

CHỦ ĐỀ 2

ỨNG DỤNG THỰC TIỄN VÀ ỨNG DỤNG HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

DẠNG 1

ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

Câu 1. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo bằng bao nhiêu?



Câu 2. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400; 800; 16)$. Xác định tọa độ vị trí điểm N .

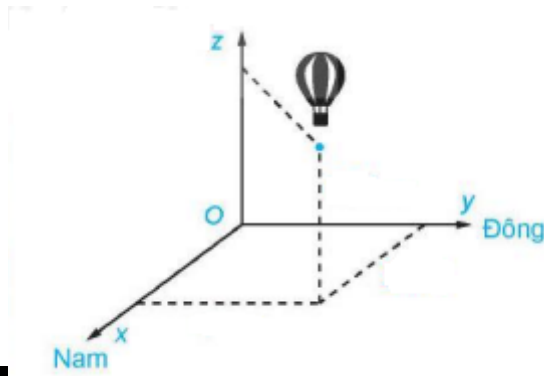


Câu 3. Một chiếc khinh khí cầu bay lên tại điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu cách điểm xuất phát về phía Đông $10(km)$ và về phía Nam $5(km)$, đồng thời cách mặt đất $400(m)$.

Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} , với gốc đặt tại điểm xuất phát của khinh khí cầu, mặt phẳng (O_{xy}) trùng với mặt đất, trục O_x hướng về phía Nam, trục O_y hướng về phía Đông, trục O_z hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).

a) Tìm tọa độ của chiếc khinh khí cầu đối với hệ trục tọa độ đã chọn.

b) Xác định khoảng cách của chiếc khinh khí cầu với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

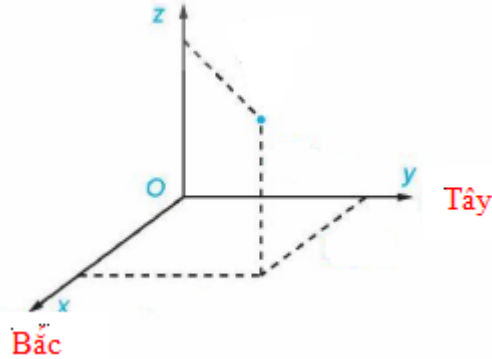


Câu 4. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $50(km)$ và về phía Tây $20(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).

a) Tìm tọa độ của chiếc khinh khí cầu đối với hệ trục tọa độ đã chọn.

b) Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó.



Câu 5. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(km)$ và về phía Tây $10(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,7(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(km)$ và về phía Nam $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay.



Câu 6. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $100(km)$ và về phía Nam $80(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $70(km)$ và về phía Tây $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,8(km)$.



- Xác định khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó.
- Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai.

Câu 7. Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.



- a) Xác định khoảng cách giữa chiếc máy bay thứ nhất và chiếc máy bay thứ hai.
b) Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó.

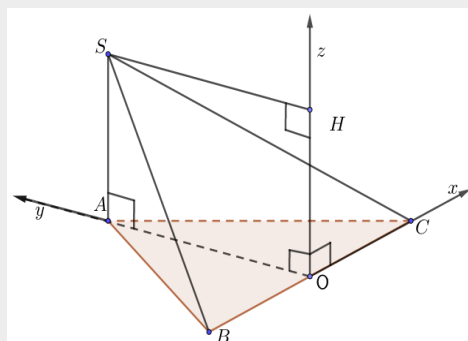
DẠNG 2

ỨNG DỤNG HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

I. Gắn tọa độ đối với hình chóp

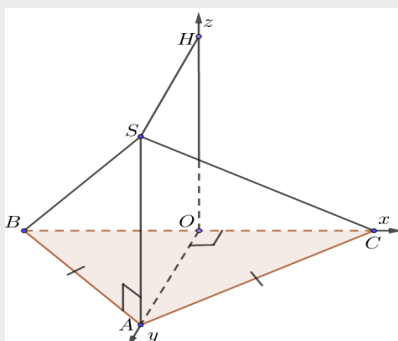
1. Hình chóp có cạnh bên (SA) vuông góc với mặt đáy:

