

CHUYÊN ĐỀ 1: TÍNH ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đường tròn

a) Khái niệm: Đường tròn tâm O bán kính $R (R > 0)$, kí hiệu $(O; R)$, là hình gồm tất cả các điểm cách điểm O một khoảng bằng R .

+ Không đề ý đến bán kính ta kí hiệu đường tròn tâm O là (O) .

+ Nếu A là một điểm của đường tròn (O) thì ta viết $A \in (O)$. Khi đó, ta còn nói đường trong (O) đi qua điểm A , hay điểm A nằm trên đường tròn (O) .

b) Nhận xét

- Vị trí tương đối của 1 điểm đối với đường tròn

+ Điểm M nằm trên đường tròn $(O; R)$ nếu $OM = R$.

+ Điểm M nằm trong đường tròn $(O; R)$ nếu $OM < R$.

+ Điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; R)$ nếu $OM > R$.

- Hình tròn tâm O bán kính R là hình gồm các điểm nằm trên và nằm trong đường tròn $(O; R)$.

2. Tính đối xứng của đường tròn

a) Đối xứng tâm và đối xứng trục

- Đối xứng tâm: Hai điểm M và M' gọi là đối xứng nhau qua điểm I (hay qua tâm I) nếu I là trung điểm của MM' .

- Đối xứng trục: Hai điểm M và M' gọi là đối xứng nhau qua đường thẳng d (hay qua trục d) nếu d là đường trung trực của đoạn thẳng MM' .

b) Tâm và trục đối xứng của đường tròn

- Đường tròn là hình có tâm đối xứng: tâm của đường tròn là tâm đối xứng của nó.

- Đường tròn là hình có trục đối xứng; mỗi đường thẳng qua tâm của đường tròn là một trục đối xứng của nó.

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Số tâm đối xứng của đường tròn là:

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

Đáp án: A

Câu 2. [NB] Tâm đối xứng của đường tròn là:

A. Điểm bất kì bên trong đường tròn.

B. Điểm bất kì bên ngoài đường tròn.

C. Điểm bất kì trên đường tròn.

D. Tâm của đường tròn.

Đáp án: D

Câu 3. [NB] Điền từ thích hợp vào chỗ trống: “Đường tròn có ... trục đối xứng”

A. 1 .

B. 2 .

C. Vô số .

D. 0 .

Đáp án: C

Câu 4. [NB] Khẳng định nào sau đây là đúng khi nói về trục đối xứng của đường tròn?

A. Đường tròn không có trục đối xứng.

B. Đường tròn có duy nhất một trục đối xứng là đường kính.

C. Đường tròn có hai trục đối xứng là hai đường kính vuông góc với nhau.

D. Đường tròn có vô số trục đối xứng là đường kính.

Đáp án: D

Câu 5. [TH] Đường tròn có bao nhiêu tâm đối xứng?

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. Vô số.

Đáp án: A

Câu 6. [TH] Tìm tất cả các trục đối xứng của đường tròn.

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. Vô số.

Đáp án: D

Câu 7. [TH] Khoảng cách từ một điểm bất kì trên đường tròn đến tâm của nó là bao nhiêu?

A. R .

B. $2R$.

C. $\frac{R}{2}$.

D. $\frac{R}{4}$.

Đáp án: A

Câu 8. [TH] Cho một điểm A bất kì trên đường tròn. Hãy xác định điểm đối xứng với A qua tâm của đường tròn.

A. Giao điểm của AO với đường tròn (O) .

B. Tâm của đường tròn .

C. Điểm nằm trên đường tròn kia.

D. Không đối xứng.

Đáp án: A

Câu 9. [VD] Một dây cung trên đường tròn có chiều dài là $2\pi R$. Tìm tất cả các điểm đối xứng của đoạn thẳng này qua tâm của đường tròn.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Đáp án: B

Câu 10. [VD] Cho một điểm P bất kỳ nằm ngoài đường tròn (O) . Đối xứng của P qua trục đối xứng của đường tròn nằm ở đâu?

- A. Vẫn nằm ngoài đường tròn.
B. Nằm trên đường tròn.
C. Nằm trong đường tròn.
D. Không xác định.

Đáp án: A

Câu 11. [VD] Cho điểm P nằm trên đường tròn (O) . Gọi Q là điểm đối xứng của P qua đường kính. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Q nằm ngoài đường tròn.
B. Q nằm trên đường tròn.
C. Q nằm trong đường tròn.
D. Q trùng với P .

Đáp án: B

Câu 12. [VDC] Cho đường tròn (O) có bán kính R đi qua bốn đỉnh của hình vuông. Tính diện tích của hình này.

- A. R^2 B. $\frac{R^2}{2}$ C. $2R^2$ D. $\frac{\sqrt{2}R^2}{2}$

Đáp án: C

Lời giải:

a

Giả sử độ dài cạnh của hình vuông là a . Khi đó, các đỉnh của hình vuông đều nằm trên đường tròn và tâm của hình vuông trùng với tâm của đường tròn.

Trong hình vuông, đường chéo của nó chính là đường kính của đường tròn đi qua bốn đỉnh của hình vuông đó. Đường chéo của hình vuông có thể tính bằng công thức:

Đường chéo bằng $a\sqrt{2}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Vì đường chéo của hình vuông cũng chính là đường kính của đường tròn, và đường kính của đường tròn là $2R$, ta có:

$$a\sqrt{2} = 2R \quad a = R\sqrt{2}$$

Từ đó, ta giải để tìm a : đó đó

$$a^2 = (R\sqrt{2})^2 = 2R^2$$

Diện tích của hình vuông là:

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Đường tròn không có tâm đối xứng.		
b)	Đường tròn có vô số tâm đối xứng		
c)	Đường tròn có 1 tâm đối xứng		
d)	Tâm đường tròn là tâm đối xứng		

Đáp án: a); b) – Sai c); d) - Đúng

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tất cả các đường tròn đều có vô số trục đối xứng		
b)	Đường tròn không có trục đối xứng		
c)	Trục đối xứng của đường tròn là hai đường kính vuông góc với nhau		
d)	Đường tròn có một trục đối xứng		

Đáp án: a) Đúng b); c); d) - Sai

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Tất cả các điểm trên đường tròn đều đối xứng qua tâm của nó.		
b)	Mỗi đường kính là một trục đối xứng của đường tròn		
c)	Bán kính là trục đối xứng của đường tròn		
d)	Mỗi điểm trên đường tròn đều là tâm đối xứng của đường tròn		

Đáp án: a); b) – Đúng c); d) Sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Điền từ thích hợp vào ô trống “ Đường tròn có ... tâm đối xứng”

Đáp án: vô số

Câu 2. [NB] Điền từ thích hợp vào ô trống “ Tâm đường tròn là đối xứng”

Đáp án: tâm

Câu 3. [TH] Điền từ thích hợp vào ô trống “ Đường tròn có ... trục đối xứng”

Đáp án: vô số

Câu 4. [TH] Đường kính của một đường tròn khi đối xứng qua tâm đường tròn sẽ biến thành gì?

Đáp án: chính nó

Câu 5. [VD] Khi một điểm trên đường tròn đối xứng qua một đường kính của đường tròn, điểm đối xứng nằm ở đâu?

Đáp án : nằm trên đường tròn

Câu 6. [VDC] Điểm đối xứng của trung điểm một dây không qua tâm của đường tròn qua tâm đường tròn sẽ là gì?

Đáp án: Trung điểm của dây đối xứng

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 [NB]: Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm trên đường tròn. Chứng minh rằng điểm A đối xứng với chính nó qua đường kính của đường tròn đi qua A .

Giải: Đường kính đi qua điểm A chia đường tròn thành hai nửa đối xứng. Vì A nằm trên đường kính này, nên khi đối xứng qua đường kính, A vẫn là chính nó.

Ví dụ 2 [TH]: Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B nằm trên đường tròn sao cho AB là đường kính. Chứng minh rằng bất kỳ điểm nào trên đường tròn đều có đối xứng nằm trên đường tròn qua đường kính AB .

Giải: Gọi P là một điểm bất kỳ trên đường tròn và P' là điểm đối xứng của P qua AB . Khi đối xứng qua đường kính AB , khoảng cách từ P đến AB sẽ bằng khoảng cách từ P' đến AB và cả P và P' đều sẽ nằm trên đường tròn $(O; R)$ do AB là đường kính và chia đường tròn thành hai phần bằng nhau.

Ví dụ 3 [TH]: Cho đường tròn $(O; R)$ và đường kính AB . Gọi P là điểm bất kỳ trên đường tròn. Chứng minh rằng điểm P' (điểm đối xứng với P qua tâm O) cũng nằm trên đường tròn.

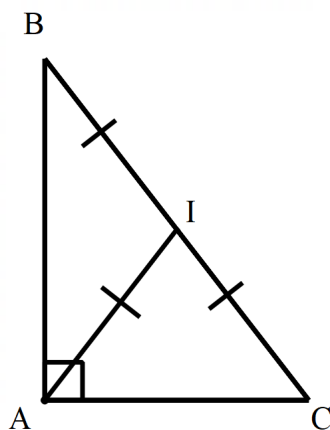
Giải: Do P nằm trên đường tròn $(O; R)$ nên $OP = R$. Khi đối xứng qua tâm O , điểm P' có khoảng cách tới O bằng khoảng cách từ P tới O , tức là $OP' = OP = R$. Do đó, P' cũng nằm trên đường tròn $(O; R)$.

Ví dụ 4 [VD]: Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A nằm trên đường tròn. Gọi B là điểm đối xứng với A qua tâm O . Chứng minh rằng đối xứng của đường tròn qua đoạn thẳng AB là chính nó.

Giải: Điểm A nằm trên đường tròn $(O; R)$ và B là điểm đối xứng với A qua tâm O , nên $OB = OA = R$. Do đó, B cũng nằm trên đường tròn. Khi đối xứng đường tròn $(O; R)$ qua đoạn thẳng AB , mỗi điểm trên đường tròn sẽ đổi chỗ cho điểm đối xứng của nó qua AB . Vì các điểm này đều nằm trên đường tròn và đối xứng của chúng cũng nằm trên đường tròn, nên đối xứng của đường tròn qua đoạn thẳng AB vẫn là chính nó.

Ví dụ 5 [VD]: Cho tam giác ABC vuông tại A . Chứng minh rằng các điểm A, B, C thuộc cùng một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Giải:



Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó, AI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

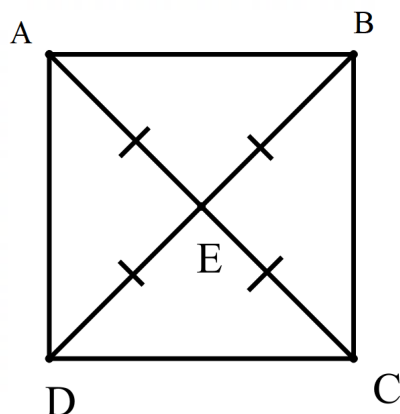
$$AI = \frac{BC}{2} = BI = CI$$

Suy ra A, B, C cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính $\frac{BC}{2}$

Ví dụ 6 [VD]: Cho hình vuông $ABCD$ có E là giao điểm của hai đường chéo.

- a) Chứng minh rằng chỉ có một đường tròn đi qua bốn điểm A, B, C, D . Xác định tâm đối xứng và chỉ ra hai trục đối xứng của đường tròn đó.
- b) Tính bán kính của đường tròn ở câu a, biết rằng hình vuông có cạnh bằng 3 cm.

Giải:



a) Do $ABCD$ là hình vuông nên $AC = BD$. Mà E là trung điểm của AC, BD .

Suy ra: $EA = EB = EC = ED$

Vậy A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn hay chỉ có một đường tròn duy nhất đi qua bốn điểm này.

Đường tròn (E) có E là tâm đối xứng và có hai trục đối xứng là AC, BD

b) Áp dụng định lý Pi – ta – go vào tam giác ABC vuông tại B có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow AC = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

Vậy bán kính đường tròn là: $EA = \frac{AC}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho đường tròn $(O; R)$. Chứng minh rằng điểm đối xứng với bất kỳ điểm nào trên đường tròn qua tâm O cũng nằm trên đường tròn đó.

