

Họ tên học sinh: SBD:

Câu 1: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

B. $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$.

C. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

D. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$.

Giải

Chọn C.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 2x + 1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = (2x + 1)^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}(2x + 1)^2 + C$.

C. $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$.

Giải

Chọn C.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Khi đó hiệu số $F(b) - F(a)$ bằng

A. $\int_a^b f(x) dx$.

B. $\int_a^b -f(x) dx$.

C. $\int_a^b F(x) dx$.

D. $\int_a^b -F(x) dx$.

Giải

Chọn A.

Câu 4: Cho $\int_2^3 f(x) dx = 2$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 0.

Giải

Chọn D.

$$\int_2^3 [f(x) - 2g(x)] dx = \int_2^3 f(x) dx - 2 \int_2^3 g(x) dx = 2 - 2.1 = 0.$$

Câu 5: Xét tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)\sqrt{x^2+x} dx$. Sử dụng phương pháp đổi biến số với $t = x^2 + x$, tích phân

I được biến đổi thành dạng nào sau đây?

A. $I = \int_0^1 \sqrt{t} dt.$

B. $I = \int_0^2 \sqrt{t} dt.$

C. $I = 2 \int_0^2 \sqrt{t} dt.$

D. $I = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{t} dt.$

Giải

Chọn B.

Đặt $t = x^2 + x \Rightarrow dt = (2x+1) dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = 1 \Rightarrow t = 2$. Vậy $I = \int_0^2 \sqrt{t} dt$.

Câu 6: Tính tích phân $I = \int_1^2 x.e^x dx$ bằng phương pháp tích phân từng phần, đặt $u = x$ và $dv = e^x dx$.

Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây:

A. $I = x|_1^2 - \int_1^2 e^x dx.$

B. $I = x|_1^2 + \int_1^2 e^x dx.$

C. $I = xe^x|_1^2 - \int_1^2 e^x dx.$

D. $I = xe^x|_1^2 + \int_1^2 e^x dx.$

Giải

Chọn C.

Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; $dv = e^x dx$, chọn $v = e^x$. Vậy $I = xe^x|_1^2 - \int_1^2 e^x dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là công thức nào sau đây?

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = -\int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

Giải

Chọn C.

Câu 8: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.

A. $S = \frac{7}{3}.$

B. $S = 3.$

C. $S = 6.$

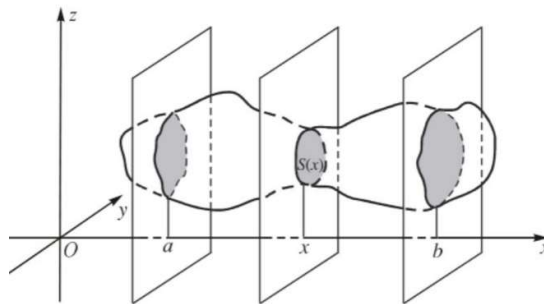
D. $S = \frac{4}{3}.$

Giải

Chọn B.

Ta có: $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên diện tích cần tìm: $S = \int_{-1}^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^2 = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = 3.$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc với trục Ox lần lượt tại các điểm $x = a, x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$, với $S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của vật thể đó được tính theo công thức nào sau đây?



A. $V = \int_a^b S(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$

D. $V = \int_a^b S^2(x) dx.$

Giải

Chọn A.

Câu 10: Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ xung quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^1 e^{2x} dx.$

B. $V = \pi \int_0^1 e^{x^2} dx.$

C. $V = \int_0^1 e^{x^2} dx.$

D. $V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx.$

Giải

Chọn D.

$$V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx.$$

Câu 11: Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. 25 .

B. $\sqrt{7}$.

C. 5 .

D. 7 .

Giải

Chọn C.

$$|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 12: Tìm z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$.

A. $z_0 = -1 + 2i$.

B. $z_0 = -1 - \sqrt{2}i$.

C. $z_0 = 1 - \sqrt{2}i$.

D. $z_0 = -1 - 2i$.

Giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases} \Rightarrow z_0 = -1 - 2i.$$

Câu 13: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2$ trên $\mathbb{R}$, biết $F(1) = -1$.

