|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH QUẢNG NINH**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM 2022**  **Môn thi: Toán – bảng A**  **Ngày thi: 23/02/2022**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho là các số dương thỏa mãn điều kiện 

Tính giá trị biểu thức 

1. Cho hai hàm số và (m là tham số)

Hãy tìm các giá trị của để đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt

**Câu 2. (5,0 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình : 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn phương trình 
2. Tìm tất cả các số nguyên để phương trình có nghiệm là số hữu tỉ

**Câu 4. (6,0 điểm)** Cho đường tròn và dây cố định không là đường kính của . Lấy điểm trên cung lớn sao cho và , D là điểm chính giữa của cung nhỏ Từ B hạ vuông góc với (H thuộc AD), từ D hạ vuông góc với . Đường thẳng cắt đường thẳng và lần lượt tại E và F

1. Chứng minh E thuộc và song song với BC
2. Hạ vuông góc với Chứng minh đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng 
3. Chứng minh đường thẳng luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi di chuyển trên cung BC nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện đề bài

**Câu 5. (1,0 điểm)** Trên bảng người ta viết số nguyên dương liên tiếp và thực hiện các thao tác sau : Xóa đi hai số bất kỳ (trong 2022 số trên) rồi lại viết lên bảng một số bằng tổng của hai số vừa xóa, cứ tiếp tục làm như vậy cho đến khi trên bảng chỉ còn lại một số. Hỏi số còn lại trên bảng là số chẵn hay số lẻ, vì sao ?

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. **Cho là các số dương thỏa mãn điều kiện **

**Tính giá trị biểu thức **

Ta có :



1. **Cho hai hàm số và (m là tham số)**

**Hãy tìm các giá trị của để đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt**

Ta có hoành độ giao điểm của hai hàm số trên là nghiệm của phương trình 

Để đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì 

**Câu 2. (5,0 điểm)**

1. **Giải phương trình : **

ĐKXĐ: Phương trình tương đương 



Vậy phương trình có tập nghiệm S=

1. **Giải hệ phương trình : **

Từ phương trình thay vào phương trình . Ta có :





Vậy hệ phương trình có nghiệm 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn phương trình **

Phương trình tương đương : . Ta có :



Vậy thỏa mãn bài toán

1. **Tìm tất cả các số nguyên để phương trình có nghiệm là số hữu tỉ**

Giả sử đa thức , trong đó là các hệ số nguyên.Nếu có nghiệm hữu tỉ thì mọi nghiệm hữu tỉ của P(x) đều là số nguyên và là một trong các ước số của hệ số 

Trở lại bài toán, phương trình có nghiệm hữu tỉ thì nghiệm hữu tỉ đó sẽ là . Lần lượt thay vào phương trình

Ta có thỏa mãn bài toán

**Câu 4. (6,0 điểm) Cho đường tròn và dây cố định không là đường kính của . Lấy điểm trên cung lớn sao cho và , D là điểm chính giữa của cung nhỏ Từ B hạ vuông góc với (H thuộc AD), từ D hạ vuông góc với . Đường thẳng cắt đường thẳng và lần lượt tại E và F**

****

1. **Chứng minh E thuộc và song song với BC**

Vì D là điểm chính giữa cung BC nên cân tại A

nên tứ giác nội tiếp

tứ giác nội tiếp hay E thuộc đường tròn (O)

Vì cân tại A nên là đường trung trực của đoạn 

Suy ra 

1. **Hạ vuông góc với Chứng minh đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng **

Gọi I là giao điểm của với KL

Ta có nên tứ giác nội tiếp

nên tứ giác nội tiếp

hay là trung điểm của BC

1. **Chứng minh đường thẳng luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi di chuyển trên cung BC nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện đề bài**

Ta có (cạnh huyền – góc nhọn) nên suy ra AD là đường trung trực của đoạn 

Do đó 

Vì BC cố định nên không đổi, suy ra không đổi. Do đó không đổi nên AE không đổi

Gọi M là chân đường vuông góc kẻ từ O đến AE, suy ra không đổi mà O cố định.  
Vậy luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định

**Câu 5. (1,0 điểm) Trên bảng người ta viết số nguyên dương liên tiếp và thực hiện các thao tác sau : Xóa đi hai số bất kỳ (trong 2022 số trên) rồi lại viết lên bảng một số bằng tổng của hai số vừa xóa, cứ tiếp tục làm như vậy cho đến khi trên bảng chỉ còn lại một số. Hỏi số còn lại trên bảng là số chẵn hay số lẻ, vì sao ?**

Ta có tổng của 2022 số trên bảng là

là một số lẻ. mỗi lần thực hiện xóa đi hai số bất kỳ và thay vào đó số mới bằng thì tổng các số trên bảng không đổi. Do đó số còn lại trên bảng là số lẻ.