UBND TỈNH THÁI NGUYÊN **THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2023 – 2024**

 **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO MÔN: TOÁN**

 **(Dành cho tất cả thí sinh)**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

*Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề*

**(Đề thi gồm có 01 trang, 10 câu, mỗi câu 1,0 điểm)**

**Câu 1.** Không sử dụng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức $A=\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{18}.$

**Câu 2.** Không sử dụng máy tính cầm tay, giải phương trình $x^{2}-3x+2=0.$

**Câu 3.** Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}2x-3y=3\\2x+y=7\end{array}\right.$

**Câu 4.** Cho hàm số bậc nhất $y=2x+m$, với *m* là tham số.

1. Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên $R$? Vì sao?
2. Tìm giá trị của *m* để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A\left(1;3\right).$

**Câu 5.** Cho biểu thức*B* = $\frac{x}{\sqrt{x}+2}-\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{8}{x+2\sqrt{x}}$, với *x* > 0

1. Rút gọn biểu thức *B*.
2. Tính giá trị của biểu thức *B* khi $x=7+4\sqrt{3}.$

**Câu 6.** Cho hình chữ nhật có chu vi bằng $30 cm$. Nếu chiều rộng tăng thêm $3 cm$ và chiều dài giảm đi $1 cm$ thì diện tích của hình chữ nhật đó sẽ tăng thêm $18 cm^{2}$. Tính chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật đã cho.

**Câu 7.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* có đường cao *AH*. Biết $AH=4cm$ và $HC=3cm$. Tính độ dài các đoạn thẳng *AC, BC* và *AB*.

**Câu 8.** Cho tứ giác *ABCD* nội tiếp đường tròn (*O*). Gọi *H* là giao điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*. Biết rằng $\hat{ABD}=30^{0},\hat{BDC}=60^{0}.$ Tính số đo của các cung nhỏ *AD, BC* và số đo của $\hat{BHC}.$

**Câu 9.** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A* (*AC > AB*). Trên tia *BA* lấy điểm *D* sao cho *AD = AC*. Kẻ *DH* vuông góc với *BC* tại điểm *H*. Gọi *K* là giao điểm của hai đường thẳng *DH* và *AC.* Chứng minh rằng:

1. $\hat{DHA}=\hat{DCA}.$
2. $AK=AB.$

**Câu 10.** Cho tam giác *ABC* (*AB > BC > AC*) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (*O*). Gọi điểm *K* là chân đường vuông góc kẻ từ điểm *A* đến cạnh *BC* và *H* là trực tâm của tam giác *ABC*. Gọi *M* là điểm đối xứng với điểm *B* qua điểm *K*. Gọi điểm *N* là giao điểm của hai đường thẳng *HM* và *AC*.

1. Chứng minh rằng bốn điểm *A, H, C, M* cùng thuộc một đường tròn.
2. Đường thẳng *AH* cắt đường tròn (*O*) tại điểm *F* $(F\ne A)$. Gọi *P* là giao điểm của hai đường thẳng *KN* và *BF*. Chứng minh rằng *NA.NC* = *NM.FP.*

===== **HẾT =====**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 NĂM HỌC 2023 – 2024**

**MÔN: TOÁN – TỈNH THÁI NGUYÊN**

**THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM**

**Câu 1.**

***Cách giải:***

***Không sử dụng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức*** $A=\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{18}.$

$$A=\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{18}.$$

 $ =\sqrt{2}+\sqrt{2^{2}.2}-\sqrt{3^{2}.2}$

 $=\sqrt{2}+2\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

 $=\sqrt{2}(1+2-3)$

 $=0$

Vậy $A=0.$

**Câu 2.**

***Cách giải:***

***Không sử dụng máy tính cầm tay, giải phương trình*** $x^{2}-3x+2=0.$

Ta có: $a+b+c=1\left(-3\right)+2=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left\{\begin{array}{c}x=1\\x=\frac{c}{a}=2\end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{1;2\right\}$.

