

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 1$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $4x^2 - 2x - 1 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 - x_2)^2 - x_1 \left(x_1 - \frac{1}{2} \right)$.

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Bạn An mang theo x (nghìn đồng), An mua lần lượt ba món đồ ở ba nơi khác nhau. Món đồ thứ nhất, An trả một nửa tiền mang theo và thêm 10 000 đồng.

Món đồ thứ hai, An trả một nửa tiền còn lại sau khi mua món đồ thứ nhất và thêm 10 000 đồng.

Món đồ thứ ba, An trả một nửa tiền còn lại sau khi An mua món đồ thứ hai và thêm 10 000 đồng.

Gọi y (nghìn đồng) là số tiền còn lại sau khi An mua ba món đồ trên.

- Viết công thức tính y theo x .
- Sau khi mua ba món đồ trên, An còn lại 22 500 đồng. Hỏi An đã mang theo bao nhiêu tiền và giá của mỗi món đồ trên là bao nhiêu?

Câu 4. (0,75 điểm). Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ $1kWh$ đến $100kWh$ thì giá điện là: $1500d / kWh$

Bậc 2: Từ $101kWh$ đến $150kWh$ thì giá điện là: $2000d / kWh$

Bậc 3: Từ $151kWh$ trở lên thì giá điện là: $4000d / kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng $170kWh$ thì có $100kWh$ tính theo giá bậc 1, có $50kWh$ tính theo giá bậc 2 và có $20kWh$ tính theo giá bậc 3)

Tháng 4 năm 2022 tổng số tiền điện của nhà bạn A và bạn B là 560 000 đồng. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền của cả hai nhà trong tháng 5 là 701 000 đồng. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Câu 5. (0,75 điểm) Trong kết quả xét nghiệm lượng đường trong máu có bệnh viện tính theo đơn vị là mg / dl nhưng cũng có bệnh viện tính theo đơn vị là $mmol / l$. Công thức chuyển đổi là

$1\text{ mmol/l} = 18\text{ mg/dl}$. Hai bạn Quý và Mão nhịn ăn sáng sau khi thử đường huyết tại nhà có chỉ số đường huyết lần lượt là 70 mg/dl và 90 mg/dl . Căn cứ vào bảng sau, em hãy cho biết tình trạng sức khỏe của hai bạn Quý và Mão.

Tên xét nghiệm	Hạ đường huyết	Đường huyết bình thường	Giai đoạn tiền tiểu đường	Chuẩn đoán bệnh tiểu đường
Đường huyết lúc đói ($x\text{ mmol/l}$)	$x < 4.0$ (mmol/l)	$4.0 \leq x \leq 5.6$ (mmol/l)	$5.6 < x < 7.0$ (mmol/l)	$x \geq 7.0$ (mmol/l)

Câu 6. (1 điểm). Nhân dịp năm mới, Công ty TNHH thực phẩm ORION VINA đã cho ra mắt bộ quà Tết Orion với thiết kế đa dạng, sang trọng để phục vụ nhu cầu mua sắm, sử dụng quà Tết cho cá nhân, gia đình và các doanh nghiệp. Bộ quà Tết Orion – Bình An I có giá 140 000 đồng. Bộ quà Tết Orion Bình An II có giá 180 000 đồng.



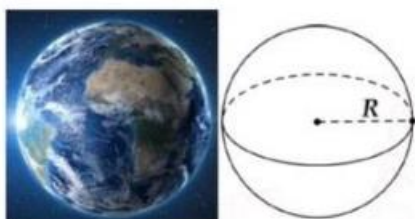
Bộ quà Tết Orion Bình An I



Bộ quà Tết Orion Bình An II

Để giới thiệu sâu rộng sản phẩm đến người dân, cửa hàng bác A đã quyết định giảm giá 10% bộ quà Tết Bình An I và Bình An II. Ngoài ra nếu khách hàng mua từ 3 bộ quà của Orion trở lên thì từ bộ thứ 3 khách hàng được giảm thêm 5% trên giá đã giảm. Chị Lan đã mua 3 bộ quà Bình An II ở cửa hàng bác A để về biếu ông bà nội ngoại và trưng ở nhà 1 bộ. Hỏi số tiền thực tế chị phải trả là bao nhiêu?

Câu 7. (1 điểm). Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính khoảng 6370 km . Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất không bị bao phủ bởi nước, bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác.



