

BÀI 6. CẤP SỐ CỘNG

CHƯƠNG 2. DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. ĐỊNH NGHĨA

- Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d . Số d được gọi là công sai của cấp số cộng.

- Cấp số cộng (u_n) với công sai d được cho bởi hệ thức truy hồi $u_n = u_{n-1} + d; n \geq 2$.

Dãy số không đổi $a, a, a, \dots$ có phải là một cấp số cộng với công sai $d = 0$

Ví dụ 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Hãy viết năm số hạng đầu của cấp số cộng này.

Giải

Năm số hạng đầu của cấp số cộng này là:

$$u_1 = 2, u_2 = u_1 + d = 2 + 3 = 5, u_3 = u_2 + d = 5 + 3 = 8,$$

$$u_4 = u_3 + d = 8 + 3 = 11, u_5 = u_4 + d = 11 + 3 = 14.$$

Ví dụ 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5n - 1$. Chứng minh rằng (u_n) là một cấp số cộng. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của nó.

Giải

$$\text{Ta có } u_n - u_{n-1} = (5n - 1) - [5(n - 1) - 1] = 5, \text{ với mọi } n \geq 2.$$

Do đó (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 5 \cdot 1 - 1 = 4$ và công sai $d = 5$.

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Ví dụ 3. Tìm năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của cấp số cộng $(u_n): 10, 5, \dots$

Giải

Cấp số cộng này có số hạng đầu $u_1 = 10$ và công sai $d = -5$.

Do đó năm số hạng đầu là: $10, 5, 0, -5, -10$.

$$\text{Số hạng thứ 100 là } u_{100} = u_1 + (100 - 1)d = 10 + 99(-5) = -485.$$

Ví dụ 4. Số hạng thứ 10 của một cấp số cộng (u_n) bằng 48 và số hạng thứ 18 bằng 88. Tìm số hạng thứ 100 của cấp số cộng đó.

Giải

Giả sử u_1 là số hạng đầu và d là công sai của cấp số cộng đó. Ta có:

$$u_{10} = u_1 + 9d = 48$$

$$u_{18} = u_1 + 17d = 88.$$

Giải hệ này ta được $u_1 = 3$ và $d = 5$.

$$\text{Vậy số hạng thứ 100 của cấp số cộng này là } u_{100} = u_1 + 99d = 3 + 99 \cdot 5 = 498.$$

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG

Cho cấp số cộng (u_n) với công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khi đó $S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d]$.

Chú ý. Sử dụng công thức $u_n = u_1 + (n - 1)d$, ta có thể viết tổng S_n dưới dạng $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$.

Ví dụ 5. Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

Giải. Số ghế ở mỗi hàng của nhà hát lập thành một cấp số cộng, gồm 25 số hạng, với số hạng đầu $u_1 = 16$ và công sai $d = 2$. Tổng các số hạng này là

$$S_{25} = u_1 + u_2 + \dots + u_{25} = \frac{25}{2} [2u_1 + (25 - 1)d] = \frac{25}{2} [2 \cdot 16 + 24 \cdot 2] = 1000.$$

Vậy nhà hát đó có tổng cộng 1000 ghế.

Ví dụ 6. Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng $2, 5, 8, \dots$ để được kết quả bằng 345 ?

Giải

Cấp số cộng này có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Gọi n là số các số hạng đầu của cấp số cộng cần lấy tổng, ta có

$$345 = S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d] = \frac{n}{2} [2 \cdot 2 + (n - 1) \cdot 3] = \frac{n}{2} (3n + 1).$$

Do đó $3n^2 + n - 690 = 0$. Giải phương trình bậc hai này ta được $n = -\frac{230}{15}$ (loại) và $n = 15$. Vậy phải lấy tổng của 15 số hạng đầu của cấp số cộng đã cho để được tổng bằng 345.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

DẠNG 1: CHỨNG MINH MỘT DÃY SỐ (u_n) LÀ CẤP SỐ CỘNG.

Để chứng minh dãy số (u_n) là một cấp số cộng, ta xét $A = u_{n+1} - u_n$

- Nếu A là hằng số thì (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = A$.
- Nếu A phụ thuộc vào n thì (u_n) không là cấp số cộng.

