

DẠNG 3**Thể tích khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy**

- Với các khối chóp có giả thiết mặt phẳng vuông góc với đáy ta sử dụng các định lý về giao tuyến dưới đây:
- Hai mặt phẳng cùng vuông góc với đáy thì đoạn giao tuyến của chúng vuông góc với đáy. Tính chất này dựa trên định lý về giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

$$\text{Kí hiệu: } \begin{cases} (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \\ (P) \cap (Q) = a \end{cases} \Rightarrow a \perp (R)$$

- Mặt bên nào vuông góc với đáy thì đường cao của mặt bên đó vuông góc với đáy. Tính chất này dựa

$$\text{trên định lý sau: } \begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \cap (Q) = a \Rightarrow d \perp (Q) \\ d \subset (P), d \perp a \end{cases}$$

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAD) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{12}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAD) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, mặt bên (SAD) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAD) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{2}{3}a$. B. $h = \frac{4}{3}a$. C. $h = \frac{8}{3}a$. D. $h = \frac{3}{4}a$.

- Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với đáy. Biết khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{4a}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{8a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.
- Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy là hình vuông cạnh bằng a . Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với đáy, biết $SC = \frac{3a}{2}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{9}$. C. $SH \perp MN (H \in MN)$. D. $V = \frac{2a^3}{9}$.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a; AD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với đáy, biết $SC = 2a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $AC = a; BD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB là tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{3a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.
- Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $AC = a; BD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và mặt bên (SAB) vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 11.** Trong các khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với đáy, $SC = 2\sqrt{3}$. Khối chóp có thể tích lớn nhất là
- A. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$. B. $\frac{64}{15}$. C. $\frac{4\sqrt{10}}{15}$. D. $\frac{64}{5}$.
- Câu 12.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAB vuông cân tại S , tam giác SCD đều. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
- Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $SC = \frac{a\sqrt{26}}{2}$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{2a^3}{3}$. B. $V = 4a^3$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 4, SC = 6$ và mặt bên (SAD) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{40}{3}$. B. 40. C. 80. D. $\frac{80}{3}$.

Câu 15. Trong các khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2\sqrt{3}$, tam giác SAB vuông cân tại S , tam giác SCD đều. Khối chóp $S.ABCD$ có thể tích lớn nhất bằng

- A. 6. B. $6\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = \sqrt{3}a$. Gọi H là trung điểm của cạnh AB , các mặt phẳng $(SHC), (SHD)$ cùng vuông góc với đáy và SD tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{13}}{3}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{13}}{2}$. D. $V = \frac{5a^3\sqrt{13}}{2}$.

Câu 17. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB cân tại S , mặt bên (SAB) vuông góc với đáy và SC tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = a^3$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 18. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = AB = AC = a$, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và mặt phẳng (SBC) vuông góc với (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $\frac{a^3\sqrt{14}}{36}$. B. $\frac{a^3\sqrt{14}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{21}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{12}$.

Câu 19. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = AB = AC = a$, $SC = x$ và mặt phẳng (SBC) vuông góc với (ABC) . Tìm x để thể tích V của khối chóp đã cho lớn nhất.

- A. $x = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$ và mặt đáy tương ứng là $90^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$. Biết tam giác SAB vuông cân tại S có $AB = a$, chu vi tứ giác $ABCD$ bằng $9a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 21. Cho khối tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC đều, tam giác DBC là tam giác vuông cân tại D . $AD = 2a$. Biết (ABC) vuông góc với mặt phẳng (DBC) . Thể tích V của khối tứ diện $ABCD$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Trong các khối tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC đều, tam giác DBC là tam giác cân tại D .

$AD = 2a$. Biết (ABC) vuông góc với mặt phẳng (DBC) . Khối tứ diện có thể tích lớn nhất là

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{9}$. B. $V = \frac{16a^3}{9}$. C. $V = \frac{16a^3}{27}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Gọi I là trung điểm cạnh AD . Biết hai mặt phẳng (SIB) , (SIC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

$\frac{3\sqrt{15}}{40}$ và $AB = AD = 1$, $CD = x$. Giá trị của x là

A. $x = 2$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AC = a\sqrt{7}$. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 60° . Tính tỉ số $\frac{V}{a^3}$.

A. $\frac{V}{a^3} = 4$. B. $\frac{V}{a^3} = 2\sqrt{2}$. C. $\frac{V}{a^3} = 6$. D. $\frac{V}{a^3} = 12$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SD , AC bằng $\frac{4a\sqrt{33}}{33}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{4a^3}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A , B , $AB = AD = 2a$, $BC = a$. Gọi I là trung điểm cạnh AB , hai mặt phẳng (SIC) , (SID) cùng vuông góc với đáy, góc giữa (SCD) và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$. D. $V = \frac{9a^3\sqrt{15}}{5}$.

Câu 28. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi M , N lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC . Hai mặt phẳng (SDM) , (SAN) cùng vuông góc với đáy và (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{10}$. B. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$. C. $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{30}$. D. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 29. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A , B , $AB = AD = 2a$, $BC = a$. Gọi I là trung điểm cạnh AB , hai mặt phẳng (SIC) , (SID) cùng vuông góc với đáy, khoảng cách từ I đến (SCD) bằng $\frac{4a}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = 36a^3$. B. $V = 18a^3$. C. $12a^3$. D. $6a^3$.

Câu 30. Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với nhau, có giao tuyến là đường thẳng Δ . Trên Δ lấy hai điểm A , B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C , trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC , BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$

A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC đều, tam giác ABD cân tại D , mặt phẳng (ABD) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $CD = 2a\sqrt{3}$. Tính độ dài AB khi khối tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất.

A. $AB = 2a$. B. $AB = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$. C. $AB = \frac{4a\sqrt{6}}{3}$. D. $AB = 2a\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3\sqrt{3}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh SD , CD , BC . Thể tích khối chóp $S.ABPN$ là x , thể tích khối tứ diện $CMNP$ là y . Giá trị x , y thỏa mãn bất đẳng thức nào dưới đây?

A. $x^2 + 2xy - y^2 > 160$. B. $x^2 - 2xy + 2y^2 < 109$.
C. $x^2 + xy - y^4 < 145$. D. $x^2 - xy + y^4 > 125$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều, BCD là tam giác vuông cân tại D , $(ABC) \perp (BCD)$ và AD hợp với (BCD) một góc 60° , $AD = a$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , có $BC = a$, mặt bên SAC vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC đều cạnh a , tam giác SBC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{a^3}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $V = \frac{a^3}{16}$.
- Câu 38.** Tứ diện $ABCD$ có hai tam giác ABC và BCD là hai tam giác đều lần lượt nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau, biết $AD = a$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.
- Câu 39.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $BAC = 90^\circ$, $ABC = 30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và $(SBC) \perp (ABC)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{16}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{9}$.
- Câu 40.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, gọi M là trung điểm của AB . Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$, biết $SD = 2a\sqrt{5}$, SC tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.
- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.
- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy lên mặt phẳng $(ABCD)$, SB hợp với đáy một góc 45° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{17}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{17}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{17}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{17}}{\sqrt{3}}$.
- Câu 43.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° , cạnh $AC = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.
- Câu 44.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng AB là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $BH = 2AH$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.
- Câu 45.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a, BC = 4a$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\angle SBC = 30^\circ$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$.

B. $V = a^3\sqrt{3}$.

C. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

D. $V = 2a^3$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = 2a$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy, hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $SD = a\sqrt{2}, SA = SB = a$ và mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông $2a$, $SA = a, SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SBA) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.BMND$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $\triangle SAC$ cân tại S . $\angle SBC = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAC) vuông góc (ABC) . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3}{8}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABC$ có $(SAC) \perp (ABC)$, SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}, BC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SC tạo với đáy góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $2a^3\sqrt{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 52. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi, $BC = 1, CD = \sqrt{13}, DA = \sqrt{17}$. Tam giác SAB đều cạnh bằng 1 và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ S đến đường thẳng BC, CD, DA lần lượt bằng $1; 2; \sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{31\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{31\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 53.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, tam giác SAB, SCD là các tam giác cân đỉnh S . Khoảng cách từ S đến các đường thẳng AB, CD lần lượt bằng $1; \sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 54.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = SB$, $SC = SD$. Biết $(SAB) \perp (SCD)$ và tổng diện tích của hai tam giác SAB, SCD bằng $\frac{7a^2}{10}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$
- A. $\frac{4a^3}{75}$. B. $\frac{4a^3}{15}$. C. $\frac{4a^3}{25}$. D. $\frac{12a^3}{25}$.
- Câu 55.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB, SCD là các tam giác cân đỉnh S . Góc giữa hai mặt phẳng $(SAB), (SCD)$ là 60° và tổng diện tích của hai tam giác SAB, SCD bằng $\frac{3a^2}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{5a^3}{72}$. B. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{24}$. C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{72}$. D. $\frac{5a^3}{24}$.
- Câu 56.** Cho hai tam giác đều ABC và ABD có độ dài cạnh bằng 1 và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi S là điểm đối xứng của B qua đường thẳng DE . Tính thể tích của khối đa diện $ABDSC$.
- A. $V = \frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 57.** Cho khối chóp $S.ABC$ có các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCA)$ lần lượt tạo với đáy các góc $90^\circ, 60^\circ, 60^\circ$. Biết tam giác SAB vuông cân tại $S, AB = 2a$, chu vi tam giác ABC bằng $10a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{9}$. B. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{9}$.
- Câu 58.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , các mặt bên $(SBC), (SCA), (SAB)$ lần lượt tạo với đáy các góc $90^\circ; \alpha; \beta$ sao cho $\alpha + \beta = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất bằng
- A. $\frac{3a^3}{16}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{16}$.
- Câu 59.** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = 1, AC = 2$. Các mặt bên $(SBC), (SCA), (SAB)$ lần lượt tạo với đáy các góc $90^\circ; \alpha; \beta$ sao cho $\alpha + \beta = 90^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất bằng
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.
- Câu 60.** Cho khối tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = BD = 1, CD = \sqrt{2}$. Hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) vuông góc với nhau. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.
- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.D	5.B	6.D	7.A	8.D	9.C	10.C
11.B	12.C	13.C	14.D	15.A	16.A	17.B	18.A	19.B	20.C
21.D	22.C	23.C	24.D	25.B	26.D	27.A	28.B	29.C	30.A
31.C	32.D	33.C	34.B	35.C	36.A	37.C	38.D	39.B	40.A
41.D	42.A	43.A	44.C	45.C	46.C	47.B	48.B	49.A	50.D
51.D	52.C	53.A	54.A	55.C	56.D	57.D	58.D	59.D	60.D

