|  |
| --- |
| PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOQUẬN LONG BIÊN KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP QUẬN VÒNG 2NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN**Đề số 17** |

1. **(6,0 điểm).**
2. Giải phương trình: .
3. Cho ba số thực thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng:

.

1. Cho các số nguyên  thoả mãn điều kiện: .

Tính giá trị của biểu thức *.*

1. **(3,0 điểm).**
2. Cho  là các số nguyên thỏa mãn điều kiện:  chia hết cho *.* Chứng minh*:*  chia hết cho .
3. Có tồn tại hay không 3 số nguyên  thỏa mãn điều kiện:

.

1. **( 3,0 điểm)*.***
2. Cho  là hai số thực dương. Chứng minh rằng: .
3. Cho số thực  thỏa mãn . Tìm GTNN của biểu thức:

.

1. **(7,0 điểm).** Cho tam giác cóba góc nhọn*,* ba đường cao , ,  cắt nhau tại .
2. Chứng minh: *.**=* *.* và *.* *+ CHCE=* .
3. Chứng minh .cot.
4. Gọi  là trung điểm của . Đường thẳng qua  vuông góc với  cắt đường thẳng ,  lần lượt tại  và . Chứng minh rằng: .
5. **(1,0 điểm)*.*** Trên bảng, người ta viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100 sau đó thực hiện trò chơi như sau: Mỗi lần xóa hai số *a, b* bất kỳ trên bảng và viết một số mới bằng  lên bảng. Việc làm này thực hiện liên tục, hỏi sau 99 bước số cuối cùng còn lại trên bảng là bao nhiêu? Tại sao?

🙢**HẾT**🙠

|  |
| --- |
| PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOQUẬN LONG BIÊN KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP QUẬN VÒNG 2NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN |

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

1. **(6,0 điểm).**
2. Giải phương trình: .
3. Cho ba số thực  thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng:

.

1. Cho các số nguyên  thoả mãn điều kiện: .

Tính giá trị của biểu thức *.*

**Lời giải**

1. Giải phương trình: .

Đặt .

Phương trình trờ thành: .



* Ta có  (loại) hoặc  (thỏa mãn).
* Với  ta có :

 hoặc .

Vậy phương trình có tập nghiệm là .

1. Cho ba số thực  thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng:

.

Ta có 





1. Cho các số nguyên  thoả mãn điều kiện: .

Tính giá trị của biểu thức *.*

Đặt 

Ta có: 

Do  là số nguyên có tồng bằng 0 và  nên

 hoặc các hoán vị của .

Suy ra: .

1. **(3,0 điểm).**
2. Cho  là các số nguyên thỏa mãn điều kiện:  chia hết cho *.* Chứng minh*:*  chia hết cho .
3. Có tồn tại hay không 3 số nguyên  thỏa mãn điều kiện:

.

**Lời giải**

1. Cho  là các số nguyên thỏa mãn điều kiện:  chia hết cho *.* Chứng minh*:*  chia hết cho .

Ta có:



Giả sử  đều chia  dư 1  chia  dư 1 (2)

Mà  (theo giả thiết) (2)

Do đó (1) và (2) mâu thuẫn  Điều già sử là sai.

 Trong ba số  ít nhất có một số chia hết cho 2 

Từ (\*) và (\*\*) suy ra .

1. Có tồn tại hay không 3 số nguyên  thỏa mãn điều kiện:

.

Ta có: 

Tưng tự ta có: 



Biến đổi phương trình thành: . Mà .

Vậy không tồn tại ba số nguyên  thỏa mãn điều kiện:

.

1. **( 3,0 điểm)*.***
2. Cho  là hai số thực dương. Chứng minh rằng: .
3. Cho số thực  thỏa mãn . Tìm GTNN của biểu thức: .

**Lời giải**

1. Cho  là hai số thực dương. Chứng minh rằng: .

Ta có:  với mọi .

.

.

.

1. Cho số thực  thỏa mãn . Tìm GTNN của biểu thức: .

Ta có .

Mà  suy ra : .

 Áp dụng BĐT :  với  dấu bằng xảy ra khi  ta có:

 dấu bằng xảy ra khi 

  dấu bằng xày ra khi 

Suy ra .

Vậy  đạt được khi .

1. **(7,0 điểm).** Cho tam giác cóba góc nhọn*,* ba đường cao , ,  cắt nhau tại .
2. Chứng minh: *.**=* *.* và *.* *+ CH.CE=*  .
3. Chứng minh .cot.
4. Gọi .. là trung điểm của . Đường thẳng qua  vuông góc với  cắt đường thẳng ,  lần lượt tại  và . Chứng minh rằng: .

**Lời giải**



1. Chứng minh: *.**=* *.* và *.* *+ CH.CE=*  .

Xét các tam giác:  và  có:  chung, 

 đồng dạng  (g-g) nên 

Tương tự:  đồng dạng  nên .

Cộng vế với vế hai đằng thức ta được:

 hay 

1. Chứng minh .cot.

Chứng  đồng dạng (g-g) 

Xét  vuông tại 

.

1. Gọi  là trung điểm của . Đường thẳng qua  vuông góc với  cắt đường thẳng ,  lần lượt tại  và . Chứng minh rằng: .

Chứng minh  đồng dạng (g-g) .

Chứng minh:  đồng dạng (g-g) 

Do 

 cân tại .

1. **(1,0 điểm)*.*** Trên bảng, người ta viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100 sau đó thực hiện trò chơi như sau: Mỗi lần xóa hai số *a, b* bất kỳ trên bảng và viết một số mới bằng  lên bảng. Việc làm này thực hiện liên tục, hỏi sau 99 bước số cuối cùng còn lại trên bảng là bao nhiêu? Tại sao?

**Lời giải**

Tồng tất cả các số ban đầu trên bảng: .

Qua mỗi bước ta thấy tổng giảm đi 2.

Lúc đầu tồng  sau 99 bước số còn lai sẽ là .