Câu 1. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho dãy số (u_n) với $u_n = -2n + 3$. Chứng minh rằng (u_n) là một cấp số cộng. Xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng này.

Câu 2. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho dãy số (u_n) với $u_n = 4n - 3$. Chứng minh rằng (u_n) là một cấp số cộng. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng này. Từ đó viết số hạng tổng quát u_n dưới dạng $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Câu 3. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Xác định công sai, số hạng thứ 5, số hạng tổng quát và số hạng thứ 100 của mỗi cấp số cộng sau:

- 4, 9, 14, 19, ...;
- 1, -1, -3, -5, ...

Câu 4. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số (u_n) sau và xét xem nó có phải là cấp số cộng không. Nếu dãy số đó là cấp số cộng, hãy tìm công sai d và viết số hạng tổng quát của nó dưới dạng $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

- $u_n = 3 + 5n$;
- $u_n = 6n - 4$;
- $u_1 = 2, u_n = u_{n-1} + n$;

$$d) u_1 = 2, u_n = u_{n-1} + 3$$

Câu 5. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó:

a). Dãy số (u_n) với $u_n = 19n - 5$ b). Dãy số (u_n) với $u_n = -3n + 1$

c). Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ d). Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 10n$

Câu 6. Định x để 3 số $10 - 3x, 2x^2 + 3, 7 - 4x$ theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng.

Câu 7. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3a, và 3 cạnh lập thành một CSC. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a.

Câu 8. Ba góc của một tam giác vuông lập thành một CSC. Tìm số đo các góc đó.

DẠNG 2: TÌM SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN, CÔNG SAI CỦA CẤP SỐ CỘNG, TÌM SỐ HẠNG THỨ K CỦA CẤP SỐ CỘNG, TÍNH TỔNG K SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN.

Ta thiết lập một hệ phương trình gồm hai ẩn u_1 và d . Sau đó giải hệ phương trình này tìm được u_1 và d .

Muốn tìm số hạng thứ k , trước tiên ta phải tìm u_1 và d . Sau đó áp dụng công thức:
 $u_k = u_1 + (k - 1)d$

Muốn tính tổng của k số hạng đầu tiên, ta phải tìm u_1 và d . Sau đó áp dụng công thức:

$$S_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2} = \frac{k[2u_1 + (k - 1)d]}{2}$$

Câu 9. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Anh Nam được nhận vào làm việc ở một công ty về công nghệ với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Công ty sẽ tăng thêm lương cho anh Nam mỗi năm là 20 triệu đồng. Tính tổng số tiền lương mà anh Nam nhận được sau 10 năm làm việc cho công ty đó.

Câu 10. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 18 và số hạng thứ 12 bằng 32. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này.

Câu 11. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một cấp số cộng có số hạng đầu bằng 5 và công sai bằng 2. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để có tổng bằng 2700?

Câu 12. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng.

Câu 13. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế?

Câu 14. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Vào năm 2020, dân số của một thành phố là khoảng 1,2 triệu người. Giả sử mỗi năm, dân số của thành phố này tăng thêm khoảng 30 nghìn người. Hãy ước tính dân số của thành phố này vào năm 2030.

Câu 15. Tìm số hạng đầu tiên, công sai, số hạng thứ 20 và tổng của 20 số hạng đầu tiên của các cấp số cộng sau, biết rằng:

a) $\begin{cases} u_5 = 19 \\ u_9 = 35 \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ s_{12} = 129 \end{cases}$ d) $\begin{cases} u_6 = 8 \\ u_2^2 + u_4^2 = 16 \end{cases}$

Câu 16. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết:

$$\begin{aligned} \text{a). } & \begin{cases} u_7 = 27 \\ u_{15} = 59 \end{cases} \quad \text{b). } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases} \quad \text{c). } \begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases} \\ \text{d). } & \begin{cases} u_3 - u_7 = -8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases} \quad \text{e). } \begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 155 \\ s_3 = 21 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 17. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết:

$$1) \begin{cases} S_3 = 12 \\ S_5 = 35 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 9 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 35 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 16 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 84 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} S_5 = 5 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot u_4 \cdot u_5 = 45 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} S_4 = 20 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = \frac{25}{24} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 20 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 = 170 \end{cases} \quad 7) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = -12 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 8 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} u_1 + u_5 = \frac{5}{3} \\ u_3 \cdot u_4 = \frac{65}{72} \end{cases}$$