Giải: Giả sử điểm A nằm trên đường tròn $(O; R)$ và A' là điểm đối xứng của A qua tâm O . Theo định nghĩa của phép đối xứng tâm, ta có $OA = OA'$. Vì $OA = R$ (do A nằm trên đường tròn), nên $OA' = R$. Do đó, A' cũng nằm trên đường tròn $(O; R)$.

Bài 2. [TH] Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B nằm trên đường tròn sao cho AB là một dây đi qua tâm. Chứng minh rằng trung điểm của AB là tâm O của đường tròn.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Giải: Vì AB là đường kính của đường tròn (do AB đi qua tâm O), nên trung điểm của AB chính là tâm O . Điều này do tính chất của đường kính, trung điểm của bất kỳ đường kính nào của đường tròn luôn là tâm của đường tròn đó.

Bài 3. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$ và một dây không đi qua tâm. Chứng minh rằng đối xứng của dây đó qua tâm O là một dây khác của đường tròn.

Giải: Giả sử AB là một dây của đường tròn $(O; R)$ và không đi qua tâm. Gọi A' và B' là hai điểm đối xứng với A và B qua tâm O . Theo định nghĩa đối xứng, O là trung điểm của AA' và BB' . Do đó, A' và B' đều nằm trên đường tròn $(O; R)$. Dây $A'B'$ cũng là một dây của đường tròn $(O; R)$ và không đi qua tâm O , bởi vì đối xứng của một dây qua tâm vẫn là một dây của đường tròn.

Bài 4 [VD] Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Chứng minh rằng các điểm A, B, C thuộc cùng một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Giải: Áp dụng định lý Pi – ta – go vào tam giác ABC vuông tại A có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10 \text{ cm}$$

Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó, AI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

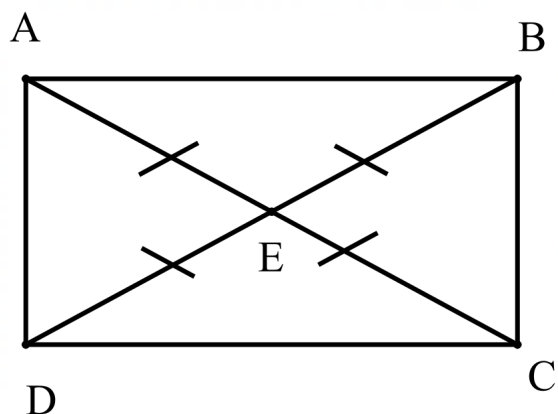
$$AI = \frac{BC}{2} = BI = CI$$

Suy ra A, B, C cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính $\frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$ cm

Bài 5 [VD] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là giao điểm của hai đường chéo.

- Chứng minh rằng chỉ có một đường tròn đi qua bốn điểm A, B, C, D . Xác định tâm đối xứng và chỉ ra hai trục đối xứng của đường tròn đó.
- Tính bán kính của đường tròn ở câu a, biết rằng hình chữ nhật có $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm.

Giải:



a) Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AC = BD$. Mà E là trung điểm của AC, BD .

Suy ra: $EA = EB = EC = ED$

Vậy A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn hay chỉ có một đường tròn duy nhất đi qua bốn điểm này.

Đường tròn (E) có E là tâm đối xứng và có hai trục đối xứng là AC, BD

b) Áp dụng định lý Pi – ta – go vào tam giác ABC vuông tại B có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AC = 5 \text{ cm}$$

Vậy bán kính đường tròn là: $EA = \frac{AC}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$

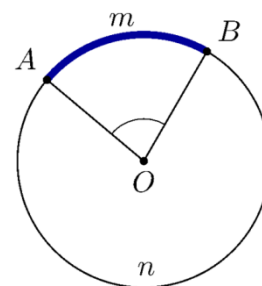
CHUYÊN ĐỀ 3: Các góc với đường tròn

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. GÓC Ở TÂM

1. GÓC Ở TÂM

- Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.
- Cung nằm bên trong góc gọi là cung bị chắn.
- $\widehat{AOB}$ là góc ở tâm, $\widehat{AmB}$ là cung bị chắn bởi $\widehat{AOB}$.



2. SỐ ĐO CUNG

- Số đo cung nhỏ bằng số đo góc ở tâm chắn cung đó.

$$\widehat{AmB} = \widehat{AOB}$$

- Số đo cung lớn bằng hiệu giữa 360° và số đo của cung nhỏ (có chung hai mút với cung lớn).

$$\widehat{AnB} = 360^\circ - \widehat{AmB}$$

- Số đo của nửa đường tròn bằng 180° .

3. SO SÁNH HAI CUNG

Ta chỉ so sánh hai cung trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau. Khi đó:

- Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$$

- Trong hai cung, cung có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn.

$$\widehat{AB} > \widehat{CD} \Rightarrow \overline{AB} > \overline{CD}$$

4. Nhận xét:

- Nếu C là một điểm thuộc cung ACB thì $\widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{CB}$

II. GÓC NỘI TIẾP

1. Định nghĩa

- Góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai cung của đường tròn gọi là góc nội tiếp.
- Cung nằm bên trong góc được gọi là bị cung chắn

2. Định lý

- Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn.

3. Nhận xét: . Trong một đường tròn

- Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
- Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
- Các góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90°) có số đo bằng nửa số đo góc ở tâm cùng chắn một cung.
- Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Góc nội tiếp là :

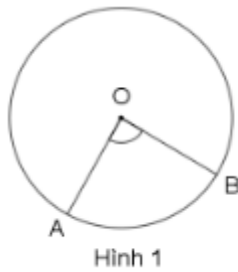
- A.** góc có đỉnh nằm trên đường tròn.
B. góc có đỉnh trùng với tâm của đường tròn
C. góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.
D. góc có hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

Lời giải

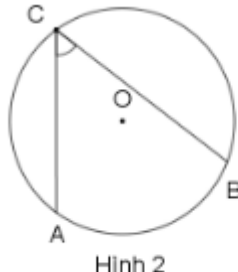
Chọn C

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

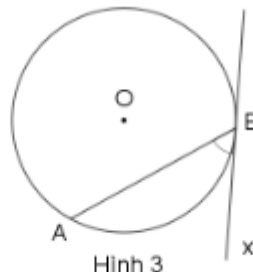
Câu 2. [NB] Hình nào dưới đây biểu diễn góc nội tiếp?



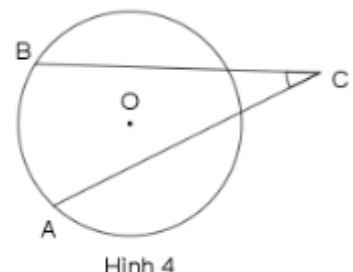
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A.** Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn B

Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó.

Câu 3. [NB] Chọn khẳng định **đúng**. Góc ở tâm là góc :

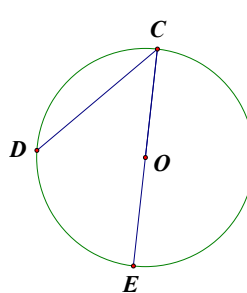
- A.** Có đỉnh nằm trên đường tròn.
B. Có đỉnh trùng với tâm đường tròn.
C. Có hai cạnh là hai đường kính của đường tròn.
D. Có đỉnh nằm trên bán kính của đường tròn.

Lời giải

Chọn B

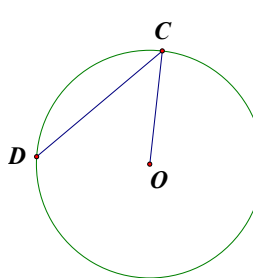
Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.

Câu 4. [NB] Cho hình vẽ sau cho biết hình vẽ nào có góc ở tâm?



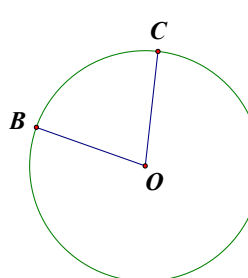
Hình 1

A. Hình 1.



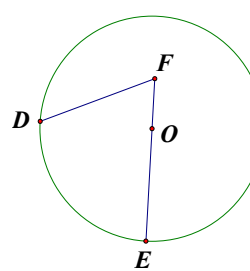
Hình 2

B. Hình 2.



Hình 3

C. Hình 3.



Hình 4

D. Hình 4.

Lời giải

Chọn C

$\angle BOC$ là góc ở tâm vì có đỉnh O trùng với tâm O .

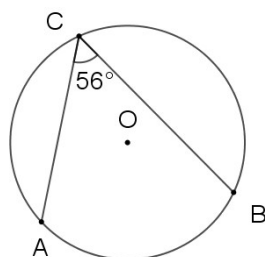
Câu 5. [TH] Cho $\angle ACB = 56^\circ$ như hình vẽ. Số đo của cung nhỏ AB là :

A. 28° .

B. 56° .

C. 112° .

D. 248° .



Lời giải

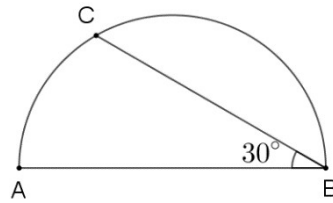
Chọn C

$\angle ACB$ là góc nội tiếp chắn cung nhỏ AB .

Mà $\angle ACB = 56^\circ$ nên số đo của cung nhỏ AB là: $56^\circ \cdot 2 = 112^\circ$.

Câu 6. [TH] Cho nửa đường tròn đường kính AB . Biết $\angle ABC = 30^\circ$ như hình vẽ. Số đo của cung

BC là:



- A. 60° . B. 80° . C. 100° . D. 120° .

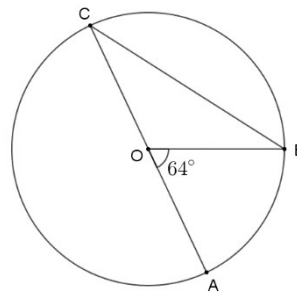
Lời giải

Chọn D

Số đo của $\widehat{AC}$ là: $30^\circ \cdot 2 = 60^\circ$.

Số đo của $\widehat{BC}$ là: $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Câu 7. [TH] Cho $\widehat{AOB} = 64^\circ$ như hình vẽ. Số đo của $\widehat{ACB}$ là:



- A. 30° . B. 32° . C. 34° . D. 116° .

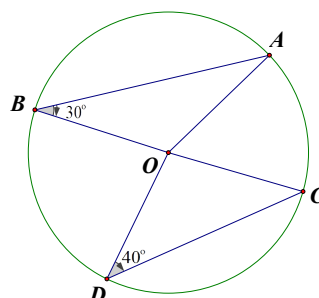
Lời giải

Chọn B

Góc $\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp, góc $\widehat{AOB}$ là góc ở tâm cùng chắn cung $\widehat{AB}$.

Do đó: $\widehat{ACB} = 32^\circ$.

Câu 8. [TH] Tìm số đo cung nhỏ $\widehat{AB}$ và cung nhỏ $\widehat{CD}$ qua hình vẽ sau:



- A. số đo $\widehat{AB} = 120^\circ$, số đo $\widehat{CD} = 80^\circ$.
- B. số đo $\widehat{AB} = 130^\circ$, số đo $\widehat{CD} = 100^\circ$.
- C. số đo $\widehat{AB} = 115^\circ$, số đo $\widehat{CD} = 80^\circ$.
- D. số đo $\widehat{AB} = 120^\circ$, số đo $\widehat{CD} = 100^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\triangle OAB$ cân tại O ($OA = OB = R$) $\Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OAB} = 30^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{BOA} = 180^\circ - \widehat{OBA} - \widehat{OAB}$$

$$\widehat{BOA} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

Suy ra số đo cung nhỏ $AB = \widehat{BOA} = 120^\circ$

Vì $\triangle OCD$ cân tại O ($OC = OD = R$) $\Rightarrow \widehat{OCD} = \widehat{ODC} = 40^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{ODC} = 180^\circ - \widehat{OCD} - \widehat{ODC}$$

$$\widehat{ODC} = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

Suy ra số đo cung nhỏ $AB = \widehat{BOA} = 100^\circ$

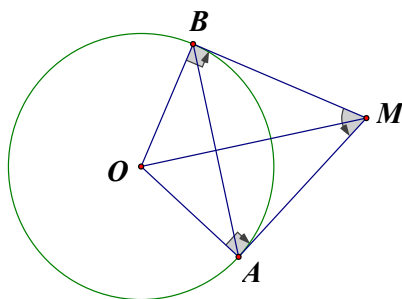
Câu 9. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$, lấy điểm M nằm ngoài (O) sao cho $OM = 2R$.
Từ M kẻ

tiếp tuyến MA và MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Số đo cung AB nhỏ bằng:

- A. 240° . B. 120° . C. 360° . D. 210° .

