

Người làm: Mai Hồng Nhung

Zalo: Mai Nhung

- số đt zalo: 0399008878

Email: nhungmaiqn86@gmail.com

**CĐ13. TÍNH SỐ ĐO GÓC, CHỨNG MINH GÓC BẰNG NHAU
CHỨNG MINH ĐOẠN THẲNG BẰNG NHAU
CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG
BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC**

Dạng 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện Lâm Thao 2016 - 2017)

Cho $\angle Oy = 50^\circ$, điểm A nằm trên tia Oy . Qua A vẽ tia Am . Để Am song song với Ox thì số đo của góc OAm là:

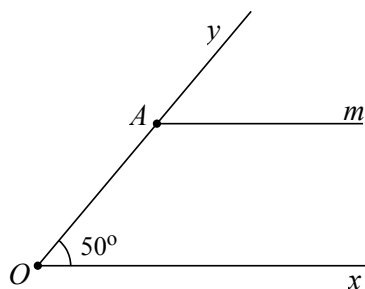
A. 50° .

B. 130° .

C. 50° và 130° .

D. 80° .

Lời giải



Vì $Am \parallel Ox$ nên $\angle Oy + \angle Am = 180^\circ$ (Hai góc trong cùng phía)

Mà $\angle Oy = 50^\circ$

Suy ra $\angle Am = 180^\circ - \angle Oy = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

Câu 2. (HSG 7 huyện Lâm Thao 2016 - 2017)

Cho tam giác ABC cân tại A , $\angle A = 20^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = BC$. Số đo của góc BDC là:

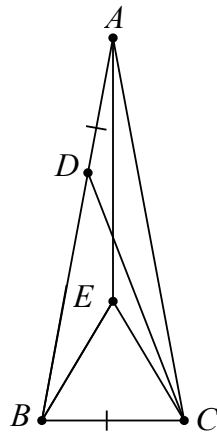
A. 50° .

B. 70° .

C. 30° .

D. 80° .

Lời giải



Vẽ điểm E nằm trong tam giác ABC sao cho $\triangle BEC$ đều

Suy ra $\angle ECB = 60^\circ$

Có $\triangle ABC$ cân tại A

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2} = 80^\circ$$

Suy ra

Ta có $\angle ACE + \angle ECB = \angle ACB$

Suy ra $\angle ACE = \angle ACB - \angle ECB$

Mà $\angle ACB = 80^\circ$; $\angle ECB = 60^\circ$

Suy ra $\angle ACE = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$

Xét $\triangle ADC$ và $\triangle CEA$ có:

AC chung

$$\angle DAC = \angle ACE = 20^\circ$$

$$EC = AD (=BC)$$

Suy ra $\triangle ADC = \triangle CEA$ (c.g.c)

Suy ra $\angle ADC = \angle AEC$ (Hai góc tương ứng)

Có $EB = EC$ (do $\triangle BEC$ đều), suy ra E thuộc đường trung trực của BC

Lại có $AB = AC$ (do $\triangle ABC$ cân tại A), suy ra A thuộc đường trung trực của BC

Suy ra AE là trung trực của BC

Suy ra AE là phân giác của $\angle BAC$

$$\angle BAE = \angle EAC = \frac{\angle BAC}{2} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$$

Suy ra

Suy ra $\angle AEC = 180^\circ - \angle EAC - \angle ACE = 180^\circ - 10^\circ - 20^\circ = 150^\circ$

Suy ra $\angle ADC = 150^\circ$

Có $\angle ADC + \angle BDC = 180^\circ$ (Hai góc kề bù)

Suy ra $\angle BDC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

Vậy $\angle BDC = 30^\circ$.

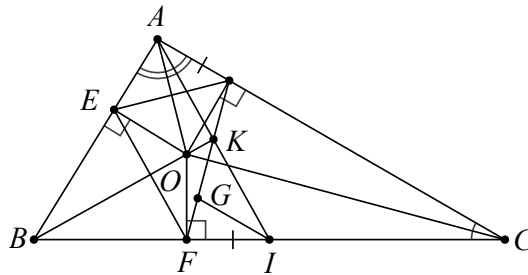
B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 trường Giao Tân 2016 - 2017)

Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn, $AB < AC < BC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O . Gọi F là hình chiếu của O trên BC ; H là hình chiếu của O trên AC . Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$. Gọi K là giao điểm của FH và AI .

- Chứng minh $\triangle FCH$ cân.
- Chứng minh $AK = KI$.
- Chứng minh 3 điểm B, O, K thẳng hàng.