- Tính thể tích của Trái Đất?
- Tính diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước?

(Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.)

- Câu 8. (3 điểm).** Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm ngoài đường tròn với $OA = 2R$, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm), D thuộc cung lớn BC , $BD < DC$ (D, O, C không thẳng hàng), K là giao điểm của BC và OA .
- a) Chứng minh: tứ giác $AOBC$ nội tiếp và $KB = KC$.
 - b) Vẽ BH vuông góc dây cung CD (H thuộc CD), gọi I là trung điểm của BH ; DI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N , AN cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M . Chứng minh: $AM \cdot AN = 3R^2$ và $AKN = ONM$.
 - c) Chứng minh: AO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABN .

----HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + 1$.

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

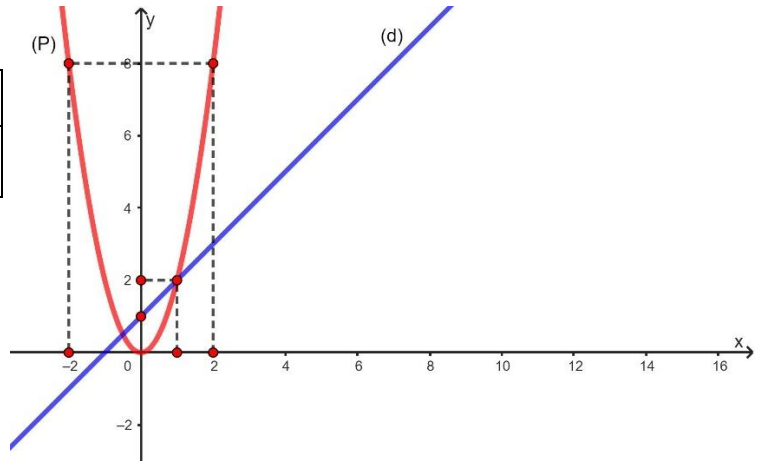
Lời giải

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

a) BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

x	0	1
$y = x + 1$	1	2



- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$2x^2 = x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Thay $x = 1$ vào $y = 2x^2$, ta được: $y = 2.1^2 = 2$.

Thay $x = -\frac{1}{2}$ vào $y = 2x^2$, ta được: $y = 2.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

Vậy $(1; 2), \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $4x^2 - 2x - 1 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = (x_1 - x_2)^2 - x_1\left(x_1 - \frac{1}{2}\right)$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.4.(-1) = 20 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

Ta có:
$$A = (x_1 - x_2)^2 - x_1 \left(x_1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$A = (x_1 - x_2)^2 - x_1 \left(x_1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$A = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - x_1(x_1 - x_1 - x_2)$$

$$A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$$

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{-1}{4} \right)$$

$$A = 1$$

Câu 3. (1 điểm) Bạn An mang theo x (nghìn đồng), An mua lần lượt ba món đồ ở ba nơi khác nhau.

Món đồ thứ nhất, An trả một nửa tiền mang theo và thêm 10 000 đồng.

Món đồ thứ hai, An trả một nửa tiền còn lại sau khi mua món đồ thứ nhất và thêm 10 000 đồng.

Món đồ thứ ba, An trả một nửa tiền còn lại sau khi An mua món đồ thứ hai và thêm 10 000 đồng.

Gọi y (nghìn đồng) là số tiền còn lại sau khi An mua ba món đồ trên.

a) Viết công thức tính y theo x .

Sau khi mua ba món đồ trên, An còn lại 22500 đồng. Hỏi An đã mang theo bao nhiêu tiền và giá của mỗi món đồ trên là bao nhiêu

Lời giải

a) Viết công thức tính y theo x .

b) Số tiền mua món hàng thứ nhất là: $\frac{x}{2} + 10$

$$\text{Số tiền còn lại sau khi mua món hàng thứ nhất là: } x - \left(\frac{x}{2} + 10 \right) = \frac{x}{2} - 10$$

$$\text{Số tiền mua món hàng thứ hai là: } \frac{\frac{x}{2} - 10}{2} + 10 = \frac{x}{4} - 5 + 10 = \frac{x}{4} + 5$$

Số tiền còn lại sau khi mua món hàng thứ hai là: $\frac{x}{2} - 10 - \left(\frac{x}{4} + 5\right) = \frac{x}{4} - 15$

Số tiền mua món hàng thứ ba là: $\frac{\frac{x}{4} - 15}{2} + 10 = \frac{x}{8} - 7,5 + 10 = \frac{x}{8} + 2,5$

Số tiền còn lại là: $y = \frac{x}{4} - 15 - \left(\frac{x}{8} + 2,5\right) = \frac{x}{8} - 17,5$

b) Theo bài ra ta có:

$$22,5 = \frac{x}{8} - 17,5$$
$$\Rightarrow x = 320$$

Vậy An mang theo 320 nghìn.