A. $F(x) = 3x^3 - 4$.

B. $F(x) = x^3 - 2$.

C. $F(x) = x^3 - 1$.

D. $F(x) = x^3$.

Giải

Chọn B.

$$F(x) = \int 3x^2 dx = x^3 + C.$$

$$F(1) = -1 \Leftrightarrow 1 + C = -1 \Leftrightarrow C = -2 \Rightarrow F(x) = x^3 - 2.$$

Câu 14: Biết $\int \left(x - \frac{3}{x}\right) dx = \frac{1}{a}x^2 + b \ln|x| + C$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị $M = 2a + b$.

A. $M = 1$.

B. $M = -2$.

C. $M = 4$.

D. $M = 7$.

Giải

Chọn A.

$$\int \left(x - \frac{3}{x}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 - 3 \ln|x| + C \Rightarrow a = 2, b = -3 \Rightarrow M = 1.$$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x) dx = 2$. Tích phân $\int_0^1 f(3x) dx$ có giá trị bằng

A. 3.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 6.

D. $\frac{2}{3}$.

Giải

Chọn D.

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$. Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=3 \end{cases}$.

$$\int_0^1 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx = \frac{2}{3}.$$

Câu 16: Kết quả của tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$ được viết dưới dạng $I = \frac{\pi}{a} + b$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Khẳng

định nào sau đây **sai**?

A. $ab = -2$.

B. $a + b = -1$.

C. $a - b = 3$.

D. $\frac{a}{b} = -2$.

Giải

Chọn B.

Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; $dv = \cos x dx$, chọn $v = \sin x$.

$$\Rightarrow I = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1 \Rightarrow a = 2, b = -1.$$

Vậy đáp án A, C, D đều đúng; chỉ có đáp án B sai (vì $a + b = 1$).

Câu 17: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S = 2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx.$

B. $S = 2 \int_0^1 (1 - x^2) dx.$

C. $S = 2 \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx.$

D. $S = 2 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx.$

Giải

Chọn D.

PTHĐGD: $x^2 = 2 - x^2 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1.$

$$\Rightarrow S = \int_{-1}^1 |2x^2 - 2| dx = 2 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx \quad (\text{vì } 2x^2 - 2 \leq 0, \forall x \in [-1; 1]).$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho phần vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$. Biết rằng khi cắt phần vật thể (T) bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) thì ta được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể (T) .

A. $V = \frac{4}{3} \pi.$

B. $V = \frac{4}{3}.$

C. $V = \frac{28}{3}.$

D. $V = \frac{28}{3} \pi.$

Giải

Chọn B.

Diện tích hình vuông: $S(x) = (x\sqrt{2-x})^2 = x^2(2-x).$

$$\text{Vậy thể tích } V = \int_0^2 x^2(2-x) dx = \left(\frac{2}{3} x^3 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Câu 19: Cho số phức z thỏa $(1-i)z = 4+2i$. Tìm số phức liên hợp của số phức z .

A. $\bar{z} = 1+3i.$

B. $\bar{z} = 1-3i.$

C. $\bar{z} = -1+3i.$

D. $\bar{z} = -1-3i.$

Giải

Chọn B.

$$(1-i)z = 4+2i \Leftrightarrow (1-i^2)z = (4+2i)(1+i) \Leftrightarrow 2z = 2+6i \Leftrightarrow z = 1+3i \Rightarrow \bar{z} = 1-3i.$$

Câu 20: Cho số phức $z = 1+i$. Trong mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right).$

B. $N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$

C. $P(-1; -1).$

D. $Q(1; -1).$

Giải

Chọn A.

$$w = \frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{1-i^2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow \text{Điểm biểu diễn số phức } w \text{ là } M\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right).$$

Câu 21: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 2z + 1 = 0$. Tính giá trị $P = z_1^2 + z_2^2$?

