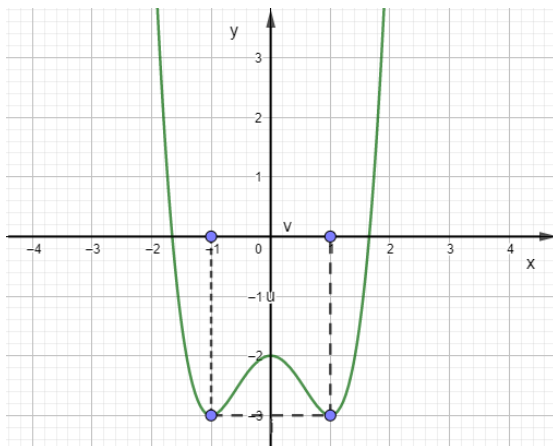


PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024

MÔN TOÁN

ĐỀ SỐ: 08 – MÃ ĐỀ: 108

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:



- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$ B. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$
C. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$ D. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-4; -2; 9)$ B. $D(-4; 2; 9)$ C. $D(4; -2; 9)$ D. $D(4; 2; -9)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		+	+
y	1	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{2x-1}{x-2}$. B. $y = \frac{x+4}{x-2}$. C. $y = \frac{x-1}{x-2}$. D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\frac{2}{3}}$ là

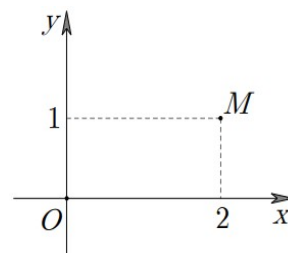
A. $D = (-1; 4)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$. D. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $d = (-1;1;2)$ B. $a = (-1;0;-2)$ C. $b = (-1;0;2)$ D. $c = (1;2;2)$

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Khi đó số phức $w = -2\bar{z}$ là

A. $w = 4 + 2i$. B. $w = 4 - 2i$.
C. $w = -4 + 2i$. D. $w = -4 - 2i$.



Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 18$. B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 18$.

Câu 11: Với $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[7]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{7}$. B. 7 . C. -7 . D. $\frac{1}{7}$.

Câu 12: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. B. $(-3;0)$. C. $(-1;1)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 13: Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

A. 2. B. $\frac{8}{3}$. C. 8. D. 4.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 5$ là

A. $(\log_3 5; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_5 3)$. C. $(-\infty; \log_3 5]$. D. $[\log_3 5; +\infty)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\pi} x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{0,2} x$. D. $y = \log_{e^2} x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm: $A(-2;0;0), B(0;0;7), C(0;3;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$ B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 0$ C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$ D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} + 1 = 0$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 18: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 7$ thì $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)]dx$ bằng
A. -12. B. 25. C. 17. D. -25.

Câu 19: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_3^0 f(x)dx$ bằng
A. 3. B. -7. C. 7. D. -3.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 21: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $\bar{2z} + i$
A. $4 - 9i$ B. $2 + 11i$ C. $4 + 11i$ D. $4 + 10i$

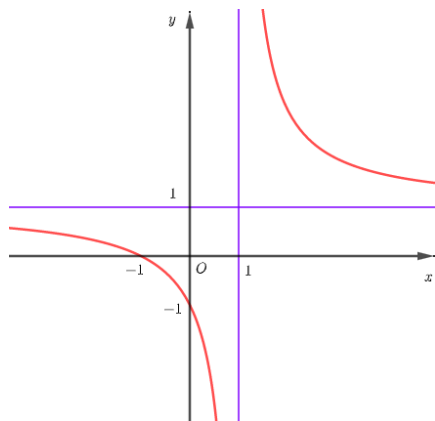
Câu 22: Cắt hình nón có chiều cao h bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $8\pi\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng
A. $\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{64\pi}{3}$. C. $16\pi\sqrt{2}$. D. 8π .

Câu 23: Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác gồm 3 người, một người là tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người làm thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?
A. 1320. B. 1230. C. 220. D. 1728.

Câu 24: Hàm số $F(x) = \ln(3x)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f_4(x) = x \cdot \ln(3x) - x + C$. B. $f_1(x) = \frac{3}{x}$.
C. $f_2(x) = \frac{1}{3x}$. D. $f_3(x) = \frac{1}{x}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



- A. $(0; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 26: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r = a$ và thể tích $V = 2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A. 10. B. 9. C. 8. D. 11.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = -3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} + z_2$ bằng

- A. -3. B. 3. C. $-3i$. D. -2.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)z + 4i - 5 = 0$. Phần thực của số phức z bằng

- A. $-\frac{3}{5}$. B. $\frac{14}{5}$. C. $\frac{6}{5}$. D. $-\frac{14}{5}$.

Câu 30: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+

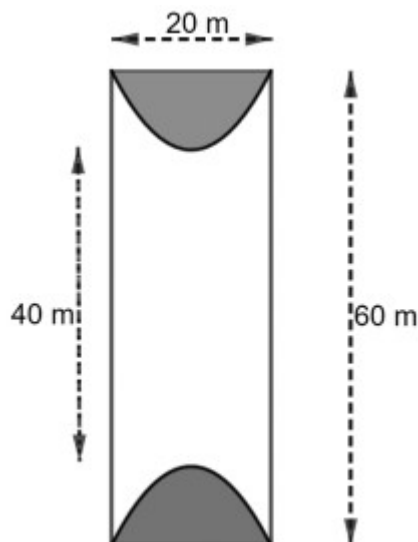
Hàm số $y = f(3 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(2; 3)$.

Câu 33: Một hộp đựng 13 quả cầu gồm: 7 quả cầu màu vàng đánh số từ 1 đến 7, 6 quả cầu màu đỏ đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả, tính xác suất để hai quả đó khác màu và khác số.

- A. $\frac{35}{78}$. B. $\frac{5}{13}$. C. $\frac{6}{13}$. D. $\frac{7}{13}$.

