**ĐỀ KHẢO SÁT CHỌN NGUỒN HỌC SINH GIỎI**

**Năm học 2022 - 2023**

**MÔN: TOÁN 8**

Thời gian làm bài: 120 phút

*(Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)*

**Câu 1.** (4,0 điểm)Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm tất cả các giá trị của x để giá trị của biểu thức P không âm.

c) Cho x > 1, x ≠ 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

**Câu 2.** (4,0 điểm)

a) Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn a3 + 2b3 = 3c3 + 54d3.

Chứng minh rằng: a + 2b + 3c + 5d chia hết cho 6.

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: 

c) Đa thức f(x) chia cho x + 1 dư 4, chia cho x2 + 1 dư 2x + 3. Tìm phần dư khi chia f(x) cho (x + l)(x2+ 1).

**Câu 3** (4,0 điểm).

a) Tìm m để phương trình  có nghiệm duy nhất là số dương.

b) Cho biểu thức . Tính giá trị của biểu thức A khi 

**Câu 4** (6 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Vẽ đường cao AH. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho DH = HA. Qua D kẻ đường thẳng song song với AH, cắt đường thẳng AC tại E.

a) Chứng minh: ΔADC ∽ ΔBEC.

b) Gọi F là trung điểm của BE. Chứng minh ΔBHF ∽ ΔBEC

c) Tia AF cắt BC tại I. Chứng minh 

**Câu 5** (2 điểm). Cho các số dương x và y thỏa mãn x + y ≤ 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

*---Hết---*

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **Câu 1**  **(4 điểm)** | **a. (2 điểm)** | |
|  |  |
|  | **0,25** |
|  | **0,25** |
|  | **0,5** |
|  | **0,5** |
| Vậy  với x ≠ ±1, x ≠ 2. | **0,5** |
| **b. (1 điểm)** | |
| ĐKXĐ: x ≠ ±1, x ≠ 2  Giá trị của biểu thức P không âm, tức là P ≥ 0 ⇔ | **0,5** |
| Ta thấy x = - 2 thỏa mãn ĐKXĐ  Với x > 1, kết hợp với ĐKXĐ ta được x > 1, x ≠ 2.  Vậy x = - 2 hoặc x > 1, x ≠ 2. | **0,5** |
| **c. (1 điểm)** |  |
| ĐKXĐ: x ≠ ±1, x ≠ 2 | **0,5** |
| Với x > 1, x ≠ 2 thì x – 1 > 0, áp dụng bất đảng thức Co-si cho hai số dương ta có:  ⇔ . Hay P ≥ 12.  Dấu “=” xảy ra khi  ⇔ (x – 1)2 = 9 ⇔ x – 1 = ±3  ⇔ x = 4 (TMĐK) hoặc x = -2 (Không TMĐK)  Vậy với x > 1, x ≠ 2 thì GTNN của P bằng 12 khi x = 4 | **0,5** |
| **Câu 2**  **(4 điểm)** | **a. (1,5 điểm)** | |
| Có a3 + 2b3 = 3c3 + 54d3 ⇔a3 + 2b3 = 3c3 + 625d3  ⇒ a3 + 2b3 + 3c33 + 5d3 = 3c3 + 625d3 + 3c33 + 5d3 = 6c3 + 630d3  = 6(c3 +105d3) 6 (Vì c3 + 105d3 là số nguyên với c, d nguyên) | **0,5** |
| Xét a3 + 2b3 + 3c3 + 5d3 - a - 2b - 3c - 5d  = (a3 - a) + 2(b3 - b) + 3(c3 - c) + 5(d3 - d)  Có a3 - a = a(a2 - 1) = (a - 1)a(a + 1) 6 Vì a-1, a, a+1 là 3 số nguyên liên tiếp nên có ít nhất một số chia hết 2 và có một số chia hết cho 3 nên tích của 3 số đó chia hết cho 6. Hay a3 - a 6 | **0,5** |
| CMTT ta có (b3 - b) 6; (c3 - c) 6; (d3 - d) 6  ⇒ (a3 - a) + 2(b3 - b) + 3(c3 - c) + 5(d3 - d) 6  ⇒ (a3 + 2b3 + 3c3 + 5d3) - (a + 2b + 3c + 5d) 6  Mà a3 + 2b3 + 3c3 + 5d3 6 (CMT) nên suy ra (a + 2b + 3c + 5d) 6 | **0,5** |
| **b. (1 điểm)** | |
| ⇔  (Vì x2 + 2 ≥ 2 > 0 với mọi x)    Vì x, y ∈ Z nên  ⇒  (Vì x + 5 ∈ Z với x ∈ Z) Hay | **0,5** |
