**PHÒNG GD & DÀO TẠO YÊN THÀNH GIAO LƯU**

|  |  |
| --- | --- |
| **CỤM CHUYÊN MÔN SỐ 6** | **HỌC SINH GIỎI LỚP 8 Năm 2022 - 2023**  **MÔN: TOÁN HỌC**  ***Thời gian làm bài: 120 phút*** |

**Câu 1**(4*,0 điểm*).

a)Phân tích đa thức  thành nhân tử.

b)Cho a;b;c là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn:.

Tính giá trị của biểu thức: P=.

**Câu 2**(*5,0 điểm*).

a)Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho  thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9.

b, Giải phương trình: .

c, Cho số nguyên tố p > 3 và 2 số nguyên dương a, b sao cho: p2 + a2 = b2 . Chứng minh a chia hết cho 12

**Câu 3**(3*,0 điểm*).

a) Đa thức f(x) khi chia cho  dư 4, khi chia cho  dư . Tìm phần dư khi chia f(x) cho 

b,Cho là các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng:

 

**Câu 4(***7,0 điểm***)** Cho tam giác vuông tại A có là tia phân giác của . Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của D trên và là giao điểm của và là giao điểm của CM và 

a) Chứng minh tứ giác là hình vuông và 

b) Gọi là giao điểm của và Chứng minh đồng dạng với và H là trực tâm 

c) Gọi giao điểm của và là K, giao điểm của và BC là O, giao điểm của và AD là Chứng minh : .