Đáy là tam giác đều



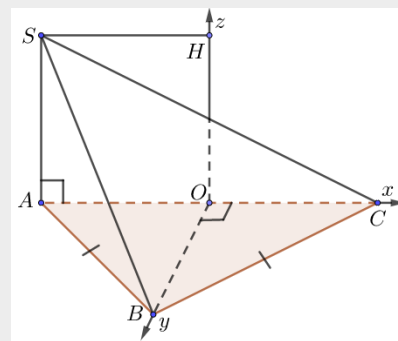
- Gọi O là trung điểm BC . Chọn hệ trục như hình vẽ, $AB = a = 1$.
- Tọa độ các điểm là:
 $O(0;0;0)$, $A\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $B\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$,
 $C\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$, $S\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$.

Đáy là tam giác cân tại A

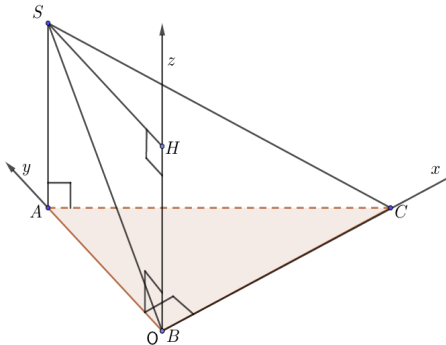
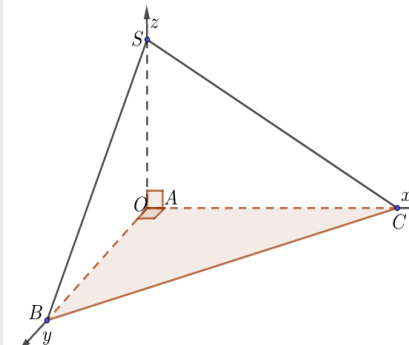
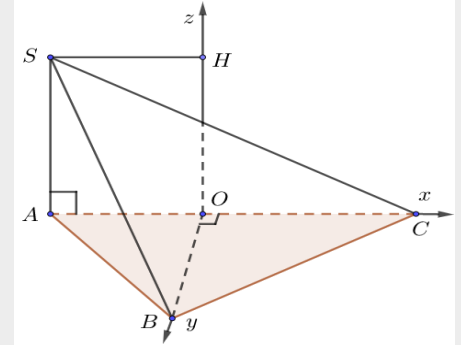
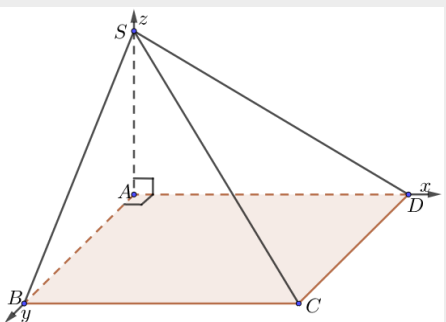
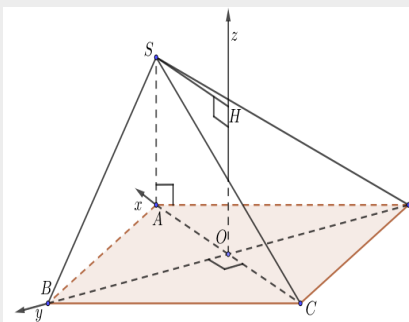
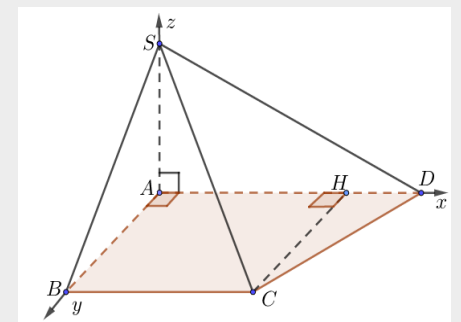


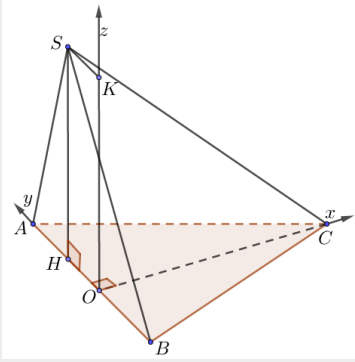
- Gọi O là trung điểm BC . Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ các điểm là:
 $O(0;0;0)$, $A(0; OA; 0)$, $B(-OB; 0; 0)$,
 $C(OC; 0; 0)$, $S\left(0; OA; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$.