| ⇒ x2 + 2 ∈ Ư(7) (Vì 27 ∈ Z, x2 + 2 ∈ Z với x ∈ Z)  Mà x2 + 2 ≥ 2 với mọi x nên x2 + 2 ∈ {3; 9; 27}  \* x2 + 2 = 3 ⇔ x2 = 1 ⇔ x = ±1  - Với x = 1, thì y =  (Loại)  - Với x = - 1, thì y = - 3 (TM)  \* x2 + 2 = 9 ⇔ x2 = 7, không có giá trị nguyên nào của x thỏa mãn  \* x2 + 2 = 27 ⇔ x2 = 25 ⇔ x = ±5  - Với x = - 5, thì y =  (Loại)  - Với x = 5, thì y = 5 (TM)  Vậy x = -1, y = - 3 hoặc x = 5, y = 5. | **0,5** |
| **c. (1,5 điểm)** | |
| Ta có f(x) chia x +1 dư 4. Theo định lí Bê-du ta có f(-l) = 4  Do bậc đa thức chia (x+l)(x2+l) là 3 nên đa thức dư có dạng  ax2 + bx + c  Gọi thương của phép chia f(x) cho (x + 1)(x2 + 1) là q(x), ta có:  f(x) = (x+l)(x2 +1)q(x) + ax2 + bx+c | **0,5** |
| F(x) = (x+l).(x2 +1)q(x) + ax2 +a - a +bx+c  = (x+l) (x2 +1)q(x) + a(x2 +1) - a + bx + c  = [(x+l)q(x) + a](x2 +1) + bx + c - a  Vì f(x) chia x2 + 1 dư 2x + 3 nên bx + c – a = 2x + 3 đúng với mọi x  ⇒ | **0,5** |
| Mặt khác f(-1) = 4 ⇒ a – b + c = 4 ⇒ a – 2 + c = 4 ⇒ a + c = 6  Từ c – a = 3 và c + a = 6 suy ra  Vậy đa thức dư của phép chia f(x) cho (x + 1)(x2 + 1) là | **0,5** |
| **Câu 3**  **(4 điểm)** | **a. (2 điểm)** | |
| (1). ĐKXĐ: x ≠ 1, x ≠ m  Phương trình (1)  Suy ra 2x2 - m2 + 2x - 3 = 2x2 - 2mx - 2x + 2m  ⇔ 2(m + 2)x = m(m + 2) (2) | **0,5** |
| Để phương trình (1) có nghiệm duy nhất là số dương thì phương trình (2) có nghiệm duy nhất thỏa mãn ĐK: x > 0, x ≠ 1, x ≠ m | **0,5** |
| Phương trình (2) có nghiệm duy nhất khi m + 2 ≠ 0 ⇔ m ≠ -2.  Khi đó  . Để giá trị này là nghiệm dương thì | **0,5** |
| Kết hợp với m ≠ -2 ta được m > 0, m ≠ 2. Vậy với m > 0, m ≠ 2 phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là số dương. | **0,5** |
| **b. (2 điểm)** | |
| ĐKXĐ: x4 + 5x3 + 3x2 + 2016x + 2 ≠ 0  Có  > 0  ⇒ x4 + 5x3 + 3x2 + 2016x + 2 > 0 khi  ⇒  (TMĐKXĐ) | **0,5** |
| ⇔  ⇔ x2 + 2x - 1 = 0 | **0,5** |
|  | **0,75** |
| Vậy A =  khi . | **0,25** |
| **Câu 4**  **(6 điểm)** |  |  |
| **a. 2 điểm** | |
| Có DE // AH, AH ⊥ BC ⇒ DE ⊥ CD  Xét ΔCDE và ΔCAB, có  chung  ⇒ ΔCDE ∽ ΔCAB (g-g) | **1,0** |
| ⇒ ΔCDA ∽ ΔCEB (c-g-c) | **1,0** |
| **b. 2 điểm** | |
| ΔAHD vuông cân tại H ⇒  ⇒ ΔABE vuông cân tại A  ⇒ BE = AB | **1,0** |
| ΔBHA ∽ ΔBAC ( chung)  ⇒  ⇒  ⇒ ΔBHF ∽ ΔBEC | **1,0** |
| **c. 2 điểm** |  |
| ΔBAE vuông cân tại A có AF là đường trung tuyến nên cũng là đường phân giác của  Xét ΔABC có AI là phân giác ngoài tại A nên ta có | **1,0** |
| Có ΔABC ∽ ΔHBA ( chung)  ⇒  ⇒  ⇒ | **1,0** |
| **Câu 5**  **(2 điểm)** |  |  |
| Với x, y > 0, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương, ta có:  . Dấu “=” xảy ra khi  ⇔ x2 = 4 ⇔ x = 2 (x > 0)  . Dấu “=” xảy ra khi  ⇔ y2 = 9 ⇔ y = 3 (y > 0)  Có 0 < x + y ≤ 5 ⇒  Dấu “=” xảy ra khi x + y = 5 | **1,0** |
|  | Chứng minh bổ đề với x, y > 0 ta có . Dấu “=” xảy ra khi  . Áp dụng bổ đề ta có  Dấu “=” xảy ra khi    M ≥ 36. Dấu “=” xảy ra khi  Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng 36 khi x = 2, y = 3 | **1,0** |