|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD&ĐT NGHỆ AN **TRƯỜNG THPT DIỄN CHÂU 2****Đề chính thức** | **KỲ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI LỚP 12 CẤP THPT NĂM HỌC 2022 - 2023** **Môn thi: TOÁN**  *Thời gian:* ***150*** *phút (không kể thời gian giao đề)* |

**Câu I.*(5.5 điểm)*** 1. Cho hàm số  có đạo hàm 

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số 

 2.Giải hệ phương trình 

**Câu II.*(4.0 điểm)***

 1. Có bao nhiêu số nguyên  để hàm số  có đúng 5 điểm cực trị.

 **2.** Cho khai triển.Biết .

Tính giá trị biểu thức 

**Câu III.*( 2.0 điểm)*** Trong đợt xét tuyển đại học năm 2022, trường THPT A chỉ có 5 học sinh gồm 3 nam và 2 nữ cùng đậu vào khoa X của trường Đại học K. Số học sinh đậu vào khoa X được sắp xếp ngẫu nhiên thành 4 lớp. Tính xác suất để sắp xếp được đúng 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ của trường THPT A học cùng một lớp.

**Câu IV*.( 2.0 điểm).*** Cho các số thực dương  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau: 

**Câu V*.1.( 4.5 điểm)*** Cho hình chóp tứ giác đều  biết , góc giữa hai mặt phẳng  và mặt phẳng  bằng .

 a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  và .

 b) Lấy các điểm ,  lần lượt thuộc các cạnh ,  sao cho , . Gọi  là giao điểm của  và mặt phẳng . Tính thể tích của khối đa diện .

2. ***( 2.0 điểm)*** Cho tam giác  vuông tại  có  Gọi  là mặt phẳng chứa  và vuông góc với mặt phẳng  Điểm  di động trên  sao cho tam giác  nhọn và hai mặt phẳng  và  lần lượt hợp với mặt phẳng  hai góc phụ nhau. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng  và mặt phẳng để khối chóp  có thể tích lớn nhất và tính thể tích lớn nhất đó.

------------Hết-----------

*Họ và tên thí sinh: ......................................................... Số báo danh: ...................................*

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1a****(3,0 điểm)** | Ta có (\*) |
| Mặt khác ta có  |
| Do  |
| .Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  |

**1 (16 TO-4-DOT-24-108-CAU-NHI-THUC-NEWTON)**Cho khai triển.Biết

. Tính giá trị biểu thức .

**A.** ** B.** ** C.** ** D.** ****

**Lời giải**

**Chọn** **D**

Ta có suy ra 

 suy ra 

**.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 15:** Giải hệ phương trình  |

**Phân tích:** Với hệ này, có cấu trúc ở phương trình thứ nhất khá quen thuộc và cũng được chúng tôi giải bằng phương pháp nhân lượng liên hiệp. Tuy nhiên, chúng tôi sẽ giải bài toán này theo phương pháp hàm số.

 Như ở phần liên hiệp chúng tôi đã phân tích thì phương trình thứ nhất sẽ được đưa về phương trình :

 .

 Và như vậy định dạng hàm số đại diện đã xuất hiện đó chính là .

 Ta có : .

 Và như vậy hàm số  luôn tăng trên  và lúc này ta có mối quan hệ giữa . Như thế hệ được giải quyết hoàn toàn.

**Lời giải :** Điều kiện : .

 Vì .

 Do đó phương trình thứ nhất trong hệ được biến đổi thành phương trình sau :

 

 Xét hàm số .

 Ta có: .

 Do đó hàm số  luôn tăng trên . Do đó từ .

 Thế vào phương trình thứ hai trong hệ ta có được phương trình :

 .

 Nhận xét với  không thỏa phương trình 

Trường hợp 1:  thì phương trình  trở thành phương trình :

 

  vì 

 .

 Trường hợp 2:  thì phương trình trở thành phương trình:

 

 vì 

 .

 Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của hệ là

 .

|  |
| --- |
| Cho hàm số .Tìm các giá trị của tham số thực để bất phương trình  nghiệm đúng với . |
| Ta có   đồng biến trên .Từ giả thiết suy ra  |
|  (do  là hàm số lẻ) |
|  Xét  và trên  có bảng biến thiên là |
| Từ bảng biến thiên suy ra  khi và chỉ khi  |
| Cho tam giác  vuông tại  có  Gọi  là mặt phẳng chứa  và vuông góc với mặt phẳng  Điểm  di động trên  sao cho tam giác  nhọn và hai mặt phẳng  và  lần lượt hợp với mặt phẳng  hai góc phụ nhau. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng  và mặt phẳng để khối chóp  có thể tích lớn nhất và tính thể tích lớn nhất đó. |
|  Kẻ  với  Suy ra  Thể tích khối chóp là Do dó thể tích khối chóp  lớn nhất khi  lớn nhất. Kẻ  với   với  Khi đó theo giả thiết, ta có và  |
| Ta có . |
| Đặt  , . Ta có Xét  trênLập bảng biến thiên của hàm số  trên khoảng ta đượcđạt giá trị lớn nhất khi  hay .Khi đó  và   |