**Câu 5**(1*,0 điểm*). Tìm các số nguyên thỏa mãn: .

………………………………………..HẾT……………………………………………

|  |  |
| --- | --- |
| **KỲ THI GIAO LƯU CỤM 6** | **HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 Năm 2023**  MÔN: TOÁN HỌC |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Câu | Y | NỘI DUNG | ĐIỂM |  |
| **Câu 1**(4*,0 điểm*).  a)Phân tích đa thức  thành nhân tử.  b)Cho a;b;c là ba số đôi một khác nhau thỏa mãn:.  Tính giá trị của biểu thức: P=. | | | | |
| 1  4đ | a  2đ | a) =  =  ==  == | 0,5  0,5  0,5  0,5 |  |
| b  2đ | b) (a+b+c)2=    Tương tự: ; | 0,5  0,5  0,5  0,5 |  |
| **Câu 2**(*5,0 điểm*).  a)Chứng minh rằng nếu tổng của hai số nguyên chia hết cho  thì tổng các lập phương của chúng chia hết cho 9.  b, Giải phương trình: .  c, Cho số nguyên tố p > 3 và 2 số nguyên dương a, b sao cho: p2 + a2 = b2 . Chứng minh a chia hết cho 12 | | | | |
| Câu 2  5Điểm | a  2điểm | 1. Gọi 2 số phải tìm là và , ta có chia hết cho 3   Ta có:  Vì chia hết cho 3 nên  chia hết cho 3.  Do vậy, chia hết cho 9 | 1,0  1,0 |  |
| b  2điểm | Đặt  Phương trình đã cho trở thành:      Vậy nghiệm của phương trình là: | 0.25  0.25  0.25  0.5  0.5  0.25 |  |
| c  1 điểm | 1. Ta có: p2 + a2 = b2 ⬄ p2 = (b + a)(b - a)  Mà ước của p2 là 1; p và p2  Do b + a > b – a với mọi a, b nguyên dương và p nguyên tố lớn hơn 3  Nên không xảy ra trường hợp b + a = b – a = p  Do đó (1)  Mà p nguyên tố và p > 3, suy ra p lẻ  nên p + 1 và p – 1 là hai số chẵn (2)  Từ (1) và (2) suy ra (p + 1)(p -1) chia hết cho 8  Suy ra 2a chia hết cho 8, nên a chia hết cho 4 (3)  Lại có p nguyên tố và p > 3. Nên p không chia hết cho 3 và p2 là số chính phương lẻ. Do đó p2 chia 3 dư 1  Suy ra p2 – 1 chia hết cho 3, nên 2a chia hết cho 3  Suy ra a chia hết cho 3 ( vì (2, 3) = 1) (4)  Tư (3) và (4) suy ra a chia hết cho 12 (do (3, 4) = 1) (đpcm) | 0.25  0.25  0.25  0.25 |  |
| **Câu 3**(3*,0 điểm*).  a) Đa thức f(x) khi chia cho  dư 4, khi chia cho  dư . Tìm phần dư khi chia f(x) cho  b,Cho là các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng: | | | | |
|  | a  **(1.5 điểm)** | Theo định lí bơ-zu ta có: f(x) chia  dư 4 => f(-1) = 4.  Do bậc của đa thức chia là 3 nên đa thức dư có dạng .  Gọi thương là q(x).Theo định nghĩa phép chia còn dư, ta có  Mà f(x) chia cho  dư  (1)  Mặt khác f(-1)=4  a -b+ c = 4 (2) . Do đó ta có :    Vậy đa thức dư cần tìm có dạng: |  |  |
| 0,25  0,5  0.5  0,25 |  |
|  | b.    **(1.5 điểm)** | Tương tự:  Do đó:  Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:    Vậy .  Dấu “=” xảy ra | 0.5  0.5  0.25  0.25 |  |
| **Câu 4(***7,0 điểm***)** Cho tam giác vuông tại A có là tia phân giác của . Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của D trên và là giao điểm của và là giao điểm của CM và  a) Chứng minh tứ giác là hình vuông và  b) Gọi là giao điểm của và Chứng minh đồng dạng với và H là trực tâm  c) Gọi giao điểm của và là K, giao điểm của và BC là O, giao điểm của và AD là Chứng minh : . | | | | |
| 0.5điểm | | | | |
|  | ***a. (2.5 điểm)***  Chứng minh tứ giác là hình vuông và | | | |
|  | **\* Chứng minh tứ giác AMDN là hình vuông** |  |  |
| +) Chứng minh | 0.25 |  |
| Suy ra tứ giác là hình chữ nhật | 0.25 |  |
| +) Hình chữ nhật có AD là phân giác của | 0.25 |  |
| nên tứ giác là hình vuông. | 0.25 |  |
| **\* Chứng minh EF // BC** |  |  |
| +) Chứng minh :  và | 0.25 |  |
| Chứng minh | 0.25 |  |
| Chứng minh | 0.25 |  |
| Từ  suy ra | 0.5 |  |
| ***b) 2.0 điểm.***  Gọi là giao điểm của và Chứng minh đồng dạng với và H là trực tâm | | | |
|  | **\* Chứng minh** |  |  |
| Chứng minh suy ra | 0.25 |  |
| Chứng minh  và | 0.25 |  |
| Chứng minh Suy ra | 0.25 |  |
| Từ (5) (6) (7) (8) suy ra | 0.25 |  |
| \* **Chứng minh H là trực tâm tam giác AEF** |  |  |
| Vì nên | 0.25 |  |
| Mà  Suy ra | 0.25 |  |
| Tương tự: | 0.25 |  |
| suy ra H là trực tâm | 0.25 |  |
| **c) 2.0 điểm.** Gọi giao điểm của và là K, giao điểm của và BC là O, giao điểm của và AD là Chứng minh : | | | |
|  | Đặt Khi đó: | 0.25 |  |
|  | 0.5 |  |
| Theo định lý AM-GM ta có:  Tương tự : | 0.5 |  |
| Suy ra | 0.5 |  |
| Dấu xảy ra khi và chỉ khi là tam giác đều, suy ra trái với giả thiết. | 0,25 |  |
| **Câu5**  **( 1 điểm)** | **5**(1*,0 điểm*). Tìm các số nguyên thỏa mãn: . | | | |
| 5 | Ta có: | 0,5 |  |
| Ta thấy  nên do nguyên nên | 0,5 |  |
| Với  thay vào ta được: tìm được  Với thay vào ta có: , không tìm được nguyên  Với  thay vào ta có  không tìm được nguyên | 0,25  0,25  0,25 |  |
|  |  | Vậy | 0,25 |  |

( ***Lưu ý mọi cách giải đúng đều cho điểm tối đa)***

------------------ Hết --------------

Nhóm chuyên mộn