- Câu 34:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin x] dx = 10$. Tính $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$.
- A. $I = 4$. B. $I = 8$. C. $I = 12$. D. $I = 6$.
- Câu 35:** Trên khoảng $(2; +\infty)$, hàm số $y = 2x - 3 + \frac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng
- A. $2 + 5\sqrt{5}$. B. $5 + 2\sqrt{7}$. C. $2 + \sqrt{5}$. D. $1 + 4\sqrt{5}$.
- Câu 36:** Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. $\log_{a^2}(ab)$ bằng
- A. $\frac{1}{2} \log_a b$. B. $2 + 2 \log_a b$. C. $\frac{1}{2} + \log_a b$. D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.
- Câu 37:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 1)$, $B(0; 2; 0)$, $C(-1; 1; 2)$, $D(2; 3; 1)$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?
- A. $R = \frac{\sqrt{73}}{2}$. B. $R = \frac{\sqrt{83}}{2}$. C. $R = \frac{\sqrt{53}}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{43}}{2}$.
- Câu 38:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z + 2 = 0$. Đường thẳng Δ song song với (P) , đi qua $M(2; 2; 4)$ và cắt đường thẳng d có phương trình là
- A. $\frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{6}$. B. $\frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$.
C. $\frac{x-2}{-9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$. D. $\frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{-6}$.
- Câu 39:** Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{y}{x}\right)^2$
- A. $\frac{25}{2}$. B. 20. C. $\frac{45}{2}$. D. 25.
- Câu 40:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là:
- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\infty; 3]$. C. $[3; 6]$. D. $(-\infty; 6]$.
- Câu 41:** Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$. Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là $200.000 d/m^2$. Tính tổng số tiền để lát gạch



A. 133.334.000 đồng. B. 213.334.000 đồng. C. 53.334.000 đồng. D. 186.667.000 đồng.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn: $|z_1| = 2\sqrt{3}$, $|z_2| = 3\sqrt{2}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$.

A. $P = 60$. B. $P = 20\sqrt{3}$. C. $P = 30\sqrt{2}$. D. $P = 50$.

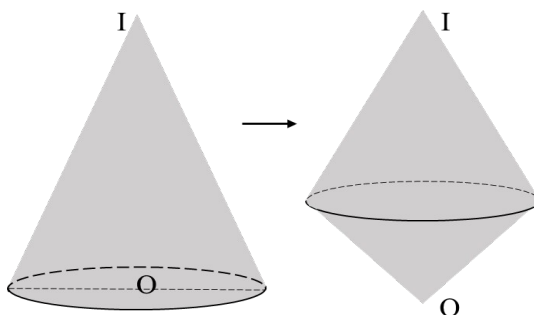
Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AA' = AB = a$. Các mặt bên $(A'AB)$ và $(A'AC)$ cùng hợp với đáy (ABC) 1 góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng?

A. $\frac{3a^3\sqrt{7}}{28}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{a^3\sqrt{7}}{28}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng

A. -4. B. 8. C. 0. D. 2.

Câu 45: Một người thợ mộc có một khối gỗ dạng khối nón có đỉnh I , tâm đáy là O , bán kính đáy khối gỗ bằng $0,3m$, chiều cao bằng $0,9m$. Người thợ đó bắt đầu tiện phần đáy bằng cách lấy O làm đỉnh để tạo thêm một đầu khối nón và dừng lại khi bán kính đáy của phần khối nón mới bằng $\frac{2}{3}$ bán kính của khối gỗ ban đầu.



Thể tích phần gỗ bị tiện bỏ đi gần bằng với giá trị nào sau đây?

- A. $0,047 m^3$. B. $0,06 m^3$. C. $0,085 m^3$. D. $0,072 m^3$.

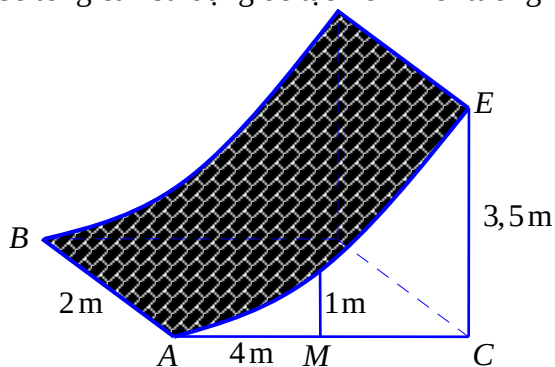
Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn: $\log_7 \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{6xy + 1 + 2x + 3y} = 14x + 3y - 7(x^2 + 1)$. Khi biểu thức $P = 28x - 3y$ đạt lớn nhất, tính giá trị của biểu thức $T = 3x - 2y$

A. 49. B. -49 C. 45. D. -45.

Câu 47: Cho z_1 và z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\frac{z - 4 - 3i}{z + 4 + 3i}$ là số thuần ảo và $|z_1 - z_2| = 8$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z_1 + z_2 + 3 - 3i|$

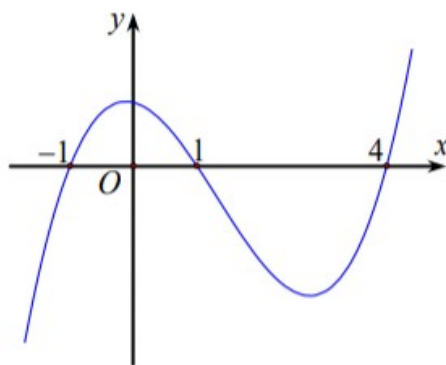
A. $5 + 3\sqrt{2}$. B. $3 + 3\sqrt{2}$. C. $6 + 3\sqrt{2}$. D. $4 + 3\sqrt{2}$.

Câu 48: Chương ngại vật “tường cong” trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5m$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 2m$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4m$, $CE = 3,5m$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao $1m$. Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



- A. $9,75m^3$. B. $10,5m^3$. C. $10m^3$. D. $10,25m^3$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|4 - 2x| + m - 6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng



- A. 18. B. 11. C. 2. D. 13.

