**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**

 **SƠN TÂY LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2023-2024**

 **MÔN THI: TOÁN**

 **ĐỀ CHÍNH THỨC Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề**

 **(Đề thi có 1 trang)**

Câu 1. ( 5 điểm)

a) Tìm các số thực  sao cho đa thức  chia hết cho đa thức 

b) Cho biểu thức . Tính giá trị của P với  và .

Câu 2. ( 5 điểm)

a) Giải hệ phương trình: .

b) Tìm các số nguyên ,  thỏa mãn: 

Câu 3. (2 điểm) Cho ba số thực  dương thỏa mãn: . Chứng minh:



Câu 4. (7 điểm)

Cho tam giác  có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn  và . Các đường cao  của tam giác  cắt nhau tại . Gọi  là giao điểm của hai đường thẳng  và . Đường thẳng  cắt  tại  khác .

a) Chứng minh năm điểm  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi  là trung điểm của . Chứng minh ba điểm  thẳng hàng.

c) Chứng minh .

Câu 5 (1 điểm)

Cho 2013 điểm  và đường tròn  tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng. Chứng minh trên đường tròn  đó, ta luôn có thể tìm đường một điểm  sao cho .

**ĐÁP ÁN**

Bài 1:

1) Đặt 

Từ đó .

2) Nhận xét  nên  là nghiệm của phương trình 

Ta có:



Bài 2:

1) Hệ .

Ta có: 

Rút  theo  thế vào phương trình (2) ta có thể giải được hệ.

2) Nhân 2 vào hai vế ta được



Thay các  vào phương trình tìm 

Bài 3:

a) Sử dụng dấu hiệu trong chứng minh tứ giác nội tiếp ta có  nên tứ giác  nội tiếp.

Mặt khác tứ giác  nội tiếp.

Vậy A, M, F, H, E cùng nằm trên đường tròn.

b) Vì tứ giác  nội tiếp nên  vuông góc với  tại 

Sử dụng bổ đề nếu  kéo dài cắt  tại  thì  thẳng hàng, tức là  thẳng hàng.

c) Sử dụng định lý Ptoleme cho tứ giác .

Bài 4:

Đặt .

Khi đó ta cần chứng minh: .

Ta có: .

Chứng minh tương tự và cộng lại ta được:



Bài 5:

Kẻ đường kính  bất kì 

Đặt 

Nếu  thì  là điểm  cần tìm

Nếu  thì  là điểm cần tìm.