Giá của món đồ thứ nhất là: 170 nghìn

Giá của món đồ thứ hai là: 85 nghìn

Giá của món đồ thứ ba là: 42,5 nghìn

Câu 4. Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ $1kWh$ đến $100kWh$ thì giá điện là: $1500d / kWh$

Bậc 2: Từ $101kWh$ đến $150kWh$ thì giá điện là: $2000d / kWh$

Bậc 3: Từ $151kWh$ trở lên thì giá điện là: $4000d / kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng $170kWh$ thì có $100kWh$ tính theo giá bậc 1, có $50kWh$ tính theo giá bậc 2 và có $20kWh$ tính theo giá bậc 3)

Tháng 4 năm 2022 tổng số tiền điện của nhà bạn A và bạn B là 560000 đồng. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đồng. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Lời giải

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là x ($x > 0$) (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là y ($y > 0$) (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 560000 nên ta có phương trình $x + y = 560000$ (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là $x + 30\%x = 1,3x$ (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là: $y + 20\%y = 1,2y$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 701000 nên ta có phương trình: $1,3x + 1,2y = 701000$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 560000 \\ 1,3x + 1,2y = 701000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 290000 \\ y = 270000 \end{cases}$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290000 đồng.

$$\text{Nhận thấy: } 290000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là $100 + 50 + 10 = 160$ (kWh).

Câu 5. (1 điểm) Trong kết quả xét nghiệm lượng đường trong máu có bệnh viện tính theo đơn vị là mg/dl nhưng cũng có bệnh viện tính theo đơn vị là $mmol/l$. Công thức chuyển đổi là $1mmol/l = 18mg/dl$. Hai bạn Quý và Mão nhịn ăn sáng sau khi thử đường huyết tại nhà có chỉ số đường huyết lần lượt là 70 mg/dl và 90 mg/dl . Căn cứ vào bảng sau, em hãy cho biết tình trạng sức khỏe của hai bạn Quý và Mão.

Tên xét nghiệm	Hạ đường huyết	Đường huyết bình thường	Giai đoạn tiền tiểu đường	Chuẩn đoán bệnh tiểu đường
Đường huyết lúc đói (x $mmol/l$)	$x < 4.0$ ($mmol/l$)	$4.0 \leq x \leq 5.6$ ($mmol/l$)	$5.6 < x < 7.0$ ($mmol/l$)	$x \geq 7.0$ ($mmol/l$)

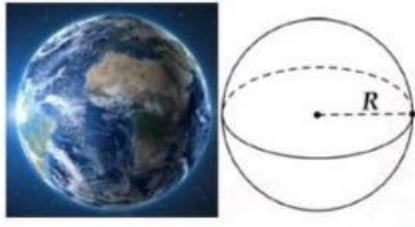
Lời giải

$$\text{Chỉ số đường huyết của Quý là } 100mg/dl = \frac{1}{18}.70 = \frac{35}{9} \approx 3,9mmol/l.$$

$$\text{Chỉ số đường huyết của Mão là } 90mg/dl = \frac{1}{18}.90 = 5mmol/l.$$

Căn cứ vào bảng đề bài cho, ta có thể kết luận: bạn Quý hạ đường huyết, còn bạn Mão đường huyết bình thường.

Câu 6. (1 điểm) Trái Đất, hành tinh chúng ta đang sống, dạng hình cầu có bán kính khoảng 6370 km. Biết rằng 29% diện tích bề mặt Trái Đất không bị bao phủ bởi nước, bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác.



- c) Tính thể tích của Trái Đất?
 d) Tính diện tích bề mặt Trái Đất bị bao phủ bởi nước?
 (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị.)