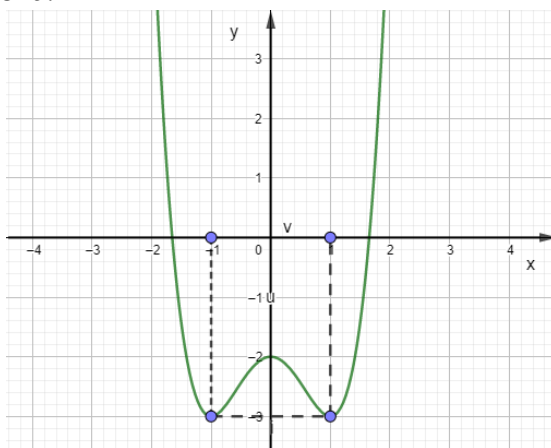
Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$. Lấy điểm A di động trên (S) và điểm B di động trên (S) sao cho $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\vec{a} = (-2; 1; -1)$. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB .

- A.** $2 + 3\sqrt{6}$. **B.** $4 + 3\sqrt{6}$. **C.** $2 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $4 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là:



A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 0$

D. $x = -1$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có điểm cực đại của hàm số là $x = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$

B. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$

C. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$

D. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \int (3 - 5\sin x) dx = 3x + 5\cos x + C$

Theo giả thiết $f(0) = 10$ nên $5 + C = 10 \Rightarrow C = 5$.

Vậy $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện phương trình: $x > \frac{1}{3}$.

$\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1) \Leftrightarrow \log_2[(x+1).2] = \log_2(3x-1) \Leftrightarrow 2(x+1) = 3x-1 \Leftrightarrow x = 3$.

Ta có $x = 3$

Vậy nghiệm phương trình là $x = 3$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4; -2; 9)$

B. $D(-4; 2; 9)$

C. $D(4; -2; 9)$

D. $D(4; 2; -9)$

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$. Để $ABCD$ là hình bình hành

$$\rightarrow \Leftrightarrow AB = DC \Leftrightarrow (1; 3; -7) = (-3 - x; 1 - y; 2 - z) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow D(-4; -2; 9)$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		+	+
y	1	$+\infty$	$-\infty$

- A. $y = \frac{2x-1}{x-2}$ B. $y = \frac{x+4}{x-2}$ C. $y = \frac{x-1}{x-2}$ D. $y = \frac{x-3}{x-2}$

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\frac{2}{3}}$ là

- A. $D = (-1; 4)$ B. $D = \mathbb{R}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$ D. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

$$x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$$

Hàm số đã cho xác định khi

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

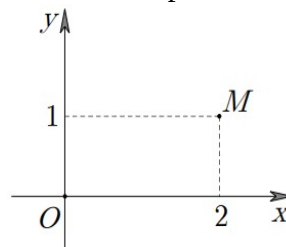
- A. $d = (-1; 1; 2)$ B. $a = (-1; 0; -2)$ C. $b = (-1; 0; 2)$ D. $c = (1; 2; 2)$

Lời giải.

Chọn C

Ta có $AB = (-1; 0; 2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $b = (-1; 0; 2)$.

Câu 9: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Khi đó số phức $w = -2\bar{z}$ là



- A. $w = 4 + 2i$ B. $w = 4 - 2i$ C. $w = -4 + 2i$ D. $w = -4 - 2i$

Lời giải

Điểm $M(2; 1)$ trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$ suy ra $w = -2\bar{z} = -2(2 - i) = -4 + 2i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$.

- A. $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$ B. $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 16$
C. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 16$ D. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(1; -4; 3)$ và đi qua điểm $A(5; -3; 2)$ nên có bán kính $R = IA = 3\sqrt{2}$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 18$.

Câu 11: Với $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[7]{a}$ bằng

- A. $-\frac{1}{7}$ B. 7 C. -7 D. $\frac{1}{7}$

Lời giải

Ta có $\log_a \sqrt[7]{a} = \frac{1}{7}$.

Câu 12: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$ B. $(-3; 0)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. Hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $y' < 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 13: Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng

- A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. 8 D. 4

Lời giải

Thể tích của khối lập phương : $V = 2^3 = 8$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 5$ là

- A. $(\log_3 5; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_5 3)$. C. $(-\infty; \log_3 5]$. D. $[\log_3 5; +\infty)$.

Lời giải

$$3^x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \log_3 5$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [\log_3 5; +\infty)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log_{\pi} x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{0,2} x$. D. $y = \log_{e^2} x$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có $a = \frac{1}{2} < 1$ nên nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Hàm số $y = \log_2 x$ có $a = 2 > 1$ nên đồng biến trên $(0; +\infty)$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm: $A(-2; 0; 0), B(0; 0; 7), C(0; 3; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$ B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 0$
C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$ D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} + 1 = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) là : $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(x)$ đổi dấu khi qua $x = -2$; $x = -1$; $x = 2$; $x = 4$.
Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 18: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 7$ thì $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- A. -12. B. 25. C. 17. D. -25.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 g(x) dx = 2 \cdot (-2) - 3 \cdot 7 = -4 - 21 = -25$.

Vậy $\int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx = -25$.

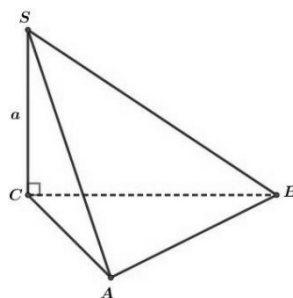
- Câu 19:** Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_3^0 f(x) dx$ bằng
- A. 3. B. -7. C. 7. D. -3.

Lời giải

Ta có: $\int_3^0 f(x) dx = - \int_0^3 f(x) dx = - \left[\int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx \right] = - (2 + 5) = -7$.

- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải



$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

- Câu 21:** Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $\bar{2z} + i$
- A. $4 - 9i$ B. $2 + 11i$ C. $4 + 11i$ D. $4 + 10i$

Lời giải

Ta có $\bar{2z} + i = \overline{2(2 + 5i)} + i = \overline{4 + 10i} + i = 4 - 10i + i = 4 - 9i$.

- Câu 22:** Cắt hình nón có chiều cao h bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân. Biết diện tích xung quanh của hình nón là $8\pi\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng
- A. $\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{64\pi}{3}$ C. $16\pi\sqrt{2}$ D. 8π .

