

**ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12**

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 – LỚP 12

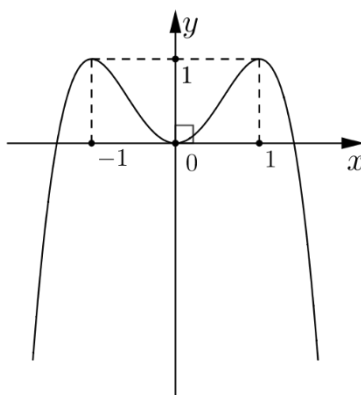
Bài thi môn: TOÁN

(Đề gồm có 06 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $-\frac{9}{4}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. 0.

D. 5.

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(n) = -20n^2 + 480n$ trên nửa khoảng $(0; +\infty)$

A. 2870.

B. 2880.

C. 2800.

D. 2000.

Câu 4. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $y = 2$.

B. $x = 2$.

C. $x = 2$.

D. $y = 1$.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có ba đường tiệm cận?

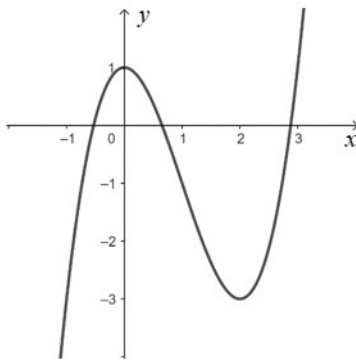
A. $y = \frac{1-2x}{1+x}$

B. $y = \frac{1}{4-x^2}$

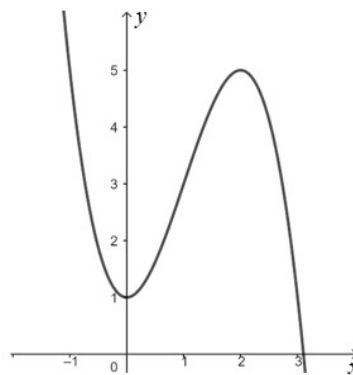
C. $y = \frac{x+3}{3x-1}$

D. $y = \frac{x}{x^2-x+9}$

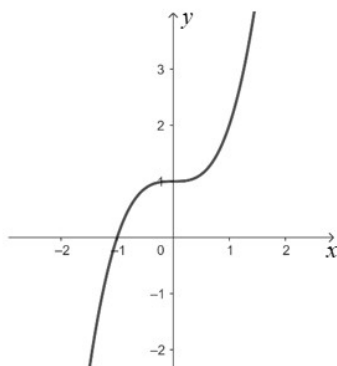
Câu 6. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$



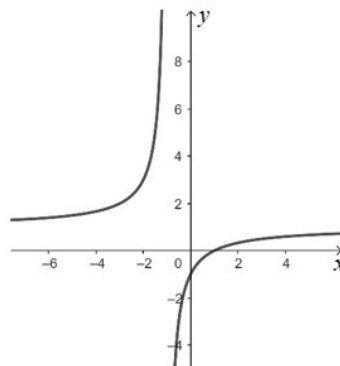
A.



B.

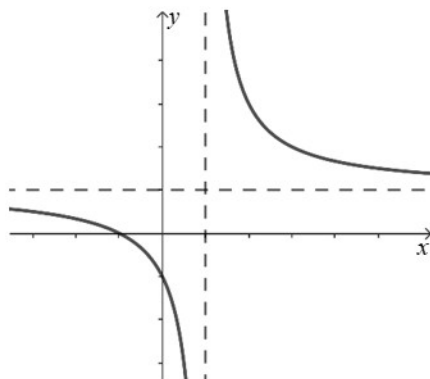


C.



D.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AD} = c$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a + b - 2c)$

B. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$

C. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a - 2b + c)$

D. $\overline{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overline{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(-4; 3; 2)$

B. $(2; 3; -4)$

C. $(3; -4; 2)$

D. $(-2; -3; 4)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là:

A. $(-2; 6; -3)$

B. $(2; -6; 3)$

C. $(-2; -2; -3)$

D. $(2; 2; 1)$

Câu 11. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
[40 ; 50)	3
[50 ; 60)	6
[60 ; 70)	19
[70 ; 80)	23
[80 ; 90)	9
	$n = 60$

Bảng 8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A.** 50. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Câu 12. Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

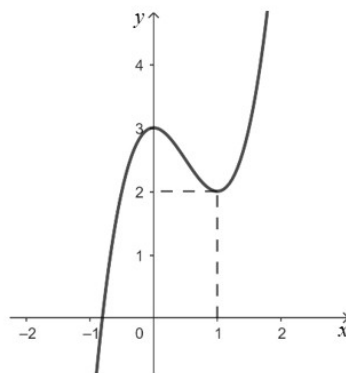
- A.** Khoảng biến thiên.
B. Khoảng tứ phân vị.
C. Phương sai.
D. Độ lệch chuẩn.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$.