**Câu 3.**

***Cách giải:***

***Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình*** $\left\{\begin{array}{c}2x-3y=3\\2x+y=7\end{array}\right.$

$$\left\{\begin{array}{c}2x-3y=3\\2x+y=7\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}4y=4\\2x+y=7\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x+1=7\end{array}⇔\left\{\begin{array}{c}y=1\\x=3\end{array}\right.\right.\right.\right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x;y)=(3;1)$.

**Câu 4.**

***Cách giải:***

***Cho hàm số bậc nhất*** $y=2x+m$***, với m là tham số.***

***a) Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên*** $R$***? Vì sao?***

Hàm số $y=2x+m $đồng biến trên $R$vì hệ số $a=2>0$

***b) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm*** $A\left(1;3\right).$

Để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A\left(1;3\right)⇔3=2.1+m⇒m=3-2=1.$

Vậy $m=1$ thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A\left(1;3\right).$

**Câu 5.**

***Cách giải:***

***Cho biểu thức B =*** $\frac{x}{\sqrt{x}+2}-\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{8}{x+2\sqrt{x}}$***, với x > 0***

***a) Rút gọn biểu thức B.***

Với $x>0$ ta có:

*B* = $\frac{x}{\sqrt{x}+2}-\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{8}{x+2\sqrt{x}}$

 = $\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}-\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{8}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$

 = $\frac{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}-8+8}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$

 = $\frac{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$

 = $\frac{\sqrt{x}\left(x-4\right)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2}$

 = $\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$

 = $\sqrt{x}-2$

Vậy với $x>0$ thì $B=\sqrt{x}-2$.

***b) Tính giá trị của biểu thức B khi*** $x=7+4\sqrt{3}.$

Ta có:

$$x=7+4\sqrt{3}$$

$$ =2^{2}+2.2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^{2}$$

$$ =\left(2+\sqrt{3}\right)^{2}$$

$⇒\sqrt{x}=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^{2}}=\left|2+\sqrt{3}\right|=2+\sqrt{3} $ (do $2+\sqrt{3}>0)$

Thay vào $\sqrt{x}=2+\sqrt{3}$ (tm ĐKXĐ) vào B ta có:

$$B=2+\sqrt{3}-2=\sqrt{3}.$$

Vậy với $x=7+4\sqrt{3}$ thì $B=\sqrt{3}.$

**Câu 6.**

***Cách giải:***

***Cho hình chữ nhật có chu vi bằng*** $30 cm$***. Nếu chiều rộng tăng thêm*** $3 cm$ ***và chiều dài giảm đi*** $1 cm$ ***thì diện tích của hình chữ nhật đó sẽ tăng thêm*** $18 cm^{2}$***. Tính chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật đã cho.***

Nửa chu vi hình chữ nhật là : 30 : 2 = 15 *cm.*

Gọi chiều dài hình chữ nhật là $x\left(cm\right);0<x<15).$

$⇒$ Chiều rộng hình chữ nhật là: $15-x (cm)$.

Diện tích hình chữ nhật là: $x\left(15-x\right)\left(cm^{2}\right).$

Nếu chiều rộng tăng thêm 3cm thì chiều rộng hình chữ nhật là: $15-x+3=18-x \left(cm\right).$

Nếu chiều dài giảm đi 1cm thì chiều dài hình chữ nhật là: $x-1 \left(cm\right).$

Khi đó, diện tích hình chữ nhật lức này là: $\left(18-x\right)\left(x-1\right)\left(cm^{2}\right).$

Vì diện tích hình chữ nhật đó sẽ tăng thêm $18 cm^{2}$ nên ta có phương trình:

$$x\left(15-x\right)+18=\left(18-x\right)\left(x-1\right)$$

$$⇔15x-x^{2}+18=18x-18-x^{2}+x$$

$$⇔4x=36$$

$$⇒x=9 (TM)$$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 9cm, chiều rộng hình chữ nhật là 15 – 9 = 6cm