Lời giải

Vì thiết diện qua trục là tam giác vuông cân nên: $h = r$

Mặt khác: $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow l = r\sqrt{2}$

Theo đề: $S_{xq} = \pi r l \Leftrightarrow 8\pi\sqrt{2} = \pi r^2\sqrt{2} \Leftrightarrow r = 2\sqrt{2}$

Vậy: Thể tích khối nón bằng: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (2\sqrt{2})^3 = \frac{16\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 23: Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác gồm 3 người, một người là tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người làm thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

- A.** 1320 **B.** 1230 **C.** 220 **D.** 1728

Lời giải

Số cách chọn $A_{12}^3 = 1320$

Câu 24: Hàm số $F(x) = \ln(3x)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

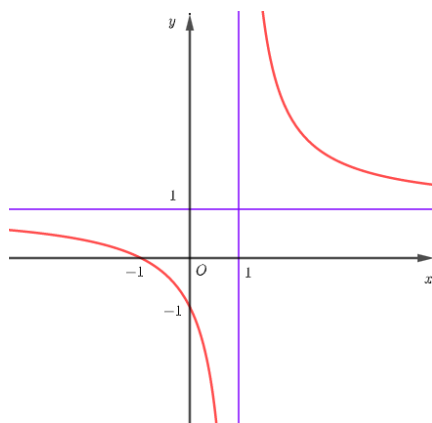
- A.** $f_4(x) = x \cdot \ln(3x) - x + C$ **B.** $f_1(x) = \frac{3}{x}$
C. $f_2(x) = \frac{1}{3x}$ **D.** $f_3(x) = \frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x) = f(x)$ nên $f(x) = (\ln(3x))' = \frac{1}{x}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



- A.** $(0; -1)$ **B.** $(-1; 0)$ **C.** $(1; 0)$ **D.** $(0; 1)$

Lời giải

Ta có tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $(-1; 0)$.

Câu 26: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r = a$ và thể tích $V = 2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

- A.** πa^2 **B.** $2\pi a^2$ **C.** $8\pi a^2$ **D.** $4\pi a^2$

Lời giải

Ta có: $V = 2\pi a^3 \Leftrightarrow \pi r^2 h = 2\pi a^3 \Leftrightarrow h = 2a$.

Suy ra $S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2$.

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A.** 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Giả sử số hạng 1024 là số hạng thứ n . Ta có, $u_n = 1024$ mà $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2^{n-1}$ suy ra $2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow n = 11$.

- Câu 28:** Cho hai số phức $z_1 = -3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} + z_2$ bằng
A. -3 . **B.** 3 . **C.** $-3i$. **D.** -2 .

Lời giải

Ta có: $\overline{z_1} + z_2 = (-3 - 2i) + (1 - i) = -2 - 3i$.

Suy ra, phần ảo của số phức $\overline{z_1} + z_2$ là -3 .

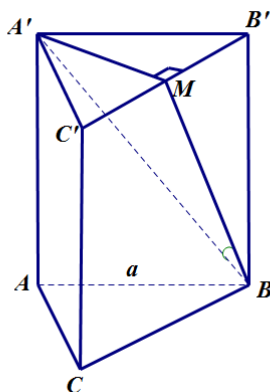
- Câu 29:** Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)z + 4i - 5 = 0$. Phần thực của số phức z bằng
A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{14}{5}$ **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $-\frac{14}{5}$.

Lời giải

Ta có $(2 - i)z + 4i - 5 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{5 - 4i}{2 - i} = \frac{14}{5} - \frac{3}{5}i$.

- Câu 30:** Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng
A. 60° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Lời giải



Gọi M là trung điểm của cạnh $B'C'$, suy ra $A'M \perp (BCC'B')$, MB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$;

Khi đó: $(\overrightarrow{A'B}, (BCC'B')) = (\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{MB}) = \angle A'BM$.

Xét tam giác $A'BM$ vuông tại M ta có: $A'B = a\sqrt{3}$; $A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

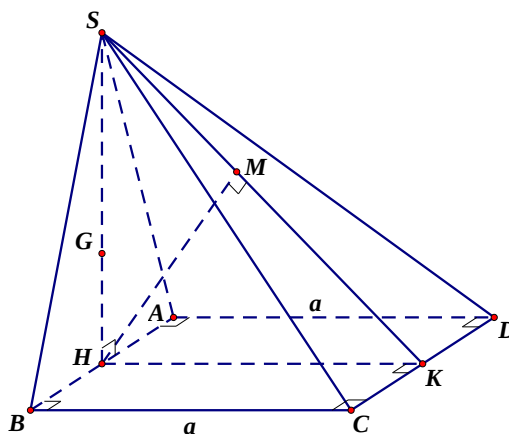
$$\sin \angle A'BM = \frac{A'M}{A'B} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle A'BM = 30^\circ$$

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là 30° .

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Ta có $d(G, (SCD)) = \frac{GS}{HS} d(H, (SCD)) = \frac{2}{3} d(H, (SCD))$.

Trong $(ABCD)$, dựng $HK \perp CD$. Do đó $CD \perp (SHK)$.

Trong (SHK) , dựng $HM \perp SK$, suy ra $CD \perp HM$.

Do đó $HM \perp (SCD)$, nên $d(G, (SCD)) = \frac{2}{3} HM$.

Ta có $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = BC = a$.

Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d(G, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(2; 3)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -2f'(3 - 2x)$

$y' > 0 \Leftrightarrow -2f'(3 - 2x) > 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) < 0 \Leftrightarrow 3 - 2x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \Leftrightarrow x \in (1; 2) \cup (3; +\infty)$

Câu 33: Một hộp đựng 13 quả cầu gồm: 7 quả cầu màu vàng đánh số từ 1 đến 7, 6 quả cầu màu đỏ đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả, tính xác suất để hai quả đó khác màu và khác số.

- A. $\frac{35}{78}$. B. $\frac{5}{13}$. C. $\frac{6}{13}$. D. $\frac{7}{13}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^2 = 78$.