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
- B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
- D. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $a=(2;3;2)$ và $b=(1;1;-1)$.

- A. Tọa độ vector $a-b=(1;2;3)$.
- B. Tích vô hướng của hai vector a và b bằng 6.
- C. Hai vector a và b không cùng phương.
- D. Cosin góc giữa vector a và b bằng $\frac{\sqrt{51}}{51}$.

Câu 4. Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng Độ ẩm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

Bảng 24

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[75;78,3)$	76,65	0	$[75;78,3)$	76,65	5
$[78,3;81,6)$	79,95	2	$[78,3;81,6)$	79,95	6
$[81,6;84,9)$	83,25	1	$[81,6;84,9)$	83,25	1
$[84,9;88,2)$	86,55	6	$[84,9;88,2)$	86,55	0
$[88,2;91,5)$	89,85	3	$[88,2;91,5)$	89,85	0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là: 16,5

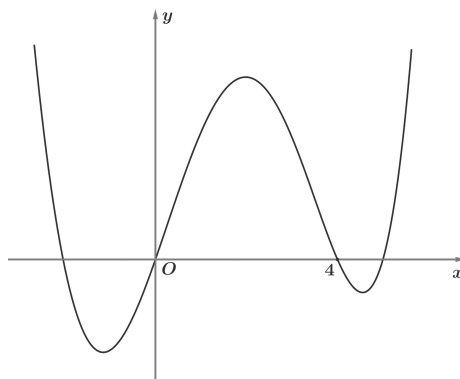
b) Xét số liệu ở Đà Lạt thì ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,28

c) Xét số liệu ở Vũng Tàu thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là: 4,235

d) Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



Câu 2. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000 / \text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000 / \text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

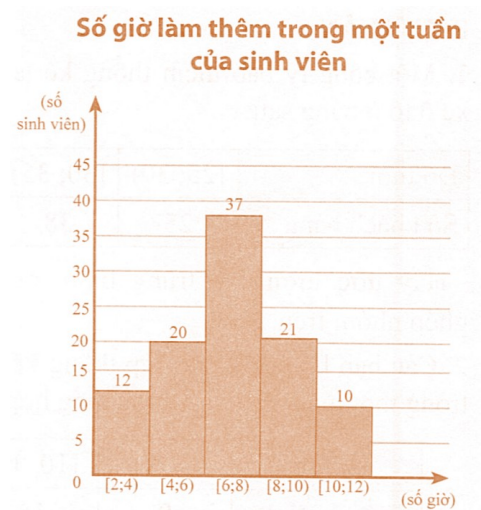
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	1	-2	3

$$y = \frac{1}{f(x)+1}$$

Tổng số đường tiệm cận của hàm số là...

Câu 4. Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là 50 m^2 . Vụ trước ông nuôi với mật độ là 20 con/m^2 và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi 8 con/m^2 thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5kg. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.

Câu 5. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó.

Câu 6. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m . Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

-----**HẾT**-----

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	B	B	A	C	A	B	A	A	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☞ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) S	a) S	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

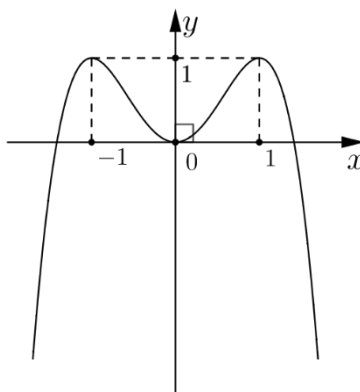
PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	7	2	4	512	3,27	550

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $-\frac{9}{4}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. 0.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$f(0) = 0; f(2) = -2; f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{9}{4}$ khi $x = \frac{3}{2}$

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(n) = -20n^2 + 480n$ trên nửa khoảng $(0; +\infty)$

A. 2870.

B. 2880.

C. 2800.

D. 2000.

Lời giải

Chọn B

$$f'(n) = -40n + 480 = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

Lập bảng biến thiên:

n	0	12	$+\infty$	
$f'(n)$		+	0	-
$f(n)$	0	2880	$-\infty$	

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2880 khi $n = 12$

Câu 4. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. $y=2$.