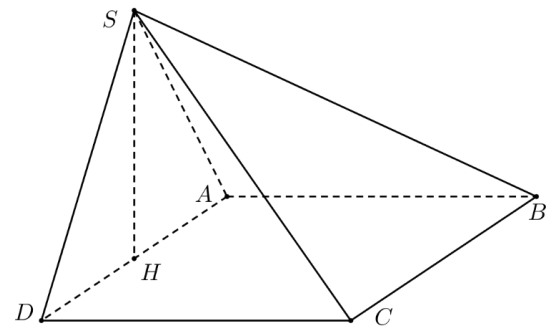
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1. Chọn B**

Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có
$$\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SH \perp AD \end{cases}$$

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

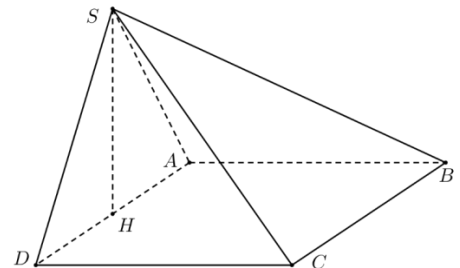
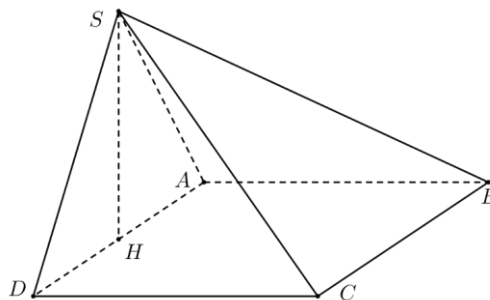
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

**Câu 2. Chọn A**

Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$.

Ta có
$$\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AD \end{cases}$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3}{6}$

**Câu 3. Chọn B**

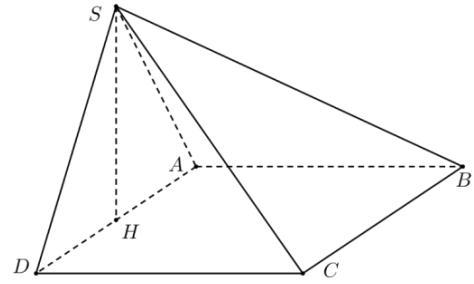
Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH = \frac{3a}{2}$. Ta có
$$\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AD \end{cases}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \sqrt{3} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 4. Chọn D

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm } AD \Rightarrow SH = \frac{AD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SH \perp AD \end{cases}$$

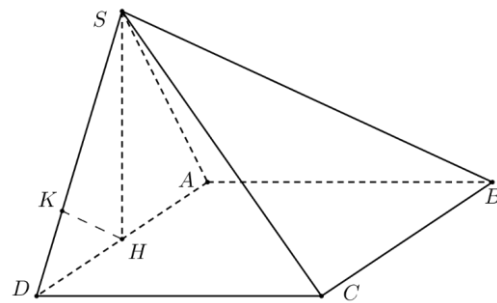


$$\Rightarrow SH \perp (ABCD). \text{ Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 5. Chọn B

Gọi H là trung điểm AD .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ SH \perp AD \end{cases}$$



$$\Rightarrow SH \perp (ABCD).$$

$$\text{Lại có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH \Rightarrow SH = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = 2a.$$

Kẻ $HK \perp SD$ tại K , khi đó ta chứng minh được $HK \perp (SCD)$ nên $HK = d(H; (SCD))$.

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HD^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HK = \frac{2a}{3}. \text{ Ta có } AB \parallel (SCD) \text{ nên } d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)).$$

$$AH \cap (SCD) = D \text{ nên } \frac{d(A; (SCD))}{d(H; (SCD))} = \frac{AD}{HD} = 2. \text{ Vậy } d(B; (SCD)) = 2d(H; (SCD)) = \frac{4a}{3}.$$

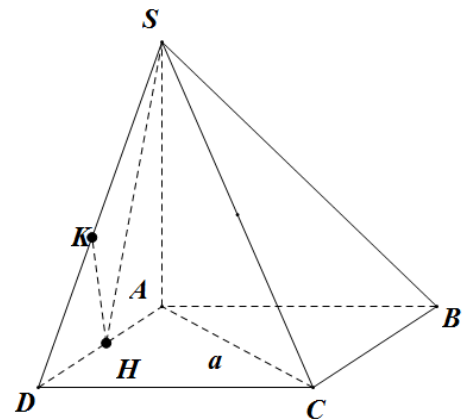
Câu 6. Chọn D

Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có

$$d_A = d_B = 2d_H = 2HK = \frac{2SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{4a}{3} \Rightarrow SH = 2a.$$

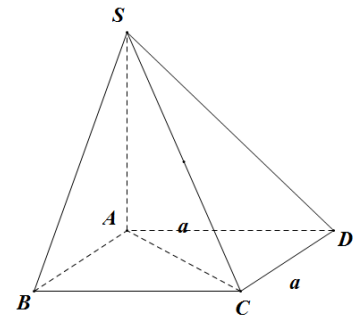
$$\text{Vậy, thể tích của khối chóp } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3}{3}.$$



Câu 7. Chọn A

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$ và $h = \sqrt{SC^2 - HC^2} = a$.

Vậy, thể tích của khối chóp $V_{SABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

**Câu 8. Chọn D**

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2\sqrt{3}$ và $h = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \frac{3a}{2}$.

Vậy, thể tích của khối chóp $V_{SABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. Chọn C

Diện tích đáy $S_{ABCD} = \frac{AC.BD}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ và $AB = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = a$.

Do đó: $h = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy, thể tích của khối chóp $V_{SABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{a^3}{4}$.

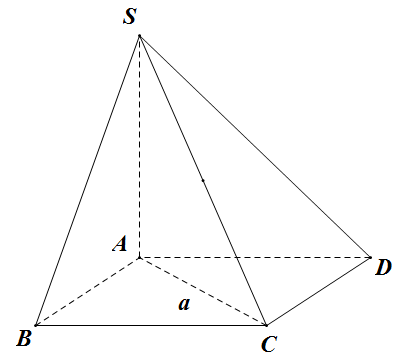
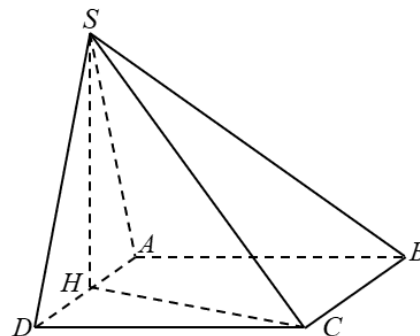
Câu 10. Chọn C

Diện tích đáy $S_{ABCD} = \frac{AC.BD}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ và

$$AB = \sqrt{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = a.$$

Do đó: $h = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

Vậy, thể tích của khối chóp $V_{SABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

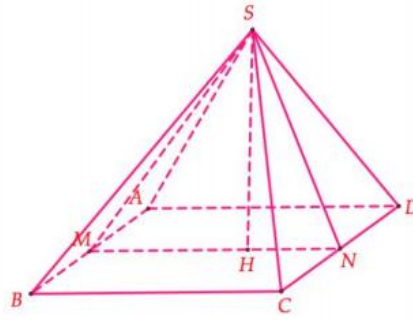
**Câu 11. Chọn B**

Đặt $AB = x$, Gọi H là trung điểm cạnh AD , ta có $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $S = x^2, h = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{SC^2 - HD^2 - CD^2} = \sqrt{12 - \frac{5x^2}{4}}$.