Vì hai quả cầu khác màu nên lấy được 1 quả cầu màu vàng và 1 quả cầu màu đỏ.

Chọn quả cầu màu đỏ có 6 cách. Vì quả cầu vàng khác số nên có 6 cách chọn quả cầu vàng.

Do đó xác suất cần tìm là $P = \frac{36}{78} = \frac{6}{13}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin x] dx = 10$. Tính

$$I = \int_0^{\pi} f(x) dx$$

A. $I = 4$.

B. $I = 8$.

C. $I = 12$.

D. $I = 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^{\pi} [f(x) + \sin x] dx = \int_0^{\pi} f(x) dx + \int_0^{\pi} \sin x dx = \int_0^{\pi} f(x) dx - \cos x \Big|_0^{\pi} = 10$$

$$\Rightarrow \int_0^{\pi} f(x) dx = 10 + (\cos \pi - \cos 0) = 8$$

Câu 35: Trên khoảng $(2; +\infty)$, hàm số $y = 2x - 3 + \frac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $2 + 5\sqrt{5}$.

B. $5 + 2\sqrt{7}$.

C. $2 + \sqrt{5}$.

D. $1 + 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 2 - \frac{10}{(x-2)^2} = \frac{2(x-2)^2 - 10}{(x-2)^2}$$

Ta có:

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	2	$2 + \sqrt{5}$	$+\infty$
y'	$\diagup \diagdown$	- 0 +	
y	$\diagup \diagdown$	$+\infty$	$1 + 4\sqrt{5}$

Suy ra $\min_{(2; +\infty)} y = 1 + 4\sqrt{5}$ khi $x = 2 + \sqrt{5}$.

Câu 36: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. $\log_{a^2}(ab)$ bằng

A. $\frac{1}{2} \log_a b$.

B. $2 + 2 \log_a b$.

C. $\frac{1}{2} + \log_a b$.

D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$, $B(0;2;0)$, $C(-1;1;2)$, $D(2;3;1)$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?

A. $R = \frac{\sqrt{73}}{2}$

B. $R = \frac{\sqrt{83}}{2}$

C. $R = \frac{\sqrt{53}}{2}$

D. $R = \frac{\sqrt{43}}{2}$

Lời giải

Chọn B

Gọi $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Vì mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên:

$$\begin{cases} A \in (S) \\ B \in (S) \\ C \in (S) \\ D \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2a - 4b - 2c + d = 0 \\ 4 - 4b + d = 0 \\ 6 + 2a - 2b - 4c + d = 0 \\ 14 - 4a - 6b - 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{5}{2} \\ c = \frac{11}{2} \\ d = 18 \end{cases}$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 - 18} = \frac{\sqrt{83}}{2}$$

Ta có:

Vậy: $R = \frac{\sqrt{83}}{2}$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+2z+2=0$. Đường thẳng Δ song song với (P) , đi qua $M(2;2;4)$ và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{6}$

B. $\frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$

C. $\frac{x-2}{-9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$

D. $\frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{-6}$

Lời giải

Chọn B

PTTS đường thẳng d đi qua $A(-1;2;2)$ và có vectơ chỉ phương $u=(3;-2;2)$ là

$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $n=(1;3;2)$.

$$\text{Vì } \begin{cases} A \in d, A \notin (P) \\ n.u = 0 \end{cases} \text{ nên } d // (P).$$

$$\text{Gọi } d \cap \Delta = N \Rightarrow N(-1+3t; 2-2t; 2+2t).$$

$$\text{Ta có } MN = (-3+3t; -2t; -2+2t).$$

$$\text{Vì } \Delta // (P) \text{ nên } MN \perp n \Leftrightarrow MN.n = 0 \Leftrightarrow -3+3t+3(-2t)+2(-2+2t)=0 \Leftrightarrow t=7 \\ \Rightarrow MN = (18; -14; 12).$$

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } M(2; 2; 4) \text{ và có 1 VTCP } u_{\Delta} = \frac{1}{2}MN = (9; -7; 6) \text{ có phương trình} \\ \frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}.$$

Câu 39: Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Giá trị của biểu

$$\text{thức } \left(\log_2 \frac{y}{x} \right)^2$$

A. $\frac{25}{2}$.

B. 20.

C. $\frac{45}{2}$.

D. 25.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \log_2 x = \log_y 16 = t. \text{ Suy ra } \begin{cases} x = 2^t \\ 4\log_y 2 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ \log_y 2 = \frac{t}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ \log_2 y = \frac{4}{t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ y = 2^{\frac{4}{t}} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } xy = 64 \Leftrightarrow 2^t \cdot 2^{\frac{4}{t}} = 2^6 \Leftrightarrow t + \frac{4}{t} = 6.$$

$$\text{Ta có } \left(\log_2 \frac{y}{x} \right)^2 = (\log_2 y - \log_2 x)^2 = \left(\frac{4}{t} - t \right)^2 = \frac{16}{t^2} - 8 + t^2 = \left(t + \frac{4}{t} \right)^2 - 16 = 6^2 - 16 = 20.$$

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là:

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-\infty; 3]$.

C. $[3; 6]$.

D. $(-\infty; 6]$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6). \text{ Để hàm số đồng biến trên khoảng } (0; 4) \text{ thì: } y' \geq 0, \forall x \in (0; 4).$$

$$\text{tức là } 3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0 \forall x \in (0; 4) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \geq m \forall x \in (0; 4)$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x+1} \text{ trên } (0; 4).$$

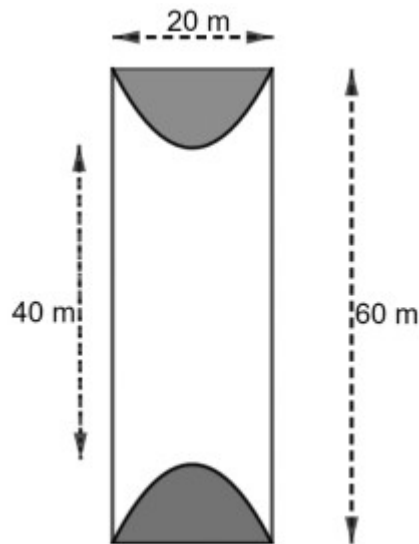
$$g'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x+1)^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \in (0; 4) \\ x=-2 \notin (0; 4) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	4
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	6	3	$\frac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1} \geq m \quad \forall x \in (0; 4)$ thì $m \leq 3$.