B. $x=2$.

C. $x=2$.

D. $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tiệm cận đứng $x=2$.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có ba đường tiệm cận?

A. $y = \frac{1-2x}{1+x}$

B. $y = \frac{1}{4-x^2}$

C. $y = \frac{x+3}{3x-1}$

D. $y = \frac{x}{x^2-x+9}$

Lời giải

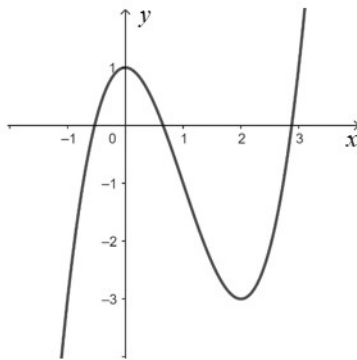
Chọn B

Đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{1+x}$ có 2 đường tiệm cận.

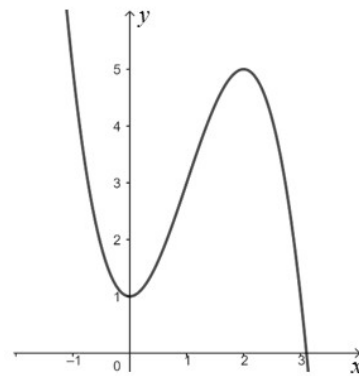
Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4-x^2}$ có 2 đường tiệm cận đứng là $x = \pm 2$. Mặt khác $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{4-x^2} = 0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4-x^2}$ có 3 đường tiệm cận.

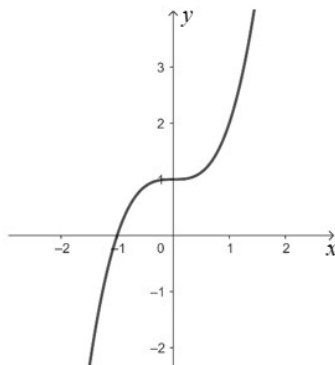
Câu 6. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$



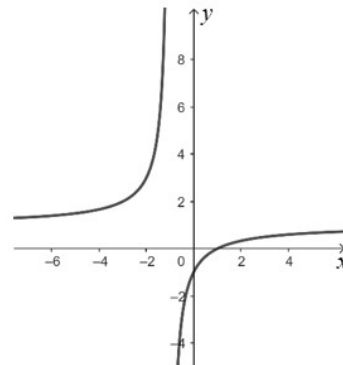
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Chọn A

$$y = x^3 - 3x^2 + 1; D = \mathbb{R}$$

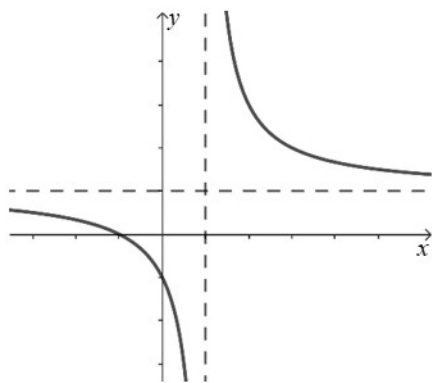
$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -3$	$\nearrow +\infty$	

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ac > 0; bd > 0$

B. $ab < 0; cd < 0$

C. $bc > 0; ad < 0$

D. $ad > 0; bd < 0$

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx+d)^2}$$

Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0$

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$

$$\begin{cases} cd < 0 \\ ac > 0 \end{cases} \Rightarrow ad < 0$$

Đồ thị cắt trục hoành tại $x_0 = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow ab > 0$

Đồ thị cắt trục tung tại $y_0 = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$

$$\begin{cases} ab > 0 \\ ac > 0 \end{cases} \Rightarrow bc > 0$$

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AC} = b$, $\overrightarrow{AD} = c$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + b - 2c)$

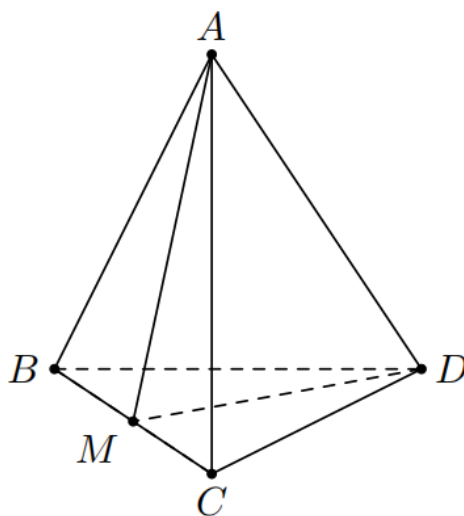
B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a - 2b + c)$