A. $P = \frac{1}{2}.$

B. $P = 1.$

C. $P = 0.$

D. $P = \frac{-1}{2}.$

Giải

Chọn C.

$$\text{Cách 1: } 2z^2 - 2z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases} \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right)^2 = 0.$$

$$\text{Cách 2: } z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 \cdot z_2 = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 0.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(2023) = 1$ và $\int_0^{2023} f(x) dx = 110$. Tính

$$I = \int_0^{2023} x \cdot f'(x) dx.$$

A. $I = 2133.$

B. $I = -109.$

C. $I = \frac{1913}{5}.$

D. $I = 1913.$

Giải

Chọn D.

Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$; $dv = f'(x) dx$, chọn $v = f(x)$.

$$\Rightarrow I = xf(x) \Big|_0^{2023} - \int_0^{2023} f(x) dx = 2023 \cdot f(2023) - 110 = 1913.$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa

mãn $F(2) + G(2) = 5$ và $F(0) + G(0) = 1$. Khi đó $I = \int_0^{\sqrt{2}} x \cdot f(x^2) dx$ bằng

A. $2.$

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Giải

Chọn D.

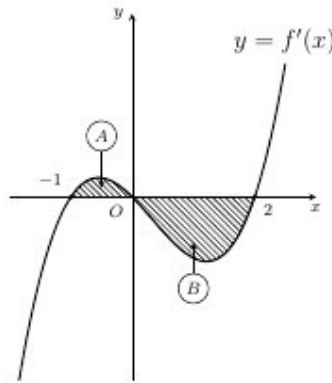
$$\text{Ta có: } G(x) = F(x) + C \Rightarrow \begin{cases} G(2) = F(2) + C \\ G(0) = F(0) + C \end{cases}.$$

$$\text{Mà } \begin{cases} F(2) + G(2) = 5 \\ F(0) + G(0) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(2) + C = 5 \\ 2F(0) + C = 1 \end{cases} \Leftrightarrow F(2) - F(0) = 2.$$

$$\text{Xét } I = \int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2) dx: \text{Đặt } t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt. \text{ Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=0, x=\sqrt{2} \Rightarrow t=2.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = \frac{1}{2} (F(2) - F(0)) = 1.$$

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Diện tích các hình phẳng A, B lần lượt bằng $\frac{1}{2}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{2}{3}$, tính $f(2)$?



A. $f(2) = 0$.

B. $f(2) = \frac{23}{6}$.

C. $f(2) = \frac{-3}{2}$.

D. $f(2) = \frac{15}{6}$.

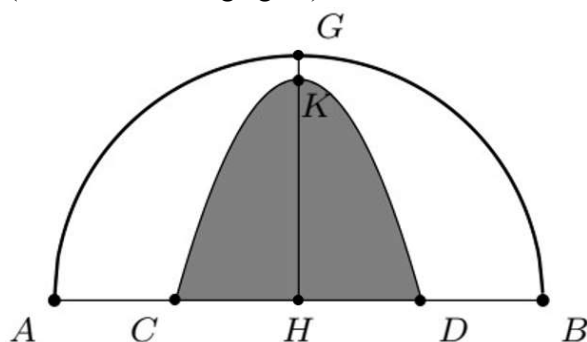
Giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 f'(x) dx &= \frac{1}{2}, -\int_0^2 f'(x) dx = \frac{8}{3} \Rightarrow f(0) - f(-1) = \frac{1}{2}, f(2) - f(0) = \frac{-8}{3} \\ \Rightarrow f(2) - f(-1) &= \frac{1}{2} - \frac{8}{3} = \frac{-13}{6} \Rightarrow f(2) = \frac{-13}{6} + \frac{2}{3} = \frac{-3}{2}. \end{aligned}$$

Câu 25: Trong một khu vui chơi dành cho thiếu nhi, người ta dự định thiết kế một cổng chào hình bán nguyệt có chiều cao $GH = 2m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 1m$, $KG = 0,2m$ (như hình vẽ). Bên trong cổng, người ta làm một cánh cửa khi đóng lại là hình parabol (phần tô đậm) có chiều rộng là CD , chiều cao là HK . Biết chi phí giá làm cánh cửa là 100.000 đồng/ m^2 , phần còn lại của cổng sẽ được trang

trí thêm hoa văn cho phù hợp nên chi phí có giá là 120.000 đồng/m². Hỏi tổng chi phí để làm hai phần này của cổng khoảng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng nghìn).

