, \text{ với } x, y \in \mathbb{R} \text{ ta có } 2[x^2 + (y - 1)^2] = (5 - x)^2 + (-y)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 10x - 4y - 23 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{13}$.

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số

phức w thỏa mãn $w = \frac{2 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 10. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } w = \frac{2 + iz}{1 + z} \Leftrightarrow w(1 + z) = 2 + iz \Leftrightarrow z(w - i) = -w + 2.$$

$$\text{Lấy mô đun hai vế ta được } \sqrt{2} \cdot |w - i| = |-w + 2|$$

$$\text{Giả sử } w = x + yi, \text{ với } x, y \in \mathbb{R} \text{ ta có } 2[x^2 + (y - 1)^2] = (2 - x)^2 + (-y)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4x - 4y - 2 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w đường tròn có bán kính $R = \sqrt{10}$.

Câu 50: Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức

$w = \frac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. 12. C. 20. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } w = \frac{3+iz}{1+z} \Leftrightarrow w(1+z) = 3+iz \Leftrightarrow w + wz = 3+iz \Leftrightarrow w-3 = (i-w)z \Leftrightarrow z = \frac{w-3}{i-w}$$

Khi đó đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) ta được

$$|z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{w-3}{i-w} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{x+yi-3}{i-(x+yi)} \right| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{(x-3)+yi}{-x+(1-y)i} \right| = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 2[x^2 + (1-y)^2] \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x + 9 = 2x^2 + 2y^2 - 4y + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y - 7 = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-2)^2 = 20$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức W đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Câu 51: Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn của các số phức $w = \frac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $\sqrt{34}$. B. 26. C. 34. D. $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } w = \frac{4+iz}{1+z} \Rightarrow w(1+z) = 4+iz \Leftrightarrow z(w-i) = 4-w \Rightarrow \sqrt{2}|w-i| = |4-w|$$

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có } \sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2} \Leftrightarrow 2(x^2 + y^2 - 2y + 1) = x^2 - 8x + 16 + y^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 8x - 4y - 14 = 0 \Leftrightarrow (x+4)^2 + (y-2)^2 = 34$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của các số phức W là đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$

Câu 52: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 1 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$(\bar{z} + i)(z + 2) = [x + (1-y)i][(x+2) + yi] \text{ là số thuần ảo } \Leftrightarrow x(x+2) + y(y-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - y = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I\left(-1; \frac{1}{2}\right)$, $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 53: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 3 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 3. B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 + z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{11}}{2}i$. Suy ra $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{3}$

Câu 54: (Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 2. B. 4. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Trankimhung201275@gmail.com

Chọn C

$$\text{Ta có: } z^2 - z + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{1+i\sqrt{7}}{2} \\ z_2 = \frac{1-i\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{2}, (\text{vì } |z_1| = |z_2|).$$

Câu 55: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 3 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 6. D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } z^2 - z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = z_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z = z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } |z_1| + |z_2| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 56: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 10.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $z^2 - 2z + 5 = 0$ có $\Delta' = -4 < 0$

Phương trình có hai nghiệm phức $z = 1 - 2i$ và $z = 1 + 2i$

z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm nên $z_0 = 1 - 2i$ nên $z_0 + i = 1 - i \Rightarrow |z_0 + i| = \sqrt{2}$.

Câu 57: Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. 10.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Phương trình } z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3+i\sqrt{11}}{2} \\ z = \frac{3-i\sqrt{11}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } |z_1| + |z_2| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 58: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng:

A. $3\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 3

D. $\sqrt{3}$

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Xét phương trình } 4z^2 - 4z + 3 = 0 \text{ ta có hai nghiệm là: } \begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{3}$$

Câu 59: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

A. $T = \sqrt{2}$.

B. $T = 2$.

C. $T = 8$.

D. 4.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2i \\ z_2 = 2i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } M(0; -2); N(0; 2) \text{ nên } T = OM + ON = \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{2^2} = 4.$$

Câu 60: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = \frac{1}{6}$.

