

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} 3x = y^3 + y^2 + y \\ 3y = x^3 + x^2 + x \end{cases} \\ 2) \quad & \begin{cases} 3x = y^3 + y^2 + y \\ 3y = z^3 + z^2 + z \\ 3z = x^3 + x^2 + x \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 2. Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn tâm O , bán kính R . Gọi M là điểm tùy ý nằm trên đường tròn này.

1) Chứng minh: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 6R^2$.

2) Chứng minh: $MA^4 + MB^4 + MC^4 = 18R^4$.

3) Thay tam giác ABC đều bằng hình vuông $ABCD$. Hãy tính $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$; $Q = MA^4 + MB^4 + MC^4 + MD^4$.

Bài 3. Cho số thực α và xét dãy số (x_n) với
$$\begin{cases} x_1 = \alpha \\ x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

1) Với $\alpha \in (1; 2)$. Chứng minh $1 < x_n < 2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ và (x_n) là dãy số giảm.

2) Với $\alpha \in [1; +\infty)$. Tùy vào giá trị của α , tìm giới hạn của (x_n) .

Bài 4.

1) Cho $a; b; c > 0$ và $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 3$. Chứng minh $abc \geq \frac{a+b+c}{3}$.

2) Cho $a; b; c > 0$ và $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = 3$. Chứng minh $abc \geq \frac{a+b+c}{3}$.

Bài 5. Trên $[0; 2\pi)$ xét $n \in \mathbb{N}^*$ phương trình: $\cos x = 1$; $\cos 2x = 1$; $\cos 3x = 1$; ...; $\cos nx = 1$. Ta đếm tất cả các nghiệm của n phương trình trên. Đặt kết quả của phép đếm là T . Ta tính tổng tất cả các nghiệm của n phương trình trên và đặt kết quả là S .

1) Giải phương trình: $\cos nx = 1$ trên $[0; 2\pi)$.

2) Chứng minh: $S = (T - n)\pi$.

———— Hết ————