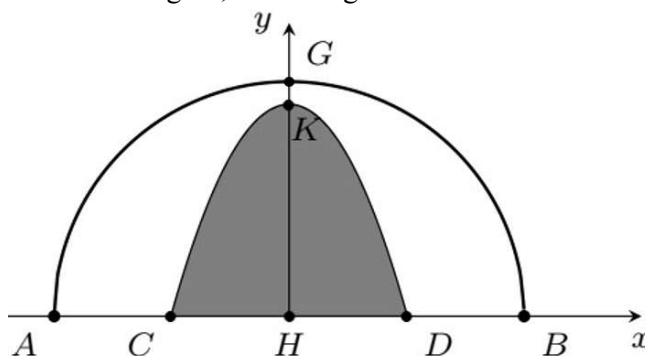


- A. 706.000 đồng.
- B. 820.000 đồng.
- C. 903.000 đồng.
- D. 1.304.000 đồng.

Giải

Chọn A.

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho H trùng O , AB trùng Ox .



Nửa đường tròn có tâm O , bán kính $R = 2$ có phương trình là: $y = \sqrt{4 - x^2}$.

Parabol có đỉnh $K(0;1,8)$, đi qua $D(1;0)$. Gọi phương trình của parabol là: $y = ax^2 + c$ ($a < 0$).

Ta có $\begin{cases} c = 1,8 \\ a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1,8 \\ c = 1,8 \end{cases}$. Suy ra phương trình parabol là: $y = -1,8x^2 + 1,8$.

Diện tích của toàn bộ cổng là: $S = \frac{1}{2}\pi R^2 = 2\pi$.

Diện tích cánh cửa là: $S_1 = \int_{-1}^1 (-1,8x^2 + 1,8) dx = 2,4$.

Diện tích phần trang trí hoa văn là: $S_2 = S - S_1 = 2\pi - 2,4$.

Vậy tổng chi phí khoảng: $100.000S_1 + 120.000S_2 \approx 706.000$ đồng.

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \bar{iz} + 1 - i$ trong mặt phẳng Oxy là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(-1;1)$.
- B. $I(1;-1)$.
- C. $I(1;1)$.
- D. $I(-1;-1)$.

Giải

Chọn B.

Gọi $w = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có:

$$w = i\bar{z} + 1 - i \Leftrightarrow x + yi = i\bar{z} + 1 - i \Leftrightarrow \bar{z} = (y+1) - (x-1)i \Leftrightarrow z = (y+1) + (x-1)i.$$

Mặt khác, ta có: $|z| = 2 \Leftrightarrow |(y+1) + (x-1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 \Rightarrow I(1; -1).$

Câu 27: Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i| = |z-2i|$. Tính giá trị nhỏ nhất của $|z-3i|$.

A. 2.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. 4.

D. $\sqrt{2}$.

Giải**Chọn D.**

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z+1-i| = |z-2i|$

$$\Leftrightarrow |(x+1) + (y-1)i| = |x + (y-2)i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{x^2 + (y-2)^2} \Leftrightarrow x + y - 1 = 0.$$

Cách 1: Gọi M là điểm biểu diễn của z và $A(0; 3)$ là điểm biểu diễn của $3i$. Khi đó M nằm trên đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$ và $|z-3i| = AM$.