B. $P = \frac{1}{12}$.

C. $P = -\frac{1}{6}$.

D. $P = 6$.

Lời giải**Chọn A**

$$\text{Ta có } z^2 - z + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{23}}{2}i \end{cases} \text{ suy ra } P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{6}.$$

Câu 61: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $P = \frac{2}{3}$

D. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$

Lời giải**Chọn B**

Xét phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$ có $\Delta = (-1)^2 - 4.3.1 = -11 < 0$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức phân biệt

$$z_1 = \frac{1+i\sqrt{11}}{6} = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i; \quad z_2 = \frac{1-i\sqrt{11}}{6} = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i$$

Suy ra

$$\begin{aligned} P = |z_1| + |z_2| &= \left| \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| + \left| \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{11}}{6}i \right| = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Câu 62: Kí hiệu $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2$.

A. $P = 1$

B. $P = 2$

C. $P = -1$

D. $P = 0$

Lời giải**Chọn D****Cách 1**

$$z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

$$P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 0$$

Cách 2: Theo định lí Vi-et: $z_1 + z_2 = -1$; $z_1 \cdot z_2 = 1$.

$$\text{Khi đó } P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 + z_1z_2 = 1^2 - 1 = 0.$$

Câu 63: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 16.

D. 26.

Lời giải**Chọn A**

$$z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 16 - 10 = 6$$

Câu 64: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

A. 36.

B. 8.

C. 28.

D. 18.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có: } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = \left(\frac{6}{1}\right)^2 - 2\frac{14}{1} = 8.$$

Câu 65: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 16.

B. 56.

C. 20.

D. 26.

Lời giải

Chọn A

Theo định lý Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = 6, z_1 \cdot z_2 = 10$.

Suy ra $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 6^2 - 20 = 16$.

Câu 66: (Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017) Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 4$ B. $T = 2\sqrt{3}$ C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$ D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

$$z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -3 \\ z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i\sqrt{3} \\ z = \pm 2 \end{cases}$$

$$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |i\sqrt{3}| + |i\sqrt{3}| + |-2| + |2| = 2\sqrt{3} + 4$$

Câu 67: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

A. $M(3; -3)$.B. $P(-1; 3)$.C. $Q(1; 3)$.D. $N(-1; -3)$.

Lời giải

Chọn D

$$z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 3i \\ z = 2 - 3i \end{cases}$$

Vậy $z_0 = 2 + 3i$.

$$1 - z_0 = 1 - (2 + 3i) = -1 - 3i.$$

Suy ra điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $N(-1; -3)$.

Câu 68: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

A. $P(-1; -3)$.B. $M(-1; 3)$.C. $N(3; -3)$.D. $Q(3; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 + 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = -2 \pm 3i$. Do đó $z_0 = -2 + 3i \Rightarrow 1 - z_0 = 3 - 3i$.

Vậy điểm biểu diễn là $N(3; -3)$.

Câu 69: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

A. $N(-2; 2)$.B. $M(4; 2)$.C. $P(4; -2)$.D. $Q(2; -2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i \end{cases} \Rightarrow z_0 = -3 + 2i.$$

$$\Rightarrow 1 - z_0 = 1 - (-3 + 2i) = 4 - 2i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $P(4; -2)$.

Câu 70: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. D. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét phương trình } 4z^2 - 16z + 17 = 0 \text{ có } \Delta' = 64 - 4 \cdot 17 = -4 = (2i)^2.$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm } z_1 = \frac{8 - 2i}{4} = 2 - \frac{1}{2}i, z_2 = \frac{8 + 2i}{4} = 2 + \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Do } z_0 \text{ là nghiệm phức có phần ảo dương nên } z_0 = 2 + \frac{1}{2}i.$$

$$\text{Ta có } w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i.$$

$$\text{Vậy điểm biểu diễn } w = iz_0 \text{ là } M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right).$$

Câu 71: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

A. $5 - \sqrt{19}$. B. $5 + \sqrt{19}$. C. $-5 + 2\sqrt{19}$. D. $5 + 2\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là điểm biểu diễn lần lượt cho số phức z_1, z_2 .

$$\text{Có } OA = 1; OB = 2 \text{ và } |z_1 - z_2| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BA}| = AB = \sqrt{3}.$$

Suy ra tam giác OAB vuông tại A .

Gọi $C(0; -5)$ là điểm biểu diễn cho số phức $-5i$.