**Câu 7.**

***Cách giải:***

***Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Biết*** $AH=4cm$ ***và*** $HC=3cm$***. Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC và AB.***

******

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông AHC, ta có:

$$AC^{2}=AH^{2}+HC^{2}=3^{2}+4^{2}=25$$

$$⇒AC=5 \left(cm\right)$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, đường cao AH ta có:

$$\frac{1}{AH^{2}}=\frac{1}{AB^{2}}+\frac{1}{AC^{2}}$$

$$⇔\frac{1}{AB^{2}}=\frac{1}{AH^{2}}-\frac{1}{AC^{2}}=\frac{1}{4^{2}}-\frac{1}{5^{2}}=\frac{9}{400}$$

$$⇒AB^{2}=\frac{400}{9}⇒AB=\frac{20}{3} (cm)$$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$AB^{2}+AC^{2}=BC^{2}⇒BC=\sqrt{AB^{2}+AC^{2}}=\sqrt{\left(\frac{20}{3}\right)^{2}+5^{2}}=\frac{25}{3} (cm)$$

Vậy AC = 5cm, BC = $\frac{25}{3}$ cm và AB = $\frac{20}{3}$ cm

**Câu 8.**

***Cách giải:***

***Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Biết rằng*** $\hat{ABD}=30^{0},\hat{BDC}=60^{0}.$ ***Tính số đo của các cung nhỏ AD, BC và số đo của*** $\hat{BHC}.$

******

*+) Tính số đo của cung nhỏ AD*

Ta có: $∠ABD$ nội tiếp chắn cung nhỏ AD.

$⇒∠ABD=\frac{1}{2}$ số đo cung nhỏ AD

$⇒30^{0}=\frac{1}{2}$ số đo cung nhỏ AD

$⇒$ số đo cung nhỏ AD = $60^{0}.$

*+) Tính số đo của cung nhỏ BC*

Ta có: $∠BDC$ nội tiếp chắn cung nhỏ BC

$⇒∠BDC=\frac{1}{2}$ số đo cung nhỏ BC

$⇒60^{0}=\frac{1}{2}$ số đo cung nhỏ BC

$⇒ $số đo cung nhỏ BC = $120^{0}.$

*+) Tính số đo của góc BHC.*

Góc BHC là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn, chắn hai cung nhỏ AD và BD

$⇒∠BHC=\frac{1}{2}$ (số đo cung nhỏ AD + số đo cung nhỏ BC)

$$⇒∠BHC=\frac{1}{2}\left(60^{0}+120^{0}\right)=\frac{1}{2}.180^{0}=90^{0}.$$

Vậy $∠BHC=90^{0}.$

**Câu 9.**

***Cách giải:***

***Cho tam giác ABC vuông tại A (AC > AB). Trên tia BA lấy điểm D sao cho AD = AC. Kẻ DH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng DH và AC. Chứng minh rằng:***

******

***a)*** $\hat{DHA}=\hat{DCA}.$

Ta có: $∠DAC=∠DHC=90^{0}$ (do tam giác ABC vuông tại A và $DH⊥BC$ tại H)

Mà A, H là 2 đỉnh kề nhau, cùng nhìn DC dưới 2 góc bằng nhau nên AHCD nội tiếp

$⇒∠DHA=∠DAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD) (đpcm)

***b)*** $AK=AB.$

Do AD = AC (giá trị) nên tam giác ACD cân tại A $⇒∠ADC=∠ACD$ (tính chất) (1)

Xét tứ giác AKHB có $∠BAK=∠AHK=90^{0}⇒∠BAK+∠AHK=90^{0}+90^{0}=180^{0}$

Suy ra tứ giác AKHB nội tiếp (tổng hai góc đối bằng 1800) (đhnb)

$⇒∠AKB=∠AHB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

Mà $∠AHB=∠BDC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp AHCD)

$⇒∠AKB=∠BDC=∠ADC$ (2)

Ta có $∠ABK=∠AHK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AK)

Mà $∠AHK=∠AHD=∠ACD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD)

$⇒∠ABK=∠ACD$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $∠AKB=∠ABK⇒△AKB$ cân tại A.