Vì vậy $V = \frac{1}{3}Sh = f(x) = \frac{1}{3}x^2\sqrt{12 - \frac{5x^2}{4}} \leq f\left(\frac{4\sqrt{10}}{5}\right) = \frac{64}{15}$.

Câu 12. Chọn C



Ta có $S = 2a^2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD ta có

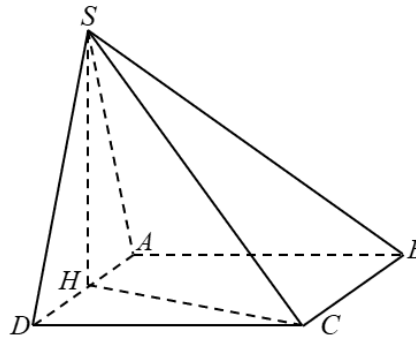
$$\begin{cases} SM \perp AB \\ AB \parallel CD \end{cases} \Rightarrow SM \perp CD; \begin{cases} SM \perp CD \\ SN \perp CD \end{cases} \Rightarrow (SMN) \perp CD \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD).$$

Gọi H là chân đường cao hạ từ S xuống MN ta có $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Mặt khác } SM = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MN = a\sqrt{2}, SN = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow SM^2 + SN^2 = MN^2 \Rightarrow SM \perp SN.$$

$$\text{Vì vậy } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{SN^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{6}}{4}. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3}Sh = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

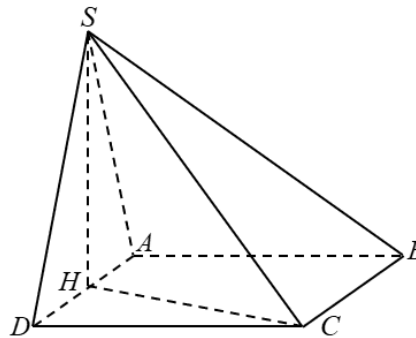
Câu 13. Chọn C



Gọi H là trung điểm cạnh AB , ta có $SH \perp (ABCD)$ và theo Pitago ta có

$$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = 2a. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{4a^3}{3}.$$

Câu 14. Chọn D



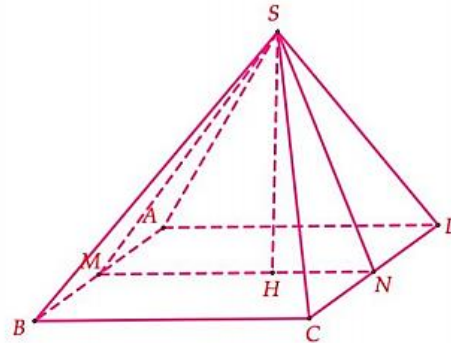
Đặt $AD = x$, gọi H là trung điểm cạnh AD , ta có $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Khi đó } HC = \sqrt{HD^2 + DC^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + 16} \Rightarrow SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{20 - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\text{Vì vậy } V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot 4x \cdot \sqrt{20 - \frac{x^2}{4}} = \frac{2\sqrt{x^2(80 - x^2)}}{3} \leq \frac{x^2 + (80 - x^2)}{3} = \frac{80}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x^2 = 80 - x^2 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{10}$.

Câu 15. Chọn A



Đặt $AD = x$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD ta có

$$\begin{cases} SM \perp AB \\ SN \perp CD \Rightarrow CD \perp (SMN) \Rightarrow (ABCD) \perp (SMN). \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

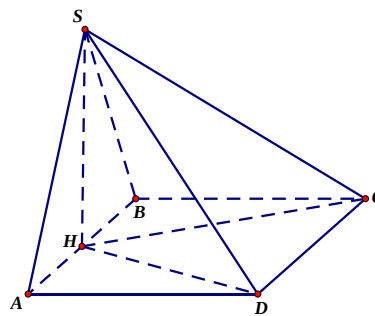
Gọi H là chân đường cao hạ từ S xuống MN ta có $SH \perp (ABCD)$.

Trong tam giác SMN ta có $SM = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}, SN = \frac{CD\sqrt{3}}{2} = 3, MN = AD = x$.

$$\text{Do đó } h = SH = \frac{2S_{SMN}}{MN} = \frac{\sqrt{-x^4 + 24x^2 - 36}}{2x}.$$

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}Sh = \frac{2x\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{-x^4 + 24x^2 - 36}}{2x} = f(x) = \frac{\sqrt{3(-x^4 + 24x^2 - 36)}}{3} \leq f(2\sqrt{3}) = 6$$

Câu 16. Chọn A



$$\text{Ta có } S_{ABCD} = AB \cdot AD = \sqrt{3}a^2.$$

Do các mặt phẳng $(SHC), (SHD)$ cùng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$, suy ra góc giữa SD và $(ABCD)$ là $\angle SDH = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (a\sqrt{3})^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}, SH = HD \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{39}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{39}}{2} \cdot \sqrt{3}a^2 = \frac{a^3\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 17. Chọn B

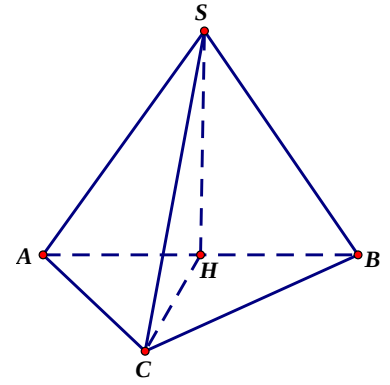
Do tam giác ABC đều cạnh $2a$ nên $S_{ABC} = (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}a^2$.

Gọi H là trung điểm của AB , do tam giác SAB cân tại S nên $SH \perp AB$.

Mặt khác, vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$, suy ra góc giữa SC và (ABC) là $\angle SCH = 60^\circ$.

Vì tam giác ABC đều cạnh $2a$ nên $CH = a\sqrt{3} \Rightarrow SH = CH \tan 60^\circ = 3a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} 3a \cdot \sqrt{3}a^2 = \sqrt{3}a^3$.



Câu 18. Chọn A

Gọi H là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

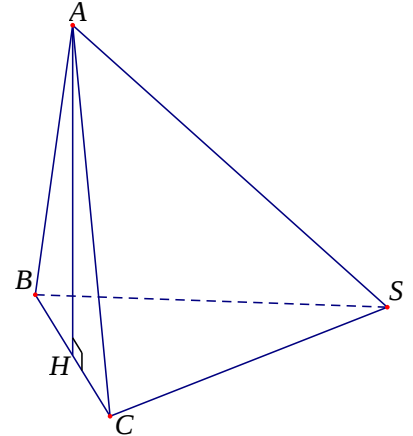
Mà $(ABC) \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Mặt khác, $AS = AB = AC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại S .

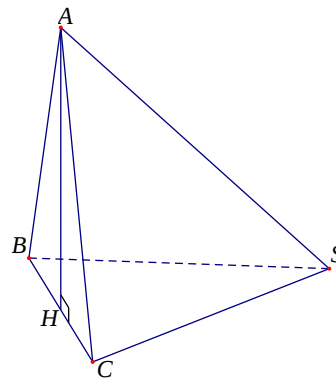
Khi đó, $S_{SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot SC = \frac{a^2 \sqrt{6}}{6}$;

$BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = \frac{a\sqrt{15}}{3}$; $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = a\sqrt{\frac{7}{12}}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} AH \cdot S_{SBC} = \frac{1}{3} a \sqrt{\frac{7}{12}} \cdot \frac{a^2 \sqrt{6}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{36}$.



Câu 19. Chọn B



Gọi H là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Mà $(ABC) \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Mặt khác, $AS = AB = AC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC \Rightarrow \triangle SBC$ vuông tại S .

Khi đó, $S_{SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot SC = \frac{ax}{2}$; $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$;

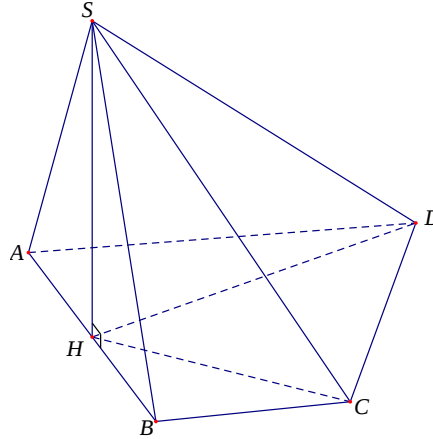
$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2}$.

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}AH.S_{SBC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{ax}{2} \cdot \frac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2} = \frac{ax\sqrt{3a^2 - x^2}}{12}$.

Ta có $x\sqrt{3a^2 - x^2} = \sqrt{x^2(3a^2 - x^2)} \leq \frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V \leq \frac{a^3}{8}$.

