

**KIỂM TRA HỌC KỲ 2. NK 2021-2022**Môn : **TOÁN.** Thời gian : **60ph**

---oOo---

Khối 11**Đề chính thức****PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC HỌC SINH (7 điểm)****Câu 1** (2đ) Xét tính liên tục của hàm số sau:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2-\sqrt{x+8}}{x^2+x-2} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{5}{18} & \text{khi } x = 1 \\ \frac{x^3-x^2-6x+6}{2x^2-22x+20} & \text{khi } x < 1 \end{cases} \quad \text{tại } x_0 = 1$$

Câu 2 (1đ) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+5}{x-1}$ có đồ thị là (C).Viết phương trình tiếp tuyến (d) của(C), biết (d) vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = 6x + 2022$.**Câu 3** (0,5đ) Chứng minh phương trình: $(3m^2 - m + 22)(x - 21)^2(x - 22)^3 + 2x - 43 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.**Câu 4:** (2 đ) Tính đạo hàm các hàm số sau:

a) $y = \left(\frac{x^2+3}{2x-1} \right) \cdot \cos 3x$ b) $y = \sqrt{\cos 4x}$

Câu 5 (1,5đ) Tính các giới hạn

a) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[3]{x-1}-3}{\sqrt{x+7}-5}$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x - 1 + \sqrt{4x^2 - x + 7} \right)$

PHẦN RIÊNG A (3 đ) (dành cho các lớp 11CT- 11CL-11CH-11CTin)**Câu 6A** (3đ) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a, AB = a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi E là trung điểm BC và H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh SB, SD.a) Chứng minh: $(AHK) \perp (SBC)$

b) Tính góc giữa đường thẳng SE và mặt phẳng (ABCD) .

c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC.

PHẦN RIÊNG B(3đ) (dành cho các lớp 11T-11L-11HS-11TNTC1-11TNTC2-11TNTC3-11TN1-11TN2- 11TN3-11TN4-11CA-11CV-11XH1-11XH2-11XH3)**Câu 6B** (3đ) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a, AB = a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi E là trung điểm BC và H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh SB, SD.a) Chứng minh: $(AHK) \perp (SBC)$

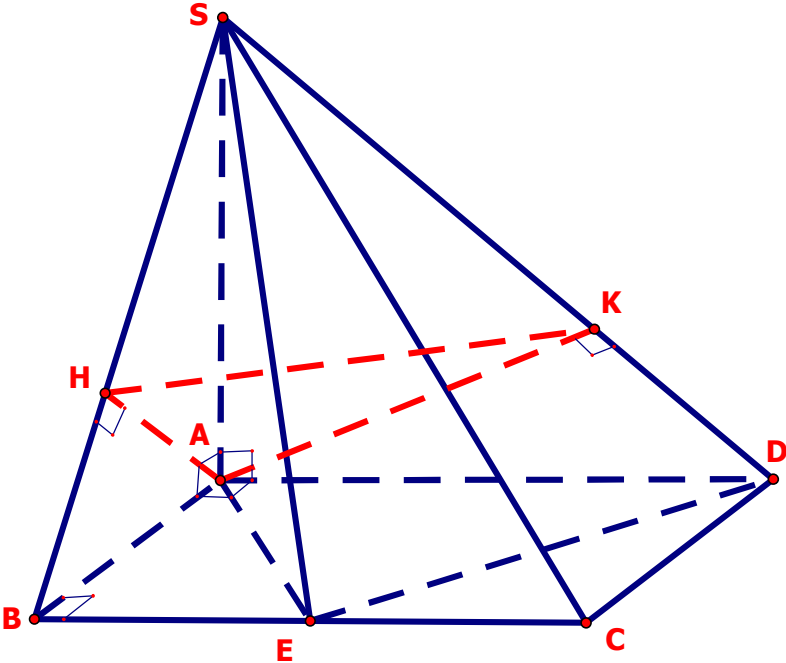
b) Tính góc giữa đường thẳng SE và mặt phẳng (ABCD) .

c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.