Ta có:

$$P^2 = |3z_1 + z_2 - 5i|^2 = |3\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}|^2 = (4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC})^2$$

$$= (4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB})^2 + 2(4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OC}^2$$

$$+ (4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB})^2 = 16OA^2 + AB^2 = 19.$$

$$+ OC^2 = 25.$$

$$+ 2(4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{OC} \leq 2|4\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{OC}| = 2 \cdot \sqrt{19} \cdot 5 = 10\sqrt{19}.$$

$$\text{Từ đó: } P^2 \leq 19 + 10\sqrt{19} + 25 = (\sqrt{19} + 5)^2 \Rightarrow P \leq \sqrt{19} + 5.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{19} + 5$

Câu 72: Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 10$

B. $P = 4$

C. $P = 6$

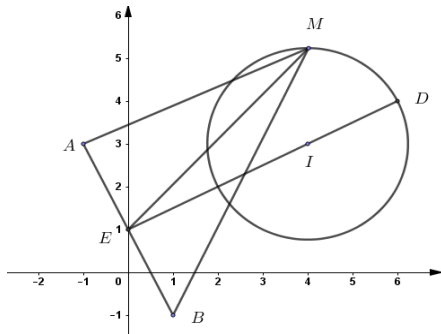
D. $P = 8$

Lời giải

Chọn A

Goi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Theo giả thiết ta có: $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 5 \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(4; 3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$



$$\text{Goi: } \begin{cases} A(-1; 3) \\ B(1; -1) \end{cases} \Rightarrow Q = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = MA + MB$$

Goi E là trung điểm của AB, kéo dài EI cắt đường tròn tại D

Ta có: $Q^2 = MA^2 + MB^2 + 2MA \cdot MB$

$$\Leftrightarrow Q^2 \leq MA^2 + MB^2 + MA^2 + MB^2 = 2(MA^2 + MB^2)$$

$$\text{Vì ME là trung tuyến trong } \triangle MAB \Rightarrow ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \frac{AB^2}{2}$$

$$\Rightarrow Q^2 \leq 2 \left(2ME^2 + \frac{AB^2}{2} \right) = 4ME^2 + AB^2. \text{ Mặt khác } ME \leq DE = EI + ID = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow Q^2 \leq 4 \cdot (3\sqrt{5})^2 + 20 = 200$$

$$\Rightarrow Q \leq 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{\max} = 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ M \equiv D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{EI} = 2\overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(x_D - 4) \\ 2 = 2(y_D - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 4 \end{cases} \Leftrightarrow M(6; 4) \Rightarrow P = a + b = 10$$

Cách 2: Đặt $z = a + bi$. Theo giả thiết ta có: $(a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 5$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} a - 4 = \sqrt{5} \sin t \\ b - 3 = \sqrt{5} \cos t \end{cases}. \text{ Khi đó:}$$

$$Q = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = \sqrt{(a + 1)^2 + (b - 3)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 1)^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{(\sqrt{5} \sin t + 5)^2 + 5 \cos^2 t} + \sqrt{(\sqrt{5} \sin t + 3)^2 + (\sqrt{5} \cos t + 4)^2} \\
&= \sqrt{30 + 10\sqrt{5} \sin t} + \sqrt{30 + 2\sqrt{5}(3 \sin t + 4 \cos t)}
\end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Bunhiacopski ta có:

$$Q \leq \sqrt{2(60 + 8\sqrt{5}(2 \sin t + \cos t))} \leq \sqrt{2(60 + 8\sqrt{5} \cdot \sqrt{5})} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow Q \leq 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{\max} = 10\sqrt{2}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \sin t = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos t = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow P = a + b = 10.$$