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 4a****(2,5 điểm)** |  |
| Gọi  là trung điểm của ,  là trọng tâm của tam giác , . Do  là hình thoi cạnh  nên  là trọng tâm tam giác . nên .  |
| Kẻ . Từ , ta tính được  |
| **Câu 4b****(2,0 điểm)** |  |
| Gọi  là trung điểm của  ta có  là hình thoi cạnh Kẻ . Do nên . Từ đó suy ra  và góc của 2 mặt phẳng ;  là góc giữa  và  và bằng .  |
| Dễ thấy Suy ra Trường hợp  loại do trong tam giác vuông  thì .Vậy . |
| Kẻ  có Diện tích tam giác  là  |

|  |
| --- |
| Cho tam giác  vuông tại  có  Gọi  là mặt phẳng chứa  và vuông góc với mặt phẳng  Điểm  di động trên  sao cho tam giác  nhọn và hai mặt phẳng  và  lần lượt hợp với mặt phẳng  hai góc phụ nhau. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng  và mặt phẳng để khối chóp  có thể tích lớn nhất và tính thể tích lớn nhất đó. |
|  Kẻ  với  Suy ra  Thể tích khối chóp là Do dó thể tích khối chóp  lớn nhất khi  lớn nhất. Kẻ  với   với  Khi đó theo giả thiết, ta có và  |
| Ta có . |
| Đặt  , . Ta có Xét  trênLập bảng biến thiên của hàm số  trên khoảng ta đượcđạt giá trị lớn nhất khi  hay .Khi đó  và   |

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 4:****(3,0đ)** | **Cho hình chóp tứ giác đều  biết , góc giữa hai mặt phẳng  và mặt phẳng  bằng .****a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  và .** |
| **a)** Gọi  là trung điểm .Khi đó ta có .Suy ra góc giữa hai mặt phẳng  và mặt phẳng là góc  hay .Trong  vuông tại  ta có: ; ;. |
| Do .Trong  kẻ  với .Do .Từ (1) và (2) suy ra . Vậy . |
|  | Trong  vuông tại  ta có: .Vậy . |
| **(2,0đ)** | **b) Lấy các điểm ,  lần lượt thuộc các cạnh ,  sao cho , . Gọi  là giao điểm của  và mặt phẳng . Tính thể tích của khối đa diện .** |
|  | Gọi  là giao điểm của  và .Ta có .Gọi  là giao điểm của  và .Do .Trong  có , ,  thẳng hàng nên theo định lý Menelaus ta có .Thể tích tứ diện  là  (đvtt).Ta thấy  (c – g – c) .. |
| ... (đvtt).Thể tích khối đa diện  là  (đvtt).Vậy thể tích khối đa diện  là (đvtt). |

|  |
| --- |
| **Cho các số thực dương  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:**  |
| Theo bất đẳng thức AM – GM ta có : Áp dụng bất đẳng thức trên ta có:  Vậy Đặt thì ta có .  |
| Ta lại có đánh giá sau đây:Vậy ta có . Xét hàm số với , ta có  với mọi  nên . Vậy Dấu đẳng thức xảy ra khi:  Vậy  khi  |

**Câu 21.** Có bao nhiêu số nguyên  để hàm số  có đúng 5 điểm cực trị.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Thị Thu Hà ; Fb: Phạm Thị Thu Hà***

**Chọn D**

Ta có 

Đặt 



Ta có 

Ta có phương trình 

Nếu thì phương trình vô nghiệm và có 1 nghiệm đơn Hàm số  có 1 điểm cực trị. Khi đó hàm số  có 1 cực trị.

Nếu thì phương trình có nghiệm képvà có 1 nghiệm đơn Hàm số  có 1 điểm cực trị. Khi đó hàm số  có 1 cực trị.

Nếu  thì phương trình có 2 nghiệm đơn phân biệt.

Do đó để hàm số  có đúng 5 điểm cực trị thì hàm số  phải có đúng 3 điểm cực trị 

Kết hợp điều kiện  và  ta có 

Vậy có 17 số nguyên để hàm số  có đúng 5 điểm cực trị.