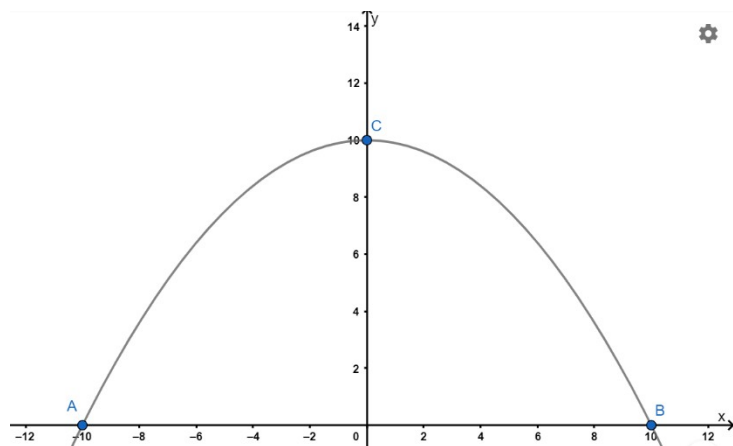
Câu 41: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$. Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là $200.000d/m^2$. Tính tổng số tiền để lát gạch



A. 133.334.000 đồng. B. 213.334.000 đồng. C. 53.334.000 đồng. D. 186.667.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



$$S = 60 \cdot 20 = 1200 \text{ (m}^2\text{)}$$

Ta có diện tích mảnh đất hình chữ nhật trên là.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy , như hình vẽ thoả mãn. $A(-10; 0); B(10; 0); C(0; 10)$.

Phương trình (P) có dạng $y = a.x^2 + b.x + c$ (1). Do (P) đi qua các điểm D, C, I nên tọa độ các điểm $A(-10;0); B(10;0); C(0;10)$ thỏa mãn phương trình (1) nên ta có hệ phương trình.

$$\begin{cases} 100a - 10b + c = 0 \\ 100a + 10b + c = 0 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{10} \\ b = 0 \\ c = 10 \end{cases} \quad \text{Vậy phương trình } (P) \text{ là } y = -\frac{1}{10}x^2 + 10 \quad (1)$$

Diện tích trồng cỏ ở hai đầu là.

$$S = 2 \cdot \int_{-10}^{10} \left| -\frac{1}{10}x^2 + 10 \right| dx = 2 \cdot \int_{-10}^{10} \left(-\frac{1}{10}x^2 + 10 \right) dx = 2 \cdot \left(-\frac{x^3}{30} + 10x \right) \Big|_{-10}^{10} = \frac{400}{3} - \left(-\frac{400}{3} \right) = \frac{800}{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$T = \left(1200 - \frac{800}{3} \right) \cdot 200.000 = 186.666.667$$

Vậy tổng số tiền để lát gạch là.

Câu 42: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn: $|z_1| = 2\sqrt{3}, |z_2| = 3\sqrt{2}$. Hãy tính giá trị biểu thức $P = |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2$.

- A.** $P = 60$. **B.** $P = 20\sqrt{3}$. **C.** $P = 30\sqrt{2}$. **D.** $P = 50$.

Lời giải

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

$$\text{Theo đề: } \begin{cases} |z_1| = 2\sqrt{3} \\ |z_2| = 3\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 12 \\ c^2 + d^2 = 18 \end{cases}$$

Vậy

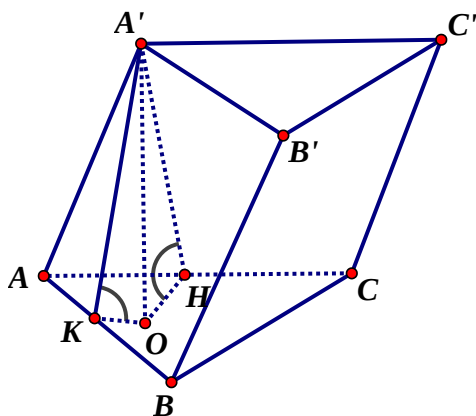
$$\begin{aligned} P &= |z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 \\ &= (a - c)^2 + (b - d)^2 + (a + c)^2 + (b + d)^2 = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) = 60 \end{aligned}$$

Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AA' = AB = a$. Các mặt bên $(A'AB)$ và $(A'AC)$ cùng hợp với đáy (ABC) 1 góc 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng?

- A.** $\frac{3a^3\sqrt{7}}{28}$ **B.** $\frac{3a^3\sqrt{7}}{4}$ **C.** $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{28}$

Lời giải

Chọn A



Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên các cạnh AB, AC .

Vẽ đường cao $A'O$ của khối lăng trụ ($O \in (ABC)$).

Ta được $OK \perp AB$, $OH \perp AC$. Theo giả thiết ta có $\angle KA'A' = \angle HA'A' = 60^\circ$.

Suy ra $\triangle A'HO = \triangle A'KO \Rightarrow OH = OK$. Do đó AO là phân giác góc BAC nên $\angle KAO = 30^\circ$. Đặt $AH = AK = x$.

Ta có: $A'O = OK \cdot \tan 60^\circ = AK \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ = AK = x$.

$$(A'O)^2 = (AA')^2 - (OA)^2 = a^2 - \frac{4}{3}x^2$$

$$x^2 = a^2 - \frac{4}{3}x^2 \Rightarrow x = a \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Từ đó suy ra

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'O \cdot S_{ABC} = a \frac{\sqrt{21}}{7} \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 3a^3 \frac{\sqrt{7}}{28}$$

Suy ra

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng

A. -4.

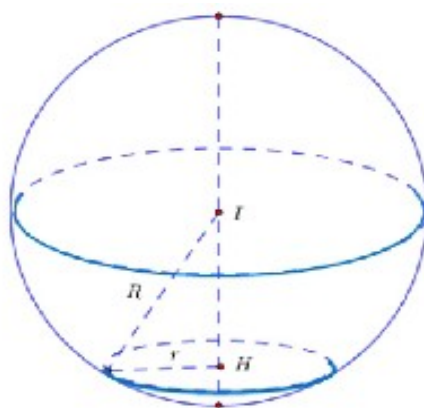
B. 8.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Vì $(\alpha): ax + by - z + c = 0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ nên $c = -4$ và $a = 2$.