Lời giải

a) Thể tích của Trái Đất là: $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6370^3 = 1\,082\,148\,051\,227 \text{ (km}^3\text{)}$

b) Diện tích bề mặt Trái Đất là: $S = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 6370^2 = 509\,645\,864 \text{ (km}^2\text{)}$

Diện tích bề mặt Trái Đất không bị bao phủ bởi nước là:

$$(100\% - 29\%) \cdot 509\,645\,864 = 361\,848\,563 \text{ km}^2$$

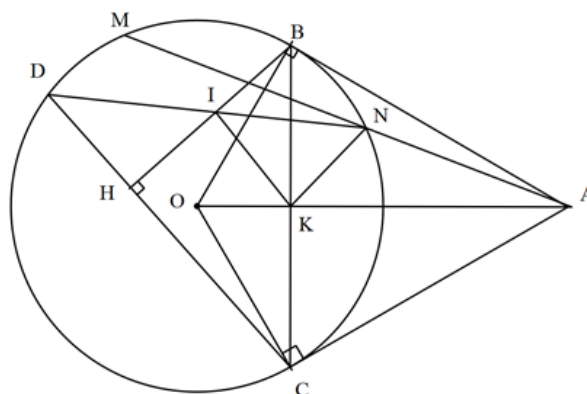
Câu 7. (3 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$, điểm A nằm ngoài đường tròn với $OA = 2R$, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm), D thuộc cung lớn BC , $BD < DC$ (D, O, C không thẳng hàng), K là giao điểm của BC và OA .

- a) Chứng minh: tứ giác $AOBC$ nội tiếp và $KB = KC$.
 b) Vẽ BH vuông góc dây cung CD (H thuộc CD), gọi I là trung điểm của BH ; DI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N , AN cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M .

Chứng minh: $AM \cdot AN = 3R^2$ và $AKN = ONM$.

- c) Chứng minh: AO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABN .

Lời giải



a) Xét tứ giác $OBAC$, ta có:

$OBA = 90^\circ$ (AB là tiếp tuyến tại B của đường tròn (O))

$OCA = 90^\circ$ (AC là tiếp tuyến tại C của đường tròn (O))

Vậy $OBA + OCA = 180^\circ$

Do đó, tứ giác $OBAC$ nội tiếp.

Cm: OA là trung trực của BC

Suy ra: $KB = KC$

b) Xét tam giác OAB vuông tại B (AB là tiếp tuyến tại B của (O))

$$OA^2 = OB^2 + AB^2$$

$$\Leftrightarrow (2R)^2 = R^2 + AB^2 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 4R^2 = R^2 + AB^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = 3R^2$$

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle AMB$, ta có:

BAM : chung

$ABN = AMB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung BN)

Suy ra: $\triangle ABN \sim \triangle AMB$ (g-g)

$$\text{Suy ra: } \frac{AB}{AM} = \frac{AN}{AB} \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $AM \cdot AN = 3R^2$ (đpcm)

Cm: $\triangle AKN \sim \triangle AMO$

Cm: $OMN = ONM$

Suy ra: $AKN = ONM$

c) $OB = OC = R$

$AB = AC$ (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại A)

Suy ra: OA là đường trung trực của $BC \Rightarrow K$ là trung điểm của BC

Mà I là trung điểm của BH (gt)

Nên IK là đường trung bình của tam giác BHC

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} IK \parallel HC \\ IK \parallel HB \end{cases}$$

Vì $IK \parallel HC$ nên $NIK = NDC$ (hai góc đồng vị)

Mà $NDC = NBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung NC)

Nên $NIK = NBC$.

Xét tứ giác $IBNK$ có: $NIK = NBC$ (cmt)

Suy ra, tứ giác $IBNK$ nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh I, B liên tiếp cùng nhìn KN dưới góc bằng nhau)

Trong tứ giác $IBNK$ nội tiếp có $BIK = 90^\circ$, suy ra $BNK = 90^\circ$

Ta có: $NKA = NBC$ (do cùng phụ BKN)

Mà $NCA = NBC$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung NC).

Vậy $NCA = NKA$

Xét tứ giác $KNAC$ có: $NCA = NKA$ (cmt)

Vậy tứ giác $KNAC$ nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh K, C liên tiếp cùng nhìn NA dưới góc bằng nhau)

Ta có $NAO = NCK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung NK trong tứ giác $NAKC$ nội tiếp)

Mà $ABN = NCK$ (góc nội tiếp-góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung BN)

Nên $ABN = NAO$

Vậy AO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABN .

----HẾT---