Đáy là tam giác cân tại B



- Gọi O là trung điểm AC . Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$,
 $A(-OA; 0; 0)$, $B(0; OB; 0)$,
 $C(OC; 0; 0)$, $S\left(-OA; 0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$.

Đáy là tam giác vuông tại B  - Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$. - Tọa độ các điểm: $B \equiv O(0; 0; 0)$, $A(0; AB; 0)$, $C(BC; 0; 0)$, $S\left(0; AB; \frac{BH}{\sin A}\right)$.	Đáy là tam giác vuông tại A  - Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$. - Tọa độ các điểm: $A \equiv O(0; 0; 0)$, $B(0; OB; 0)$, $C(AC; 0; 0)$, $S(0; 0; SA)$.	Đáy là tam giác thường  - Dựng đường cao BO của ΔABC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$. - Tọa độ các điểm: $O(0; 0; 0)$, $A(-OA; 0; 0)$, $B(0; OB; 0)$, $C(OC; 0; 0)$, $S\left(-OA; 0; \frac{SH}{\sin A}\right)$.
Đáy hình vuông, hình chữ nhật  - Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$. - Tọa độ $A \equiv O(0; 0; 0)$, $B(0; AB; 0)$, $C(AD; AB; 0)$, $D(AD; 0; 0)$, $S(0; 0; SA)$.	Đáy là hình thoi  - Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$. - Tọa độ $O(0; 0; 0)$, $A(OA; 0; 0)$, $B(0; OB; 0)$, $C(-OC; 0; 0)$, $D(0; -OD; 0)$, $S\left(OA; 0; \frac{SH}{\sin A}\right)$.	Đáy là hình thang vuông  - Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$. - Tọa độ $A \equiv O(0; 0; 0)$, $B(0; AB; 0)$, $C(AH; AB; 0)$, $D(AD; 0; 0)$, $S(0; 0; SA)$.
2. Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy		
Đáy là tam giác, mặt bên là tam giác thường	Đáy là tam giác cân tại C (hoặc đều), mặt bên là tam giác cân tại S (hoặc đều)	Đáy là hình vuông-hình chữ nhật

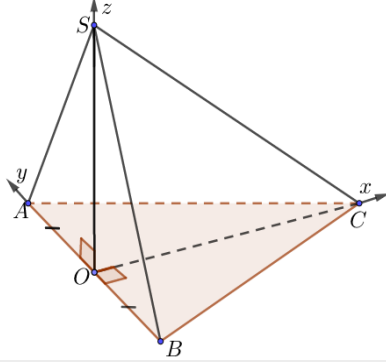


- Vẽ đường cao CO trong $\triangle ABC$. Chọn hệ trục như hình, $a = 1$.

Ta có:

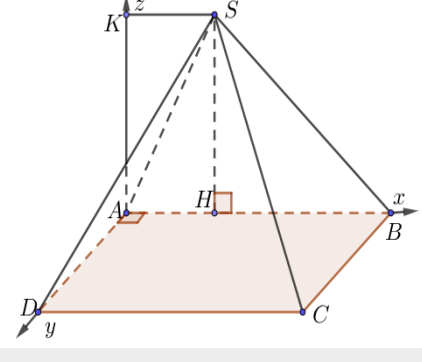
$$O(0;0;0), A(0;OA;0), B(0;-OB;0),$$

$$C(OC;0;0), S\left(0;OH;\frac{OK}{SH}\right)$$



- Gọi O là trung điểm BC, chọn hệ trục như hình, $a = 1$.