Lời giải

Chọn B

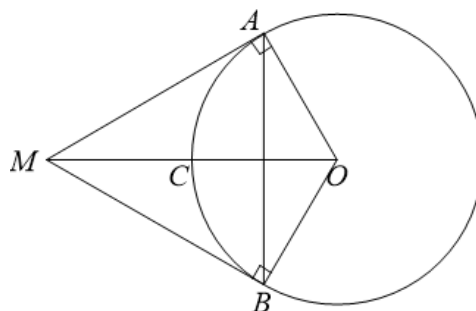


Xét đường tròn (O) có $MA; MB$ là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M nên OM là tia phân giác của góc $\angle AOB$

Suy ra $\angle AOB = 2\angle AOM = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$ mà $\angle AOB$ là góc ở tâm chắn cung AB

Nên số đo cung nhỏ AB là 120°

Câu 10. [VD] Cho $(O; R)$, MA và MB là hai tiếp tuyến (hình vẽ minh họa). Gọi C là giao điểm của MO và (O) . Biết $\angle MAB = 70^\circ$, số đo cung nhỏ $\widehat{AC}$ là:



A. 110°

B. 70°

C. 20°

D. 130°

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của tiếp tuyến cắt nhau. Tam giác AMB cân tại M

Có $\angle MAB = 70^\circ \Rightarrow \angle AMB = 40^\circ \Rightarrow \angle AMC = \angle AMO = 20^\circ$

$$\angle AMO \Rightarrow \angle AOM = 70^\circ \Rightarrow \angle AOC = 70^\circ$$

Tam giác vuông

$$\widehat{AC} = \angle AOC = 70^\circ$$

Nên số đo cung nhỏ

Câu 11. [VD] Cho $(O; R)$ và dây cung $MN = R\sqrt{3}$. Kẻ OI vuông góc với MN tại I . Số đo cung

nhỏ MN bằng:

A. 120° .

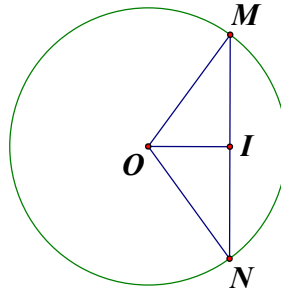
B. 150° .

C. 90° .

D. 145° .

Lời giải

Chọn A



Xét tam giác OIM vuông tại I ta có:

$$\sin \angle MOI = \frac{MI}{MO} = \frac{R\sqrt{3}}{2} : R = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \angle MOI = 60^\circ$$

$\triangle MON$ cân tại O có OI là vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên:

$$\angle MON = 2\angle MOI = 2.60^\circ = 120^\circ$$

Suy ra số đo MN nhỏ $= 120^\circ$

Câu 12. [VDC] Cho đường tròn (O) đường kính AB , vẽ góc ở tâm $\angle AOC = 55^\circ$. Vẽ dây CD

vuông góc với AB và dây DE song song với AB . Tính số đo cung nhỏ BE .

A. 55° .

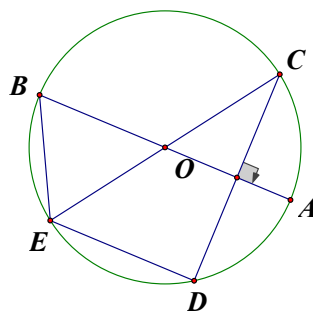
B. 60° .

C. 40° .

D. 50° .

Lời giải

Chọn A



Xét (O) có $CD \perp OA$;

$ED \parallel OA \Rightarrow CD \perp ED$ hay $\angle EDC = 90^\circ$ mà $E, D, C \in (O)$ nên EC là đường kính

của (O) hay E, O, C thẳng hàng

Do đó $\angle BOE = \angle COA = 55^\circ$ (2 góc đối đỉnh) nên số đo $\angle BE$ nhỏ $= 55^\circ$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho đường tròn $(O; R)$. Một dây cung AB của đường tròn có độ dài bằng bán kính R .

a) $\triangle AOB$ đều.

b) $\angle AOB = 60^\circ$.

c) $sđ \widehat{AB_n} = 60^\circ$.

d) $sđ \widehat{AB_l} = 60^\circ$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

- Vì $\triangle AOB$ có: $OA = OB = OC = R$. Nên $\triangle AOB$ đều nên a đúng.

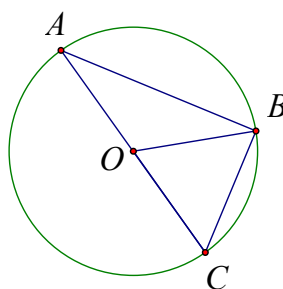
- Vì $\triangle AOB$ đều nên $\angle AOB = 60^\circ$ nên b đúng.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

(O) $\widehat{AOB} = 60^\circ$
 - Xét có: số đo (số đo góc ở tâm bằng số đo cung bị chắn)
 nên c đúng.

(O) $\widehat{AOB} = 360^\circ$ - số $\widehat{AOB} = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$ nên d sai.

Câu 2. Cho hình vẽ, biết AC là đường kính và $\triangle OBC$ là tam giác đều.



a) $sđ \widehat{BC} = 60^\circ$.

b) $sđ \widehat{AB} = 60^\circ$.

c) $\angle CAB$ nhọn.

d) $\angle DACB$ vuông.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

- $\triangle OBC$ là tam giác đều $\Rightarrow \angle COB = \angle OCB = 60^\circ$ (tính chất tam giác đều).

Xét (O) có: $\angle COB = sđ \widehat{BC} = 60^\circ$ (góc ở tâm chắn $\widehat{BC}$) nên a đúng

- Có: $\angle OCB = 60^\circ$

Mà $sđ \widehat{AB} = 2\angle OCB = 2.60^\circ = 120^\circ$. (góc nội tiếp chắn cung $\widehat{AB}$) nên b sai.

$\angle CAB = \frac{1}{2}sđ \widehat{BC} = \frac{1}{2}.60^\circ = 30^\circ$ (góc nội tiếp chắn cung $\widehat{BC}$) nên c đúng

$$\angle CAB = 90^\circ$$

- (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Þ $\angle DACB$

vuông nên d đúng.

Câu 3. Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle BAC = 40^\circ$. Vẽ đường tròn tâm O , đường kính BC

Đường tròn (O) cắt AB, AC lần lượt tại I, K .

$$\text{sđ} \widehat{C_n} = 140^\circ$$

a)

$$\text{sđ} \widehat{B_n} = 50^\circ$$

b)

$$\text{sđ} \widehat{B_n} = \text{sđ} \widehat{C_n}$$

c)

$$\text{sđ} \widehat{K_n} = 100^\circ$$

d)

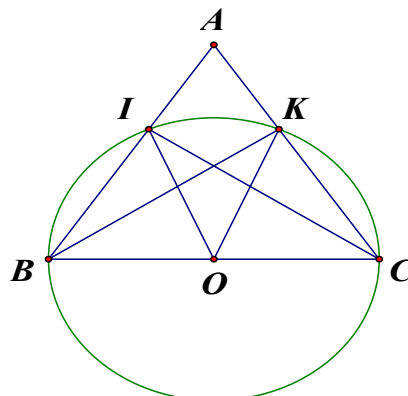
Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ



- Tam giác ABC cân tại A có: $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$ hay $\angle B = 70^\circ$

Xét (O) có: $\angle B = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{C_n}$ (góc nội tiếp chắn $\widehat{C_n}$)

$$\Rightarrow \text{sđ} \widehat{C_n} = 140^\circ \text{ nên a đúng.}$$

- Tam giác OIB có $OI = OB \Rightarrow \triangle OBI$ cân tại O
 $\Rightarrow \angle BOI = 180^\circ - 2 \cdot \angle OBI = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$

Xét (O) có: $\angle BOI = \text{sđ} \widehat{B_n} = 40^\circ$ (góc ở tâm chắn $\widehat{B_n}$) nên b sai.

- Tam giác OKC có $OC = OK \Rightarrow \triangle OKC$ cân tại O
 $\Rightarrow \angle OKC = 180^\circ - 2 \cdot \angle CKO = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$

Xét (O) có: $\angle OKC = \text{sđ} \widehat{K_n} = 40^\circ$ (góc ở tâm chắn $\widehat{K_n}$)

Do đó $\text{sđ} \widehat{B_n} = \text{sđ} \widehat{K_n} = 40^\circ$ nên c đúng

- Có $\angle HOK = 180^\circ - \angle OKC - \angle BOI$
 $\angle HOK = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

Xét (O) có: $\angle HOK = \text{sđ} \widehat{K_n} = 100^\circ$ (góc ở tâm chắn $\widehat{K_n}$) nên d đúng

Câu 4. Cho đường tròn (O) đường kính AB , điểm D thuộc đường tròn. Gọi E là điểm đối xứng với A qua D .

a) $\angle ADB = 60^\circ$.

b) $\triangle DAB$ đều.

c) $\triangle DAB$ cân tại B .

d) $\angle DBE = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AD_n}$.

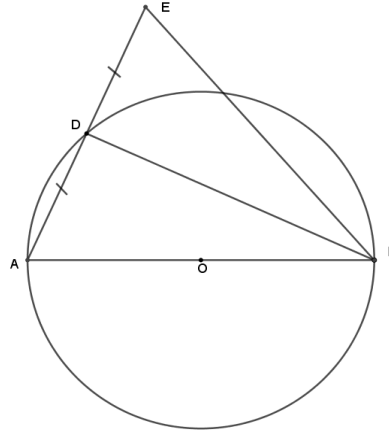
Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ



- Xét (O) có $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên a sai
- $\angle ADB = 90^\circ$ nên $\triangle ADB$ vuông tại D nên b sai
- $\angle ADB = 90^\circ$ nên $BD \perp EA$

Vì D là trung điểm EA (giả thiết) nên tam giác BEA có BD vừa là đường cao đồng thời là đường trung tuyến. Suy ra tam giác BEA cân tại B nên c đúng

- Tam giác BEA cân tại B có BD vừa là đường cao đồng thời là đường phân giác do đó $\angle ABD = \angle EBD$

Mà: $\angle ABD = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AD_n}$ (góc nội tiếp chắn cung $\widehat{AD_n}$)

Suy ra: $\angle DBE = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AD_n}$ nên d đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 90°

Số đo của góc nội tiếp chắn nửa đường tròn bằng 90° .

Câu 2. [NB] Trong một đường tròn, số đo cung lớn bằng bao nhiêu?

Lời giải

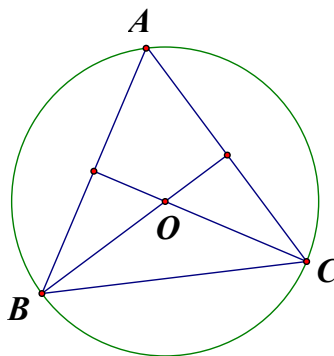
Đáp án: Hiệu giữa 360° và số đo của cung nhỏ (có chung 2 mút với cung lớn).

Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa 360° và số đo của cung nhỏ (có chung 2 mút với cung lớn).

Câu 3. [TH] Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn (O) . Số đo cung BC nhỏ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 120°



Vì tam giác ABC đều có O là tâm đường tròn ngoại tiếp nên O cũng là giao ba đường phân giác nên BO ; CO lần lượt là các đường phân giác $\angle ABC$; $\angle ACB$

$$\angle BCO = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ;$$

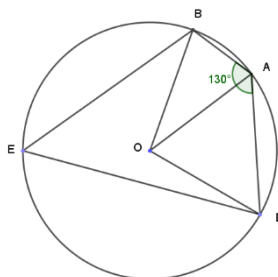
$$\angle CBO = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

Xét $\triangle BOC$ có:

$$\begin{aligned} \angle BOC &= 180^\circ - \angle CBO - \angle BCO \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

Do đó số đo cung nhỏ BC là 120°

Câu 4. [TH] Cho đường tròn (O) và góc nội tiếp $\widehat{BAD} = 130^\circ$ như hình vẽ. E là một điểm thuộc cung lớn $\widehat{BD}$. Số đo của $\widehat{BED}$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 50°

Ta có $\triangle OAB$ là tam giác cân tại O nên $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$ (1).