$|z-3i|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow AM \perp d$.

$$\text{Khi đó: } AM = d(A, d) = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Cách 2: } |z-3i| = \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = \sqrt{x^2 + (-2-x)^2} = \sqrt{2x^2 + 4x + 4} = \sqrt{2(x+1)^2 + 2} \geq \sqrt{2}.$$

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1; e]$. Biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$, $f(e) = 1$. Khi đó

$$I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx \text{ bằng}$$

A. $I = 4$.

B. $I = 3$.

C. $I = 1$.

D. $I = 0$.

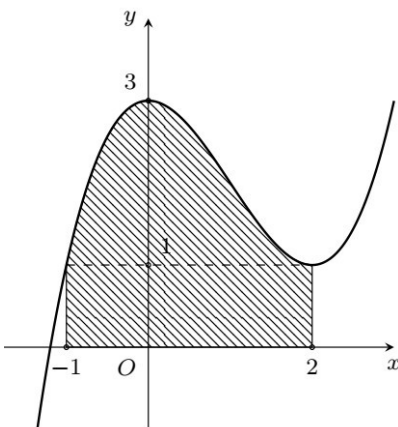
Giải**Chọn D.**

$$\text{Cách 1: } I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx = f(x) \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e f(x) \cdot \frac{1}{x} dx = f(e) - 1 = 1 - 1 = 0.$$

$$\text{Cách 2: Đặt } \begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x} \\ dv = f'(x) dx \Rightarrow v = f(x) \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx = f(x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = f(e) - 1 = 1 - 1 = 0.$$

Câu 29: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$), các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành cho trong hình dưới đây.



A. $S = \frac{51}{8}$.

B. $S = \frac{52}{8}$.

C. $S = \frac{50}{8}$.

D. $S = \frac{53}{8}$.

Giải

Chọn A.

(C) qua 3 điểm $A(-1;1)$, $B(0;3)$, $C(2;1)$ nên $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3$.

$$\Rightarrow S = \int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3 \right) dx = \left(\frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 3x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{51}{8}.$$

Câu 30: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2\sqrt{5}$, $|z_2| = 4$, $|z_2 - z_1| = 2\sqrt{2}$. Trong mặt phẳng Oxy , gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn hai số phức z_1, z_2 và H là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMHN$, K là trung điểm của ON . Tính KH .

A. $KH = \sqrt{42}$.

B. $KH = \sqrt{38}$.

C. $KH = \sqrt{10}$.

D. $KH = 2\sqrt{10}$.

Giải

Chọn B.

Gọi $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$ ($a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$).

Suy ra: $M(a_1; b_1)$, $N(a_2; b_2)$.

Ta có: $|z_1| = 2\sqrt{5}$, $|z_2| = 4 \Rightarrow a_1^2 + b_1^2 = 20$, $a_2^2 + b_2^2 = 16$.

$|z_2 - z_1| = 2\sqrt{2} \Rightarrow (a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2 = 8 \Rightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 14$.

H là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMHN \Rightarrow H(a_1 + a_2; b_1 + b_2)$.

K là trung điểm của $ON \Rightarrow K\left(\frac{a_2}{2}; \frac{b_2}{2}\right)$.

$$KH = \sqrt{\left(a_1 + \frac{a_2}{2}\right)^2 + \left(b_1 + \frac{b_2}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(a_1^2 + b_1^2 + a_1a_2 + b_1b_2 + \frac{a_2^2 + b_2^2}{4}\right)} = \sqrt{38}.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

A. $H(1; 0; 1)$.

B. $K(0; -2; 0)$.

C. $P(1; -2; 0)$.

D. $Q(0; -2; 1)$.

Giải

Chọn A.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = -2\vec{j} + 2\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{a}$.

A. $(-2; 2; 0)$.

B. $(-2; 0; 2)$.

C. $(2; 2; -2)$.

D. $(0; -2; 2)$.

Giải

Chọn D.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(3; -2; 3)$, $M(5; -2; -1)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua M là

A. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.

C. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 20$.

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{IM} = (2; 0; -4) \Rightarrow R = IM = 2\sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8y + 2z - 8 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) .

A. $I(4; -1; 0)$, $R = 3$.

B. $I(0; 4; -1)$, $R = 3$.

C. $I(4; -1; 0)$, $R = 5$.

D. $I(0; 4; -1)$, $R = 5$.

Giải

Chọn D.