Lời giải



- Chứng minh

Ta có $\angle HO = \angle FO = 90^\circ$ (vì $OH \perp AC$, $OF \perp BC$)

Xét $\triangle CHO$ vuông và $\triangle CFO$ vuông có:
 OC chung;

$\angle HCO = \angle FCO$ (OC là phân giác $\angle C$)

Vậy $\triangle CHO = \triangle CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra $CH = CF$ (hai cạnh tương ứng).

Vậy $\triangle FCH$ cân tại C .

- Qua I vẽ $IG \parallel AC$ ($G \in FH$)

Ta có $\triangle FCH$ cân tại C (cmt), suy ra $\angle HCF = \angle FCH$ (1)

Mà $\angle HCF = \angle FGI$ (đồng vị, $IG \parallel AC$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle FCH = \angle FGI$ hay $\angle FGH = \angle GFI$,

Do đó $\triangle FGI$ cân tại I .

Suy ra $FI = GI$, mặt khác: $FI = AH$ nên $GI = AH$ ($= FI$)

Ta lại có: $\angle GKI = \angle HKI$; $\angle HAK = \angle GIK$ (so le trong, $IG \parallel AC$)

Xét $\triangle AHK$ và $\triangle IGK$ có:

$$\widehat{GK} = \widehat{HK} \quad (\text{cmt})$$

$$GI = AH \quad (\text{cmt})$$

$$\widehat{HAK} = \widehat{GIK} \quad (\text{cmt})$$

Do đó $\triangle AHK = \triangle IKG$ (g.c.g)

Suy ra $AK = KI$ (đpcm)

c) Vẽ $OE \perp AB$ tại E

Vì O là giao điểm của hai tia phân giác của góc A và góc C

Nên BO là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ (*)

Xét hai tam giác vuông BOE và BOF có:

BO chung

$$\widehat{EBO} = \widehat{FBO} \quad (BO \text{ là tia phân giác của } \widehat{ABC})$$

Suy ra $\triangle BOE = \triangle BOF$ (cạnh huyền-góc nhọn)

Suy ra $BE = BF$ (hai cạnh tương ứng)

Chúng minh tương tự ta có $AE = AH$, suy ra $AE = FI (= AH)$

Ta lại có $AB = BE + AE$; $BI = BF + FI$

Mà $BE = BF$; $AE = FI$ (cmt)

Suy ra $AB = BI$

Xét $\triangle ABK$ và $\triangle IBC$ có:

$$AB = BI$$

BK chung

$$AK = KI \quad (\text{Theo phần b})$$

Suy ra $\triangle ABK = \triangle IBK$ (c.c.c)

Suy ra $\widehat{ABK} = \widehat{IBK}$

Từ đó suy ra BK là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra tia BK, BO trùng nhau

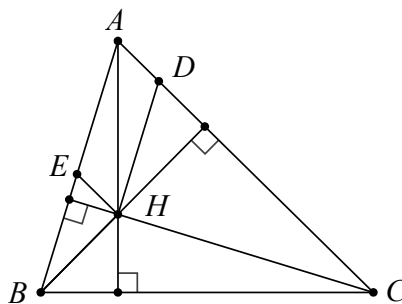
Hay B, O, K là ba điểm thẳng hàng.

Câu 2. (HSG 7 huyện Lâm Thao 2016 - 2017)

Cho tam giác nhọn ABC , trực tâm H . Chứng minh rằng:

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$$

Lời giải



Qua H kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại D , kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E .

Xét $\triangle AHD$ và $\triangle HAE$ có:

$$\angle HAD = \angle AHE \quad (\text{So le trong, } AD \parallel HE)$$

AH chung

$$\angle AHD = \angle HAE \quad (\text{So le trong, } AE \parallel HD)$$

Suy ra $\triangle AHD = \triangle HAE$ (g.c.g)

Suy ra $AD = HE$; $HD = AE$ (Hai cạnh tương ứng)

Xét $\triangle AHD$ có $HA < HD + AD$ (Theo bất đẳng thức tam giác)

$$\text{Suy ra } HA < AE + AD \quad (1)$$

Ta có $BH \perp AC$; $HE \parallel AC$

Suy ra $HE \perp BH$

Do đó $\triangle HBE$ vuông tại H , suy ra $HB < BE$ (2)

Chứng minh tương tự ta có $HC < CD$ (3)

Từ (1); (2) và (3) suy ra $HA + HB + HC < AE + AD + BE + CD$

Suy ra $HA + HB + HC < AB + AC$

Chứng minh tương tự ta có $HA + HB + HC < AB + BC$

$HA + HB + HC < BC + AC$

$$HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + AC + BC)$$

Từ đó suy ra (đpcm).