Ta có: $O(0;0;0), A(0;OA;0),$
 $B(0;-OB;0), C(OC;0;0), S(0;0;SO)$



- Dựng hệ trục như hình, chọn $a = 1$.

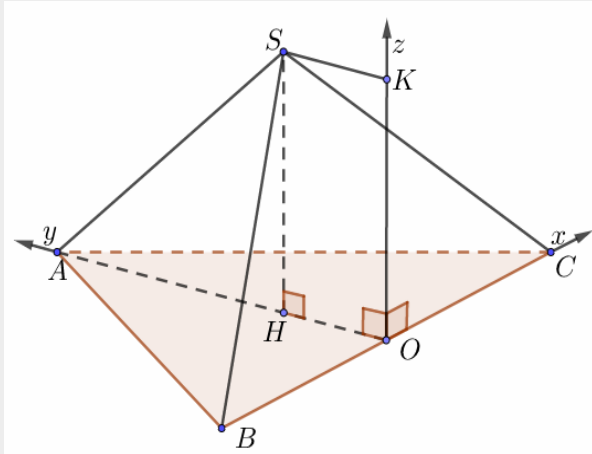
Ta có:

$$A \equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0),$$

$$D(0;AD;0), S\left(AH;0;\frac{AK}{SH}\right)$$

3. Hình chóp đều

Hình chóp tam giác đều



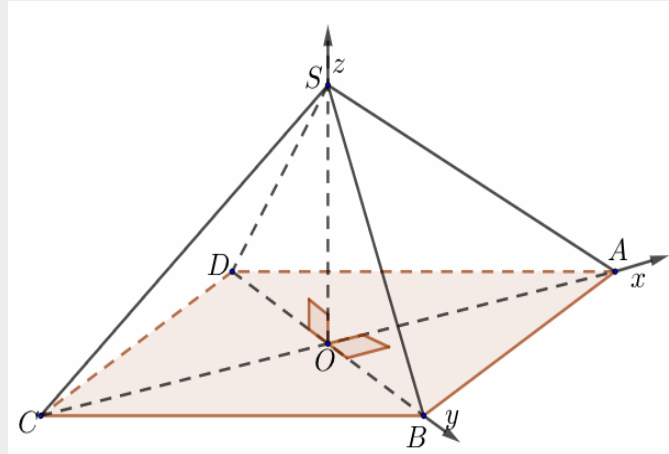
Gọi O là trung điểm một cạnh đáy. Dựng hệ trục như hình vẽ và $a = 1$.

Tọa độ điểm:

$$O(0;0;0), A\left(0;\frac{AB\sqrt{3}}{2};0\right), B\left(-\frac{BC}{2};0;0\right),$$

$$C\left(\frac{BC}{2};0;0\right), S\left(0;\frac{AB\sqrt{3}}{2};\frac{OK}{SH}\right)$$

Hình chóp tứ giác đều



Chọn hệ trục như hình với $a = 1$.

Tọa độ điểm:

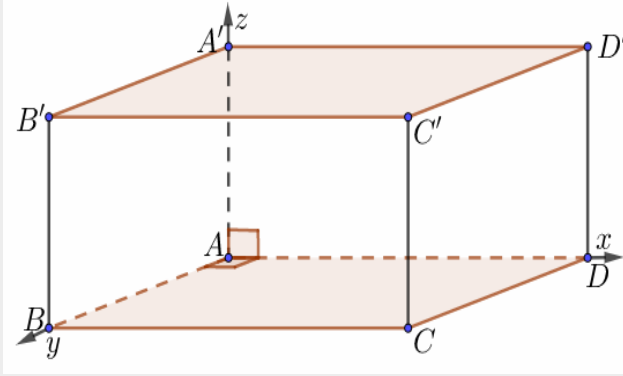
$$O(0;0;0), A\left(\frac{AB\sqrt{2}}{2};0;0\right), B\left(0;\frac{AB\sqrt{2}}{2};0\right),$$

$$C\left(-\frac{AB\sqrt{2}}{2};0;0\right), D\left(0;-\frac{AB\sqrt{2}}{2};0\right); S(0;0;SO)$$

