**TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH GIỎI MỨC 9-10 ĐIỂM**

**MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ - CỰC TRỊ LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU – KHỐI CẦU**

**Câu 1.** Cho một bán cầu đựng đầy nước với bán kính . Người ta bỏ vào đó một quả cầu có bán kính bằng . Tính lượng nước còn lại trong bán cầu ban đầu.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 2.** Cho khối cầu  tâm , bán kính  không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao  và bán kính đáy  nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao  theo  sao cho thể tích khối trụ lớn nhất.



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 3. (HSG** **Bắc** **Ninh** **2019)** Một cơ sở sản suất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm đề đựng rượu có thể tích là  . Để tiết kiệm sản suất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản suất những chiếc hộp hình trụ có bán kính là  sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tìm 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 4. (Mã** **104** **2017)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng , tính thể tích của khối chóp có thể tích lớn nhất.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 5. (Sở** **Vĩnh** **Phúc** **2019)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng , khối chóp có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 6. (Chuyên** **Vĩnh** **Phúc** **2019)** Trong không gian , lấy điểm trên tia sao cho . Trên hai tia  lần lượt lấy hai điểm  thay đổi sao cho . Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 7. (KTNL** **GV** **THPT** **Lý** **Thái** **Tổ** **2019)** Cho hình chóp  có đáy  là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng , . Khi thể tích khối chóp  đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 8.** Cho mặt cầu  có bán kính . Khối tứ diện  có tất cả các đỉnh thay đổi và cùng thuộc mặt cầu  sao cho tam giác vuông cân tại  và. Biết thể tích lớn nhất của khối tứ diện  là  (, là các số nguyên dương và  là phân số tối giản), tính.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9.** Trong không gian cho tam giác  có . Gọi  là điểm thay đổi thuộc mặt cầu tâm , bán kính . Giá trị nhỏ nhất của  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10.** Cho mặt cầu  có bán kính bằng , đường kính . Qua  và  dựng các tia  tiếp xúc với mặt cầu và vuông góc với nhau.  và  là hai điểm lần lượt di chuyển trên  sao cho  cũng tiếp xúc với . Biết rằng khối tứ diện  có thể tích  không đổi.  thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 11.** Trên mặt phẳng  cho góc . Đoạn  và vuông góc với mặt phẳng . Các điểm  chuyển động trên  sao cho ta luôn có: . Tính diện tích của mặt cầu  có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Câu 12.*** Cho tứ diện  có hình chiếu của lên mặt phẳng là nằm trong tam giác . Biết rằng  cũng là tâm của một mặt cầu bán kính và tiếp xúc các cạnh . Dựng hình bình hành . Tính giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13. (SGD Điện Biên - 2019)** Một vật thể đựng đầy nước hình lập phương không có nắp. Khi thả một khối cầu kim loại đặc vào trong hình lập phương thì thấy khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương đó. Tính bán kính của khối cầu, biết thể tích nước còn lại trong hình lập phương là 10. Giả sử các mặt của hình lập phương có độ dày không đáng kể

**A. . B. . C. . D. .**

**Câu 14. (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên 2019)** Một cái thùng đựng đầy nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng ba lần bán kính mặt đáy của thùng. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng chiều cao của thùng nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là . Biết rằng khối cầu tiếp xúc với mặt trong của thùng và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước (hình vẽ). Thể tích nước còn lại trong thùng có giá trị nào sau đây?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 15. (THPT Mai Anh Tuấn\_Thanh Hóa - 2019)** Cho tứ diện  có  và đôi một vuông góc với nhau. Gọi  là bán kính mặt cầu tiếp xúc với cả bốn mặt của tứ diện. Giả sử . Giá trị nhỏ nhất của  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

Xem thêm tại Website VnTeach.Com https://www.vnteach.com

**Câu 16.** Cho hai mặt cầu  và  đồng tâm , có bán kình lần lượt là  và . Xét tứ diện  có hai đỉnh  nằm trên  và hai đỉnh  nằm trên . Thể tích lớn nhất của khối tứ diện  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 17.** Cho tứ diện đều  có mặt cầu nội tiếp là  và mặt cầu ngoại tiếp là , hình lập phương ngoại tiếp  và nội tiếp trong mặt cầu . Gọi , ,  lần lượt là bán kính các mặt cầu , , . Khẳng định nào sau đây đúng?

(*Mặt cầu nội tiếp tứ diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của tứ diện, mặt cầu nội tiếp hình lập phương là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương*).

**A.**  và . **B.**  và . **C.**  và . **D.**  và .

**Câu 18. (THPT Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2018)** Cho hình chóp  có , cạnh bên  vuông góc với , góc tạo bởi  và đáy  bằng ,  và tam giác  có diện tích bằng . Diện tích mặt cầu  ngoại tiếp hình chóp  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 19. (Yên Phong 1 - 2018)** Cho mặt cầu tâm *O* bán kính 2*a*, mặt phẳng (α) cố định cách *O* một đoạn là *a*, (α) cắt mặt cầu theo đường tròn (T). Trên (T) lấy điểm *A* cố định, một đường thẳng qua *A* vuông góc với (α) cắt mặt cầu tại điểm *B* khác . Trong (α) một góc vuông *xAy* quay quanh *A* và cắt (*T*) tại 2 điểm phân biệt *C*, *D* không trùng với  Khi đó chọn khẳng định đúng:

**A.** Diện tích tam giác *BCD* đạt giá trị nhỏ nhất là 

**B.** Diện tích tam giác *BCD* đạt giá trị lớn nhất là 

**C.** Diện tích tam giác *BCD* đạt giá trị nhỏ nhất là 

**D.** Do (α) không đi qua *O* nên không tồn tại giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất của diện tích tam giác

**Câu 20. (THPT Hải An - Hải Phòng - 2018)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng , tính thể tích  của khối chóp có thể tích lớn nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 21. (THPT Yên Khánh A - 2018)** Cho hình chóp tứ giác đều chiều cao là  nội tiếp trong một mặt cầu bán kính . Tìm  theo  để thể tích khối chóp là lớn nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 22. (Sở Vĩnh Phúc - 2021)** Cho mặt cầu có bán kính không đổi là . Một hình chóp lục giác đều  nội tiếp mặt cầu . Tìm giá trị lớn nhất  của thể tích khối chóp 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 23. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Cho hình chóp  có đáy  là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên  là tam giác cân tại  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích  của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết ?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 24. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021)** Cho hình lăng trụ đều , biết góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng , diện tích tam giác  bằng . Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 25.** Ông An cần làm một đồ trang trí như hình vẽ. Phần dưới là một phần của khối cầu bán kính  làm bằng gỗ đặc, bán kính của đường tròn phần chỏm cầu bằng . Phần phía trên làm bằng lớp vỏ kính trong suốt. Biết giá tiền của  kính như trên là 1.500.000 đồng, giá triền của  gỗ là 100.000.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông An mua vật liệu để làm đồ trang trí là bao nhiêu.



**A. . B. . C. . D. **

**Câu 26. (Sở Bắc Ninh-2021)** Cho hình chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng  và cạnh bên bằng , với . Gọi  là thể tích khối cầu xác định bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp . Giá trị nhỏ nhất của thuộc khoảng nào sau đây?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.