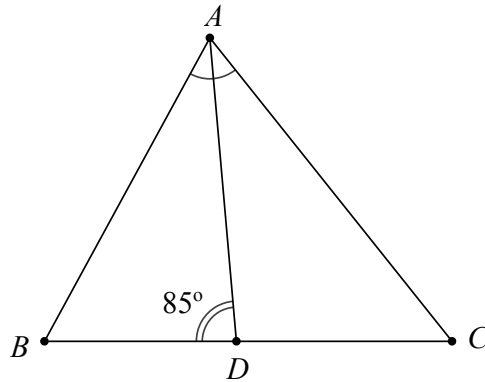
Câu 3. (HSG 7 huyện Quốc Oai 2016 - 2017)

Cho $\triangle ABC$, tia phân giác của $\angle A$ cắt BC tại D . Biết $\angle ADB = 85^\circ$.

a) Tính $\angle B - \angle C$

b) Tính các góc của $\triangle ABC$ nếu $4\angle B = 5\angle C$

Lời giải



a) Xét $\triangle ADC$ có $\angle ADB$ là góc ngoài tại D

Suy ra $\angle ADB = \angle C + \angle DAC = 85^\circ$ (1)

Xét $\triangle ADB$ có $\angle ADC$ là góc ngoài tại D

Suy ra $\angle ADC = \angle B + \angle BAD = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

Mà $\angle DAC = \angle BAD$ (vì AD là tia phân giác của $\angle A$), suy ra $\angle B + \angle DAC = 95^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle B - \angle C = 95^\circ - 85^\circ = 10^\circ$

b) Ta có $4\angle B = 5\angle C$, suy ra $\frac{\angle B}{5} = \frac{\angle C}{4}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{\angle B}{5} = \frac{\angle C}{4} = \frac{\angle B - \angle C}{5 - 4} = 10^\circ \quad (\text{Vì } \angle B - \angle C = 10^\circ)$$

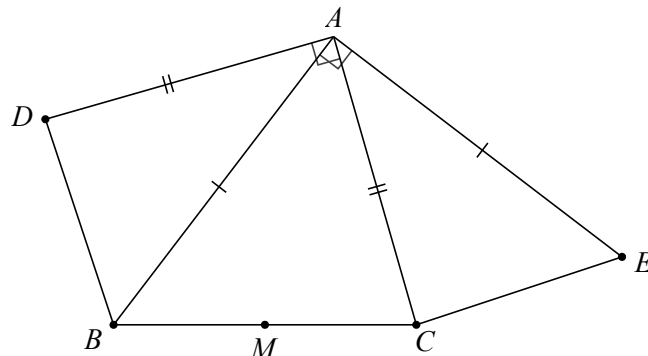
Suy ra: $\angle B = 5 \cdot 10^\circ = 50^\circ$; $\angle C = 4 \cdot 10^\circ = 40^\circ$

Xét $\triangle ABC$ có $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (Định lý tổng ba góc trong tam giác)

Suy ra $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$

Câu 4. (HSG 7 huyện Quốc Oai 2016 - 2017)

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, trung tuyến AM . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C , vẽ đoạn thẳng AE vuông góc và bằng AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa điểm B , vẽ đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AC . Chứng minh $BD = CE$.



Ta có $\angle BAD + \angle BAC = 90^\circ$; $\angle CAE + \angle BAC = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{CAE}$ (cùng phụ $\widehat{BAC}$)

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACE$ có:

$$AD = AC \text{ (GT)}$$

$$\widehat{BAD} = \widehat{CAE} \text{ (cmt)}$$

$$AE = AB \text{ (GT)}$$

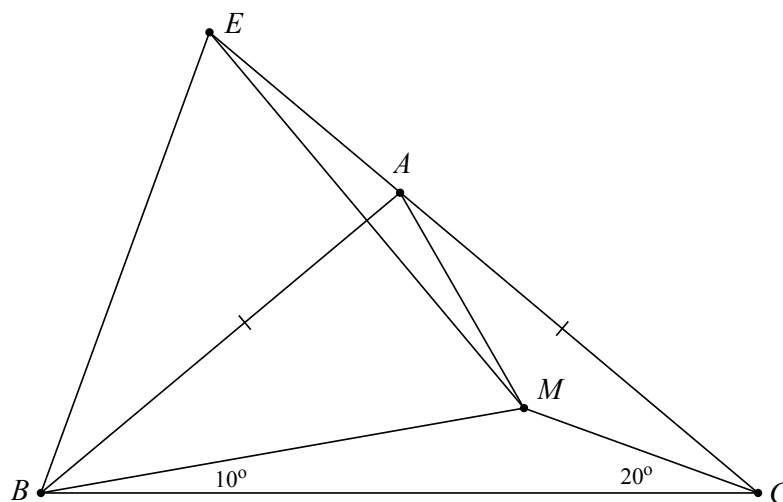
Do đó $\triangle ABD = \triangle AEC$ (c.g.c)

Suy ra $BD = CE$ (hai cạnh tương ứng)

Câu 5. (HSG 7 huyện Nga Sơn, trường Nguyễn Du 2016 - 2017)

Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 100^\circ$. Gọi M là một điểm nằm trong tam giác sao cho $\widehat{MBC} = 10^\circ$; $\widehat{MCB} = 20^\circ$. Tính $\widehat{AMB}$.