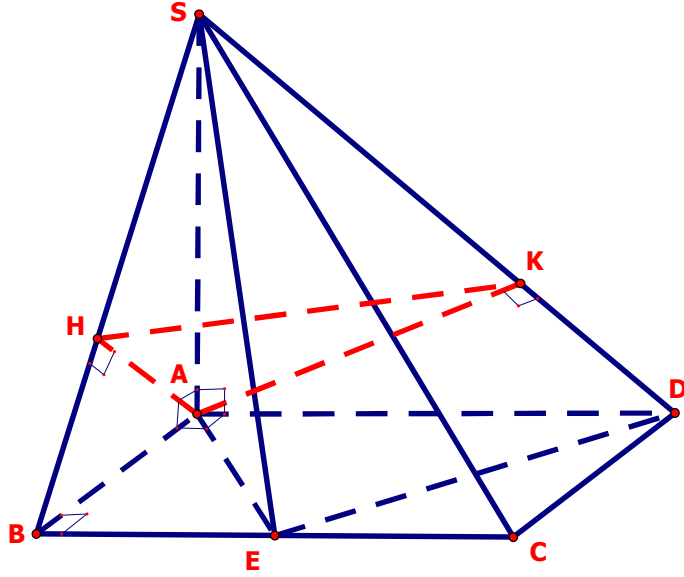


Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Xét tính liên tục của hàm số sau: $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2-\sqrt{x+8}}{x^2+x-2} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{5}{18} & \text{khi } x = 1 \\ \frac{x^3-x^2-6x+6}{2x^2-22x+20} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ tại $x_0 = 1$	2,0đ
	Tại $x_0 = 1$ $\bullet f(1) = \frac{5}{18}$	0,5
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+2-\sqrt{x+8}}{x^2+x-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+2)^2 - (x+8)}{(x^2+x-2)(x+2+\sqrt{x+8})}$ $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+3x-4}{(x^2+x-2)(x+2+\sqrt{x+8})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+4}{(x+2)(x+2+\sqrt{x+8})} = \frac{5}{18}$	0,5
	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3-x^2-6x+6}{2x^2-22x+20} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2-6)}{2(x-1)(x-10)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^2-6)}{2(x-10)} = \frac{5}{18}$	0,5
	Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = \frac{5}{18}$ nên hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ Nếu HS chưa khử vô định mà suy ra kết quả thì trừ 0,25đ với mỗi lần tính giới hạn	0,5
Câu 2	Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+5}{x-1}$ có đồ thị là (C).Viết phương trình tiếp tuyến (d) của (C),biết (d) vuông góc với đường thẳng (Δ): $y = 6x + 2022$.	1,0đ
	$y' = f'(x) = \frac{-6}{(x-1)^2}$ Phương trình tiếp tuyến (d) của (C) tại tiếp điểm $M(x_0; y_0)$ $(d): y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ Vì (d) vuông góc với (Δ): $y = 6x + 2022$ nên hệ số góc $k_d \cdot k_\Delta = -1 \Leftrightarrow k_d = \frac{-1}{k_\Delta} = \frac{-1}{6}$	0,25
	Mà $k_d = f'(x_0) \Leftrightarrow \frac{-1}{6} = \frac{-6}{(x_0-1)^2}$	0,25

	Suy ra $(x_0 - 1)^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 7 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow M_1(7;2) \\ x_0 = -5 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow M_2(-5;0) \end{cases}$	
	*) Tại $M_1(7;2)$. Phương trình tiếp tuyến là : $y = \frac{-1}{6}x + \frac{19}{6}$	0,25
	*) Tại $M_2(-5;0)$. Phương trình tiếp tuyến là : $y = \frac{-1}{6}x - \frac{5}{6}$	0,25
Câu 3	Chứng minh phương trình: $(3m^2 - m + 22)(x - 21)^2(x - 22)^3 + 2x - 43 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.	0,5đ
	Đặt $f(x) = (3m^2 - m + 22)(x - 21)^2(x - 22)^3 + 2x - 43$ Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[21;22]$ $f(21) = -1$; $f(22) = 1$ suy ra $f(21).f(22) < 0$	0,25
	suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(21;22)$ Vậy phương trình (*) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.	0,25
Câu 4	Tính đạo hàm các hàm số sau: a) $y = \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 1}\right) \cdot \cos 3x$ b) $y = \sqrt{\cos 4x}$	2,0đ
	a) $y = \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 1}\right) \cdot \cos 3x$	1,0đ
	$y' = \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 1}\right)' \cdot \cos 3x + (\cos 3x)' \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 1}\right)$	0,25+0,25
	$y' = \frac{2x^2 - 2x - 6}{(2x - 1)^2} \cdot \cos 3x + \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 1}\right) \cdot (-3 \sin 3x)$	0,25+0,25
	b) $y = \sqrt{\cos 4x}$	1,0đ
	$y' = \frac{[\cos 4x]'}{2\sqrt{\cos 4x}}$	0,5
	$y' = \frac{-4 \sin 4x}{2\sqrt{\cos 4x}}$	0,5
Câu 5	Tính các giới hạn a) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 3}{\sqrt{x+7} - 5}$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x - 1 + \sqrt{4x^2 - x + 7}\right)$	1,5đ
	a) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 3}{\sqrt{x+7} - 5}$	0,5đ
	$= \frac{\sqrt[3]{9-1} - 3}{\sqrt{9+7} - 5} = 1$	0,5
	b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x - 1 + \sqrt{4x^2 - x + 7}\right)$	1,0đ