Vậy AK = AB (tính chất tam giác cân) (đpcm).

**Câu 10.**

***Cách giải:***

***Cho tam giác ABC (AB > BC > AC) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Gọi điểm K là chân đường vuông góc kẻ từ điểm A đến cạnh BC và H là trực tâm của tam giác ABC. Gọi M là điểm đối xứng với điểm B qua điểm K. Gọi điểm N là giao điểm của hai đường thẳng HM và AC.***

***a) Chứng minh rằng bốn điểm A, H, C, M cùng thuộc một đường tròn.***

******

Vì M đối xứng với B qua K nên BK = MK.

Xét $△HBK$ và $△HMK$ có:

HK chung

$∠HKB=∠HKM=90^{0}$ (gt)

$BK=MK $(cmt)

$⇒△HBK=△HMK$ (hai cạnh góc vuông).

$⇒HB=HM$ (2 góc tương ứng)

$⇒△HBM$ cân tại H (định nghĩa)

$⇒∠HBM=∠HMB$ (tính chất tam giác cân) (1)

Kéo dài BH cắt AC tại E. Vì H là trực tâm của tam giác ABC (gt) $⇒BE⊥AC⇒△BCE$ vuông tại C.

Ta có: $∠HBM+∠BCE=90^{0}$ (tam giác BCE vuông tại C).

 $∠HAC+∠BCE=90^{0}$ (tam giác ACK vuông tại K).

$⇒∠HBM=∠HAC$ (2)

Từ (1) và (2) $⇒∠HMB=∠HAC⇒∠HMC=∠HAC.$

Mà 2 đỉnh A, M kề nhau cùng nhìn HỮU CƠ dưới hai góc bằng nhau.

$⇒AHCM$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

Vậy bốn điểm A, H, C, M cùng thuộc một đường tròn (đpcm).

***b) Đường thẳng AH cắt đường tròn (O) tại điểm F*** $(F\ne A)$***. Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng KN và BF. Chứng minh rằng NA.NC = NM.FP.***

Ta có: $∠HBM=∠HAC$ (cmt) $⇒∠HBK=FAC.$

Mà $∠FAC=∠FBC=∠FBK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FC).

$$⇒∠HBK=∠FBK.$$

Xét tam giác vuông BHK và tam giác vuông BFK có:

$$∠BKH=∠BFK=90^{0}$$

BK chung

$∠HBK=∠FBK$ (cmt)

$⇒△BHK=△BFK$ (cạnh góc vuông – góc nhọn kề)

$⇒HK=FK $(hai cạnh tương ứng) và $∠BHK=∠BFK$ (hai góc tương ứng).

Ta có: $△HBK=△HMK$ (cmt)$ ⇒∠BHK=∠MHK$ (hai góc tương ứng).

$$∠BFK=∠MHK⇒∠PFK=∠NHK.$$

Xét $△PFK$ và $△NHK$ có:

$FK=HK$ (cmt)

$∠PFK=∠NHK$ (cmt)

$∠FKP=∠HKN$ (đối đỉnh)

$⇒△PFK=△NHK$ (g.c.g) $⇒FP=NH$ (hai cạnh tương ứng)

Xét $△NAH$ và $△NMC$ có:

$∠ANH=∠MNC$ (đối đỉnh)

$∠NAH=∠NMC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HC của tứ giác nội tiếp AHCM)

$△NAH∽△NMC$ (g.g)

$⇒\frac{NA}{NM}=\frac{NH}{NC} $(cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

$$⇒NA.NC=NM.NH.$$

Mà NH = FB (cmt).

Vậy NA.NC=NM.FP (đpcm).

===== **HẾT =====**