D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$

Lời giải

Chọn A



+ Vì M là trung điểm của $BC \rightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DM} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} \\ &= \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - c = \frac{1}{2}(a + b - 2c)\end{aligned}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(-4; 3; 2)$ B. $(2; 3; -4)$ C. $(3; -4; 2)$ D. $(-2; -3; 4)$

Lời giải

Chọn B

Với

$$\begin{aligned}\vec{i} &= (1; 0; 0) \\ \vec{j} &= (0; 1; 0) \\ \vec{k} &= (0; 0; 1)\end{aligned}$$

Khi đó $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} = (2; 3; -4)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là:

A. $(-2; 6; -3)$ B. $(2; -6; 3)$ C. $(-2; -2; -3)$ D. $(2; 2; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$u - v = (3 - 5; 2 - - 4; - 1 - 2) = (- 2; 6; - 3)$$

Câu 11. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
[40 ; 50)	3
[50 ; 60)	6
[60 ; 70)	19
[70 ; 80)	23
[80 ; 90)	9
	$n = 60$

Bảng 8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 50. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 90 - 40 = 50$

Câu 12. Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

- A. Khoảng biến thiên.
B. Khoảng tứ phân vị.
C. Phương sai.
D. Độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn B

Số đặc trưng không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng là khoảng tứ phân vị.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Lời giải

A. Đ	B. S	C. S	D. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

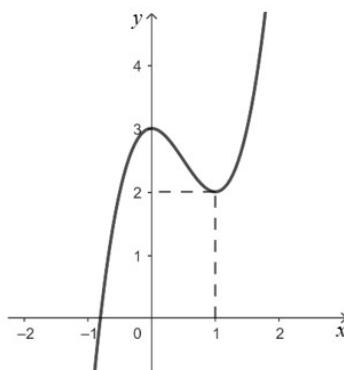
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{x^2 + 2x + 5}{(x+1)^2} > 0, \quad \forall x \neq -1$$

Suy ra Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Do đó đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



E. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

F. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

G. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

H. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

A. Đ	B. S	C. S	D. Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. ✓

B. Hàm số $f(x)$ không đạt cực tiểu tại $x = 0$. ✗

C. Hàm số $f(x)$ không đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. ✗

D. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$. ✓

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $a = (2; 3; 2)$ và $b = (1; 1; -1)$.

A. Tọa độ vector $a - b = (1; 2; 3)$.

B. Tích vô hướng của hai vector a và b bằng 6.

C. Hai vector a và b không cùng phương.

D. Cosin góc giữa vector a và b bằng $\frac{\sqrt{51}}{51}$

Lời giải

A. Đúng. Vì $a \cdot b = (2 - 1; 3 - 1; 2 - (-1)) = (1; 2; 3)$.

B. Sai. Vì $ab = 2.1 + 3.1 - 2.1 = 3$

C. Đúng. Vì $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{1} \neq \frac{2}{-1}$.

D. Sai. Vì $\cos(a; b) = \frac{2.1 + 3.1 - 2.1}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{51}}$

Câu 8. Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng Độ ẩm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

Bảng 24

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[75; 78,3)	76,65	0	[75; 78,3)	76,65	5
[78,3; 81,6)	79,95	2	[78,3; 81,6)	79,95	6
[81,6; 84,9)	83,25	1	[81,6; 84,9)	83,25	1
[84,9; 88,2)	86,55	6	[84,9; 88,2)	86,55	0
[88,2; 91,5)	89,85	3	[88,2; 91,5)	89,85	0

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là: 16,5

b) Xét số liệu ở Đà Lạt thì ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,28

c) Xét số liệu ở Vũng Tàu thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là: 4,235

d) Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) - Xét số liệu ở Đà Lạt:

+ Khoảng biến thiên: $R = 91,5 - 75 = 16,5$ nên **a đúng**

b) + Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 0, cf_2 = 2, cf_3 = 3, cf_4 = 9, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 3 là nhóm $[81,6; 84,9)$ có $s = 81,6, h = 3,3, n_3 = 1$ và nhóm 2 là nhóm $[78,3; 81,6)$ có $cf_2 = 2$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là:

$$Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 81,6 + \left(\frac{3 - 2}{1} \right) \cdot 3,3 = 84,9$$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 4 là nhóm $[84,9; 88,2)$ có $t = 84,9, l = 3,3, n_4 = 6$ và nhóm 3 là nhóm $[81,6; 84,9)$ có $cf_3 = 3$

Ta có tứ phân vị thứ ba là:

$$Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 84,9 + \left(\frac{9 - 3}{6} \right) \cdot 3,3 = 88,2$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 88,2 - 84,9 = 3,3$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{0.76,65 + 2.79,95 + 3.83,25 + 6.86,55 + 3.89,85}{12} = 86$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{0(76,65 - 86)^2 + 2(79,95 - 86)^2 + 3(83,25 - 86)^2 + 6(86,55 - 86)^2 + 3(89,95 - 86)^2}{12} = 10,7825$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{10,7825} \approx 3,28$ nên **b đúng**

c) - Xét số liệu ở Vũng Tàu:

+ Khoảng biến thiên: $R = 91,5 - 75 = 16,5$

+ Số phần tử của mẫu là $n = 12$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 5, cf_2 = 11, cf_3 = 12, cf_4 = 12, cf_5 = 12$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{12}{4} = 3$ suy ra nhóm 1 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 3. Xét nhóm 1 là nhóm $[75; 78,3)$ có $s = 75, h = 3,3, n_1 = 5$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là:

$$Q_1 = s + \left(\frac{3 - cf_0}{n_1} \right) \cdot h = 75 + \left(\frac{3 - 0}{5} \right) \cdot 3,3 = 76,98$$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.12}{4} = 9$ suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 9. Xét nhóm 2 là nhóm $[78, 3; 81, 6)$ có $t = 78, 3, l = 3, 3, n_2 = 6$ và nhóm 1 là nhóm $[75; 78, 3)$ có $cf_1 = 5$

$$Q_3 = t + \left(\frac{9 - cf_1}{n_2} \right) \cdot l = 75 + \left(\frac{9 - 5}{6} \right) \cdot 3, 3 = 77, 2$$

Ta có tứ phân vị thứ ba là:

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 77, 2 - 76, 98 = 0, 22$

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_2 = \frac{5.76, 65 + 6.79, 95 + 83, 25}{12} = 78, 85$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

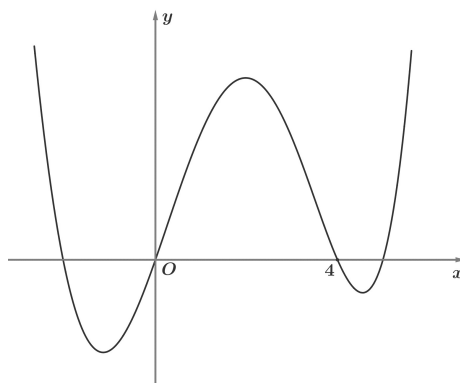
$$s_2^2 = \frac{5(76, 65 - 78, 85)^2 + 6(79, 95 - 78, 85)^2 + (83, 25 - 78, 85)^2}{12} = 4, 235 \quad \text{nên c đúng}$$

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{4, 235} \approx 2, 06$

Vũng Tàu có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn **nên d sai**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là



Lời giải

Trả lời : 7

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Ta có $g(x) = f(x^3 + 3x^2) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 + 6x) \cdot f'(x^3 + 3x^2)$

$$\text{Cho } g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+6x=0 \\ f'(x^3+3x^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ x^3+3x^2=a; a<0 \\ x^3+3x^2=b; 0<b<4 \\ x^3+3x^2=c; c>4 \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số } h(x)=x^3+3x^2 \Rightarrow h'(x)=3x^2+6x. \text{ Cho } h'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗		4	↘		$+\infty$
					0		

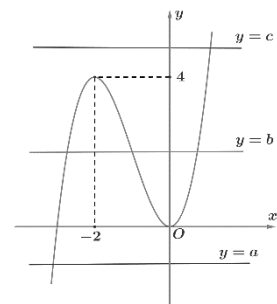
Ta có đồ thị của hàm $h(x)=x^3+3x^2$ như sau

Từ đồ thị ta thấy:

Đường thẳng $y=a$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y=b$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 3 điểm.

Đường thẳng $y=c$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 1 điểm.