II. Gắn tọa độ đối với hình lăng trụ

1. Lăng trụ đứng

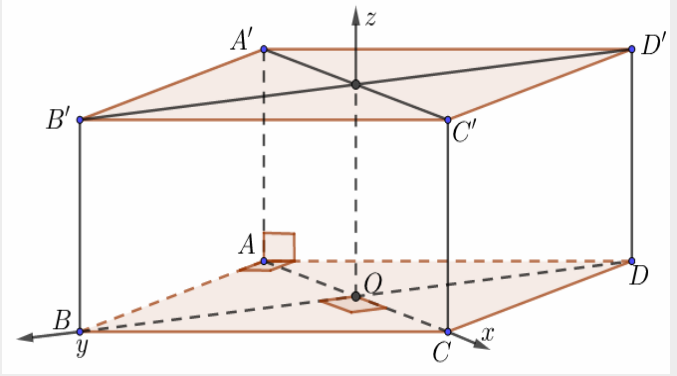
Hình lập phương, hình hộp chữ nhật



Dựng hệ trục như hình vẽ với $a = 1$. Tọa độ điểm:

$$\begin{aligned} A &\equiv O(0;0;0), \\ B(0;AB;0), C(AD;AB;0), \\ D(AD;0;0), \\ A'(0;0;AA'), \\ B'(0;AB;AA'), C'(AD;AB;AA'), D'(AD;0;AA'). \end{aligned}$$

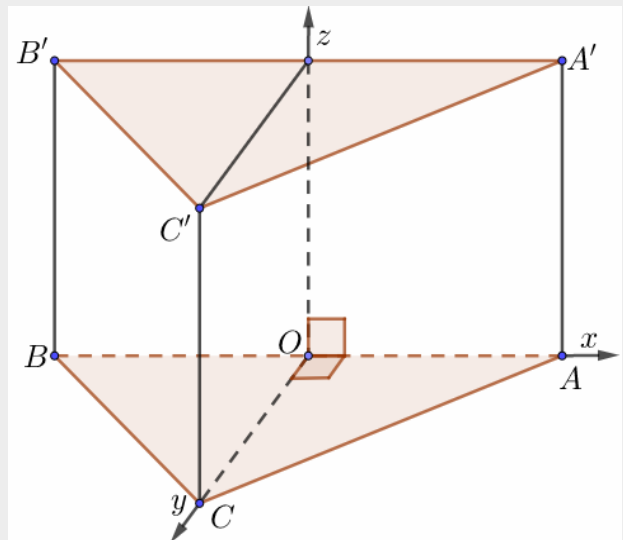
Lăng trụ đứng đáy là hình thoi



Gọi O là tâm hình thoi đáy, ta dựng hệ trục như hình vẽ với

$$\begin{aligned} O(0;0;0), A(-OA;0;0), B(0;OB;0), C(OC;0;0), \\ D(0;-OD;0), A'(-OA;0;AA'), B'(0;OB;AA'), \\ C'(OC;0;CC'), D'(0;-OD;DD'). \end{aligned}$$

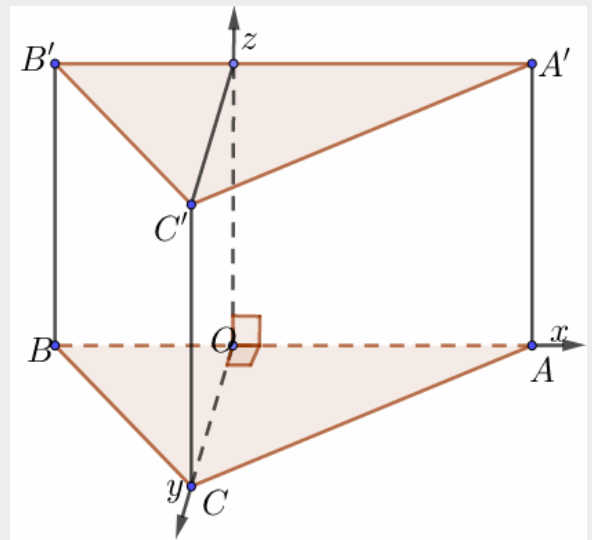
Lăng trụ tam giác đều



Gọi O là trung điểm một cạnh đáy, chọn hệ trục như hình vẽ với $a = 1$. Ta có:

$$\begin{aligned} O(0;0;0), A\left(\frac{AB}{2};0;0\right), B\left(-\frac{AB}{2};0;0\right), C(0;OC;0), \\ A'(OA;0;AA'), B'\left(-\frac{AB}{2};0;BB'\right), C'(0;OC;CC'). \end{aligned}$$

Lăng trụ đứng có đáy tam giác thường



Vẽ đường cao CO trong tam giác ABC và chọn hệ trục như hình vẽ với $a = 1$.

Tọa độ điểm là:

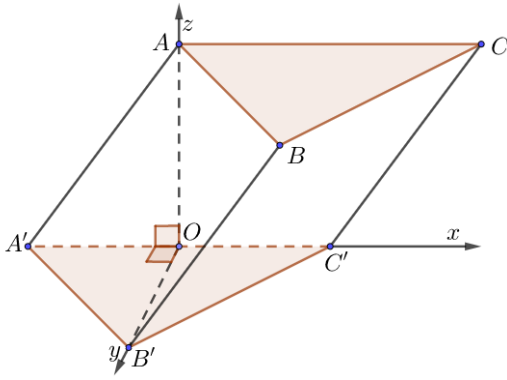
$$\begin{aligned} O(0;0;0), A(OA;0;0), B(-OB;0;0), C(0;OC;0), \\ A'(OA;0;AA'), B'(-OB;0;BB'), C'(0;OC;CC'). \end{aligned}$$

2. Lăng trụ xiên:

Lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đối diện là trung điểm

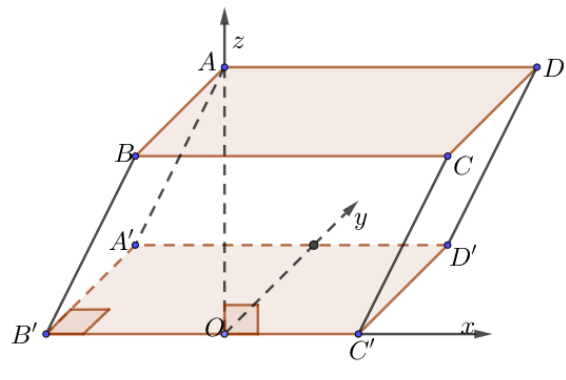
Lăng trụ xiên có đáy là hình vuông hoặc hình chữ nhật, hình chiếu của một đỉnh là một điểm

một cạnh tam giác đáy



- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', A .
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