Tam giác $\triangle OAD$ là tam giác cân tại O nên $\widehat{OAD} = \widehat{ODA}$ (2).

Suy ra $\widehat{OBA} + \widehat{ODA} = \widehat{OAB} + \widehat{OAD} = 130^\circ$

Xét tứ giác $ODAB$ có $\widehat{DOB} + \widehat{OBA} + \widehat{BAD} + \widehat{ODA} = 360^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{DOB} = 360^\circ - (\widehat{OBA} + \widehat{BAD} + \widehat{ODA}) = 360^\circ - (130^\circ + 130^\circ) = 100^\circ$$

Xét đường tròn (O) có góc $\widehat{BED}$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{BD}$, $\widehat{BOD}$ là góc ở tâm chắn $\widehat{BD}$.

$$\widehat{BED} = \frac{1}{2} \widehat{BOD} = \frac{1}{2} \cdot 100^\circ = 50^\circ$$

Vậy nên:

Câu 5. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$ và dây AB sao cho số đo cung lớn $\widehat{AB}$ gấp đôi số đo cung nhỏ $\widehat{AB}$. Số đo cung $\widehat{AB}$ nhỏ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 120°

Ta có số $\widehat{AB}$ lớn + số $\widehat{AB}$ nhỏ $= 360^\circ$ và số $\widehat{AB}$ lớn $= 2$ số $\widehat{AB}$ nhỏ

Số đo cung $\widehat{AB}$ nhỏ là: $360^\circ : 3 = 120^\circ$.

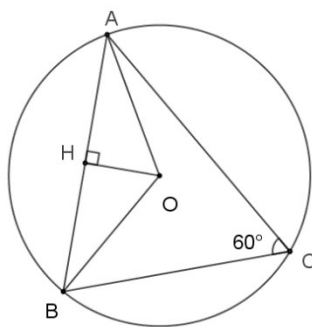
Câu 6. [VDC] Cho $\triangle ABC$ nội tiếp trong đường tròn (O) . Biết $AB = a$; $\angle ACB = 60^\circ$. Bán kính của

(O) bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Đáp án:



Ta có: $\angle ACB = 60^\circ \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ$.

Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow HA = HB = \frac{a}{2}$ (Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây).

$\triangle AOB$ cân tại O ; OH là đường cao nên OH là đường phân giác của $\angle AOB$.

Do đó: $\angle AOH = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông AOH có: $OA = \frac{AH}{\sin \angle AOH} = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
- Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa và số đo của cung nhỏ (có chung hai đầu mút với cung lớn).
- Số đo của nửa đường tròn bằng. Cung cả đường tròn có số đo.
- Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn để tính góc.

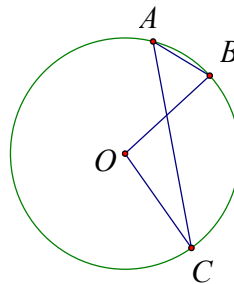
Sử dụng quan hệ đường kính và dây cung.

Phương pháp giải:

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Cho hình vẽ, biết $\widehat{BOC} = 88^\circ$. Số đo góc BAC bằng bao nhiêu?



Lời giải

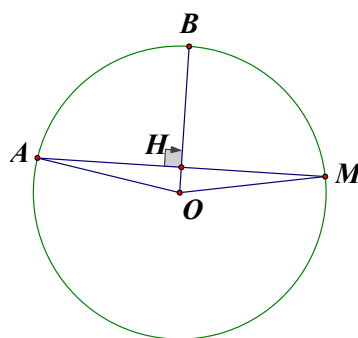
Ta có $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (Góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn một cung).

$$= \frac{1}{2} \cdot 88^\circ = 44^\circ$$

Ví dụ 2 [TH]:

Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A và B sao cho $\widehat{AOB} = 80^\circ$. Vẽ dây AM vuông góc với bán kính OB tại H . Số đo cung nhỏ AM bằng bao nhiêu?

Lời giải



$\triangle OAM$ cân tại O ($OA = OM = R$)

$OB \perp AM$ tại H suy ra OB đồng thời là đường phân giác của $\angle AOM$

$$\angle AOB = \angle BOM = 80^\circ \Rightarrow \angle AOM = \angle AOB + \angle BOM = 80^\circ + 80^\circ = 160^\circ$$

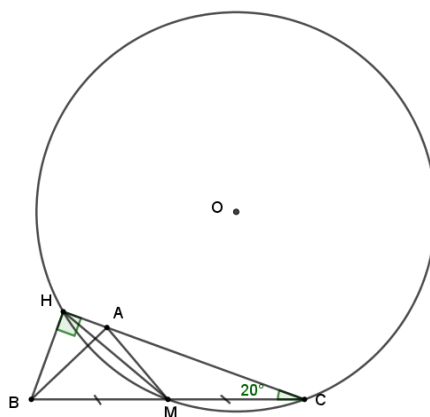
Do đó số đo cung nhỏ $AM = \angle AOM = 160^\circ$

Ví dụ 3 [TH]:

Cho tam giác ABC có $\angle A > 90^\circ, \angle C = 20^\circ$, đường cao BH và đường trung tuyến AM . Vẽ đường tròn

(O) ngoại tiếp tam giác MHC . Tính số đo của cung nhỏ MC .

Lời giải



Tam giác BHC vuông tại H và có đường trung tuyến HM .

$\Rightarrow HM = MC = MB = \frac{1}{2}BC$. Vậy tam giác MHC cân tại M .

Suy ra $\angle MHC = \angle MCH = 20^\circ$.

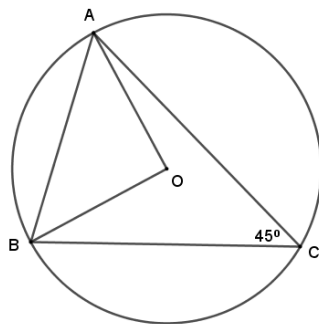
Xét đường tròn (O) có góc $\angle MHC$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{MC}$.

$$\Rightarrow \angle BMC = 2\angle MHC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$$

Ví dụ 4 [VD]: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O , biết góc $\angle C = 45^\circ$ và $AB = a$.

Bán kính đường tròn (O) là bao nhiêu?

Lời giải



Xét đường tròn (O) có $\angle ACB$ và $\angle AOB$ lần lượt là góc nội tiếp và góc ở tâm cùng

chắn cung AB nên $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

Mà $\angle ACB = 45^\circ \Rightarrow \angle AOB = 90^\circ$. Vậy tam giác AOB vuông cân tại O .

Theo định lí Pytago, ta có:

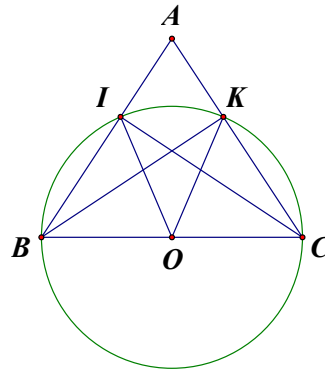
$$AO^2 + OB^2 = AB^2 \Rightarrow 2AO^2 = AB^2 \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ví dụ 5 [VD]:

Cho tam giác ABC cân tại A . Vẽ đường tròn tâm O , đường kính BC . Đường tròn (O) cắt

AB, AC lần lượt tại I, K . Tính $\angle IOK$ biết $\angle BAC = 40^\circ$.

Lời giải



Xét tam giác ABC cân tại A có:

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

Xét tam giác OIB có $OI = OB$

$$\Rightarrow \triangle OBI \text{ cân tại } O \Rightarrow \angle BOI = 180^\circ - 2\angle OBI = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$$

Xét tam giác OKC có $OC = OK$

$$\Rightarrow \triangle OKC \text{ cân tại } O \Rightarrow \angle OKC = 180^\circ - 2\angle CKO = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$$

$$\angle BOK = 180^\circ - \angle BOI - \angle OKC$$

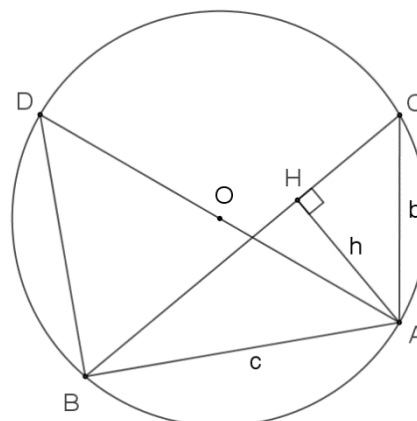
$$\angle BOK = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

Ví dụ 6 [VDC]:

Cho $\triangle ABC$ nội tiếp trong đường tròn (O) đường kính AD . Biết $AB = c$; $AC = b$; đường cao $AH = h$.

Bán kính của (O) bằng bao nhiêu?

Lời giải



AD là đường kính của đường tròn (O) nên $\angle ABD = 90^\circ$

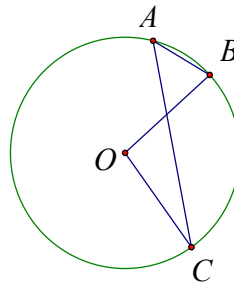
Ta có: $\angle ABD = \angle AHC = 90^\circ$; $\angle ADB = \angle ACB$ (cùng chắn cung AB).

Do đó: $\triangle ABD \sim \triangle AHC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD = \frac{AB \cdot AC}{AH}$

Ta được: $AD = \frac{bc}{h}$. Vậy bán kính của (O) là: $\frac{bc}{2h}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho hình vẽ, biết $\angle BOC = 86^\circ$. Số đo góc BAC bằng bao nhiêu?

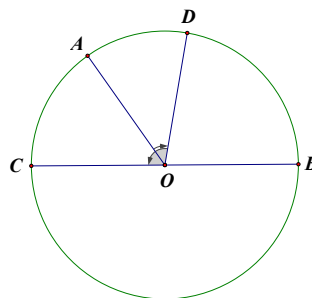


Hướng dẫn

Ta có $sđ\angle BAC = \frac{1}{2}sđ\angle BOC$ (Góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn một cung).

$$= \frac{1}{2} \cdot 86^\circ = 43^\circ$$

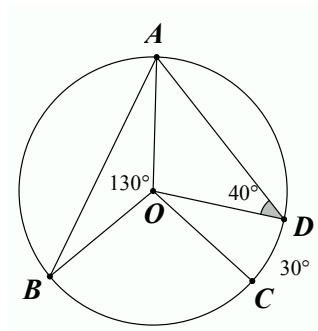
Bài 2. [TH] Cho hình vẽ có BC là đường kính có $\angle AOD = 45^\circ$; $\angle OAC = 55^\circ$. Tính số đo cung nhỏ BD .



Hướng dẫn

(O)
 Xét có:
 $\angle AOA + \angle AOD + \angle BOB = 180^\circ$
 $\angle BOB = 180^\circ - 55^\circ - 45^\circ = 80^\circ$
 Suy ra số đo $\widehat{BD}$ nhỏ = $\angle BOB = 80^\circ$

Bài 3. [VD] Cho hình vẽ, $\angle AOB = 130^\circ$, $\angle ADO = 40^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Số đo $\widehat{BAC}$ là bao nhiêu?



Hướng dẫn

DAOD cân tại O nên $\angle AOD = 180^\circ - 2\angle ODA = 100^\circ$

Ta có:

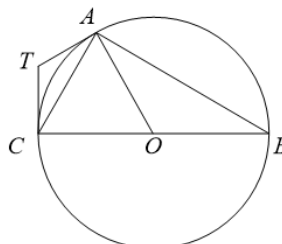
$$\angle BOC = 360^\circ - (\angle AOB + \angle AOD + \angle DOC) \Rightarrow \angle BOC = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\angle BOC = 50^\circ$$

Vậy

Bài 4 [VD] Cho hình vẽ bên có BC là đường kính và TA, TC là hai tiếp tuyến của (O), biết

$\angle ATC = 140^\circ$. Tính số đo góc ABC.