	$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{\left(2x + \sqrt{4x^2 - x + 7}\right)\left(2x - \sqrt{4x^2 - x + 7}\right)}{\left(2x - \sqrt{4x^2 - x + 7}\right)} - 1 \right]$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{4x^2 - (4x^2 - x + 7)}{\left(2x + x\sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{7}{x^2}}\right)} - 1 \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x - 7}{\left(2x + x\sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{7}{x^2}}\right)} - 1 \right]$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1 - \frac{7}{x}}{\left(2 + \sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{7}{x^2}}\right)} - 1 \right]$	0,25
	$= \frac{1}{4} - 1 = \frac{-3}{4}$ Nếu HS chưa khử vô định mà suy ra kết quả thì trừ 0,5đ	0,25
Câu 6A	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a, AB = a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi E là trung điểm BC và H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh SB, SD.	3,0đ
		
	a) Chứng minh: $(AHK) \perp (SBC)$	1đ
	* $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$	0,25

	$* \begin{cases} BC \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$	0,25
	$* \begin{cases} BC \perp AH \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$	0,25
	$* \begin{cases} AH \perp (SBC) \\ AH \subset (AHK) \end{cases} \Rightarrow (SBC) \perp (AHK).$	0,25
	b) Tính góc giữa đường thẳng SE và mặt phẳng (ABCD) .	1,0đ
	$\begin{cases} SE \cap (ABCD) = E \\ SA \perp (ABCD) \text{ tại } A \end{cases} \Rightarrow AE \text{ là hình chiếu của SE lên } (ABCD).$	0,25
	$[SE; (ABCD)] = (\widehat{SE; AE}) = \widehat{SEA}$	0,25
	$\Delta ABE \text{ vuông cân tại } B \Rightarrow AE = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$ $\Delta SAE \text{ vuông tại } A, \tan \widehat{SEA} = \frac{SA}{AE} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}$	0,25
	Vậy $[SE; (ABCD)] = 60^\circ$. HS không suy ra được góc 60° thì trừ 0,25đ HS không chỉ ra AE là hình chiếu của SE lên (ABCD) thì trừ 0,25đ	0,25
	C) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC.	1,0đ
	$\begin{cases} AB // CD \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow AB // (SCD) \Rightarrow d_{[AB, SC]} = d_{[AB, (SCD)]} = d_{[A, (SCD)]} \\ AB \not\subset (SCD) \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$ $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ AK \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow CD \perp AK$ $\begin{cases} AK \perp SD \\ AK \perp CD \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SCD) \text{ tại } K \Rightarrow d_{[A, (SCD)]} = AK$	0,25
	$\Delta SAD \text{ vuông tại } A, \text{ có đường cao } AK$ $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{6a^2} + \frac{1}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$ $\Rightarrow d_{[AB, SC]} = d_{[AB, (SCD)]} = d_{[A, (SCD)]} = AK = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$ HS làm cách khác cũng cho tròn điểm	0,5
CÂU 6B	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a, AB = a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Gọi E là trung điểm BC và H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh SB, SD.	3,0đ

		
a) Chứng minh: $(AHK) \perp (SBC)$		1đ
$* \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$		0,25
$* \begin{cases} BC \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$		0,25
$* \begin{cases} BC \perp AH \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$		0,25
$* \begin{cases} AH \perp (SBC) \\ AH \subset (AHK) \end{cases} \Rightarrow (SBC) \perp (AHK).$		0,25
b) Tính góc giữa đường thẳng SE và mặt phẳng (ABCD) .		1,0đ
$\begin{cases} SE \cap (ABCD) = E \\ SA \perp (ABCD) \text{ tại } A \end{cases} \Rightarrow AE \text{ là hình chiếu của SE lên } (ABCD).$		0,25
$\widehat{[SE; (ABCD)]} = \widehat{(SE; AE)} = \widehat{SEA}$		0,25
$\triangle ABE$ vuông cân tại B $\Rightarrow AE = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$ $\triangle SAE$ vuông tại A, $\tan \widehat{SEA} = \frac{SA}{AE} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}$		0,25
Vậy $\widehat{[SE; (ABCD)]} = 60^\circ$.		0,25
HS không suy ra được góc 60° thì trừ 0,25đ HS không chỉ ra AE là hình chiếu của SE lên (ABCD) thì trừ 0,25đ		
c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.		1,0đ
$\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$ $\begin{cases} AB \perp (SAD) \\ AK \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow AB \perp AK$ $AK \perp AB$ tại A $AK \perp SD$ tại K Suy ra AK là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau AB và SD		0,5

	$d(AB, SD) = AK$	
	ΔSAD vuông tại A, có đường cao AK $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{6a^2} + \frac{1}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$ $\Rightarrow d_{[AB, SD]} = AK = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$ HS làm cách khác cũng cho tròn điểm	0,5

- Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như trong đáp án
- Cho điểm từng câu , ý , sau đó cộng điểm toàn bài và không làm tròn (Ví dụ: 7,25 --- ghi bảy hai lăm)
- Giám khảo ghi điểm toàn bài bằng số và bằng chữ ; giám khảo nhớ ký và ghi tên vào từng tờ bài làm của học sinh