Câu 18. Xác định số hạng đầu, công sai và số hạng thứ n của các cấp số cộng sau, biết rằng:

$$\text{a). } \begin{cases} S_{12} = 34 \\ S_{18} = 45 \end{cases} \quad \text{b). } \begin{cases} u_5 = 10 \\ S_{10} = 5 \end{cases} \quad \text{c). } \frac{S_{20}}{5} = \frac{S_{10}}{3} = \frac{S_5}{2} \quad \text{d). } \begin{cases} S_{20} = 2S_{10} \\ S_{15} = 3S_5 \end{cases}$$

Câu 19. Cho cấp số cộng: $u_1; u_2; u_3; \dots$ có công sai d.

- 1). Biết $u_2 + u_{22} = 40$. Tính S_{23}
- 2). Biết $u_1 + u_4 + u_7 + u_{10} + u_{13} + u_{16} = 147$. Tính $u_6 + u_{11} + u_1 + u_6 + u_{11} + u_{16}$
- 4). Biết $u_4 + u_8 + u_{12} + u_{16} = 224$. Tính: S_{19}
- 5). Biết $u_{23} + u_{57} = 29$. Tính: $u_{10} + u_{70} + u_{157} + 3u_1$

Câu 20. Tìm 3 số hạng liên tiếp của 1 cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 27 và tổng các bình phương của chúng là 293.

Câu 21. Tìm 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng có tổng bằng 20 và tích của chúng là 384.

Câu 22. Tìm 3 số hạng liên tiếp của một CSC biết tổng của chúng bằng 15 và tổng bình phương của chúng bằng 83.

Câu 23. Tìm 5 số hạng liên tiếp của một CSC biết tổng của chúng bằng 40 và tổng bình phương của chúng bằng 480.

Câu 24. Tìm 4 số hạng liên tiếp của một CSC biết tổng của chúng bằng 10 và tổng bình phương của chúng bằng 30.

Câu 25. Một CSC có 7 số hạng với công sai d dương và số hạng thứ tư bằng 11. Hãy tìm các số hạng còn lại của CSC đó, biết hiệu của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 6.

Câu 26. Một CSC có 7 số hạng mà tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng 28, tổng số hạng thứ năm và số hạng cuối bằng 140. Tìm CSC đó.

Câu 27. Viết sáu số xen giữa hai số 3 và 24 để được CSC có tám số hạng. Tìm CSC đó

Câu 28. Bốn số nguyên lập thành CSC, biết tổng của chúng bằng 20, tổng nghịch đảo của chúng bằng $\frac{25}{24}$. Tìm bốn số đó.

Câu 29. Tính các tổng sau:

- a). $S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + (2n + 1)$
 b). $S = 1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) + (3n + 1) + (3n + 4)$
 c). $S = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

- A. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$ B. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$
 C. $(u_n): 1; 3; 6; 10; 15; \dots$ D. $(u_n): -1; 1; -1; 1; -1; \dots$

Câu 2. Trong các dãy số sau, có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng?

- a) Dãy số (u_n) với $u_n = 4n$. b) Dãy số (v_n) với $v_n = 2n^2 + 1$.
 b) Dãy số (w_n) với $w_n = \frac{n}{3} - 7$. d) Dãy số (t_n) với $t_n = \sqrt{5} - 5n$.

Câu 3. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $1; -2; -4; -6; -8$ B. $1; -3; -6; -9; -12$.
 C. $1; -3; -7; -11; -15$. D. $1; -3; -5; -7; -9$.

Câu 4. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải cấp số cộng?

- A. $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$ B. $1; 1; 1; 1; 1$ C. $-8; -6; -4; -2; 0$ D. $3; 1; -1; -2; -4$.

Câu 5. Xác định a để 3 số $1 + 2a; 2a^2 - 1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của a . B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.
 C. $a = \pm 3$. D. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3n^2 + 2017$ B. $u_n = 3n + 2018$ C. $u_n = 3^n$ D. $u_n = (-3)^{n+1}$.