Dấu “=” xảy ra khi $x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 20. Chọn C



Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $h = SH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$. Ta có $S = S_{HBC} + S_{HCD} + S_{HDA}$

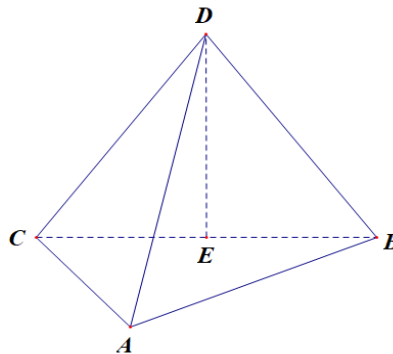
$$= \frac{1}{2}(BC.HK + CD.HT + DA.HI)$$

(với K, T, I lần lượt là hình chiếu của H trên các đường thẳng BC, CD, DA).

$$= \frac{1}{2}(BC + CD + DA).h.\cot 60^\circ = \frac{1}{2}(9a - a) \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}.$$

Câu 21. Chọn D



Gọi E là trung điểm của BC . Ta có $DE \perp BC \Rightarrow DE \perp (ABC)$.

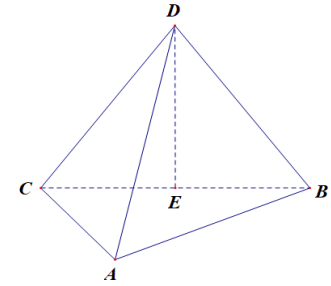
Đặt $BC = x \Rightarrow DE = \frac{1}{2}CB = \frac{x}{2}; AE = \frac{x\sqrt{3}}{2}$; Ta có $AE^2 + DE^2 = AD^2 \Rightarrow x = 2a$

$$V = \frac{1}{3}S_{ABC}.DE = \frac{1}{3} \cdot \frac{(2a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 22. Chọn C

Gọi E là trung điểm của BC . Ta có $DE \perp BC \Rightarrow DE \perp (ABC)$.

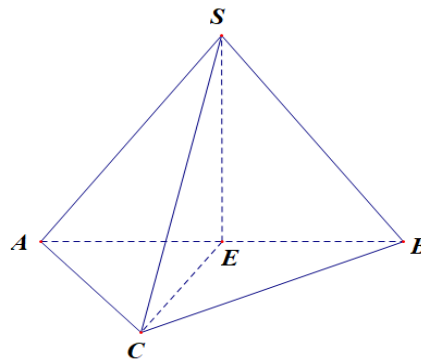
$$\text{Đặt } BC = x \Rightarrow AE = \frac{x\sqrt{3}}{2}; DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{3x^2}{4}}$$



$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot DE = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{4a^2 - \frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{3x^2}{2} \cdot \frac{3x^2}{2} (16a^2 - 3x^2)}}{36} \leq \frac{16a^3}{27}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = \frac{4a\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 23. Chọn C



Gọi E là trung điểm của AB . Ta có $SE \perp AB \Rightarrow SE \perp (ABC)$.

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{SBC} \cdot SE = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 24. Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SIB) \perp (ABCD) \\ (SIC) \perp (ABCD) \\ (SIB) \cap (SIC) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$$

Gọi H là hình chiếu I lên $BC \Rightarrow IH \perp BC$. Ta có $BC \perp (SIH) \Rightarrow BC \perp SH$

$$\Rightarrow ((SBC); (ABCD)) = (IH; SH) = SHI = 60^\circ; BC = \sqrt{(x-1)^2 + 1} = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot AD = \frac{x+1}{2}; S_{\triangle IAB} = \frac{1}{4}; S_{\triangle ICD} = \frac{x}{4}$$

$$S_{\triangle IBC} = S_{ABCD} - S_{\triangle IAB} - S_{\triangle ICD} = \frac{x+1}{4} \Rightarrow IH = \frac{2S_{\triangle IBC}}{BC} = \frac{x+1}{2\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

$$\text{Ta có } SI = IH \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}(x+1)}{2\sqrt{x^2 - 2x + 2}}. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}(x+1)^2}{12\sqrt{x^2 - 2x + 2}} = \frac{3\sqrt{15}}{40} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Câu 25. Chọn B

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

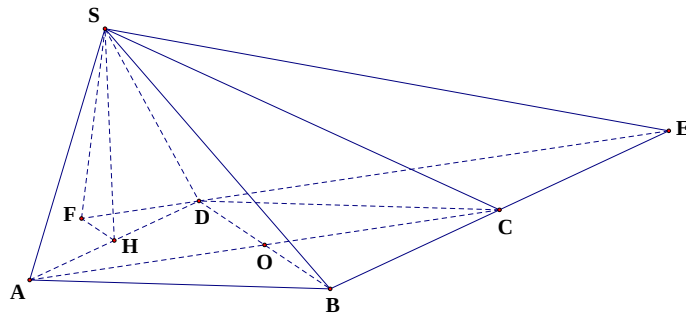
$$\text{Ta có } (SC; (ABCD)) = (SC; HC) = SCH = 60^\circ$$

$$\text{Ta có } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}, \quad HC = \sqrt{BC^2 - HB^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có } SH = HC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}; \quad S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a \cdot a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}a^2$$

$$V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3}a^2 = 2\sqrt{2}a^3 \Rightarrow \frac{V}{a^3} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 26. Chọn D



Gọi H là trung điểm AD ta có: $SH \perp (ABCD)$. Dựng hình bình hành $ACDE$ ta có:

$$d(AC, SD) = d(AC; (SDE)) = d(A; (SDE)) = 2d(H; (SDE)) = 2HK$$

$$\text{Và } 2HK = 2 \cdot \frac{HF \cdot SH}{\sqrt{HF^2 + SH^2}} = \frac{4a\sqrt{33}}{33} \text{ vì } HF \parallel DO \text{ và } HF = \frac{1}{2}DO = \frac{a\sqrt{2}}{4}. \text{ Do đó } SH = 2a$$

$$\text{Vì vậy } V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 27. Chọn A

$$\text{Ta có } S = \frac{BC + AD}{2} \cdot AB = 3a^2 \text{ và } SI \perp (ABCD).$$

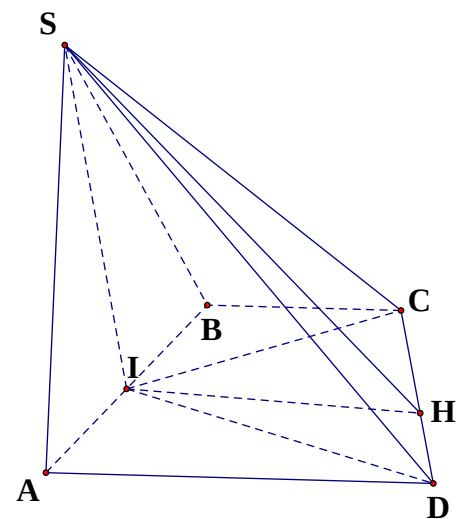
$$\text{Kẻ } IH \perp CD \quad (H \in CD) \Rightarrow SHI = 60^\circ \quad \text{và}$$

$$h = IH \cdot \tan 60^\circ = IH\sqrt{3}.$$

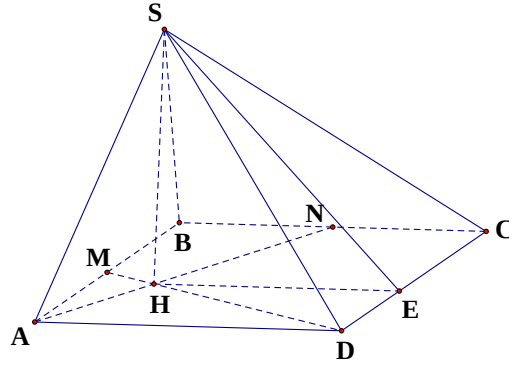
$$\text{Tam giác } ICD \text{ có } IH = \frac{2S_{ICD}}{CD} = \frac{2(S - S_{IBC} - S_{IAD})}{CD}$$

$$= \frac{3a}{\sqrt{5}} \Rightarrow h = \frac{3a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{S \cdot h}{3} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}.$$



Câu 28. Chọn B



Ta có: $dt(ABCD) = a^2$. Gọi $H = DM \cap AN \Rightarrow SH = (SDM) \cap (SAN) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HE \perp CD$ ($E \in CD$) $\Rightarrow SEH = 60^\circ$. Ta cũng có $AN \perp DM$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{5}}, AN = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{AH}{AN} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{và } \frac{DE}{DC} = \frac{AH}{AN} \Rightarrow DE = \frac{2}{5}DC = \frac{2a}{5}.$$

$$\text{Ta có: } DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HE = \sqrt{DH^2 - DE^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{5} - \frac{4a^2}{25}} = \frac{4a}{5}.$$

$$\text{Vì vậy } h = SH = HE \cdot \tan 60^\circ = \frac{4a\sqrt{3}}{5}. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot dt(ABCD) = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{4a\sqrt{3}}{5} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{15}.$$

Câu 29. Chọn C

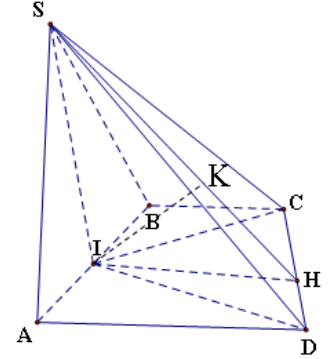
$$\text{Ta có: } dt(ABCD) = \frac{AD+BC}{2} \cdot AB = 3a^2.$$