Như vậy phương trình $g'(x)=0$ có tất cả 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)=f(x^3+3x^2)$ có 7 cực trị.

Câu 2. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000/\text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000/\text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi cạnh đáy và cạnh bên của thùng tôn là a và b .

Ta có thể tích thùng tôn là: $V=a^2b=8$. Suy ra: $b=\frac{8}{a^2}$.

Chi phí để sản xuất thùng tôn là: $4ab.50000+100000a^2=\frac{1600000}{a}+100000a^2$.

Khảo sát hàm $y = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$ với $a > 0$.

Suy ra: $y' = -\frac{1600000}{a^2} + 200000a = 0 \Leftrightarrow a = 2$. Khi đó, ta có bảng biến thiên sau:

x	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	$y(2)$	$+\infty$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	1	-2	3

Tổng số đường tiệm cận của hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ là...

Lời giải

Trả lời: 4

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị là số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ có hai đường tiệm cận đứng.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)+1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{4}$ và $y = \frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ có bốn đường tiệm cận.

Câu 4. Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích là $50m^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là $20 \text{ con}/m^2$ và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi $8 \text{ con}/m^2$ thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5kg. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất? Giả sử không có hao hụt khi nuôi.

Lời giải

Trả lời: 512

Số cá giống mà ông thanh đã thả trong vụ vừa qua là $50.20 = 1000(\text{con})$

Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phần trong vụ vừa qua là:

$$1500 : 1000 = 1,5(\text{kg})$$

Gọi số cá giống cần thả ít đi trong vụ này là: $x(\text{con}), (x > 0)$

Theo đề Câu, giảm 8 con thì mỗi con tăng thêm $0,5\text{kg} / \text{con}$

Vậy giảm x con thì mỗi con tăng thêm $0,0625x \text{ kg} / \text{con}$

Tổng số lượng cá thu được ở vụ này:

$$F(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x) = -0,0625x^2 + 61x + 1500$$

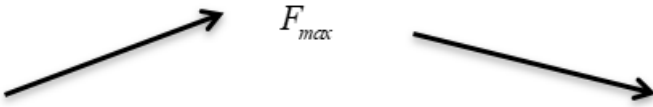
Câu toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt GTLN.

Ta có:

$$F'(x) = -0,125x + 61$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,125x + 61 = 0 \Leftrightarrow x = 488$$

BBT

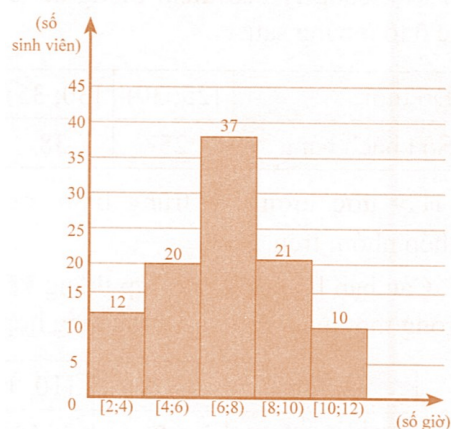
X	0	488	1000
F'(x)	+	0	-
F(x)			

Vậy ông thanh phải thả số cá giống trong vụ này là:

$$1000 - 488 = 512\text{con}$$

Câu 5. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.

Số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó.

Trả lời: 3,27

Lời giải

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, ta có bảng thống kê số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên như sau:

Số giờ làm thêm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số giờ làm thêm	3	5	7	9	11

đại diện					
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Do x_{50} và x_{51} thuộc nhóm $[6; 8)$ nên $Q_2 = 6 + \frac{\frac{2 \cdot 100}{4} - 32}{37} \cdot (8 - 6) \approx 6,97$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$. Do x_{25} và x_{26} thuộc nhóm $[4; 6)$ nên

$$Q_1 = 4 + \frac{\frac{1 \cdot 100}{4} - 12}{20} \cdot (6 - 4) = 5,3$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$. Do x_{75} và x_{76} thuộc nhóm $[8; 10)$ nên

$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 69}{21} \cdot (10 - 8) \approx 8,57$$

Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 3,27$

Câu 6. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 550 (m)

Ta có: Vị trí A, B có tọa độ lần lượt là: $(150; 200; 50), (-180; -240; 60)$. Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$$AB = \sqrt{(-180 - 150)^2 + (-240 - 200)^2 + (60 - 50)^2} \approx 550(\text{m}).$$