

Bài 1 (2,0 điểm).

Cho biểu thức $P = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2}$

a) Tìm tập xác định của P rồi rút gọn P.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để P cũng có giá trị là số nguyên.

Bài 2 (2,5 điểm).

a) Cho biểu thức $M = \frac{2}{x^2 + 2x + 3}$.

Với giá trị nào của x thì M có giá trị lớn nhất ? Tìm giá trị lớn nhất đó ?

b) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:* Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 7m, đường chéo có độ dài 13m. Tính diện tích của hình chữ nhật đó ?

Bài 3 (2,5 điểm).

a) Cho $a \geq 1$ và $b \geq 1$. Chứng minh: $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab}$.

Dấu “=” xảy ra khi nào ?

b) Giải và biện luận phương trình sau theo tham số m:

$$\frac{m}{x-m} + \frac{3m^2 - 4m + 3}{m^2 - x^2} = \frac{1}{x+m}$$

Bài 4 (3,0 điểm).

Cho ΔABC vuông ở A, có $B = 20^\circ$. Vẽ phân giác BI của ΔABC ($I \in AC$) và lấy điểm $H \in AB$ sao cho $\widehat{ACH} = 30^\circ$:

a) Chứng minh $BI^2 < AB \cdot BC$?

b) Vẽ CK là phân giác của $\widehat{HCB}$, chứng minh $CK \parallel IH$?

c) Tính số đo của $\widehat{CHI}$?

----- Hết -----

Bài 1 (2,0 điểm)

a) 1,0 điểm

+ Tập xác định $x \neq 1; x \neq -1$ và $x \neq \pm \sqrt{2}$ 0,25đ

+ Rút gọn $P = \frac{x^2 - 2}{x}$ 0,75đ

b) 1,0 điểm

+ Viết $P = x - \frac{2}{x}$ 0,25đ

+ Để P có giá trị nguyên thì x là ước của 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \text{ (loại)} \\ x = \pm 2 \text{ (nhận)} \end{cases}$ 0,25đ

+ Từ đó các giá trị nguyên của P là 1 và -1 0,25đ

Bài 2 (2,5 điểm)

a) 1,0 điểm

+ Viết $M = \frac{2}{(x+1)^2 + 2}$ 0,25đ

+ Vì $(x+1)^2 \geq 0$ với mọi x $\Rightarrow (x+1)^2 + 2 \geq 2$ với mọi x 0,25đ

+ Có $M \leq \frac{2}{2} = 1$ nên M có giá trị lớn nhất là $M = 1$ 0,25đ

+ Dấu “=” xảy ra khi $x = -1$ 0,25đ

b) 1,5 điểm

Gọi chiều rộng là x (m) thì chiều dài là $x + 7$ (m), điều kiện $x > 0$ 0,25đ

Theo định lý Pi-ta-go thì $x^2 + (x+7)^2 = 13^2$ 0,25đ

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+12)(2x-10) = 0$$

Vậy $x = -12$ (loại) hoặc $x = 5$ (nhận) 0,5đ

Tính được diện tích của hình chữ nhật $S = 60m^2$ 0,5đ

Bài 3 (2,5 điểm)

a) 1,0 điểm

+ Chuyển vế và tách $-\frac{2}{1+ab} = -\frac{1}{1+ab} - \frac{1}{1+ab}$ 0,25đ

+ Nhóm, quy đồng mẫu của từng nhóm và thực hiện đúng phép cộng 0,25đ

+ Đặt nhân tử chung trên tử thức để có: $\frac{(b-a^2)(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)}$ 0,25đ

+ Vì $a \geq 1$ và $b \geq 1$ nên phân thức trên ≥ 0 ; từ đó suy ra điều cần c/m 0,25đ

b) 1,5 điểm

+ ĐKXD: $x \neq \pm$

m0,25đ

+ Quy đồng và khử mẫu 2 vế, đưa về PT $(m - 1).x = (m - 1)(2m - 3)$ 0,25đ

+ Với $m \neq 1$ ta có $x = 2m -$

30,25đ

+ Để thỏa mãn ĐKXD thì $2m - 3 \neq m \Leftrightarrow m \neq 3$ và $2m - 3 \neq -m \Leftrightarrow m \neq$

10,25đ

Vậy khi $m \neq 1$ và $m \neq 3$ thì PT đã cho có 1 nghiệm $x = 2m -$

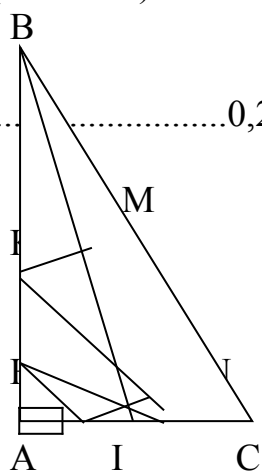
30,25đ

+ Với $m = 1$, PT có dạng $0.x = 0 \Rightarrow$ mọi số thực $x \neq \pm 1$ đều là nghiệm của PT
0,25đ

Bài 4 (3,0 điểm)

a) 1,0 điểm (Hình vẽ)

g)0,25đ



+ Có $\widehat{BIC} > \widehat{A} \Rightarrow$ Vẽ $\widehat{BIN} = \widehat{A}$ ($N \in BC$) 0,25đ
 $\Rightarrow \Delta ABI \sim \Delta IBN$ (g-

$\Rightarrow AB/BI = BI/BN \Rightarrow BI^2 = AB.BN$ 0,25đ

+ Có $BN < BC$ nên $BI^2 < AB.BC$ 0,25đ

b) 1,5 điểm

+ Tính được $\widehat{HCB} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{HCK} = \widehat{BCK} = 20^\circ$ 0,25đ

+ Tam giác vuông $\widehat{AHC}$ có $\widehat{ACH} = 30^\circ \Rightarrow AH = CH/2$ (1)

+ Vì CK là phân giác $\widehat{HCB}$ nên kết hợp với (1)

$\Rightarrow \frac{AH}{HK} = \frac{1}{2} \left(\frac{CH}{HK} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{BC}{BK} \right)$ 0,25đ (2)

+ Vẽ $KM \perp BC$ tại M thì $\Delta BMK \sim \Delta BAC$ (g-g) $\Rightarrow \frac{BC}{BK} = \frac{AB}{BM} \Leftrightarrow \frac{BC}{2BK} = \frac{AB}{2BM}$
.....0,25đ

Kết hợp với (2) $\Rightarrow \frac{BC}{2BK} = \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{HK}$ (3) ; vì BI là phân giác $\widehat{ABC}$ nên $\frac{IA}{IC} = \frac{AB}{BC}$ (4) .0,25đ

+ Từ (3) & (4) $\Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{AH}{HK} \Rightarrow HI \parallel CK$ 0,25đ

c) 0,5 điểm Do $HI \parallel CK$ nên $\widehat{CHI} = \widehat{HCK} = 20^\circ$ (2 góc so le trong)0,5đ

Chú ý: HS có thể giải theo cách khác (không vượt quá chương trình toán 8) đúng vẫn cho điểm tối đa

----- Hết -----