Hướng dẫn

Ta có: TA, TC là hai tiếp tuyến của (O) nên

$$\widehat{TAO} = \widehat{TCO} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CTA} + \widehat{COA} = 180^\circ$$

Mà $\widehat{ATC} = 140^\circ$ nên $\widehat{COA} = 40^\circ$

Mặt khác: $\widehat{COA}$ là góc ở tâm chắn $\widehat{CA}$, $\widehat{ABC}$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{CA}$

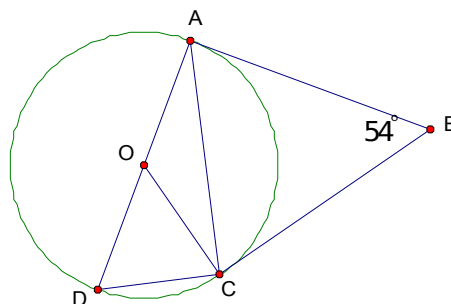
$$\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{COA} = 20^\circ$$

Do đó:

Bài 5 [VD] Trong hình vẽ bên, biết BA và BC là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) , đường kính

AD , góc $\widehat{ABC} = 54^\circ$. Số đo góc $\widehat{DAC}$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn



Ta có: BA, BC là hai tiếp tuyến của (O) nên

$$\widehat{BAO} = \widehat{BCO} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CBA} + \widehat{COA} = 180^\circ$$

Mà $\widehat{ABC} = 54^\circ$ nên $\widehat{COA} = 126^\circ$

$$\widehat{COA} + \widehat{COD} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{COD} = 54^\circ$$

Mặt khác: $\widehat{COD}$ là góc ở tâm chắn $\widehat{CD}$, $\widehat{DAC}$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{CD}$

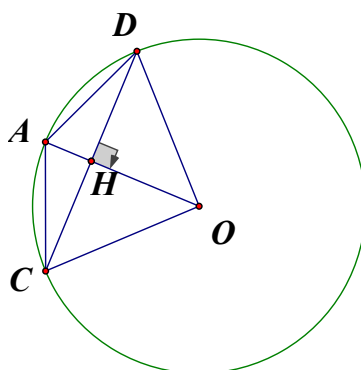
$$\widehat{DAC} = \frac{1}{2}\widehat{COD} = 27^\circ$$

Do đó:

Bài 6 [VDC] Cho đường tròn $(O; R)$. Gọi H là điểm thuộc bán kính OA sao

cho $OH = \frac{\sqrt{3}}{2}OA$. Dây CD vuông góc với OA tại H . Tính số đo cung lớn CD .

Hướng dẫn



Xét đường tròn (O) có $OA \perp CD$ tại H nên H là trung điểm của CD

Xét tam giác OHC vuông tại H có:

$$\cos \widehat{HOC} = \frac{OH}{OC} = \frac{\frac{\sqrt{3}R}{2}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{HOC} = 30^\circ$$

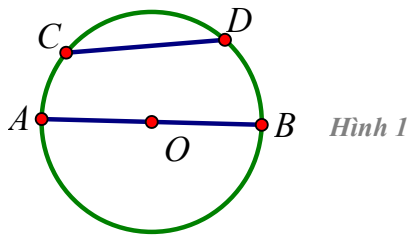
Mà $\triangle OCD$ cân tại O ($OC = OD = R$) có OH là đường cao nên OH cũng là đường phân giác, suy ra $\widehat{DOC} = 2\widehat{HOC} = 2.30^\circ = 60^\circ$

Do đó $sd\widehat{CD}$ nhỏ = $\widehat{DOC} = 60^\circ$ và $sd\widehat{CD}$ lớn = $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$

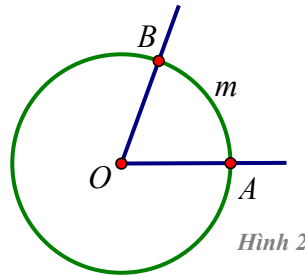
CHUYÊN ĐỀ 2: CUNG VÀ DÂY CỦA MỘT ĐƯỜNG TRÒN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Dây và đường kính của đường tròn



Hình 1



Hình 2

1. Định lý:

Trong một đường tròn, đường kính là dây cung lớn nhất.

Ở hình 1 AB là dây cung lớn nhất.

2. Góc ở tâm, cung và số đo của một cung

- Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.
- Cung nằm bên trong góc được gọi là cung bị chắn.

Ở hình 2. $\widehat{AOB}$ là cung bị chắn bởi góc AOB , ta còn nói góc AOB chắn cung nhỏ $\widehat{AOB}$.

• Cách xác định số đo của một cung

Số đo của cung AB ký hiệu $s\widehat{AB}$

- Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
- Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa 360° và số đo của cung nhỏ
- Cung có số đo n° còn gọi là cung n° . Cả đường tròn được coi là cung 360° . Đôi khi ta cũng gọi là cung 0°
- Hai cung trên một đường tròn bằng nhau nếu chúng có cùng số đo.

• Nhận xét:

Nếu A là một điểm trên cung BAC thì $s\widehat{BAC} = s\widehat{BA} + s\widehat{AC}$

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Cho đường tròn (O) đường kính AB và dây CD không đi qua tâm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB > CD$. B. $AB = CD$. C. $AB < CD$. D. $AB \leq CD$.

Lời giải

Chọn A

Trong một đường tròn dây lớn nhất là đường kính

Câu 2. [NB] Cho đường tròn $(O; 25)$. Khi đó dây lớn nhất của đường tròn $(O; 25)$ có độ dài là:

- A. 12,5 . B. 25. C. 50. D. 20 .

Lời giải

Chọn C

Trong một đường tròn dây lớn nhất là đường kính và bán kính bằng nửa đường kính

Câu 3. [NB] Nếu MN là một dây cung của đường tròn $(O; 3)$ thì:

- A.** $MN < 3$. **B.** $MN > 3$. **C.** $MN \leq 3$. **D.** $MN \geq 3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4. [NB] Nếu PQ là một dây của đường tròn $(I; R)$ và $PQ = 10$ thì:

- A.** $R > 10$. **B.** $R \leq 10$. **C.** $R < 5$. **D.** $R \geq 5$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. [NB] Cho đường tròn $(O; R)$, dây MN của đường tròn (O) và $\widehat{MON} = 60^\circ$. Cung MN có số đo bằng:

- A.** 90° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 30° .

Lời giải

Chọn B

Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.

Câu 6. [NB] Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông MNP tại M là:

- A.** Trung điểm PN . **C.** Trung điểm MN .
B. Trung điểm MP . **D.** Trọng tâm tam giác MNP .

Lời giải

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông MNP là trung điểm cạnh huyền

Câu 7. [TH] Cho tam giác EFG vuông tại E có $EF = 6$, $EG = 8$ bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác EFG bằng:

- A.** 10. **B.** 5. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** $\sqrt{48}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\angle EFG \perp E \Rightarrow FG^2 = EF^2 + EG^2$

$$\Rightarrow FG = 10$$

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông EFG là trung điểm cạnh huyền

$$R = \frac{1}{2}FG = 5$$

Câu 8. [TH] : Cho $(O; 15\text{cm})$ có dây $AB = 24\text{cm}$ thì khoảng cách từ tâm O đến dây AB là:

- A.** 12cm . **B.** 9cm . **C.** 8cm . **D.** 6cm .

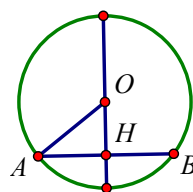
Lời giải

Chọn B

ΔHOA vuông tại H

Áp dụng định lý Pytago ta có

$$\begin{aligned} OA^2 &= OH^2 + HA^2 \Rightarrow OH^2 = OA^2 - HA^2 \\ \Rightarrow &= 15^2 - 12^2 \\ &= 81 \end{aligned}$$



$$OH = 9$$

Câu 9. [VD] Cho đường tròn có bán kính là 12, một dây cung vuông góc với một bán kính tại trung điểm của bán kính ấy có độ dài là:

- A. $3\sqrt{3}$. B. 27 . C. $6\sqrt{3}$. **D. $12\sqrt{3}$.**

Lời giải

Chọn D

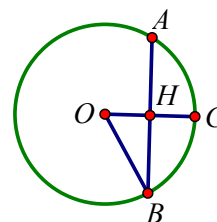
ΔHOB vuông tại H

Áp dụng định lý Pytago ta có

$$\begin{aligned} HB^2 &= OB^2 - OH^2 \quad OB^2 = OH^2 + HB^2 \\ \Rightarrow HB^2 &= OB^2 - OH^2 \\ &= 144 - 36 \\ &= 108 \end{aligned}$$

$$HB = 6\sqrt{3}$$

$$AB = 2HB = 12\sqrt{3}$$



Câu 10. [VD]. Cho đường tròn (O) và một dây CD . Từ O kẻ tia vuông góc với CD tại M , cắt $(O; R)$ tại H . Biết $CD = 16\text{cm}$, $MH = 4\text{cm}$. Bán kính R bằng:

- A. $12\sqrt{2}\text{cm}$. B. $10\sqrt{2}\text{cm}$. C. 12cm . **D. 10cm .**

Lời giải

Chọn D

Do $OM \perp CD \Rightarrow M$ là trung điểm của CD

$$\Rightarrow CM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8 \text{ cm}$$

Gọi R là bán kính của đường tròn $\Rightarrow OC = R$

Ta có $OM = OH - HM = R - 4$

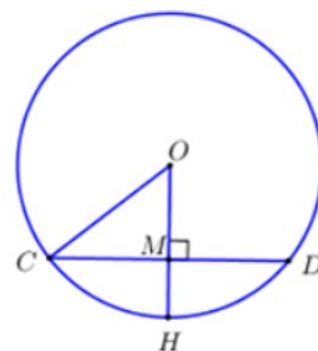
Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông OMC ta có:

$$R^2 = 8^2 + (R - 4)^2$$

$$R^2 = 64 + R^2 - 8R + 16$$

$$OC^2 = CM^2 + OM^2$$

$$R = 10 \text{ cm}$$



Câu 11. [VD] Cho đường tròn tâm $(O; 25)$ dây $AB = 40\text{cm}$. Vẽ dây $CD \parallel AB$ và có khoảng cách tới dây AB là 22cm . Độ dài dây CD là?

- A. 42 . B. 44 . C. 46 . **D. 48 .**

Lời giải

Chọn D

Vẽ $OH \perp AB$ đường thẳng OH cắt CD tại K .
Ta có

$OK \perp CD$
 $\Rightarrow KC = KD, AH = HB$ (đường kính vuông góc với dây)

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác OHB vuông tại H ta có:

$$OH = \sqrt{OA^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ cm}$$

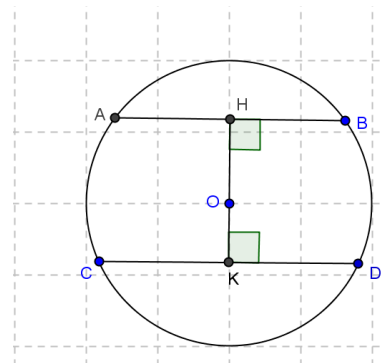
$$OK = HK - OH = 22 - 15 = 7 \text{ cm} \quad OCK$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông tại K

ta có:

$$CK = \sqrt{OC^2 - OK^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \text{ cm}$$

$$CD = 2CK = 2 \cdot 24 = 48 \text{ cm} \quad CD = 2CK = 2 \cdot 24 = 48$$



Câu 12. [VDC] Cho (O). Dây AB và BC vuông góc với nhau có độ dài lần lượt là $AB = 16 \text{ cm}$

và $BC = 12 \text{ cm}$. Bán kính đường tròn O là:

A. 20 cm

B. 5 cm

C. $\sqrt{10} \text{ cm}$

D. 10 cm .

Lời giải

Chọn D

Kẻ đường thẳng qua O vuông góc với CD tại E và cắt AB tại F thì $OE \perp AB$ và $OH \perp CB$

Khi đó E là trung điểm của AB và H là trung điểm của BC .