Câu 7. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$ B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.
 C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$ D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Câu 8. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$ B. $u_n = 2^n, n \geq 1$ C. $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$ D. $u_n = 2n - 3, n \geq 1$

Câu 9. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3^{n+1}$ B. $u_n = \frac{2}{n+1}$ C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ D. $u_n = \frac{5n - 2}{3}$.

Câu 10. Các dãy số có số hạng tổng quát u_n . Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

- A. $u_n = 2n + 5$ B. $49, 43, 37, 31, 25$ C. $u_n = 1 + 3^n$ D. $u_n = (n+3)^2 - n^2$.

Câu 11. Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

A. $u_n = n + 2^n, (n \in \mathbb{N}^*)$. B. $u_n = 3n + 1, (n \in \mathbb{N}^*)$.

C. $u_n = 3^n, (n \in \mathbb{N}^*)$. D. $u_n = \frac{3n+1}{n+2}, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 12. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng ?

A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; - 1; 1; - 1; 1. D. 1; - 3; 9; - 27; 81.

Câu 13. Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

A. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. B. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$.
C. $(u_n): 1; 3; 6; 10; 15; \dots$. D. $(u_n): - 1; 1; - 1; 1; - 1; \dots$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11. B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. $\frac{8}{3}$. B. 24. C. 5. D. 11.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_2 bằng

A. 14. B. 9. C. $\frac{7}{2}$. D. 5.

Câu 17. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d

A. $d = \frac{11}{3}$. B. $d = \frac{10}{3}$. C. $d = \frac{3}{10}$. D. $d = \frac{3}{11}$.

Câu 18. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

A. 9. B. 11. C. 12. D. 10.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = - 2$. D. $d = - 3$.

Câu 20. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = - 3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

A. $d = 7$. B. $d = 5$. C. $d = 8$. D. $d = 6$.

Câu 21. Cho dãy số vô hạn $\{u_n\}$ là cấp số cộng có công sai d , số hạng đầu u_1 . Hãy chọn khẳng định sai?

A. $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$. B. $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$.
C. $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$. D. $u_n = u_1 + (n - 1).d, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 22. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

- A. $u_n = 1 + 4n$. B. $u_n = 5n$. C. $u_n = 3 + 2n$. D. $u_n = 2 + 3n$.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là
A. $d = -3$. B. $d = 3$. C. $d = 5$. D. $d = 6$.

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là:

- A. $S_{10} = -125$. B. $S_{10} = -250$. C. $S_{10} = 200$. D. $S_{10} = -200$.

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.
A. $S_{16} = -24$. B. $S_{16} = 26$. C. $S_{16} = -25$. D. $S_{16} = 24$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

- A. $u_1 = 2$; $d = 4$. B. $u_1 = 2$; $d = 3$. C. $u_1 = 2$; $d = 2$. D. $u_1 = 3$; $d = 2$.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. B. $u_{10} = 25$. C. $u_{10} = 28$. D. $u_{10} = -29$.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

- A. 401 . B. 403 . C. 402 . D. 404 .

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. - 59048 . B. - 59049 . C. - 155 . D. - 310 .

Câu 30. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$; $u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. $u_{10} = 31$. B. $u_{10} = -23$. C. $u_{10} = -20$. D. $u_{10} = 15$.

Câu 31. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 5$, số hạng thứ tư là

- A. $u_4 = 23$. B. $u_4 = 18$. C. $u_4 = 8$. D. $u_4 = 14$.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tính u_5 .

- A. 11 . B. 15 . C. 12 . D. 14 .

Câu 33. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$, $u_3 - u_{15} = 84$. Số hạng u_{17} bằng

- A. 235 . B. 11 . C. 96000cm^3 . D. 81000cm^3 .

Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng:

- A. $S_{10} = 110$. B. $S_{10} = 100$. C. $S_{10} = 21$. D. $S_{10} = 19$.

Câu 35. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

- A. 27 . B. 31 . C. 35 . D. 29 .

Câu 36. Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?

- A. 6 , 12 , 18 . B. 8 , 13 , 18 . C. 7 , 12 , 17 . D. 6 , 10 , 14 .