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot 0,3 (0,2^2 + 0,3^2 + 0,2 \cdot 0,3) - \frac{1}{3} \pi \cdot 0,2^2 \cdot 0,3 \approx 0,047 \text{ m}^3$$

- Câu 46:** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn: $\log_7 \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{6xy + 1 + 2x + 3y} = 14x + 3y - 7(x^2 + 1)$. Khi biểu thức $P = 28x - 3y$ đạt lớn nhất, tính giá trị của biểu thức $T = 3x - 2y$
- A. 49. B. -49 C. 45. D. -45!

Lời giải

Chọn D

Với $1 < x < 2022$, ta có:

$$\log_7 \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{6xy + 1 + 2x + 3y} = 14x + 3y - 7(x^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_7 \frac{(2x+1)(x-1)^2}{(2x+1)(3y+1)} = 3y - 7(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_7 (x-1)^2 - \log_7 (3y+1) = 3y - 7(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_7 7(x-1)^2 + 7(x-1)^2 = \log_7 (3y+1) + 3y + 1$$

Xét hàm số $y = \log_7(t) + t$ ta có $y' = \frac{1}{t \ln 7} + 1 > 0 (\forall t > 0)$

Do đó:

$$\log_7 7(x-1)^2 + 7(x-1)^2 = \log_7 (3y+1) + 3y + 1$$

$$\Rightarrow 7(x-1)^2 = 3y + 1 \Rightarrow 7(x-1)^2 - 1 = 3y$$

Khi đó, $P = 28x - 3y = 28x - 7(x-1)^2 + 1 = 57 - 7(x-3)^2 \leq 57$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=27 \end{cases} \Rightarrow T = 3x - 2y = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 27 = -45$$

Dấu bằng xảy ra

Cho hai số phức z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $|z - 1 - 2i| = \left| \frac{1}{2}z - 2 - 4i \right|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |iz_1 + 1|^2 - |iz_2 + 1|^2$

- A. $\sqrt{2}$. B. 4. C. 1. D. 2!

Lời giải

Chọn D

+ Gọi số phức $z = x + yi$, $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$, ($x, y, a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

$$+ \text{Ta có } |z - 1 - 2i| = \left| \frac{1}{2}z - 2 - 4i \right| \Leftrightarrow |(x-1) + (y-2)i| = \left| \left(\frac{1}{2}x - 2 \right) + \left(\frac{1}{2}y - 4 \right)i \right|$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{1}{2}x - 2 \right)^2 + \left(\frac{1}{2}y - 4 \right)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 20$$

$$+ \text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} a^2 + b^2 = 20 \\ c^2 + d^2 = 20 \end{cases}$$

$$+ |z_1 - z_2| = 1 \Leftrightarrow |(a-c) + (b-d)i| = 1 \Leftrightarrow (a-c)^2 + (b-d)^2 = 1$$

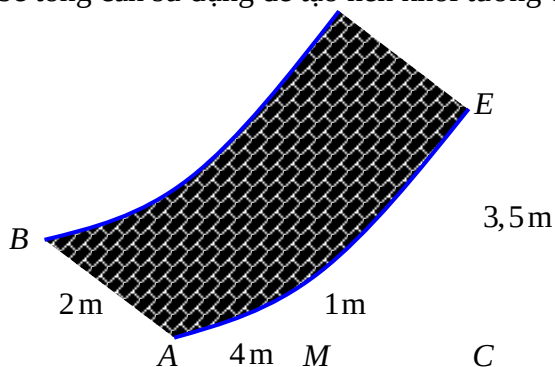
$$\begin{aligned}
 + P &= |iz_1 + 1|^2 - |iz_2 + 1|^2 = |(1-b) + ai|^2 - |(1-d) + ci|^2 = (1-b)^2 + a^2 - (1-d)^2 - c^2 \\
 &= a^2 + b^2 - (c^2 + d^2) - 2(b-d) = 20 - 20 - 2(b-d) = -2(b-d) \leq 2|b-d| = 2\sqrt{(b-d)^2} \\
 &= 2\sqrt{1-(a-c)^2} \leq 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a=c \\ a^2+b^2=20 \\ c^2+d^2=20 \\ |b-d| = -(b-d) \\ (a-c)^2 + (b-d)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c \\ b=-d = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Dấu "=" xảy ra khi

Vậy $\max P = 2$.

Câu 47: Chương ngại vật “tường cong” trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là $3,5\text{m}$. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 2\text{m}$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4\text{m}$, $CE = 3,5\text{m}$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao 1m . Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



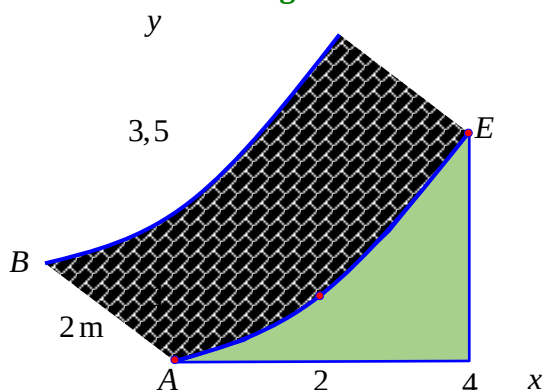
A. $9,75\text{m}^3$.

B. $10,5\text{m}^3$.

C. 10m^3 !

D. $10,25\text{m}^3$.

Lời giải



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ sao cho $A \equiv O$

$\Rightarrow$ cạnh cong AE nằm trên parabol $(P): y = ax^2 + bx$ đi qua các điểm $(2;1)$ và $(4; \frac{7}{2})$ nên

$$(P): y = \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x$$

$$S = \int_0^4 \left(\frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x \right) dx = 5\text{m}^2$$

Khi đó diện tích tam giác cong ACE có diện tích

Vậy thể tích khối bê tông cần sử dụng là $V = 5.2 = 10\text{m}^3$.