$$BE = \frac{AB}{2} = 8 \text{ cm}$$

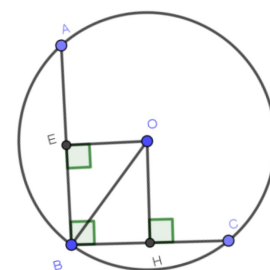
$$HB = \frac{CB}{2} = 6 \text{ cm}$$

Vì $OE \perp AB$, $OH \perp CB$, $AB \perp CB$ nên tứ giác $BEOH$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow BE = OH = 8 \text{ cm}, OE = BH = 6 \text{ cm}$$

Áp dụng định lý Pythagore cho tam giác vuông BOH tại H ta được:

$$OB = \sqrt{OH^2 + HB^2} = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ cm}$$



2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. Xét các câu sau:

- (1) Số đo của cung nhỏ AB bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó
- (2) Số đo của cung lớn AB bằng 360^0 trừ đi số đo của cung nhỏ AB
- (3) Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0
- (4) Đặc biệt, nếu điểm đầu và điểm cuối của một cung trùng nhau thì cung đó có số đo 0^0 , cung cả đường tròn thì có số đo 360^0

- A. Chỉ có (1) và (2) đúng
- B. Chỉ có (1) và (3) đúng
- C. Chỉ có (1) và (4) đúng
- D. Không có câu nào sai

Lời giải

Chọn D

Câu 2: Điền dấu x vào ô Đ (đúng); S (sai) tương ứng với các khẳng định sau

Các khẳng định	Đ	S
A. Góc ở tâm là góc có đỉnh nằm trên đường tròn		
B. Góc ở tâm là góc có đỉnh là tâm đường tròn		
C. Góc ở tâm là góc có hai cạnh là hai đường kính của đường tròn		
D. Góc ở tâm là góc có có hai cạnh chứa hai bán kính của đường tròn		

Lời giải

A-S ; B-Đ ; C-S ; D-Đ

Câu 3. [TH] Điền dấu x vào ô Đ (đúng); S (sai) tương ứng với các khẳng định sau

Các khẳng định	Đ	S
A. Trong hai cung trong một đường tròn, cung nào có số đo nhỏ hơn thì nhỏ hơn		
B. Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0		
C. Với ba điểm $A; B; C$ đường tròn ta luôn có $s\widehat{AB} = s\widehat{AC} + s\widehat{CB}$		
D. Nếu A là một điểm trên cung BAC thì $s\widehat{BAC} = s\widehat{BA} + s\widehat{AC}$		

Câu 4. [TH] Cho đường tròn $(O; 25)$. Khi đó dây lớn nhất của đường tròn $(O; 25)$ có độ dài là:

- A. 12,5
- B. 12,5
- C. 50
- D. 20

Lời giải

Chọn C

Trong một đường tròn dây lớn nhất là đường kính. Đường kính gấp đôi bán kính.

Câu 5. [TH] Chọn câu trả lời đúng. Xét các khẳng định sau:

(I) Hai cung có số đo bằng nhau thì bằng nhau.

(II) Hai cung bằng nhau thì có số đo bằng nhau.

A. Chỉ có (I) đúng

B. Chỉ có (II) đúng

C. Cả (I) và (II) đều đúng

D. Cả (I) và (II) đều sai.

Lời giải

Chọn A.

(I) Hai cung có số đo bằng nhau thì bằng nhau

(II) Hai cung bằng nhau thì có số đo bằng nhau. Sai. Vì có thể nằm trên hai đường tròn khác nhau

Câu 6. [TH] Chọn câu trả lời đúng. Xét các khẳng định sau:

(I) Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó là tam giác vuông.

(II) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền.

A. Chỉ có (I) đúng

C. Cả (I) và (II) đúng

B. Chỉ có (II) đúng

D. Cả (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn C.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] “Trong một đường tròn, đường kính là ...”. Điền vào dấu... cụm từ thích hợp.

Lời giải

dây cung lớn nhất.

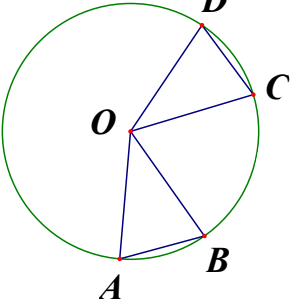
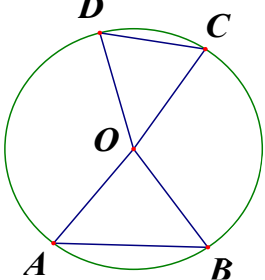
Câu 2: [NB] “Góc ở tâm là góc”. Điền vào dấu... cụm từ thích hợp.

Lời giải

có đỉnh trùng với tâm của đường tròn.

Câu 3. [TH] Điền vào ô trống lời phát biểu thông thường tương ứng với cách ghi giả thiết và kết luận theo hình vẽ.

Hình vẽ	Giả thiết và kết luận	Cách phát biểu
---------	-----------------------	----------------

 Hình 1	$sđ\overrightarrow{AB} = sđ\overrightarrow{CD} \vdash AB = CD$	
 Hình 2	$sđ\overrightarrow{AB} > sđ\overrightarrow{CD} \vdash AB > CD$	

Lời giải

Hình 1. Hai cung trên một đường tròn bằng nhau nếu chúng có cùng số đo.

Hình 2. Hai cung trên một đường tròn, cung nào có số đo lớn hơn thì cung đó lớn hơn.

Câu 4. [TH]

- A. Từ 8 giờ đến 10h, kim giờ quay một góc ở tâm là
- B. Từ 12 giờ đến 3h, kim giờ quay một góc ở tâm là....**
- C. Từ 6 giờ đến 10h, kim giờ quay một góc ở tâm là....
- D. Lúc 12 giờ đúng kim giờ và kim phút tạo bởi một góc ở tâm là....

Lời giải

- A.** 60^0
- B.** 90^0
- C.** 120^0
- D.** 0^0

Câu 5. [VD] Cho hai điểm M, N thuộc đường tròn $(O; R)$ sao cho $\widehat{MON} = 100^\circ$. Tính số đo của cung lớn $\overline{MN}$ lớn.

Lời giải

Cả đường tròn 360° , cung nhỏ bằng số đo góc ở tâm $\widehat{MON} = 100^\circ$ nên $sđ\overline{MN}_{\text{lớn}} = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$.

Câu 6. [VD] Cho tam giác đều ABC . Gọi O là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C . Tính số đo góc ở tâm AOB .

Lời giải

ĐS: 120° .

Tâm O là giao điểm của ba đường trung trực trong $\triangle ABC$ đều.

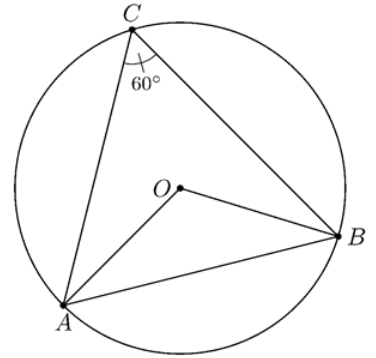
Ta có: $\widehat{OAB} = \widehat{OAC} = \widehat{BAC} : 2 = 30^\circ$ và

$\widehat{OBA} = \widehat{OBC} = \widehat{CBA} : 2 = 30^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ cân tại O , ta thấy

$$\widehat{AOB} = 180^\circ - (\widehat{OAB} + \widehat{OBA}) = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

Vậy số đo góc ở tâm $\widehat{AOB} = 120^\circ$.



PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB] Cho đường tròn (O) có bán kính r . Dây HK của đường tròn vuông góc với OI tại trung điểm của OI . Tính độ dài HK

Lời giải

$$OM = \frac{OI}{2} = 2\text{cm}$$

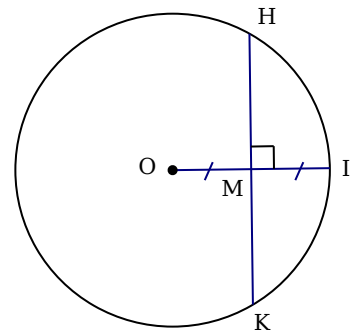
Gọi M là trung điểm của OI . Ta có:

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông OMH :

$$\begin{aligned} OH^2 &= OM^2 + MH^2 \Rightarrow MH^2 = OH^2 - OM^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \\ &\Rightarrow MH = 2\sqrt{3}\text{cm} \end{aligned}$$

Vì $OI \perp HK$ nên M là trung điểm của HK . Do đó:

$$\Rightarrow HK = 2MH = 4\sqrt{3}\text{cm}$$



Hình 1

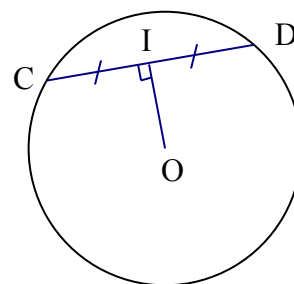
Ví dụ 2 [TH] Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm I nằm bên trong đường tròn.

a) Hãy nêu cách dựng dây CD nhận I làm trung điểm;

b) Tính độ dài dây CD khi $R = 5\text{ cm}$, $OI = 3\text{ cm}$.

Hướng dẫn

- a) Vẽ dây $CD \perp OI$ tại I suy ra I là trung điểm của CD .
- b) Dùng định lý Py-ta-go tính được $CD = 8$ cm.



Ví dụ 3 [TH] . Cho đường tròn $(O; R)$ và ba dây AB, AC, AD ; gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B lên các đường thẳng AC, AD . Chứng minh $MN \leq 2R$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB . Áp dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong các tam giác vuông ABN, ABM , ta có:

$$IM = IN = \frac{1}{2}AB \text{ và } IM = IN = IA = IB$$

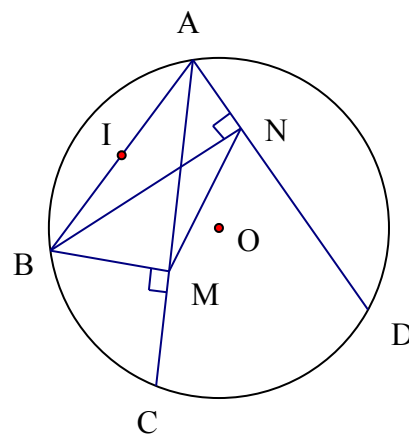
Suy ra điểm I cách đều 4 điểm A, B, M, N .

Do đó bốn điểm A, B, M, N cùng thuộc đường tròn tâm I bán kính IA .

Trong đường tròn (I, IA) AB là đường kính, MN là dây nên $MN \leq AB$ (1)

Mặt khác, trong đường tròn $(O; R)$ AB là dây nên $AB \leq 2R$ (2).

Từ (1) và (2) ta được $MN \leq 2R$.



Ví dụ 4 [VD] Tứ giác ABCD có $\angle B = \angle D = 90^\circ$.

- a) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.
- b) So sánh độ dài AC và BD . Nếu $BD = AC$ thì tứ giác ABCD là hình gì?