Ta có:
$$\begin{cases} -2a = 0 \\ -2b = -8 \\ -2c = 2 \\ d = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 4 \\ c = -1 \\ d = -8 \end{cases} .$$
 Do đó tâm $I(0; 4; -1)$, $R = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + 8} = 5$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 6y - 8z + 1 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(-1; -3; 4)$.
- B. $(1; 3; 4)$.
- C. $(1; -3; -4)$.
- D. $(1; -3; 4)$.

Giải

Chọn C.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

- A. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
- B. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.
- C. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$.
- D. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$.

Giải

Chọn A.

Dùng phương trình mặt chắn.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$?

- A. $P(3; -2; -1)$.
- B. $Q(2; 1; 5)$.
- C. $R(1; -3; 4)$.
- D. $S(4; 1; 3)$.

Giải

Chọn C.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 2)$ và $B(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng AB là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$.
- B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.
- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Giải

Chọn B.

AB đi qua $A(-1;0;2)$ và có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (3;1;-7)$.

Vậy $AB: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;-3)$, $B(1;0;2)$, $C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó

A. $x+y=1$.

B. $x+y=17$.

C. $x+y=\frac{-11}{5}$.

D. $x+y=\frac{11}{5}$.

Giải

Chọn A.

$\overrightarrow{AB} = (2;-2;5)$, $\overrightarrow{AC} = (x+1;y-2;1)$.

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x+y=1$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$.

Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5 \leq m \leq 1$.

B. $-5 < m < 1$.

C. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -5 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Giải

Chọn D.

Ycbt $\Leftrightarrow (m+2)^2 + (-2m)^2 + m^2 - (5m^2 + 9) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;-5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 4m = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 5?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Giải

Chọn B.

$$d[M, (P)] = \frac{|2 \cdot (-2) - (-5) + 2 \cdot 1 + 4m|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 5 \Leftrightarrow |4m + 3| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} 4m + 3 = 15 \\ 4m + 3 = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 & (n) \\ m = -4,5 & (l) \end{cases}.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của m .

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - m^2y + 2z - 1 = 0$ và $(\beta): m^2x + y - (m^2 - 1)z + 2 = 0$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

A. $|m| = \sqrt{3}$.

B. $|m| = 2$.

C. $|m| = 1$.

D. $|m| = \sqrt{2}$.

Giải

Chọn D.

(α) có VTPT $\vec{n}_\alpha = (2; -m^2; 2)$.

(β) có VTPT $\vec{n}_\beta = (m^2; 1; -m^2 + 1)$.

$(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - m^2 - 2m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow |m| = \sqrt{2}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm tọa độ giao điểm A của d với mặt phẳng (Oxz) ?

A. $A\left(0; \frac{-5}{2}; 0\right)$.

B. $A(5; 0; 5)$.

C. $A(5; 0; 0)$.

D. $A(-5; 0; 5)$.

Giải

Chọn B.

$A(1+2t; -2+t; 1+2t) \in (Oxz)$ nên $-2+t=0 \Leftrightarrow t=2$. Vậy $A(5; 0; 5)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và vuông góc với hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-1}$ là

A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-4}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$.

Giải

Chọn D.

Hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt nhận $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$, $\vec{u}_2 = (-2; 2; -1)$ làm vector chỉ phương.

Đường thẳng d cần tìm vuông góc với d_1, d_2 nên vector chỉ phương của d là: $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 3; 4)$.

Phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 3)$. Trên trục Oz lấy điểm M sao cho $AM = \sqrt{5}$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua B . Tọa độ của điểm N là

A. $N(0; 0; 3)$.

B. $N(-2; 0; -3)$.

C. $N(-2; 0; 3)$.

D. $N(-2; 0; 0)$.

Giải

Chọn C.

$M \in Oz \Rightarrow M(0; 0; m)$.

$AM^2 = 5 \Leftrightarrow 1 + 4 + (m-3)^2 = 5 \Leftrightarrow m = 3$. Vậy $M(0; 0; 3)$.

