|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **BÌNH PHƯỚC**   |  | | --- | | **ĐỀ DỰ BỊ** | | *(Hướng dẫn chấm có 6 trang)* | | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI**  **CẤP TỈNH THCS NĂM HỌC 2023-2024**  *Môn : Toán*  *Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*  *Ngày thi : 09/03/2024* |

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **ĐÁP ÁN** | **Thang điểm** |
| **Câu 1 (5.0 đ).** | **1.** Cho .  **a)** Rút gọn . | **2.25đ** |
| Điều kiện xác định : | **0.5** |
| Ta có: | **0.25** |
|  | **0.5** |
|  | **0.5** |
|  | **0.5** |
| **b)** Tìm các giá trị nguyên của  để . | **0.75** |
|  | **0.25** |
|  | **0.5** |
| **2.** Cho  là hai số thực thỏa mãn  Chứng minh rằng : | **2đ** |
| Ta có : . |  |
|  | **0.25**  **0.5** |
|  | **0.75** |
| . | **0.5** |
| **Câu 2 (5.0 đ).** | **1.** Giải phương trình : | **1.5đ** |
| Điều kiện :  (luôn đúng)  Ta có | **0.25** |
|  | **0.25** |
| Đặt  ta có phương trình : | **0.5** |
| Với  ta có .  Vậy phương trình có nghiệm | **0.5** |
| **2.** Giải hệ phương trình : . | **2đ** |
| Điều kiện :  Xét phương trình (1) của hệ ta có | **0.25**  **0.5** |
|  | **0.25** |
| **TH1:**  không thỏa mãn điều kiện bài toán. | **0.25** |
| **TH2:**  thay vào phương trình thứ hai ta có:      Vậy hệ có nghiệm: | **0.25**  **0.5** |
| **3.** Cho parabol  và đường thẳng .   1. Chứng minh rằng đường thẳng  luôn cắt parabol  tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị . | **0.5đ** |
| Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và Parabol là:  (1) | **0.25** |
| với mọi  nên (1) có hai nghiệm phân biệt, suy ra  luôn cắt  tại hai điểm phân biệt | **0.25** |
| b) Gọi  và  là các giao điểm của  và . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức . | **1.0** |
| Theo định lý Viet, ta có: | **0.25**  **0.25**  **0.25** |
| Vậy  khi . | **0.25** |
| **Câu 3 (5.0 đ).** | Cho đường tròn và điểm nằm ngoài đường tròn. Từ  kẻ các tiếp tuyến  với đường tròn ( là các tiếp điểm). Đường thẳng qua  cắt đường tròn  tại  và  ( ) sao cho điểm  nằm trong . Gọi  là điểm đối xứng của qua . Gọi  là giao điểm của  và .  a) Chứng minh rằng  đồng dạng . | **1.5đ** |
| Xét  và , ta có  và | **0.5** |
| Nên  Lại có  nên | **0.5**  **0.5** |
| b) Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai . Chứng minh rằng  cân. | **2đ** |
| Do  cân tại  và  nên  cân tại .    cân tại  Do đó  nội tiếp.  Suy ra  hay là điểm chính giữa của  của đường tròn .  Vậy  cân tại . | **0.5**  **0.75**  **0.75** |
| c) Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh rằng . | **1.5đ** |
| Gọi  là giao điểm của  và . Ta có    Do đó, tứ giác  nội tiếp, mà tứ giác nội tiếp nên  nằm trên đường tròn ngoại tiếp tứ giác .  Xét  và , ta có  Và  nên    Vậy . | **0.5**  **0.25**  **0.5**  **0.25** |
| **Câu 4**  **(2.0 đ).** | Cho tứ giác  nội tiếp trong một đường tròn. Hai đường chéo  và  cắt nhau tại . Chứng minh . | **2đ** |
|  |  |
| Ta có:    Theo bất đẳng thức Cô si ta có:  . Dấu bằng xảy ra  Từ  và  Tương tự ta có:  . Dấu bằng xảy ra khi  . Dấu bằng xảy ra khi  Dấu bằng xảy ra khi  Cộng từng vế của  ta được:  Dấu bằng xảy ra  là hình chữ nhật | **0.25**  **0.25**  **0.25**  **0.75**  **0.25**  **0.25** |
| **Câu 5 (3.0 đ).** | **1.** Cho . Chứng minh rằng: | **1.5đ** |
| Ta có | **0.25** |
| Sử dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có:  (1). | **0.25** |
| Mặt khác  (2) | **0.25**  **0.25** |
| Từ (1) và (2) suy ra  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . | **0.25**  **0.25** |
|  | **2.** Tìm tất cả các cặp số nguyên  thỏa mãn phương trình : . | **1.5đ** |
| Xét phương trình : | **0.25**  **0.25** |
|  | **0.25** |
| + Với  phương trình này không có nghiệm nguyên.  + Với | **0.25**  **0.25** |
| Vậy phương trình có nghiệm nguyên duy nhất là | **0.25** |

***Lưu ý :*** *Học sinh làm theo phương án khác nếu đúng cũng đạt điểm tối đa*