

Người làm: Ngô Thịnh

Zalo: Ngô Thịnh - số đt zalo: 0368876057

Email:

CD8: CÁC DẠNG TOÁN VỀ PHÂN SỐ

Dạng 1. Tìm phân số thỏa mãn điều kiện cho trước

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Oai, trường Cự Khê 2016 - 2017)

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Tính $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Từ } \frac{2a+b+c+d}{a} &= \frac{a+2b+c+d}{b} + \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d} \\ \Rightarrow \frac{2a+b+c+d}{a} - 1 &= \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1 \\ \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a} &= \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \end{aligned}$$

Nếu $a+b+c+d=0 \Rightarrow a+b=-(c+d); b+c=-(a+d)$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$$

Nếu $a+b+c+d \neq 0 \Rightarrow a=b=c=d \Rightarrow M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$

Dạng 2. Chứng minh phân số đã cho là tối giản

Dạng 3: Tìm điều kiện để phân số là phân số tối giản

Dạng 4: Tìm số tự nhiên n để phân số rút gọn được

Dạng 5: Một số bài toán có lời văn

Dạng 6: Các bài toán về so sánh

Câu 1. (HSG 7 huyện Thanh Hà năm 2016 - 2017)

So sánh A và B trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = \frac{-2012}{4025}, B = \frac{-1999}{3997}$

$$b) A = \frac{2011}{1.2} + \frac{2011}{3.4} + \frac{2011}{5.6} + \dots + \frac{2011}{1999.2000}; B = \frac{2012}{1001} + \frac{2012}{1002} + \frac{2012}{1003} + \dots + \frac{2012}{2000}$$

Lời giải

$$a) \frac{2012}{4025} < \frac{2012}{4024} = \frac{1}{2}; \frac{1}{2} = \frac{1999}{3998} < \frac{1999}{3997}$$

$$\Rightarrow \frac{2012}{4025} < \frac{1999}{3997} \Rightarrow \frac{-2012}{4025} > \frac{-1999}{3997}$$

Vậy $A > B$

$$b) A = \frac{2011}{1.2} + \frac{2011}{3.4} + \frac{2011}{5.6} + \dots + \frac{2011}{1999.2000}$$

$$= 2011 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000} \right)$$

$$= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{1999} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \right]$$

$$= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) \right] - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2000} \right)$$

$$= 2011 \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{1999} + \frac{1}{2000} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{999} + \frac{1}{1000} \right) \right]$$

$$= 2011 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} \right)$$

$$B = 2012 \cdot \left(\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} \right) \Rightarrow A < B$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải năm 2016 - 2017)

$$\text{Cho } A = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{2015} - 1 \right) \left(\frac{1}{2016} - 1 \right). \text{ So sánh } A \text{ với } \frac{-1}{2015}$$

Lời giải

$$A = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{-3}{4} \dots \frac{-2014}{2015} \cdot \frac{-2015}{2016} = \frac{-1}{2016} > \frac{-1}{2015}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Sơn Dương năm 2016 - 2017)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{a^{2014} + b^{2014}}{c^{2014} + d^{2014}} = \left(\frac{a-b}{c-d} \right)^{2014}$$

Chứng minh rằng: Nếu thì

Lời giải

$$\frac{a}{d} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a-b}{c-d} \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^{2014} = \left(\frac{b}{d}\right)^{2014} = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2014} \quad (1)$$

Từ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^{2014} = \left(\frac{b}{d}\right)^{2014} = \frac{a^{2014} + b^{2014}}{c^{2014} + d^{2014}} \quad (2)$$

Từ

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{a^{2014} + b^{2014}}{c^{2014} + d^{2014}} = \left(\frac{a-b}{c-d}\right)^{2014}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Hương Khê năm 2016 - 2017)

Cho ba số dương $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$, chứng minh rằng $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$

Lời giải

Vì $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ nên :

$$(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow ab+1 \geq a+b \Leftrightarrow \frac{1}{ab+1} \leq \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow \frac{c}{ab+1} \leq \frac{c}{a+b} \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } \frac{a}{bc+1} \leq \frac{a}{b+c} \quad (2) ; \frac{b}{ac+1} \leq \frac{b}{a+c} \quad (3)$$

$$\text{Do đó: } \frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \quad (4)$$

$$\text{Mà } \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq \frac{2a}{a+b+c} + \frac{2b}{a+b+c} + \frac{2c}{a+b+c} = \frac{2(a+b+c)}{a+b+c} = 2 \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5) suy ra } \frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2 \quad (\text{đpcm})$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>