- Câu 37.** Cho dãy số $u_1 = 1; u_n = u_{n-1} + 2, (n \in \mathbb{N}, n > 1)$. Kết quả nào đúng?
 A. $u_5 = 9$. B. $u_3 = 4$. C. $u_2 = 2$. D. $u_6 = 13$.
- Câu 38.** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n, n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
 A. $u_{10} = 55$. B. $u_{10} = 67$. C. $u_{10} = 61$. D. $u_{10} = 59$.
- Câu 39.** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n, n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
 A. $u_{10} = 95$. B. $u_{10} = 71$. C. $u_{10} = 79$. D. $u_{10} = 87$.
- Câu 40.** Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.
 A. 1009 . B. $\frac{2019}{2}$. C. 1010 . D. $\frac{2021}{2}$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

- Câu 41.** Tam giác ABC có ba cạnh a, b, c thỏa mãn a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau
 A. $\tan^2 A, \tan^2 B, \tan^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
 B. $\cot^2 A, \cot^2 B, \cot^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
 C. $\cos A, \cos B, \cos C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
 D. $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
- Câu 42.** Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng.
 A. 50. B. 70. C. 30. D. 80.
- Câu 43.** Cho tam giác ABC , có ba cạnh a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $P = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$.
 A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 4$.
- Câu 44.** Với giá trị nào của a , ta có thể tìm được các giá trị của x để các số:
 $5^{x+1} + 5^{1-x}, \frac{a}{2}, 25^x + 25^{-x}$
 lập thành một cấp số cộng?
 A. 2. B. 12. C. 4. D. 24.
- Câu 45.** Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Đẳng thức nào sau đây là đúng?
 A. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}$. B. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{2}$
 C. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 3$ D. $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 2$
- Câu 46.** Cho tam giác ABC biết ba góc tam giác lập thành cấp số cộng và tính các góc của tam giác
 $\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

- A. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ B. $20^\circ, 60^\circ, 100^\circ$ C. $10^\circ, 50^\circ, 120^\circ$ D. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

Câu 47. Cho $x^2; \frac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3xy} + y^2$. Tính $S = M + m$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 12. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0; 2018]$ sao cho ba số

$$5^{x+1} + 5^{1-x}; \frac{a}{2}; 25^x + 25^{-x},$$

theo thứ tự đó, lập thành một cấp số cộng?

- A. 2008. B. 2006. C. 2018. D. 2007.

Câu 50. Biết x thỏa mãn $x^2 - 2, x, 5 - 6x$ lập thành cấp số cộng. Tính tổng bình phương các giá trị x tìm được.

- A. 12 B. 17. C. 26. D. 10.

Câu 51. Tìm x biết $x^2 + 1, x - 2, 1 - 3x$ lập thành cấp số cộng.

- A. $x = 4, x = 3$. B. $x = 2, x = 3$. C. $x = 2, x = 5$. D. $x = 2, x = 1$.

Câu 52. Cho các số dương a, b, c . Nếu các số $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì các số nào sau đây theo thứ tự cũng lập thành một cấp số cộng?

- A. a, b, c . B. a^2, b^2, c^2 . C. a^3, b^3, c^3 . D. a^4, b^4, c^4 .

Câu 53. Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm 2 góc còn lại?

- A. $65^\circ; 90^\circ$. B. $75^\circ; 80^\circ$. C. $60^\circ; 95^\circ$. D. $60^\circ; 90^\circ$.

Câu 54. Cho tứ giác $ABCD$ biết (s_n) góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30° . Tìm các góc còn lại?

- A. $75^\circ; 120^\circ; 165^\circ$. B. $72^\circ; 114^\circ; 156^\circ$.
C. $70^\circ; 110^\circ; 150^\circ$. D. $80^\circ; 110^\circ; 135^\circ$.

Câu 55. Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 2^8 và tổng các bình phương của chúng bằng 276 . Tích của bốn số đó là :

- A. 585. B. 161. C. 404. D. 276.

Câu 56. Chu vi một đa giác là $158cm$, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3cm$. Biết cạnh lớn nhất là $44cm$. Số cạnh của đa giác đó là?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 57. Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, \dots$ và $(y_n): 1, 6, 11, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

- A. 404. B. 673. C. 403. D. 672.

Câu 58. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120 .

- A. 1, 5, 6, 8. B. 2, 4, 6, 8. C. 1, 4, 6, 9. D. 1, 4, 7, 8.