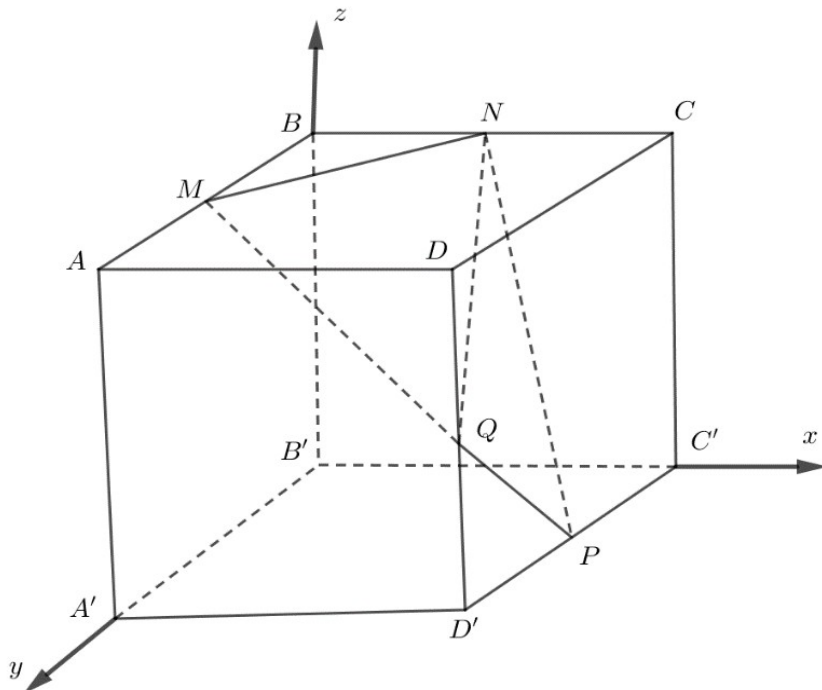
thuộc cạnh đáy không chứa đỉnh đó



- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', D', A .
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xác định tọa độ các điểm M, N, P, Q .



A. $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P(1; 1; 0), Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$.

D. $M\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), P\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), Q\left(1; 1; \frac{1}{2}\right)$.

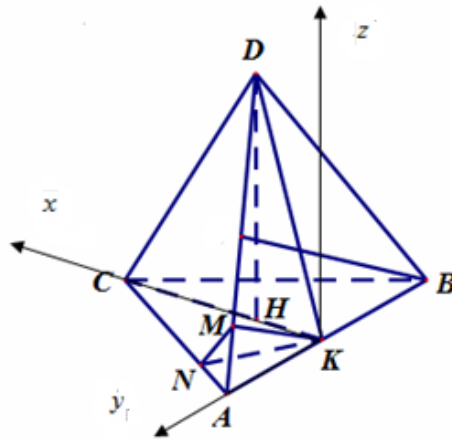
Câu 9. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi K là trung điểm AB , gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của K lên AD, AC . Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xác định tọa độ các điểm K, M, N theo a .

A. $K(0; 0; 0), M\left(\frac{a\sqrt{3}}{24}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right), N\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{3a}{2}; 0\right)$.

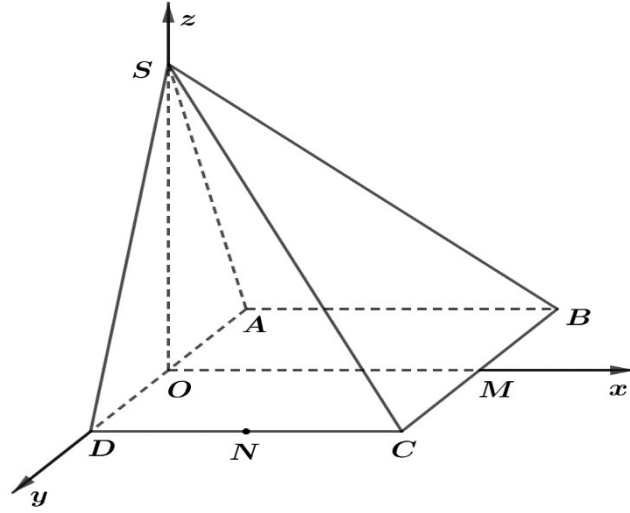
B. $K(0; 0; 0), M\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right), N\left(\frac{a\sqrt{3}}{8}; \frac{3a}{8}; 0\right)$.

C. $K(0; 0; 0), M\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{3}\right), N\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{3a}{2}; 0\right)$.

D. $K(0; 0; 0), M\left(\frac{a\sqrt{3}}{24}; 0; \frac{a\sqrt{6}}{12}\right), N\left(\frac{a\sqrt{3}}{8}; \frac{3a}{8}; 0\right)$.



Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.



Xác định tọa độ các điểm S, M, N theo a .