Kẻ $IH \perp CD$ ($H \in CD$), $IK \perp SH$ ($K \in HS$) $\Rightarrow IK \perp (SCD)$,

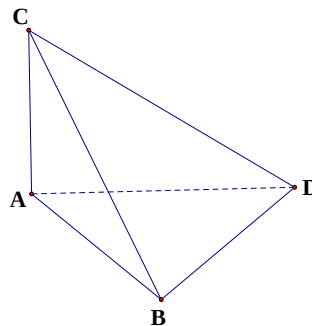
$$IK = d_1 = \frac{4a}{3}.$$

$$\text{Ta có } IH = \frac{2S_{ICD}}{CD} = \frac{2(S - S_{IAB} - S_{IAD})}{CD} = \frac{2\left(3a^2 - \frac{a^2}{2} - a^2\right)}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{\left(\frac{4a}{3}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{3a}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{1}{144a^2} \Rightarrow h = 12a. \text{ Do đó } V = \frac{1}{3} h \cdot dt(ABCD) = 12a^3.$$



Câu 30. Chọn A



Theo giả thuyết ta có $\triangle ABD$ vuông tại B . Có $CA \perp AB \Rightarrow CA \perp (ABD)$.

$$\text{Do đó } V = \frac{S_{ABD} \cdot CA}{3} = \frac{\frac{1}{2}a \cdot a \cdot a}{3} = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 31. Chọn C

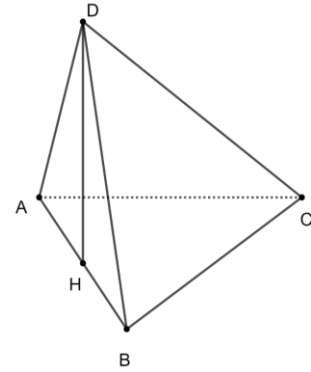
Đặt $AB = x$, gọi H là trung điểm của AB , ta có

$$DH \perp (ABC) \text{ và } h = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{12a^2 - \frac{3}{4}x^2}.$$

Vậy

$$V = \frac{Sh}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{12a^2 - \frac{3}{4}x^2} = f(x) = \frac{x^2\sqrt{16a^2 - x^2}}{8} \leq f\left(\frac{4a\sqrt{6}}{3}\right).$$

$$\text{Dấu bằng đạt tại } x = \frac{4a\sqrt{6}}{3}.$$

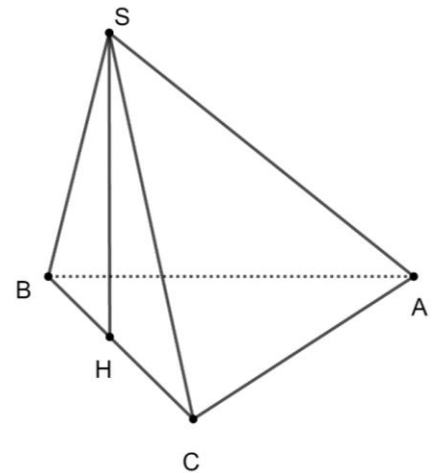


Câu 32. Chọn D

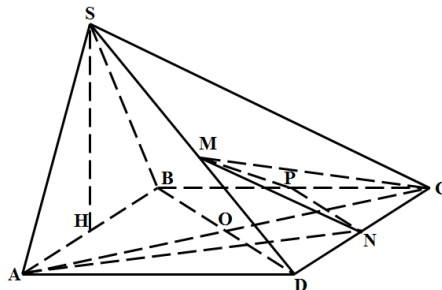
Kẻ SH vuông góc với BC suy ra $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Có } SH = SB \cdot \sin SBC = a\sqrt{3} \text{ và } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = 6a^2.$$

$$\text{Suy ra } V_{SABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot SH = 2a^3\sqrt{3}.$$



Câu 33. Chọn C



Gọi H là trung điểm của cạnh AB . Do $\triangle SAB$ đều và $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\triangle SAB$ đều và cạnh bằng 4 $\Rightarrow SH = 2\sqrt{3}$.

$$\text{Có } S_{ABPN} = S_{ABCD} - S_{AND} - S_{CPN} = AB^2 - \frac{AD \cdot DN}{2} - \frac{CN \cdot CP}{2} = 10.$$

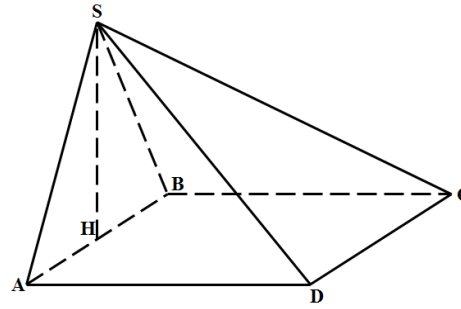
$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABPN \text{ là } V_{ABPN} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABPN} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có } M \text{ là trung điểm của } SD \Rightarrow d(M, (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S, (ABCD)) = \frac{1}{2}SH = \sqrt{3}.$$

Thể tích khối tứ diện $MCPN$ là

$$V_{MCPN} = \frac{1}{3}d(M, (ABCD)) \cdot S_{CPN} = \frac{1}{3}d(M, (ABCD)) \cdot \frac{CN \cdot CP}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 34. Chọn B

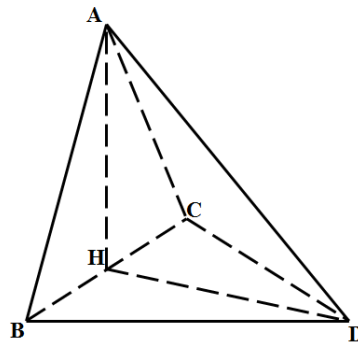


Gọi H là trung điểm của cạnh AB . Do $\triangle SAB$ đều và $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\triangle SAB$ đều và cạnh bằng $a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Có $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35. Chọn C



Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Do $\triangle ABC$ đều và $(ABC) \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

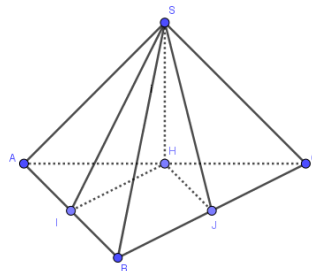
Ta có HD là hình chiếu của AD lên $(BCD) \Rightarrow (AD, (BCD)) = (AD, HD) = ADH = 60^\circ$.

Có $AH = AD.\sin ADH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HD = AD.\cos ADH = \frac{a}{2}$.

Mà $\triangle BCD$ vuông cân tại D nên $BC = 2DH = a$.

Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AH.S_{BCD} = \frac{1}{3}AH.\frac{BC.DH}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 36. Chọn A



Kẻ $SH \perp AC$ vì $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Gọi I, J lần lượt là hình chiếu của H trên AB và BC suy ra $SI \perp AB, SJ \perp BC$

Theo giả thiết $SIH = SIK = 45^\circ$. Ta có $\triangle SHI = \triangle SHJ \Rightarrow HI = HJ$

Tứ giác $HIBJ$ là hình thoi nên BH là đường phân giác của $\triangle ABC$ suy ra H là trung điểm AC

$$HI = HJ = SH = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{12}.$$

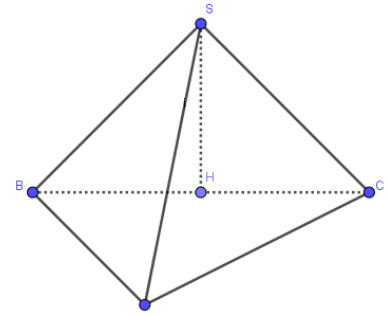
Câu 37. Chọn C

Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow SH \perp BC$.

Ta có

$(SBC) \perp (ABC)$ và $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$



Câu 38. Chọn D

Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC$

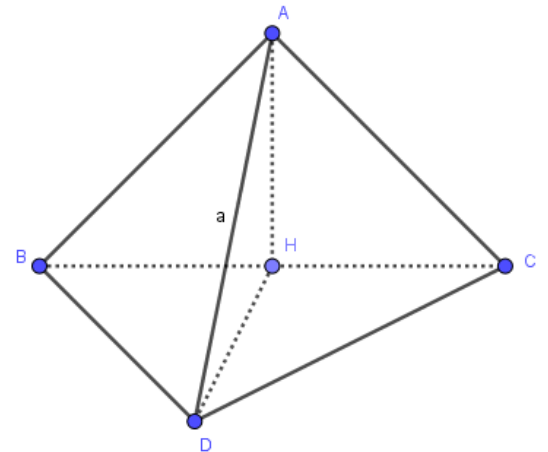
Ta có $(ABC) \perp (BCD)$, $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BCD)$

Và $\triangle ABC = \triangle BCD \Rightarrow AH = DH$

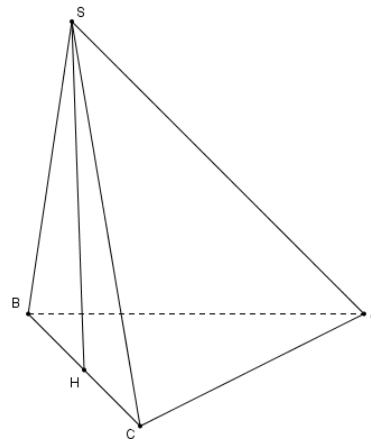
Do đó AHD vuông cân tại $H \Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$\text{Mà } AH = \frac{BC \sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = \frac{2AH}{\sqrt{3}} = \frac{a \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{a \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{36}.$$



Câu 39. Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC . Vì SBC là tam giác đều cạnh a nên $SH = \frac{a \sqrt{3}}{2}$. Theo giả thiết ta có $(SBC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có $BC = a$ nên $AB = BC \cdot \cos 30^\circ = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $AC = BC \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$.