Câu 59. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$$
. Xác định công sai d và số hạng đầu tiên u_1 .

- A. $d=3, u_1=1$. B. $d=1, u_1=1$. C. $d=1, u_1=3$. D. $d=-3, u_1=1$.

Câu 60. Xen vào giữa hai số 4 và 40 bốn số để được một cấp số cộng? Tìm tổng bốn số đó?

- A. 72. B. 88. C. 100. D. 66

Câu 61. Ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng có tổng của chúng bằng 3 và tổng các nghịch đảo của chúng bằng $\frac{1}{8}$. Tìm tổng bình phương các số hạng.

- A. 8 B. 11 C. 14 D. 15

Câu 62. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai dương và
$$\begin{cases} u_{21} + u_{27} = 86 \\ u_{21}^2 + u_{27}^2 = 3770 \end{cases}$$
. Tích của số hạng đầu và công sai bằng:

- A. - 36. B. - 26. C. - 16. D. - 6.

Câu 63. Cho cấp số cộng (u_n) biết tổng của n số hạng đầu là $S_n = -4n^2 + 17n$. Tìm u_6 ?

- A. $u_6 = -27$. B. $u_1 = -23$. C. $u_1 = 28$. D. $u_1 = 22$.

Câu 64. Cho một tam giác vuông có độ dài ba cạnh lập thành cấp số cộng. Chu vi tam giác đó bằng 24 . Độ dài cạnh nhỏ nhất của tam giác này là:

- A. 3. B. 4. C. 8. D. 6.

Câu 65. Ba góc của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Công sai $d (d > 0)$ của cấp số cộng đó bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 25° . D. 20° .

Câu 66. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng cho bởi $S_n = 3n^2 - n$. Công sai của cấp số cộng đó là

- A. $d=4$. B. $d=5$. C. $d=6$. D. $d=7$.

Câu 67. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$$
. Tính $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$

- A. $S = -1286$ B. $S = -1276$ C. $S = -1242$ D. $S = -1222$

Câu 68. Cho một dãy số có các số hạng đầu tiên là 1, 8, 22, 43,... Hiệu của hai số hạng liên tiếp của dãy số đó lập thành một cấp số cộng: 7, 14, 21,..., $7n$. số 35351 là số hạng thứ mấy của cấp số đã cho?

- A. 99. B. 101. C. 100. D. 102.

Câu 69. Một dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n^2 + 2n}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi nói về (u_n) ?

- A. (u_n) không là cấp số cộng. B. (u_n) là cấp số cộng có $u_{100} = \frac{101}{2}$.
C. (u_n) là cấp số cộng có $u_{100} = \frac{301}{2}$. D. (u_n) là cấp số cộng có $u_{100} = \frac{201}{2}$.

Câu 70. Cho hai cấp số cộng hữu hạn $(a_n): 2; 5; 8; 11; \dots; a_{1000}$ và $(b_n): -1; 6; 13; 20; \dots; b_{1000}$. Có bao nhiêu số hạng có mặt ở cả hai dãy số trên?

- A. 213. B. 400. C. 142. D. 138.

Câu 71. Biết tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng bằng nửa tổng n số hạng tiếp theo. Tính tỷ số $\frac{S_{3n}}{S_{2n}}$?

- A. 4. B. -5. C. 3. D. 2.

Câu 72. Một đồng hồ đánh giờ, khi kim giờ chỉ số n (từ 1 đến 12) thì đồng hồ đánh đúng n tiếng. Hỏi trong một ngày (24 giờ) đồng hồ đánh được bao nhiêu tiếng?

- A. 156. B. 152. C. 148. D. 160.

Câu 73. Cho ba số lập thành một cấp số cộng. Tổng của chúng bằng 15 và tích của chúng bằng 80. Công sai $d (d > 0)$ của cấp số cộng đó bằng

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 74. Cho cấp số cộng (u_n) biết: $\begin{cases} u_3 + u_5 - u_6 = 6 \\ u_8 + u_4 = 52 \end{cases}$. Tính $S = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2020}$.

- A. $S = 5105110$. B. $S = 5101510$. C. $S = 5105010$. D. $S = 5105101$.

Câu 75. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2020}$.