Câu 73: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

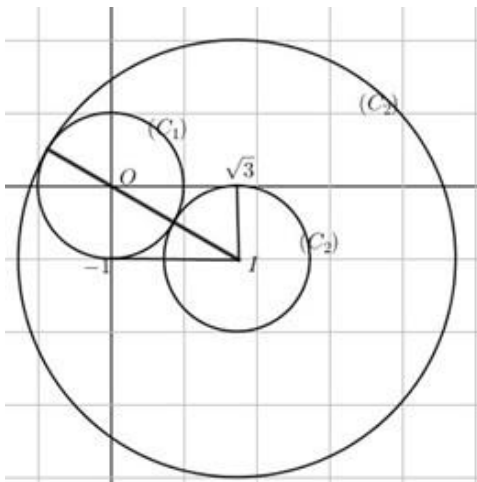
Chọn A

$$\text{Gọi } z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R}), \text{ ta có hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1(1) \\ (x - \sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = m^2 (m \geq 0) \end{cases}$$

Ta thấy $m = 0 \Rightarrow z = \sqrt{3} - i$ không thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ suy ra $m > 0$.

Xét trong hệ tọa độ Oxy tập hợp các điểm thỏa mãn (1) là đường tròn (C_1) có $O(0;0)$, $R_1 = 1$, tập hợp các điểm thỏa mãn (2) là đường tròn (C_2) tâm $I(\sqrt{3}; -1)$, $R_2 = m$, ta thấy $OI = 2 > R_1$ suy ra I nằm ngoài (C_1) .

Để có duy nhất số phức z thì hệ có nghiệm duy nhất khi đó tương đương với (C_1) , (C_2) tiếp xúc ngoài và tiếp xúc trong, điều điều này xảy ra khi $OI = R_1 + R_2 \Leftrightarrow m + 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$ hoặc $R_2 = R_1 + OI \Leftrightarrow m = 1 + 2 = 3$.



Câu 74:

Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

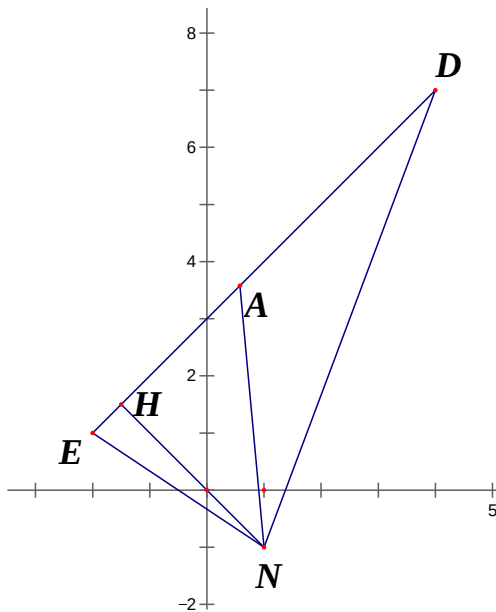
A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$

B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$

C. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$ D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$

Lời giải

Chọn B



Gọi A là điểm biểu diễn số phức z , $E(-2;1)$, $F(4;7)$ và $N(1;-1)$.

Từ $AE + AF = |z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $EF = 6\sqrt{2}$ nên ta có A thuộc đoạn thẳng EF .

Gọi H là hình chiếu của N lên EF , ta có $H\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Suy ra $P = NH + NF = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

Câu 75: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} + 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất $|z - w|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. C. 3. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z + i\bar{w} + 6 + 8i| \geq |6 + 8i| - |z| - |i\bar{w}| = 10 - 1 - 2 = 7$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi
$$\begin{cases} z = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ i\bar{w} = -\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}.$$

Khi đó $|z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 76: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} - 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng?

A. 3. B. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Theo BĐT modun số phức, ta có:

$$|z + i\bar{w}| \leq |z| + |i\bar{w}| = |z| + |w| = 3.$$

Ta lại có:

$$|z + i\bar{w} - 6 + 8i| = |(-6 + 8i) - [-(z + i\bar{w})]| \geq |-6 + 8i| - |-(z + i\bar{w})| = |-6 + 8i| - |z + i\bar{w}| \geq 10 - 3 = 7.$$

Dấu bằng xảy ra, khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} z = k.i\bar{w} \\ -6 + 8i = m.(z + i\bar{w}) \end{cases} \quad k > 0, m < 0.$$

Lấy modun 2 vế, ta được:
$$\begin{cases} |z| = k.|i\bar{w}| \\ |-6 + 8i| = -m.|z + i\bar{w}| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = k.2 \\ 10 = -m.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ m = -\frac{10}{3} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = \frac{-8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases} \Rightarrow |z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5}..$$

Câu 77: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} + 6 + 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất $|z - w|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

C. 3.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $|z + i\bar{w} + 6 + 8i| \geq |6 + 8i| - |z| - |i\bar{w}| = 10 - 1 - 2 = 7$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi
$$\begin{cases} z = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ i\bar{w} = -\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}$$

Khi đó $|z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5}$

Câu 78: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} - 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 3.