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8}. \text{ Do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} = \frac{a^3}{16}.$$

Câu 40. Chọn A

Theo giả thiết ta có $SM \perp (ABCD)$.

$$(SC; (ABCD)) = (SC; MC) = \angle SCM = 60^\circ.$$

Trong tam giác vuông SMC và SMD ta có:

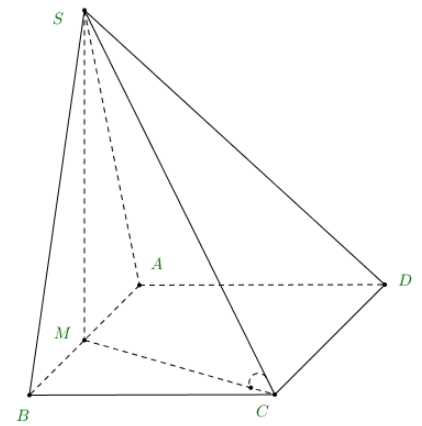
$$SM = \sqrt{SD^2 - MD^2} = MC \cdot \tan 60^\circ \text{ mà } ABCD \text{ là hình vuông nên } MC = MD.$$

$$\Rightarrow SD^2 - MC^2 = 3MC^2 \Rightarrow MC = a\sqrt{5} \Rightarrow SM = a\sqrt{15}.$$

$$\text{Lại có } MC^2 = BC^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{5BC^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC = 2a \Rightarrow S_{ABCD} = 4a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SM \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{3}.$$



Câu 41. Chọn D

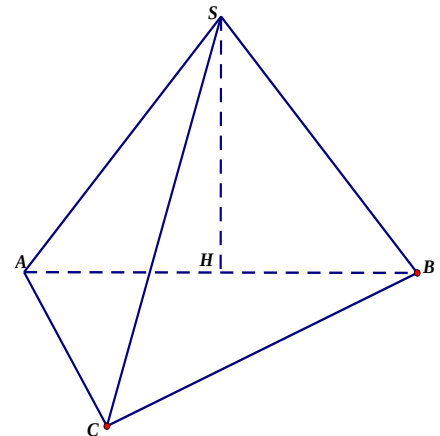
Do tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên chiều cao của hình

$$\text{chóp là } h = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

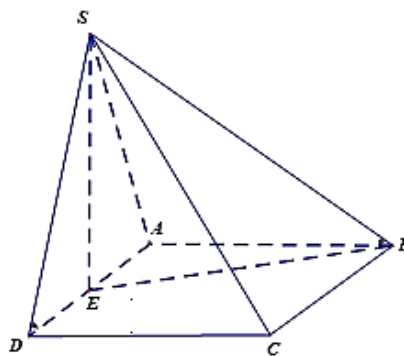
Tam giác ABC vuông tại A

$$\Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{2}a,$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{2}a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} h \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}.$$



Câu 42. Chọn A.



Gọi E trung điểm của AD . Khi đó $SE \perp (ABCD)$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SE, S_{ABCD} = 2a^2; EB \text{ là hình chiếu của } SB \text{ lên mặt phẳng } (ABCD)$$

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = \angle SBE = 45^\circ \Rightarrow SE = BE.; BE = \sqrt{AE^2 + AB^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 4a^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}.$$

$$\Rightarrow SE = \frac{a\sqrt{17}}{2}. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{17}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{17}}{3}.$$

Câu 43. Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn AB

Suy ra,

$$SI \perp AB \text{ mà } (SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD)$$

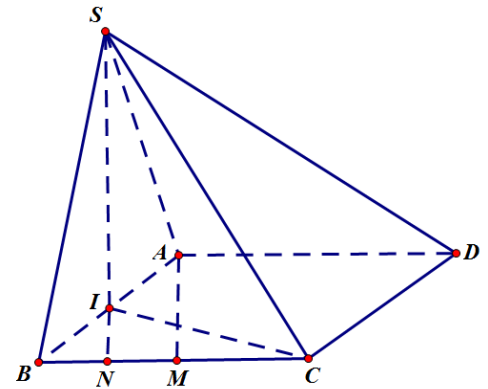
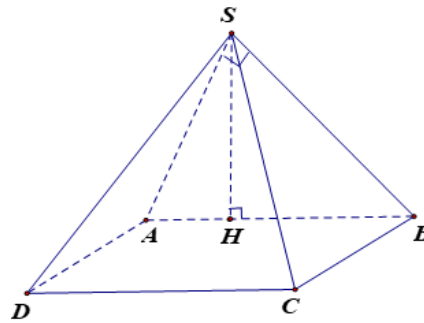
$$\text{Nên } \angle SCI = \left(SC; (ABCD) \right) = 60^\circ, CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra, } SI = CI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$$

Gọi M là trung điểm của đoạn BC , N là trung điểm của đoạn BM .

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

**Câu 44. Chọn C**

$$S_{ABCD} = a^2.$$

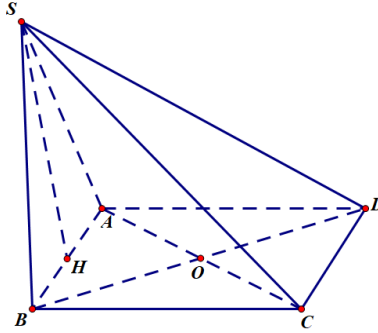
$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Xét tam giác SAB vuông tại S có SH là đường cao.

$$SH^2 = BH \cdot AH = 2AH^2 = 2 \cdot \frac{1}{9}a^2 \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD: V = \frac{1}{3} S_A \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}.$$

Câu 45. Chọn C.



Ta có $S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 4a^2$. Gọi H là trung điểm AB. Ta có $\triangle SAB$ đều $\Rightarrow SH \perp AB$

Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$; $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = a\sqrt{5}$

$$SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}. V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.4a^2 \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$$

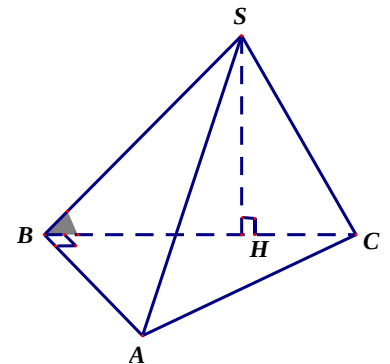
Câu 46. Chọn C

Gọi H là hình chiếu của S trên BC.

Vì $(SBC) \perp (ABC)$ theo giao tuyến BC $\Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta có :

$$SH = SB \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{\triangle ABC} = 2a^3\sqrt{3}.$$



Câu 47. Chọn B

Kẻ $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Kẻ $HE \perp AB, HF \perp AC$, ta có: $\angle SEH = \angle SFH = 60^\circ$ và

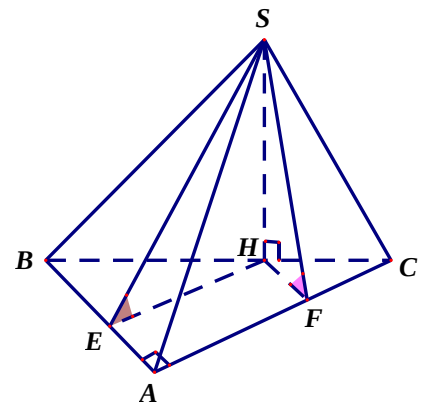
$$HE = SH \cdot \cot 60^\circ = h \cot 60^\circ, HF = SH \cdot \cot 60^\circ = h \cot 60^\circ$$

Diện tích đáy bằng $S = \frac{1}{2}AB \cdot AC = a^2$.