Lời giải

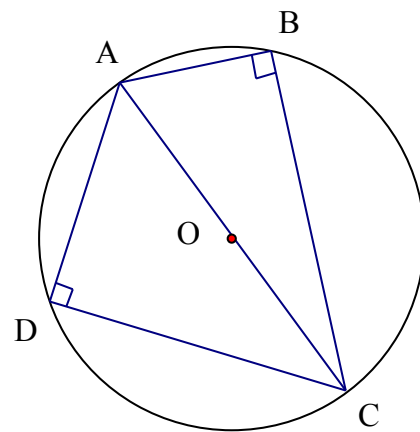
Gọi O là trung điểm của AC . Áp dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong các tam giác vuông ABC, ADC ta có:

$$OB = OA = OC = OD$$

Suy ra 4 điểm A, B, C, D nằm trên đường tròn đường kính AC .

b) Vì BD là dây của đường tròn tâm O đường kính AC nên $BD \perp AC$

Nếu $BD = AC$ thì BD cũng là một đường kính khác của đường tròn tâm O đường kính AC



Ví dụ 5 [VD]: Cho đường tròn (O) đường kính AK , dây MN không cắt đường kính AK . Gọi I, P lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ A và K đến MN . Chứng minh rằng: $MI = NP$

Lời giải

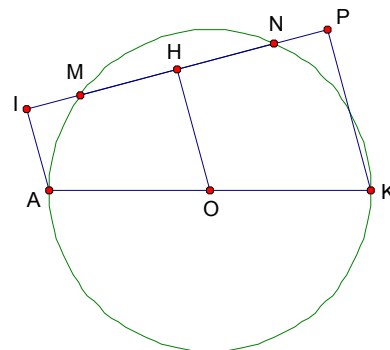
Kẻ $OH \perp MN (H \in MN) \Rightarrow HM = HN$ (1) (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây)

$$\left. \begin{array}{l} OH \perp MN \\ AI \perp MN \\ KP \perp MN \end{array} \right\} \Rightarrow OH \parallel AI \parallel KP$$

Ta có

$\Rightarrow$ Tứ giác $AKPI$ là hình thang có $OH \parallel AI \parallel KP; OA = OK$
 $\Rightarrow HI = HP$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MI = NP$



Ví dụ 6 [VDC]: Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao BD, CE cắt nhau tại H . Chứng minh rằng:

- Bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn.
- $DE < BC$
- $DE < AH$

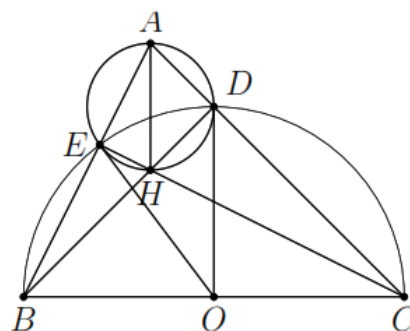
Lời giải

a) Gọi O là trung điểm của BC . Ta có

$OD = OE = OB = OC = \frac{BC}{2}$. Vậy B, E, C, D thuộc đường tròn đường kính BC .

b) Xét (O) có DE, BC lần lượt là dây không đi qua tâm và đường kính suy ra $DE < BC$.

c) Ta có $\angle ADH = \angle AEH = 90^\circ$ nên A, H, D, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH . Từ đó suy



ra $DE < AH$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho đường tròn $(O; R)$ và dây $MN = R$. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây MN .

Hướng dẫn

Vẽ $OH \perp MN$ tại H thì $MH = HN = \frac{1}{2}MN = \frac{R}{2}$

Áp dụng định lý Pi-ta-go vào $\triangle OMH$, ta có:

$$OM^2 = OH^2 + HM^2$$

$$\Rightarrow OH^2 = OM^2 - HM^2 = R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3R^2}{4}$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{\frac{3R^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$$

khoảng cách từ tâm O đến dây MN là $\frac{\sqrt{3}}{2}R$

Vậy

Bài 2. [TH]. Cho đường tròn tâm O , bán kính $R = 5\text{cm}$, dây $AB = 8\text{cm}$. Gọi I là điểm trên dây AB sao cho $AI = 1\text{cm}$. Kẻ dây CD đi qua điểm I và vuông góc với dây AB .

Chứng minh rằng $AB = CD$

Hướng dẫn

Vẽ $OH \perp AB$; $OK \perp CD$. Suy ra:

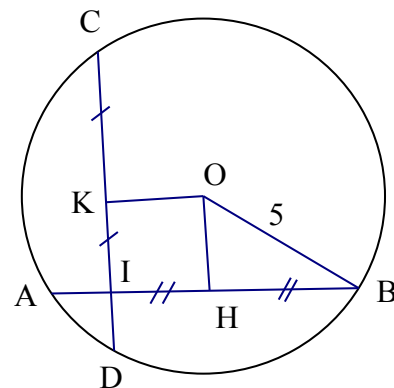
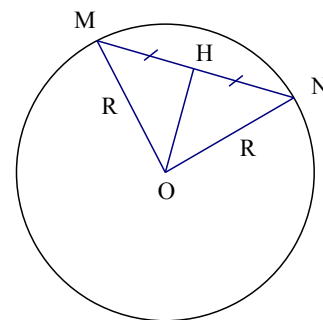
$$HA = HB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4\text{cm}$$

Ta có: $IH = AH - AI = 4 - 1 = 3(\text{cm})$. Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông HOB , ta có:

$$OH^2 = OB^2 - HB^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow OH = 3(\text{cm})$$

Suy ra, tứ giác $OHOK$ là hình vuông. Do đó,

$$OH = OK (= 3\text{cm}) \Rightarrow AB = CD$$



Bài 3. [VD] Cho đường tròn $(O; R)$. Vẽ hai dây AB và CD vuông góc với nhau.

Chứng minh rằng: $S_{ACBD} \leq 2R^2$.

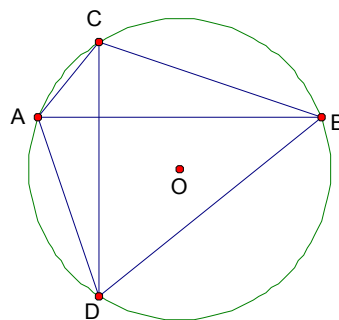
Hướng dẫn

Xét tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$

$$\Rightarrow S_{ACBD} = \frac{1}{2} AB \cdot CD$$

Xét đường tròn (O) có $AB \leq 2R; CD \leq 2R$

$$\frac{1}{2} AB \cdot CD \leq 2R^2 \quad \text{. Vậy } S_{ACBD} \leq 2R^2$$

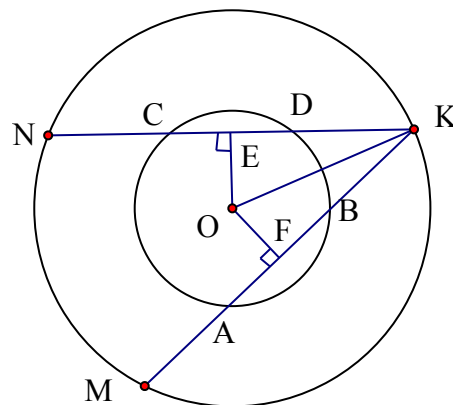


Bài 4. [VD] Cho đường tròn (O) , dây cung AB và CD với $CD = AB$. Giao điểm K của các đường thẳng AB và CD nằm ngoài đường tròn. Vẽ đường tròn $(O; OK)$, đường tròn này cắt KA và KC lần lượt tại M và N . So sánh KM và KN

Lời giải

Xét đường tròn $(O; OB)$. Kẻ $OE \perp CD$, $OF \perp AB$ tại E, F mà $CD = AB \Rightarrow OE = OF$ (hai dây bằng nhau thì cách đều tâm).

Xét đường tròn $(O; OK)$ có $OE \perp KN$, $OF \perp KM$ tại E, F mà $OE = OF \Rightarrow KN = KM$ (liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây)



Bài 5. [VD] Cho đường tròn tâm O , các dây AB và CD cắt nhau tại một điểm M nằm ngoài đường tròn, trong đó $AB > CD$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng:

a) $MH > MK$

b) $\angle OMH > \angle OMK$

Hướng dẫn

Ta có H và K lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $OH \perp AB$; $OK \perp CD$.

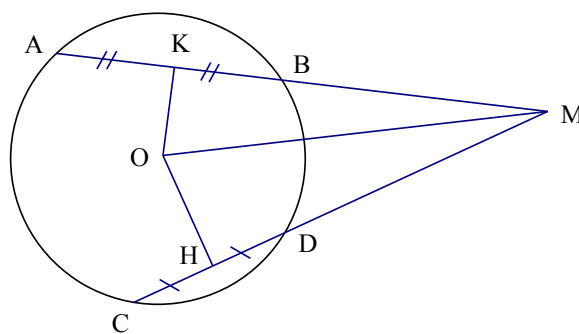
Áp dụng định lý Pi-ta-go trong tam giác vuông OMH, ta có: $MH^2 = OM^2 - OH^2$
(1)

Áp dụng định lý Pi-ta-go trong tam giác vuông OMK, ta có:

$$MK^2 = OM^2 - OK^2 \quad (2)$$

Trong đường tròn (O) có $AB > CD$ nên $OH < OK$ (3)

Từ (1), (2), (3), suy ra $MH^2 > MK^2$. Do đó $MH > MK$.



b) Trong tam giác vuông OMH có: $\sin \angle OMH = \frac{OH}{OM}$

Trong tam giác vuông OMK có: $\sin \angle OMK = \frac{OK}{OM}$

Mà $OH < OK$ nên $\sin \angle OMH < \sin \angle OMK$ hay $\angle OMH < \angle OMK$ (vì $\angle OMH, \angle OMK$ nhọn).

Bài 6 [VDC] Cho đường tròn $(O; R)$ và hai đường kính AB, CD . Trên bán kính AO lấy đoạn $AI = \frac{2AO}{3}$, vẽ tia CI cắt (O) tại E . Tính theo R độ dài dây CE

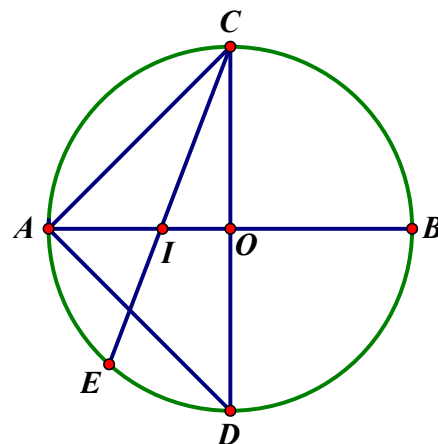
Hướng dẫn

Chọn C

$$\tan \angle ECD = \frac{ED}{CE} = \frac{OI}{IC} = \frac{1}{3} \Rightarrow CE = 3ED$$

$$CE^2 + ED^2 = CD^2 \Rightarrow 9ED^2 + ED^2 = 4R^2 \Rightarrow ED = \frac{R\sqrt{10}}{5}$$

$$CE = 3ED = \frac{3R\sqrt{10}}{5}$$



CHUYÊN ĐỀ 3 : Độ dài của đường tròn. Diện tích hình quạt tròn và hình vành khăn.

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức tính độ dài đường tròn $C = 2\pi R$ hay $C = \pi d$

Với R : là bán kính đường tròn.

d : là đường kính đường tròn.

2. Độ dài cung tròn n° của đường tròn có bán kính R bằng $l = \frac{n}{180}\pi R$

3. Công thức tính diện tích hình tròn $S = \pi R^2$ Với R : là bán kính

4. Diện tích hình quạt tròn cung n° của hình tròn có bán kính R bằng $\frac{n}{360}\pi R^2$

5. Biết cách tính diện tích hình vành khăn, hình viên phân.

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ)

Câu 1. [NB] Độ dài cung tròn n° trên đường tròn $(O; R)$ bằng

- A.** $2\pi R$. **B.** $\frac{n}{180}\pi R$. **C.** $\frac{\pi R n}{360}$. **D.** $\frac{n}{360}\pi R^2$.

Câu 2. [NB] Diện tích hình quạt tròn cung n° của $(O; R)$ bằng

- A.** $2\pi R$. **B.** πR^2 . **C.** $\frac{n}{180}\pi R$. **D.** $\frac{n}{360}\pi R^2$.

Câu 3. [NB] Tỉ số giữa độ dài cung n° và độ dài đường tròn (có cùng bán kính) bằng

- A.** $\frac{n}{180}$. **B.** $\frac{n}{360}$. **C.** $\frac{n}{90}$. **D.** $\frac{n}{120}$.

Câu 4. [NB] Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai** ?

- A.** Tỉ số giữa diện tích hình quạt tròn ứng với cung n° và diện tích hình tròn (có cùng bán kính) bằng $\frac{n}{360}$.

B. Tỉ số giữa diện tích hình quạt tròn ứng với cung n° và diện tích hình tròn (có cùng bán kính R) bằng tỉ số giữa độ dài cung n° và độ dài đường tròn (có cùng bán kính R).

C. Hình vành khăn là phần nằm giữa hai đường tròn.

D. Diện tích hình vành khăn bằng hiệu diện tích hai hình tròn đồng tâm tạo bởi hình vành khăn đó.

- Gạch chân đáp án

Câu 5. [TH] Độ dài đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh 4 cm là

- A.** $\sqrt{2}\pi(\text{cm})$. **B.** $2\sqrt{2}\pi(\text{cm})$. **C.** $4\sqrt{2}\pi(\text{cm})$. **D.** $8\pi(\text{cm})$.