D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có:

$$|w| = 2 \Rightarrow |i\bar{w}| = 2$$

$$|z + i\bar{w}| \leq |z| + |i\bar{w}| = 3$$

$$P = |z + i\bar{w} - 6 - 8i| \geq |-6 - 8i| - |z + i\bar{w}| = 10 - 3 = 7.$$

$$\text{Suy ra: } P_{\min} = 7 \text{ khi } \begin{cases} z = k.i\bar{w}, (k \geq 0) \\ -6 - 8i = h.(z + i\bar{w}), (h \leq 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ h = -\frac{10}{3} \\ z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \\ \bar{w} = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } |z - w| = \left| \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i - \left(\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \right) \right| = \frac{\sqrt{29}}{5}.$$

Câu 79: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z-2i|^2$?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } |z^2| = |z - \bar{z}| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2|b| (*)$$

$$\text{Mặt khác } |(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z-2i|^2 (**)$$

$$\text{Vì } \overline{\bar{z}+2i} = z-2i \text{ nên } |\bar{z}+2i| = |z-2i|.$$

$$\text{Nên từ } (**) \Leftrightarrow \begin{cases} |z-2i| = 0 \Rightarrow z = 2i \\ |z+2| = |z-2i| \end{cases}.$$

$$\text{Với } |z-2i| = 0 \Rightarrow z = 2i \text{ (thỏa mãn } (*))$$

$$\text{Với } |z+2| = |z-2i| \Rightarrow (a+2)^2 + b^2 = a^2 + (b-2)^2 \Leftrightarrow a = -b \text{ thay vào } (*) \text{ ta được:}$$

$$b^2 + b^2 = 2|b| \Leftrightarrow b^2 = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -1 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = -1 + i \\ z = 1 - i \end{cases}.$$

Vậy có tất cả 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 80: Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

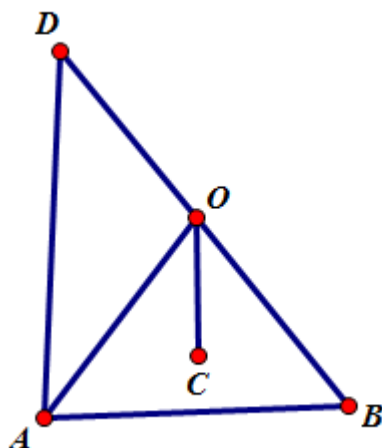
D. $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2) \Rightarrow |3z_1z_2| = |4z_3(z_1 + z_2)| \Leftrightarrow |3z_1z_2| = |4z_3(z_1 - (-z_2))|$$

$$\Leftrightarrow |z_1 - (-z_2)| = 3.$$



Lấy D đối xứng với B qua O , suy ra D biểu diễn $(-z_2)$.

Ta có $|z_1 - (-z_2)| = 3 \Leftrightarrow AD = 3$.

$\triangle ABD$ có trung tuyến $AO = \frac{1}{2}BD$ nên $\triangle ABD$ vuông tại $A \Rightarrow AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{7}$.

$$+ 3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2) \Leftrightarrow z_1(3z_2 - 4z_3) = 4z_2z_3$$

$$\Rightarrow |z_1||3z_2 - 4z_3| = |4z_2z_3|$$

$$\Rightarrow |3z_2 - 4z_3| = 4 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OC}| = 4 \Leftrightarrow 9OB^2 + 16OC^2 - 24OB \cdot OC \cdot \cos BOC = 16$$

$$\Leftrightarrow \cos BOC = \frac{3}{4}.$$

Áp dụng định lí cosin cho $\triangle BOC$ ta có:

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2 - 2OB \cdot OC \cdot \cos BOC} = \sqrt{4 + 1 - 4 \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{2}.$$

Tương tự tính được $AC = \sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$