- A. $S = 2041881$. B. $S = 2041882$. C. $S = 2041883$. D. $S = 2041884$.

Câu 76. Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2018$ công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

- A. u_{406} . B. u_{403} . C. u_{405} . D. u_{404} .

Câu 77. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_4$?

- A. -20. B. -6. C. -8. D. -24.

Câu 78. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

- A. 287. B. 289. C. 288. D. 286.

Câu 79. Cho tam giác đều $A_1 B_1 C_1$ có độ dài cạnh bằng 4. Trung điểm của các cạnh tam giác $A_1 B_1 C_1$ tạo thành tam giác $A_2 B_2 C_2$, trung điểm của các cạnh tam giác $A_2 B_2 C_2$ tạo thành tam giác $A_3 B_3 C_3$... Gọi $P_1, P_2, P_3, \dots$ lần lượt là chu vi của tam giác $A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2, A_3 B_3 C_3, \dots$. Tính tổng chu vi $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$

A. $P = 8$.

B. $P = 24$.

C. $P = 6$.

D. $P = 18$.

Câu 80. Sinh nhật lần thứ 17 của An vào ngày 01 tháng 5 năm 2018. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá 3850000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 02 năm 2018. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018)?

A. 4095000 đồng.

B. 89000 đồng.

C. 4005000 đồng.

D. 3960000 đồng.

Câu 81. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

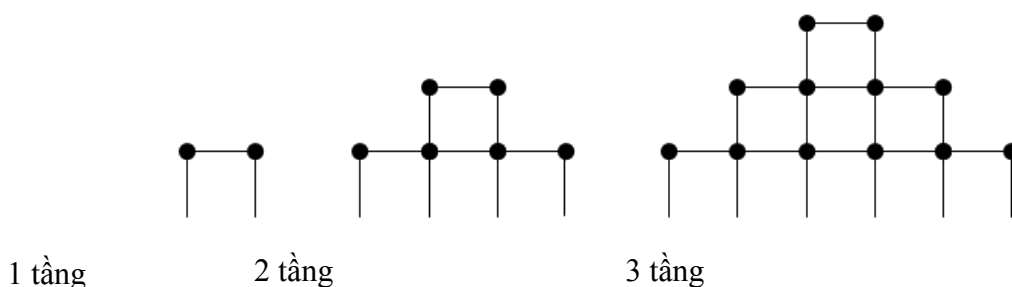
A. 77.

B. 79.

C. 76.

D. 78.

Câu 82. Một em học sinh dùng các que diêm để xếp thành hình tháp có quy luật được thể hiện như trong hình sau:



Hỏi cần bao nhiêu que diêm để xếp thành hình tháp có 10 tầng?

A. 69.

B. 39.

C. 420.

D. 210.

Câu 83. Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

A. 738.100 đồng.

B. 726.000 đồng.

C. 714.000 đồng.

D. 750.300 đồng.

Câu 84. Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 2250.

B. 1740.

C. 4380.

D. 2190.

Câu 85. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 4.000.000 đồng.

B. 10.125.000 đồng.

C. 52.500.000 đồng.

D. 52.500.000 đồng.

Câu 86. Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



- A. 59. B. 30. C. 61. D. 57.

Câu 87. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

- A. 31. B. 30. C. 29. D. 28.

Câu 88. Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A. 47. B. 45. C. 44. D. 46.

Câu 89. Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau:

Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là $4,5$ triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm $0,3$ triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.

- A. $83,7$ (triệu đồng). B. $78,3$ (triệu đồng). C. $73,8$ (triệu đồng). D. $87,3$ (triệu đồng).

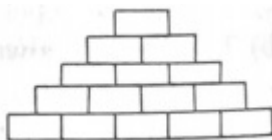
Câu 90. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

- A. 31. B. 30. C. 29. D. 28.

Câu 91. Người ta trồng 1275 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ 2 có 2 cây, hàng thứ 3 có 3 cây, hàng thứ k có k cây ($k \geq 1$). Hỏi có bao nhiêu hàng?

- A. 51. B. 52. C. 53. D. 50.

Câu 92. Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường bằng gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên?



- A. 25250. B. 250500. C. 12550. D. 125250.

Câu 93. Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 81. B. 82. C. 80. D. 79.