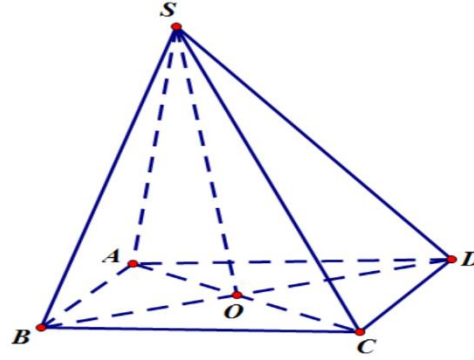
Mặt khác :

$$S = S_{HAB} + S_{HAC} = \frac{1}{2}(AB \cdot HE + AC \cdot HF) = \frac{1}{2}(a \cdot h \cot 60^\circ + 2a \cdot h \cot 60^\circ).$$

$$\text{Vậy } h = \frac{2S}{\frac{a}{\sqrt{3}} + \frac{2a}{\sqrt{3}}} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}. \text{ Chọn B.}$$



Câu 48. Chọn B



$AS = AB = AD \Rightarrow SO = BO = DO$ hay $\triangle SBD$ vuông tại S

Ta có $\begin{cases} AO \perp BO \\ AO \perp SO \end{cases} \Rightarrow AO \perp (SBD)$

$$BD = \sqrt{SD^2 + SB^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}; AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}$$

$$V_{ASBD} = \frac{1}{3} AO \cdot S_{SBD} = \frac{1}{3} AO \cdot \frac{1}{2} \cdot SB \cdot SD = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}. \text{ Suy ra } V_{S.ABCD} = 2V_{ASBD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 49. Chọn A

Kẻ $SH \perp AB$ ($H \in AB$)

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$

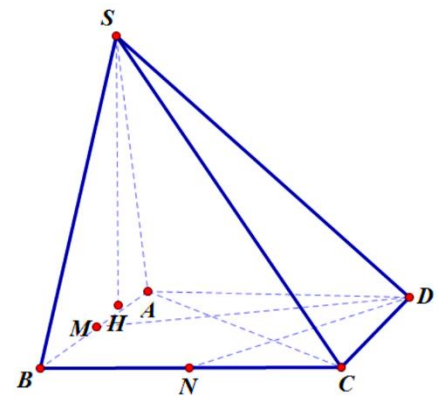
$AB^2 = SA^2 + SB^2 \Rightarrow \triangle SAB$ vuông tại H .

$$SH = \frac{SA \cdot SB}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{BMND} = S_{ABCD} - S_{AMD} - S_{NCD} = 4a^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = 2a^2$$

Vậy thể tích khối chóp $S.BMND$

$$V_{S.BMND} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{BMND} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 50. Chọn D

Gọi H là trung điểm AC : $SH \perp (ABC)$ vì

$(SAC) \perp (ABC)$. Giả sử $SH = x$ ($x > 0$)

$$\text{Ta có } SC^2 = SH^2 + HC^2 = x^2 + \frac{a^2}{4};$$

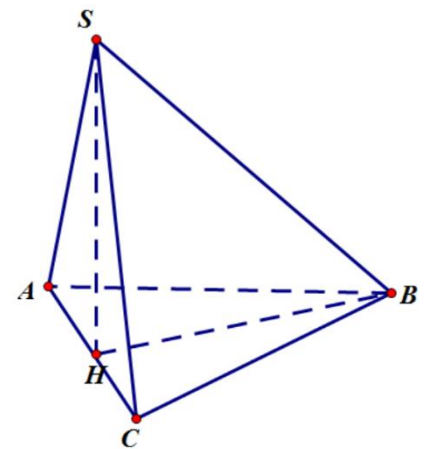
$$SB^2 = SH^2 + HB^2 = x^2 + \frac{3a^2}{4}$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác (SBC)

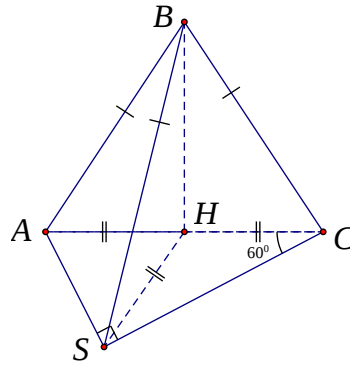
$$SC^2 = SB^2 + BC^2 - 2 \cdot SB \cdot BC \cdot \cos SBC$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{a^2}{4} = x^2 + \frac{3a^2}{4} - a\sqrt{x^2 + \frac{3a^2}{4}} + a^2 \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$



Câu 51. Chọn D



Có $BA = BS = BC = \sqrt{3}a$ nên hình chiếu vuông góc H của B lên (ABC) là tâm đường tròn

ngoại tiếp tam giác ASC . Mặt khác $\begin{cases} BA = BC \\ (BAC) \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow H$ là trung điểm cạnh AC .

Do đó tam giác ASC vuông tại S . Và cũng có $SCA = 60^\circ = (\angle SC, (ABC))$.

Vậy có $SC = AS \cot 60^\circ = \sqrt{3}a \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = a$,

$$AC = 2a \Rightarrow \begin{cases} S_{SAC} = \frac{1}{2} SA \cdot SC = \frac{\sqrt{3}a^2}{2} \\ BH = \sqrt{BA^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2} \end{cases} \cdot \text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} \cdot \sqrt{2}a = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}.$$

Câu 52. Chọn C

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và

$$h = SH = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Kẻ $HK \perp BC, HT \perp CD, HI \perp DA$ ta có
 $SK \perp BC, ST \perp CD, SI \perp DA$ và theo giả thiết có

$$SK = 1; ST = 2; SI = \sqrt{5}.$$

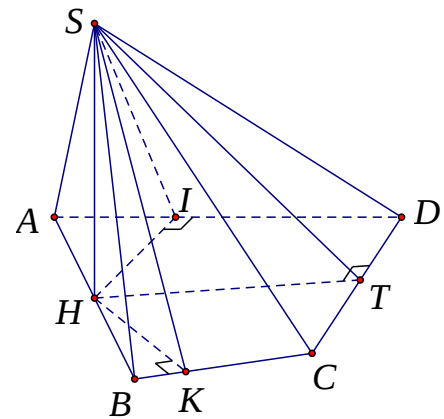
Vì vậy theo pitago cho các tam giác vuông
 SHK, SHT, SHI ta có:

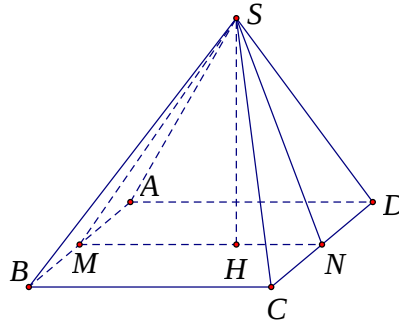
$$HK = \sqrt{SK^2 - SH^2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2}. HI = \sqrt{SI^2 - SH^2} = \sqrt{5 - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}.$$

Vì vậy, diện tích đáy của hình chóp là:

$$S = S_{HBC} + S_{HCD} + S_{HDA} = \frac{1}{2} (HK \cdot BC + HT \cdot CD + HI \cdot DA) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot \sqrt{13} + \frac{\sqrt{17}}{2} \cdot \sqrt{17} \right) = \frac{31}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{31}{4} = \frac{31\sqrt{3}}{24}.$$





Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD ta có

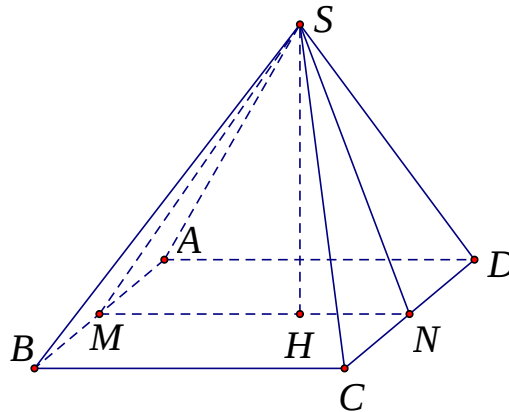
$$\begin{cases} SM \perp AB \\ SN \perp CD \Rightarrow CD \perp (SMN) \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD). \\ CD // AB \end{cases}$$

Vì vậy, kẻ $SH \perp MN$ ($H \in MN$) ta có $SH \perp (ABC)$.

Tam giác SMN có $SM = d(S, AB) = 1$; $SN = d(S, CD) = \sqrt{3}$, $MN = 1$.

$$\text{Do đó } SH = \frac{2S_{SMN}}{MN} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \sqrt{3}. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 54. Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD ta có

$$\begin{cases} SM \perp AB \\ SN \perp CD \Rightarrow CD \perp (SMN) \Rightarrow (SMN) \perp (ABCD). \\ CD // AB \end{cases}$$

Vì $(SAB) \perp (SCD)$ nên tam giác SMN vuông tại S .

$$\text{Diện tích tam giác } SAB \text{ là } S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SM.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SCD \text{ là } S_{SCD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SN.$$

$$\text{Theo đề ta có } \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SM + \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SN = \frac{7a^2}{10} \Leftrightarrow SM + SN = \frac{7a}{5} \Rightarrow (SM + SN)^2 = \frac{49a^2}{25}.$$

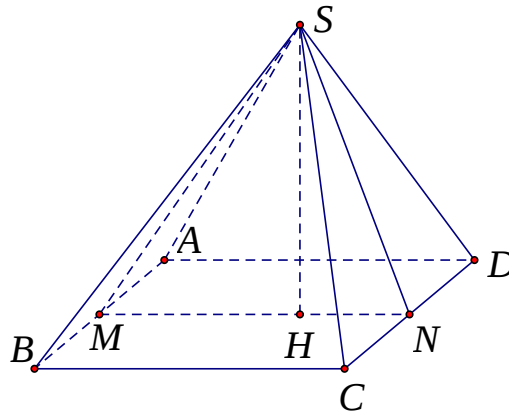
Mặt khác, vì tam giác SMN vuông tại S nên

$$SM^2 + SN^2 = MN^2 \Leftrightarrow SM^2 + SN^2 = a^2 \Leftrightarrow (SM + SN)^2 - 2SM \cdot SN = a^2 \Leftrightarrow SM \cdot SN = \frac{12a^2}{25}.$$

$$\text{Kẻ } SH \perp MN (H \in MN) \text{ ta có } SH \perp (ABC), \text{ do đó } SH = \frac{SM \cdot SN}{MN} = \frac{12a}{25}.$$

$$\text{Suy ra thể tích } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12a}{25} \cdot a^2 = \frac{12a^3}{75}.$$