Câu 48: Cho z_1 và z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\frac{z-4-3i}{z+4+3i}$ là số thuần ảo và $|z_1 - z_2| = 8$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z_1 + z_2 + 3 - 3i|$

A. $5 + 3\sqrt{2}$.

B. $3 + 3\sqrt{2}$.

C. $6 + 3\sqrt{2}$!

D. $4 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $z = x + yi$. ĐK: $x \neq -4$ và $y \neq -3$.

Ta có: $\frac{z-4-3i}{z+4+3i} = \frac{x-4+(y-3)i}{x+4+(y+3)i} = \frac{x^2-16+y^2-9}{(x+4)^2+(y+3)^2} + \frac{-6x+8y}{(x+4)^2+(y+3)^2}i$.

Để $\frac{z-4-3i}{z+4+3i}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow \frac{x^2+y^2-25}{(x+4)^2+(y+3)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2+y^2-25=0$

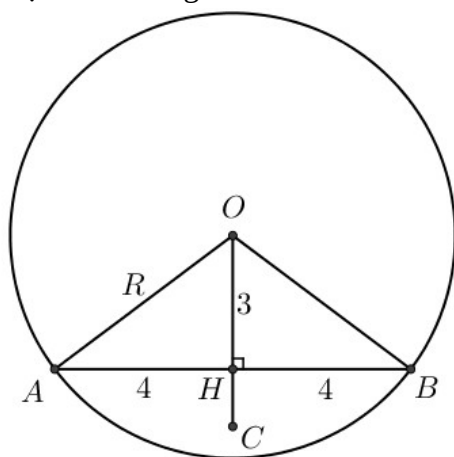
Suy ra điểm biểu diễn số phức z_1 và z_2 thuộc đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=5$.

Gọi $z_1 = x_1 + y_1i$ có điểm biểu diễn $A(x_1; y_1)$; $z_2 = x_2 + y_2i$ có điểm biểu diễn $B(x_2; y_2)$ và $z_3 = 3 - 3i$ có điểm biểu diễn $C(3; -3)$.

Ta có: $|z_1 - z_2| = 8 \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 8 \Leftrightarrow AB = 8$.

Xét $T = |z_1 + z_2 + 3 - 3i| = |OA + OB + OC|$

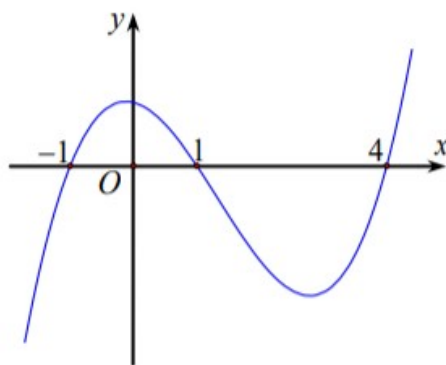
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow AH = 4$ và $OH \perp AB \Rightarrow OH = 3$.



Suy ra: $T = |OA + OB + OC| = |2.OH + OC| \leq |2.OH| + |OC| = 2.OH + OC$

$\Rightarrow T \leq 6 + 3\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi OH cùng hướng OC .

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|4-2x|+m-6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng



A. 18.

B. 11.

C. 2.

D. 13.

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $y = f(|4 - 2x| + m - 6)$ là hàm số chẵn với biến số $2x - 4$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.

+) Xét hàm số $y = f[(2x - 4) + m - 6]$ (1) có $y' = 2f'(2x + m - 10)$.

Theo đầu bài $y' = 0$ tại các điểm $x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = 4$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2x_1 + m - 10 = -1 \\ 2x_2 + m - 10 = 1 \\ 2x_3 + m - 10 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{9 - m}{2} \\ x_2 = \frac{11 - m}{2} \\ x_3 = \frac{14 - m}{2} \end{cases} \quad (x_1, x_2, x_3 \text{ là các nghiệm đơn}).$$

Suy ra hàm số (1) có 3 điểm cực trị (2 cực tiểu và 1 cực đại vì là hàm bậc 4 có hệ số $a > 0$).

+) Đồ thị hàm số $y = f(|4 - 2x| + m - 6)$ gồm 2 phần:

Phần 1: Đồ thị hàm số (1) phía bên phải đường thẳng $x = 2$.

Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua đường thẳng $x = 2$.

Do đó hàm số $y = f(|4 - 2x| + m - 6)$ có 3 điểm cực tiểu thì hàm số $y = f[(2x - 4) + m - 6]$ có

3 cực trị x_1, x_2, x_3 với $x_1 < x_2 < x_3$ và thỏa mãn $\begin{cases} x_1 \leq 2 \\ x_2 > 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{9 - m}{2} \leq 2 \\ \frac{11 - m}{2} > 2 \end{cases} \Rightarrow 5 \leq m < 7 \Rightarrow m \in [5; 6] \Rightarrow S = 11.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + y + 2z + 5 = 0$. Lấy điểm A di động trên (S) và điểm B di động trên (S) sao cho AB cùng phương $a = (-2; 1; -1)$. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB.

A. $2 + 3\sqrt{6}$. B. $4 + 3\sqrt{6}$. C. $2 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$. D. $4 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

+) (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = 2$.

+) (P) có VTPT $\vec{n} = (1;1;2)$, đường thẳng AB có VTVP $\vec{a} = (-2;1;-1)$.

+) Ta có $\sin(\angle(AB; (P))) = \frac{1}{2}$, suy ra góc giữa AB và (P) bằng 30° .

+) Gọi H là hình chiếu của A trên (P) . Ta có $AB = 2 \cdot AH$. Do đó $AB_{\max}$ khi và chỉ khi $AH_{\max}$

$$AH_{\max} = d(I; (P)) + R = 2 + \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

+) Vậy $AB_{\max} = 4 + 3\sqrt{6}$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>