- A. $S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right); M(a;0;0); N\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$ B. $S(0;0;a\sqrt{3}); M(a;0;0); N\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$
- C. $S\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{2}\right); M(a;0;0); N\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$ D. $S\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right); M(a;0;0); N\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=5, OB=2, OC=4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và AMN . Khoảng cách từ G đến K là:

- A. $GK=\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $GK=\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $GK=\frac{1}{2}$ D. $GK=\frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45° , E là trung điểm của SD , $AB=2a$, $AD=DC=a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACE . Độ dài BG là:

- A. $BG=\frac{a\sqrt{89}}{6}$ B. $BG=\frac{a\sqrt{113}}{6}$ C. $BG=\frac{a\sqrt{89}}{2}$ D. $BG=\frac{a\sqrt{89}}{3}$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD . Độ dài MG là:

- A. $MG=\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $MG=\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $MG=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $MG=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

Câu 14. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB=4, AD=3, AA'=5$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACB' . Độ dài BG là:

A. $BG = \frac{\sqrt{2}}{3}$

B. $BG = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

C. $BG = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

D. $BG = \frac{5\sqrt{2}}{3}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

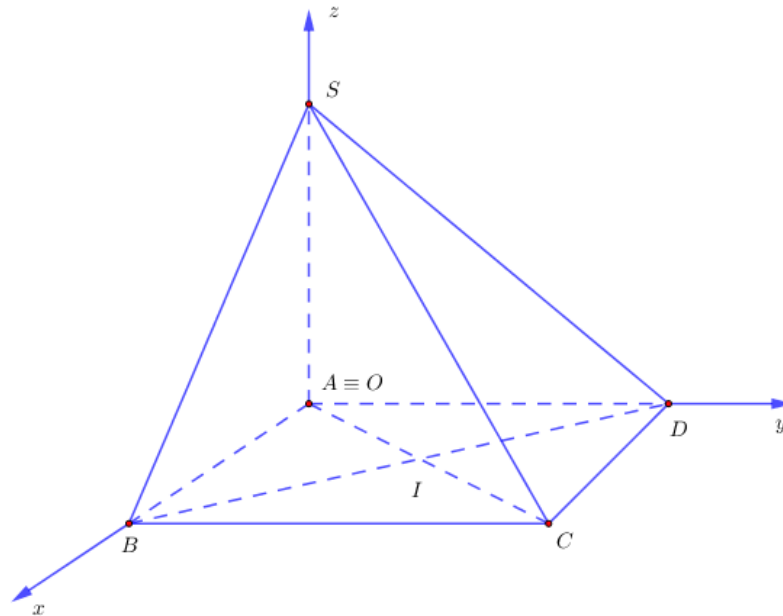
Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AD=2, AB=AC=1$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC và G là trọng tâm của tam giác ABD . Tính độ dài BI .

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN . Tính tọa độ điểm G .

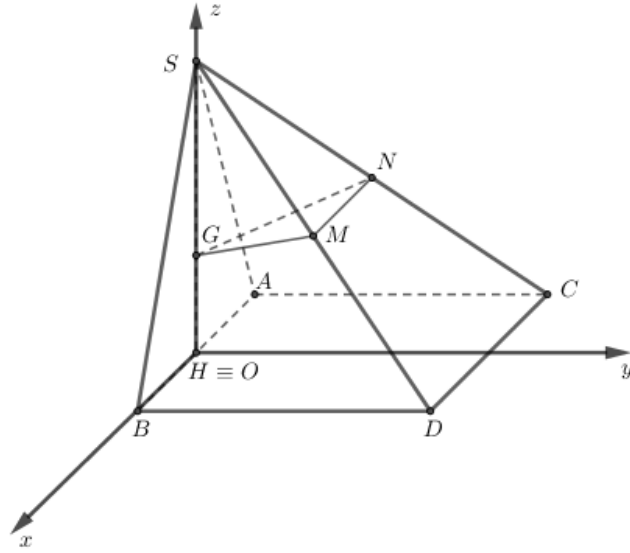
Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm của tam giác $A'BD$. Tính độ dài $C'G$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, BC=a\sqrt{3}, SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD . Tính độ dài CG .

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan \alpha = \sqrt{2}$ thì tọa độ điểm I là bao nhiêu? Biết $I = AC \cap BD$ và chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.



Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới, Tính tọa độ các điểm G, M, N theo a .



Câu 21. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Tính góc tạo bởi hai vector $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$.

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính $\cos$ góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA .

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30° . Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M, N là trung điểm AB, BC . Tìm $\cos$ góc tạo bởi hai đường thẳng (SM, DN) .