|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT NGHỆ AN****TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN ÔN** | **KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HSG TỈNH LỚP 12** **NĂM HỌC 2022– 2023. MÔN THI: TOÁN***Thời gian làm bài: 150 phút***( 10/8/2022) ĐỀ 31** |

**Câu I (6,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình

2) Cho hàm số có đồ thị . Chứng minh rằng đường thẳng luôn cắt đồ thị tại điểm phân biệt. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng .

**Câu II (5,0 điểm)**

1. Chọn ngẫu nhiên điểm từ đỉnh của một hình lập phương. Tính xác suất để điểm đó tạo thành một tam giác đều.

1. Cho hàm số có đạo hàm trên và có bảng biến thiên như sau



Số điểm cực đại của hàm số

**Câu III (5,0 điểm)** Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a; AD = 2a và ; góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) bằng 450. Gọi M là trung điểm BC và N là trung điểm của SC

a. Tính thể tích khối tứ diện NMCD

b. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SDC

**Câu IV (2,0 điểm)**

Cho hình chóp có . Chứng minh khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng không vượt quá .

**Câu V (1,0 điểm)** Cho là các số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức:

**…………………………………Hết…………………………………..**

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12****MÔN: TOÁN****(Thời gian làm bài 150 phút)** |

**Câu I. 1** Giải hệ phương trình .

**Lời giải**

Trừ theo vế hai phương trình trong hệ rồi rút gọn ta được:

 .

Xét hàm số trên ta có .

Từ đó .

Do đó hàm số là hàm số đồng biến trên .

Vì vậy .

Thay vào ta được:

.

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt: , .

**Câu I. 2** Cho hàm số có đồ thị . Chứng minh rằng đường thẳng luôn cắt đồ thị tại điểm phân biệt. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài của đoạn thẳng .

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm : ,

Ta có , .

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt hay đường thẳng luôn cắt đồ thị tại điểm phân biệt.

 Gọi ;



Dấu ‘’=’’ xảy ra . Vậy .

**Câu II. 1** Chọn ngẫu nhiên điểm từ đỉnh của một hình lập phương. Tính xác suất để điểm đó tạo thành một tam giác đều.

**Lời giải**



 Số phần tử của không gian mẫu là .

 Gọi là biến cố :” điểm được chọn là đỉnh của một tam giác đều ”.

Giả sử hình lập phương là , khi đó với mỗi đỉnh của hình lập phương, tạo được tam giác đều từ đỉnh đó.

( Chẳng hạn với đỉnh , ta có các tam giác đều , , , tức là với mỗi đỉnh lập phương, ta tạo được tam giác đều ).

**Câu II.2**

⬩ Đặt , ta có .

.

Ta có bảng biến thiên



⬩ Đặt , ta có .

Ta có: chỉ đổi dấu qua .

.

Từ bảng biến thiên của ta có

có hai nghiệm phân biệt .

có hai nghiệm phân biệt

có hai nghiệm phân biệt

có hai nghiệm

vô nghiệm

⬩ Ta có bảng biến thiên



Từ bảng, dễ dàng suy ra hàm số có điểm cực đại.

**Câu III.1**

|  |  |
| --- | --- |
|

|  |
| --- |
|  |

1. + AB là hình chiếu của SB lên (ABCD) góc giữa SB và (ABCD) là

 |
| + vuông cân tại A  |
|  |
|  |
| +  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
| Vẽ Vẽ  |
|  Góc giữa hai mặt phẳng (SCB) và (SCD) bằng góc  |
| + + Mà  |
| +  |

**Câu IV** Cho hình chóp có =. Chứng minh khoảng cách từ điểm đến không vượt quá .

**Lời** **giải**

Tứ giác có các cạnh bằng nhau nên là hình thoi: .

Gọi là giao điểm của với thì là trung điểm của ; .

Các tam giác ; bằng nhau nên .

Do đó vuông tại .

Ta có: (do cân tại ) .



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Gọi Ta có: Ta có với   | 0.25 |
| Ta có đều cạnh a nên   | 0.25 |
| Dấu xảy ra thỏa mãn. | 0.25 |
| V | **Cho là các số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức:** | **1.0** |
|  | Ta có   | 0.25 |
|  Tương tự cộng lại ta được  | 0.25 |
| (Áp dụng BĐT với dương) | 0.25 |
| Lại có Suy ra Đẳng thức xảy ra khi  | 0.25 |

**Ghi chú:** Thí sinh giải đúng bằng cách khác đáp án vẫn cho điểm tối đa.