Lời giải



Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $CE = CB$.

Suy ra $\triangle CBE$ cân đỉnh C .

Có $\triangle ABC$ cân đỉnh A , có $\widehat{A} = 100^\circ$

$$\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = \frac{180^\circ - \widehat{A}}{2} = \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ$$

Suy ra

$\triangle CBE$ cân đỉnh C có $\widehat{ACB} = 40^\circ$

$$\widehat{CBE} = \widehat{CEB} = \frac{180^\circ - \widehat{ACB}}{2} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

Suy ra

Mà $\widehat{MBC} = 10^\circ$ (GT), suy ra $\widehat{EBM} = \widehat{CBE} - \widehat{MBC} = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$

Lại có: $\widehat{MCB} = 20^\circ$; $\widehat{ACB} = 40^\circ$, suy ra $\widehat{MCE} = \widehat{ACB} - \widehat{MCB} = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$

Xét $\triangle CMB$ và $\triangle CME$ có

$$CB = CE \text{ (GT)}$$

$$\widehat{MCB} = \widehat{MCE} (= 20^\circ)$$

MC chung

Suy ra $\triangle CMB = \triangle CME$ (c-g-c)

Suy ra $ME = MB$ (Hai cạnh tương ứng)

Do đó $\triangle EMB$ là tam giác cân

Mà $\angle EBM = 60^\circ$ đều

Suy ra $\triangle EMB$ là tam giác đều

Suy ra $BE = BM$

Mặt khác: Do $\angle EBM = 60^\circ$ mà $\angle ABM = \angle ABC - \angle MBC = 40^\circ - 10^\circ = 30^\circ$

Suy ra $\angle ABE = \angle ABM = 30^\circ$

Xét $\triangle EBA$ và $\triangle MBA$ có

$BE = BM$; $\angle ABE = \angle ABM$; AB chung

Suy ra $\triangle EBA = \triangle MBA$ (c.g.c)

Suy ra $\angle AMB = \angle AEB$

Mà $\angle AEB = 70^\circ$, suy ra $\angle AMB = 70^\circ$

Vậy $\angle AMB = 70^\circ$

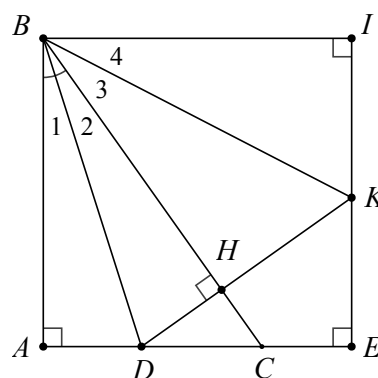
Câu 6. (HSG 7 trường Cự Khê 2016 - 2017)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Tia phân giác góc B cắt AC ở D . Kẻ DH vuông góc với BC . Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Đường thẳng vuông góc với AE tại E cắt tia DH ở K . Chứng minh rằng:

a) $BA = BH$

b) $\angle DBK = 45^\circ$

Lời giải



a) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle HBD$ có:

$\angle BAD = \angle BHD = 90^\circ$

BD chung

$\angle B_1 = \angle B_2$ (Vì BD là tia phân giác của $\angle ABC$)

Suy ra $\triangle ABD = \triangle HBD$ (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra $BA = BH$ (Hai cạnh tương ứng).

b) Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với EK , cắt EK tại I .

Suy ra $\angle ABI = 90^\circ$

Ta có $AB = BH$ (cm phần a)

$AE = AB$ (GT)

$AE = BI$ (Vì $BA \parallel IE$ và $AE = AB$)

Suy ra $BH = BI$

Xét $\triangle HBK$ và $\triangle IBK$ có:

$\angle BHK = \angle BIK = 90^\circ$

BK chung

$BH = BI$ (cmt)

Suy ra $\angle HBK = \angle IBK$ (cạnh huyền- cạnh góc vuông)

Suy ra $\angle B_3 = \angle B_4$, mà $\angle B_1 = \angle B_2$; $\angle ABI = 90^\circ$

Vậy $\angle DBK = 45^\circ$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>