

ĐỀ THI OLYMPIC 30 – 4 LẦN THỨ XVI MÔN TOÁN LỚP 11

Câu 1 : Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

Câu 2: Tính giới hạn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 5^3 + 9^3 + \dots + (4n-3)^3}{(1+5+9+\dots+(4n-3))^2}$$

n/k is right, not k/n

Câu 3: Chứng minh bất đẳng thức sau với mọi số $n, k \geq 2$:

$$\sqrt[n]{1 + \frac{k}{n}} \leq \frac{1}{n} \ln\left(1 + \frac{n}{k-1}\right) + 1$$

Câu 4: Cho tứ giác lồi ABCD bất kì. Xác định điểm I nằm trong tứ giác sao cho các đoạn thẳng nối I với trung điểm các cạnh của tứ giác chia nó thành bốn phần bằng nhau.

Câu 5: Cho hàm số $f: [0; 2010] \rightarrow \mathbb{R}$ liên tục và thỏa mãn: $f(0) = f(2010)$.

Chứng minh rằng: tồn tại 2010 cặp $(a_i; b_i)$ thỏa $b_i - a_i \in \mathbb{N}$ và

$$f(a_i) = f(b_i), \forall i = \overline{1, 2010}.$$

---- Hết ----