N là điểm đối xứng với M qua B nên B là trung điểm MN . Suy ra $N(-2; 0; 3)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Khi đó:

A. (P) cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng $\pi\sqrt{5}$.

B. (P) cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng $2\pi\sqrt{5}$.

C. (P) tiếp xúc với (S) .

D. (P) và (S) không có điểm chung.

Giải

Chọn B.

(S) có tâm $I(-1; 1; -2)$ và bán kính $R = 3$.

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2)|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 2.$$

Vậy (S) và (P) cắt nhau theo đường tròn có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d(I, (P))^2} = \sqrt{5}$.

Suy ra chu vi đường tròn $= 2\pi r = 2\pi\sqrt{5}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{32}{3}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $I(1; 1; 1)$.

B. $J(2; 1; -2)$.

C. $K(0; 0; 4)$.

D. $L(-2; 3; 0)$.

Giải

Chọn B.

(P) cắt tia Ox tại $A(a;0;0)$, tia Oy tại $B(0;b;0)$, tia Oz tại $C(0;0;c)$ nên PT có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (với $a > 0, b > 0, c > 0$).

$$\text{Theo đề: } \frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b}{2} \\ c = 2b \end{cases}.$$

$$V_{OABC} = \frac{32}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{6}abc = \frac{32}{3} \Leftrightarrow abc = 64 \Leftrightarrow b^3 = 64 \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow a = 2, c = 8.$$

$$\text{Vậy (P): } \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 8 = 0.$$

Thay tọa độ từng điểm vào, chỉ có J thỏa.

Câu 48: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{4}$.

B. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Giải

Chọn D.

Gọi $H = d \cap \Delta$.

$$\text{Ta có: } H(1+2t; -1+t; -t) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-1; -2+t; -t).$$

$$\Delta \text{ có VTCP } \vec{a} = (2; 1; -1).$$

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{MH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2t-1) - 2 + t + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{-2}{3} \right) \Rightarrow \vec{u} = (1; -4; -2) \text{ là vectơ chỉ phương của } d.$$

$$\text{Vậy } d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}.$$

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho ΔABC với $A(1;2;3), B(0;1;4), C(2;1;-2)$. Gọi $H(a; b; c)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{11}{5}$.

B. $\frac{16}{5}$.

C. $\frac{21}{5}$.

D. $\frac{-11}{5}$.

Giải**Chọn C.**

$$\overrightarrow{AH} = (a-1; b-2; c-3)$$

$$\overrightarrow{BC} = (2; 0; -6)$$

$$\overrightarrow{BH} = (a; b-1; c-4)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} = k \cdot \overrightarrow{BC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-3c+8=0 \\ a=2k \\ b=1 \\ c=-6k+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=1/5 \\ a=2/5 \\ b=1 \\ c=14/5 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = \frac{21}{5}.$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;1;4)$, $N(5;0;0)$, $P(1;-3;1)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ với $a+b+c < 5$, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) , đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = 9$.

B. $R = 3$.

C. $R = 5$.

D. $R = 25$.

Giải**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } d[I, (Oyz)] = IM = IN = IP = R \Leftrightarrow \begin{cases} d[I, (Oyz)] = IM \\ IN = IM \\ IN = IP \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-4)^2 \\ (a-5)^2 + b^2 + c^2 = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-4)^2 \\ (a-5)^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b+3)^2 + (c-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-4)^2 \\ 3a - b - 4c = 2 \\ 4a + 3b - c = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = (a-2)^2 + (1-a)^2 + (a-5)^2 \\ b = 2-a \\ c = a-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 8a + 15 = 0 \\ b = 2-a \\ c = a-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} a = 5 \\ b = -3 \\ c = 4 \end{cases} (l).$$

$$R = d[I, (Oyz)] = |a| = 3.$$

HẾT**Bảng đáp án**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	A	D	B	C	C	B	A	D	C	D	B	A	D	B	D	B	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	D	D	C	A	B	D	D	A	B	A	D	B	D	C	A	C	B	A	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
B	D	B	D	C	B	B	D	C	B										