Câu 55. Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD , khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là góc giữa SM và SN , suy ra $(SM, SN) = 60^\circ$.

$$\text{Kẻ } SH \perp MN (H \in MN) \text{ ta có } SH \perp (ABC), \text{ do đó } SH = \frac{SM \cdot SN \cdot \sin 60^\circ}{MN} (*).$$

$$\text{Diện tích tam giác } SAB \text{ là } S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SM.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SCD \text{ là } S_{SCD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SN.$$

$$\text{Theo đề ta có } \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SM + \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SN = \frac{3a^2}{4} \Leftrightarrow SM + SN = \frac{3a}{2} \Rightarrow (SM + SN)^2 = \frac{9a^2}{4}.$$

Theo định lý cosin trong tam giác SMN , ta có

$$MN^2 = SM^2 + SN^2 - 2SM \cdot SN \cdot \cos MSN = (SM + SN)^2 - 2SM \cdot SN(1 + \cos MSN)$$

$$\Rightarrow SM \cdot SN = \frac{(SM + SN)^2 - MN^2}{2(1 + \cos MSN)}.$$

Xét các trường hợp:

$$\text{Trường hợp } MSN = 60^\circ, \text{ khi đó } SM \cdot SN = \frac{5a^2}{8\left(1 + \frac{1}{2}\right)} = \frac{5a^2}{12}.$$

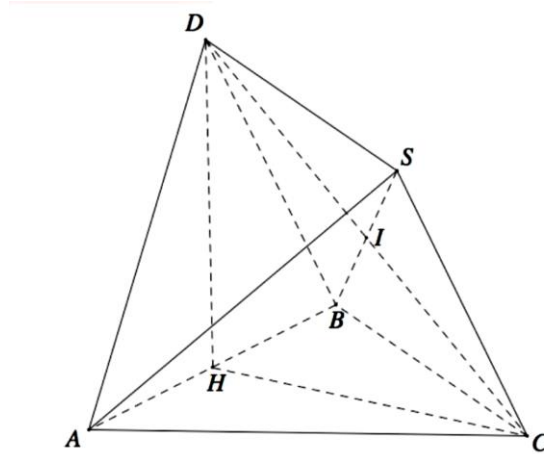
$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta có } SH = \frac{SM \cdot SN \cdot \sin 120^\circ}{MN} = \frac{5\sqrt{3}a}{24}$$

$$\text{Suy ra thể tích } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5\sqrt{3}a}{24} \cdot a^2 = \frac{5\sqrt{3}a^3}{72}.$$

$$\text{Trường hợp } MSN = 120^\circ, \text{ khi đó } SM \cdot SN = \frac{5a^2}{8\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{5a^2}{4}$$

$$(\text{vô lý vì } \frac{3a}{2} = SM + SN \geq 2\sqrt{SM \cdot SN} = \sqrt{5}).$$

Câu 56. Chọn D



Gọi I, HI, H lần lượt là trung điểm của CD, AB, CD, AB .

$$\text{Ta có } V_{ABDSC} = V_{S.ABD} + V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}}{4} (d(S, (ABD)) + d(S, (ABC))).$$

$$\text{Trong đó. } d(S, (ABD)) = 2d(I, (ABD)) = d(C, (ABD)) = CH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{và } d(S, (ABC)) = 2d(I, (ABC)) = d(D, (ABC)) = DH = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABDSC} = V_{S.ABD} + V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{1}{4}.$$

Câu 57. Chọn D

Gọi H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$ và $SH = \frac{AB}{2} = a$.

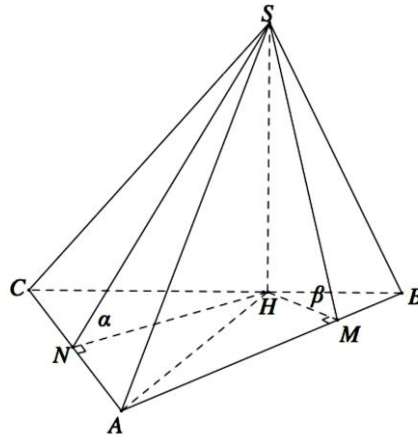
Kẻ $HM \perp BC (M \in BC), HN \perp CA (N \in CA) \Rightarrow SMH = SNH = 60^\circ$

$$\Rightarrow HM = HN = SH \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \text{ Ta có}$$

$$S_{ABC} = S_{HAC} + S_{HBC} = \frac{1}{2} (HM \cdot BC + HN \cdot CA) = \frac{a\sqrt{3}}{6} (BC + CA) = \frac{a\sqrt{3}}{6} (10a - 2a) = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{Sh}{3} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{9}.$$

Câu 58. Chọn D



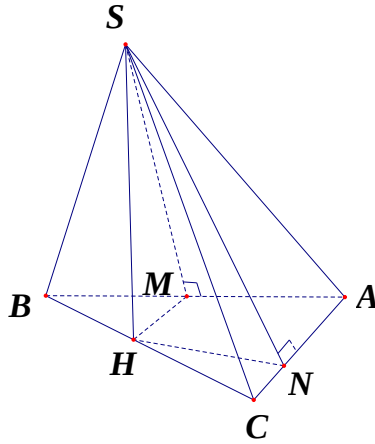
Kẻ $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$ và $HM \perp AB, HN \perp CA \Rightarrow \alpha = \angle SNH, \beta = \angle SMH$

$$\text{Ta có } \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = S_{HAB} + S_{HCA} = \frac{1}{2}(AB \cdot HM + AC \cdot HN) = \frac{a}{2}(SH \cot \beta + SH \cot \alpha)$$

$$\text{Do đó } SH = \frac{\sqrt{3}}{2(\cot \alpha + \cot \beta)} = \frac{\sqrt{3}}{2(\cot \alpha + \tan \alpha)} \leq \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{\cot \alpha \cdot \tan \alpha}} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \tan \alpha = \cot \beta. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}a^2}{4} SH \leq \frac{a^3}{16}.$$

Câu 59. Chọn D



Tam giác ABC vuông tại $A \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 1.$

Gọi $SH (H \in BC)$ là đường cao của SBC , theo giả thiết $(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC).$

$$\text{Gọi } M, N \text{ lần lượt là hình chiếu của } S \text{ trên } AB, AC \Rightarrow \begin{cases} SMH = ((SAB), (ABC)) \\ SNH = ((SAC), (ABC)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} SMH = \beta \\ SNH = \alpha \end{cases}.$$

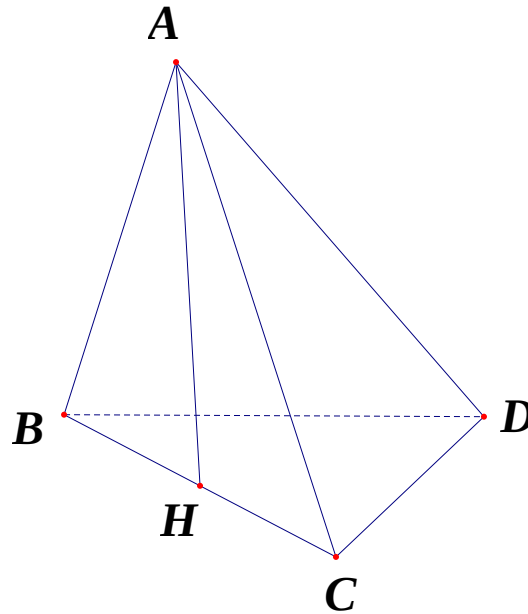
$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AHB} + S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} \cdot HM \cdot AB + \frac{1}{2} \cdot HN \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot (SH \cdot \cot \beta + 2 \cdot SH \cdot \cot \alpha)$$

$$\text{Do đó: } SH = \frac{2}{\cot \beta + 2 \cdot \cot \alpha} = \frac{2}{2 \cdot \cot \alpha + \tan \alpha} \leq \frac{2}{2\sqrt{2 \cdot \cot \alpha \cdot \tan \alpha}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(Vì $\alpha + \beta = 90^\circ$ nên $\cot \beta = \tan \alpha$)

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 = \frac{\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 60. Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh BC .

ΔABC cân tại $A \Rightarrow AH \perp BC$ mà $(ABC) \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

Lại có $AB = AC = AD$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta BCD \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại D .

Xét ΔBCD : $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{3}$

Xét ΔAHC vuông tại $H \Rightarrow AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{AC^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot \frac{1}{2} \cdot DB \cdot DC = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$