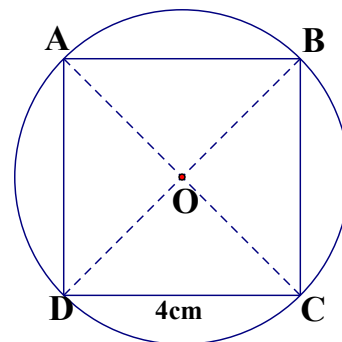
Giải:

Chọn C

Ta có : Đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng :
 $d = AC = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

Độ dài đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh 4 cm là

$$C = \pi d = \pi \cdot 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\pi(\text{cm})$$



Câu 6. [TH] Độ dài cung 120° của đường tròn có bán kính 3 cm là

- A.** $\pi(\text{cm})$. **B.** $2\pi(\text{cm})$. **C.** $3\pi(\text{cm})$. **D.** $4\pi(\text{cm})$.

Chọn B

Độ dài cung 120° của đường tròn có bán kính 3 cm bằng : $l = \frac{120}{180}\pi \cdot 3 = 2\pi$

Câu 7. [TH] Diện tích của hình quạt tròn ứng với cung 120° có bán kính 3 cm là

- A.** $\pi (\text{cm}^2)$. **B.** $2\pi (\text{cm}^2)$. **C.** $3\pi (\text{cm}^2)$. **D.** $4\pi (\text{cm}^2)$.

Chọn C

Diện tích của hình quạt tròn ứng với cung 120° có bán kính 3 cm bằng $S_q = \frac{120}{360}\pi \cdot 3^2 = 3\pi$

Câu 8. [TH] Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm có bán kính là 4 cm và 6 cm là

- A.** $2\pi (\text{cm}^2)$. **B.** $10\pi (\text{cm}^2)$. **C.** $16\pi (\text{cm}^2)$. **D.** $20\pi (\text{cm}^2)$.

Chọn D

Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm có bán kính là 4 cm và 6 cm

$$S = \pi(R^2 - r^2) = \pi(6^2 - 4^2) = 20\pi$$

bằng:

Câu 9. [VD] Diện tích bề mặt một cái trống có dạng hình tròn có bán kính 8 cm bằng

- A.** $4\pi (\text{cm}^2)$. **B.** $8\pi (\text{cm}^2)$. **C.** $16\pi (\text{cm}^2)$. **D.** $64\pi (\text{cm}^2)$.

Chọn D

Diện tích bề mặt một cái trống có dạng hình tròn có bán kính 8 cm bằng
 $S = \pi R^2 = \pi \cdot 8^2 = 64\pi$

Câu 10. [VD]

Một cái niềng xe đạp có đường kính bằng 60 cm . Một sợi dây lót vành niềng xe để chống thùng xăm ruột dài bao nhiêu xen-ti-mét?



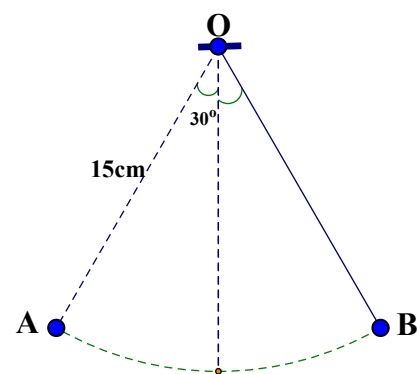
- A.** 60 (cm) **B.** $94,2\text{ (cm)}$ **C.** $188,4\text{ (cm)}$ **D.** $376,8\text{ (cm)}$

Một sợi dây lót vành niềng xe để chống thùng xăm ruột dài bằng cho vì niềng xe đạp

$$C = \pi \cdot d = 3,14 \cdot 60 = 188,4\text{ (cm)}$$

Câu 11. [VD]

Một con lắc có sợi dây OA dài 15 cm , di chuyển từ A đến B , biết OA hợp với phương thẳng đứng một góc 30° (hình vẽ). Quãng đường AB mà con lắc đó di chuyển bằng



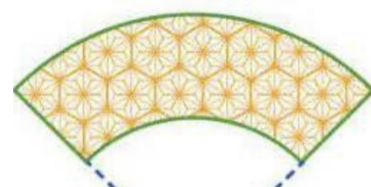
- A.** $7,85\text{ (cm)}$ **B.** $15,7\text{ (cm)}$ **C.** $3,925\text{ (cm)}$ **D.** $31,4\text{ (cm)}$

Chọn B

Quãng đường AB mà con lắc đó di chuyển bằng độ dài cung AB ứng cung với $2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$ có bán kính 15 cm .

$$l_{AB} = \frac{60}{180} \cdot 3,14 \cdot 15 = 15,7\text{ (cm)}$$

Câu 12. [VDC]



Một mảnh vải bông có dạng hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm và có các bán kính lần lượt là $4dm$ và $6dm$ (hình vẽ bên)

- A.** $1,57 (dm^2)$. **B.** $3,14 (dm^2)$. **C.** $7,85 (dm^2)$. **D.** $15,7 (dm^2)$.

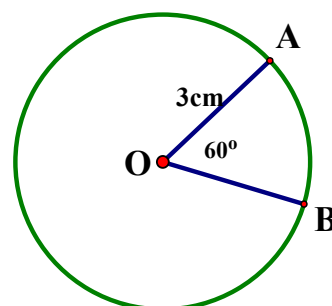
Chọn D

Diện tích mảnh vải đó bằng $\frac{1}{4}\pi(R^2 - r^2) = \frac{1}{4} \cdot 3,14 \cdot (6^2 - 4^2) = 15,7 (cm^2)$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu):

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hình vẽ



- a) Chu vi đường tròn $(O; 3cm)$ bằng $6\pi (cm)$.
b) Diện tích hình tròn $(O; 3cm)$ bằng $6\pi (cm^2)$.
c) Độ dài cung nhỏ AB bằng $3 (cm)$.
d) Diện tích hình quạt tròn OAB bằng $4,71 (cm^2)$.

Giải:

- a) Chu vi đường tròn $(O; 3cm)$ bằng $C = 2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 3 = 6\pi (cm)$

Nên a) đúng

- b) Diện tích hình tròn $(O; 3cm)$ bằng $S = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi (cm^2)$

Nên b) sai

- c) Độ dài cung nhỏ AB bằng $\frac{60}{180} \cdot \pi \cdot R = \frac{60}{180} \cdot 3,14 \cdot 3 = 3,14 (cm)$

Nên c) sai

- d) Diện tích hình quạt tròn OAB bằng -

Nên d) sai

Câu 2. Độ dài cung tròn 80° của một đường tròn là $\frac{16\pi}{9} dm$. Khi đó:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

- a) Số đo cung lớn có chung hai mút với cung 80° của đường tròn đó bằng 180° .
- b) Bán kính của đường tròn đó bằng $4(dm)$.
- c) Chu vi đường tròn đó bằng $4\pi (dm)$.
- d) Diện tích hình quạt tròn ứng với cung 80° của đường tròn đó bằng: $\frac{32}{9}\pi (dm^2)$.

Giải:

- a) Số đo cung lớn có chung hai mút với cung 80° của đường tròn đó bằng
 $360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$

Nên a) sai

- b) Ta có : Độ dài cung tròn 80° của một đường tròn bán kính R bằng:

$$l = \frac{80}{180} \pi \cdot R$$

$$\text{Mà } l = \frac{16\pi}{9} \text{ (gt)}$$

$$\text{Do đó } \frac{80}{180} \pi \cdot R = \frac{16\pi}{9}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{4}{9} R = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow R = 4$$

Nên b) đúng

- c) Chu vi đường tròn đó bằng $C = 2\pi R = 2\pi \cdot 4 = 8\pi (dm)$

Nên c) sai

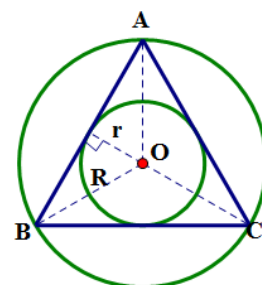
- d) Diện tích hình quạt tròn ứng với cung 80° của đường tròn đó bằng

$$\frac{n}{360} \pi R^2 = \frac{80}{360} \pi \cdot 4^2 = \frac{32}{9} \pi (dm^2)$$

Nên d) đúng

Câu 3.

Cho đường tròn $(O; r)$ và đường tròn $(O; R)$ là đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác đều ABC



CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

a) Tỉ số $\frac{r}{R}$ bằng $\frac{1}{2}$

b) Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$

c) Diện tích hình quạt OAB bằng $\frac{1}{3}\pi R^2$

d) Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB bằng:
 $\left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{3}\pi\right)R^2$

Giải:

a) Ta có : Tam giác ABC đều, nên tâm đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp và trọng tâm của tam giác đều là điểm O

Do đó : $r = \frac{1}{2}R$ (tính chất trọng tâm của tam giác)

Suy ra: $\frac{r}{R} = \frac{1}{2}$

Nên a) đúng

b) Ta có : $AB = 2.R.\cos 30^\circ = 2.R.\frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$

Diện tích tam giác OAB bằng: $S = \frac{1}{2}AB.r = \frac{1}{2}.R\sqrt{3}.\frac{1}{2}R = \frac{\sqrt{3}R^2}{4}$

Nên b) đúng

c) Diện tích hình quạt OAB bằng: $\frac{120}{360}\pi R^2 = \frac{1}{3}\pi R^2$

Nên c) đúng

d) Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB bằng:

$$S_{vp} = S_{q(OAB)} - S_{\Delta OAB} = \frac{1}{3}\pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 = \left(\frac{1}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$$

Nên d) sai

Câu 4.



CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Một tấm bia tạo bởi năm đường tròn đồng tâm lần lượt có bán kính là $R_1 = 5\text{ cm}$, $R_2 = 10\text{ cm}$, $R_3 = 15\text{ cm}$, $R_4 = 20\text{ cm}$, $R_5 = 30\text{ cm}$. Giả thiết rằng một người chơi ném phi tiêu một cách ngẫu nhiên và luôn trúng bia.

a) Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn thứ 2 đường tròn thứ 3 bằng $125\pi\text{ (cm}^2\text{)}$.

b) Diện tích hình tròn thứ năm bằng $900\pi\text{ (cm}^2\text{)}$.

c) Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 8 bằng $\frac{5}{12}$.

d) Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 8 bằng $\frac{5}{36}$.

Giải:

a) Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn thứ 2 và đường tròn thứ 3 bằng:

$$S_{VK} = \pi(R_3^2 - R_2^2) = \pi(15^2 - 10^2) = 125\pi\text{ (cm}^2\text{)}$$

Nên a) đúng

b) Diện tích hình tròn thứ năm bằng: $S_5 = \pi R_5^2 = \pi \cdot 30^2 = 900\pi\text{ (cm}^2\text{)}$

Nên b) đúng

c) Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 8 bằng: $\frac{S_{VK}}{S_5} = \frac{125\pi}{900\pi} = \frac{5}{36}$

Nên c) sai

d) Vì Xác suất ném phi tiêu trúng vòng 8 bằng: $\frac{S_{VK}}{S_5} = \frac{125\pi}{900\pi} = \frac{5}{36}$

Nên d) đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho đường tròn đường kính bằng 6 cm . Tính độ dài cung 60° của đường tròn đó.

Giải:

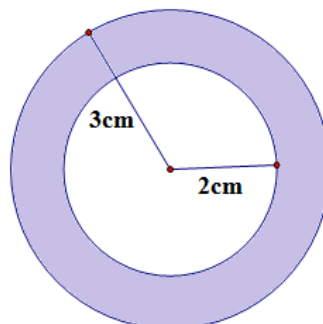
Ta có : Bán kính $R = \frac{6}{2} = 3\text{ (cm)}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Độ dài cung 60° của đường tròn đường kính AB bằng 6 cm bằng:

$$\frac{n}{180} \pi R = \frac{60}{180} \cdot 3,14 \cdot 3 = 3,14 (\text{cm})$$

Câu 2. [NB] Tính diện tích hình vành khăn dưới đây với hai bán kính 2 cm và 3 cm



Giải:

Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm với hai bán kính là 2 cm và 3 cm

bằng:

$$S_{VK} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(3^2 - 2^2) = 5\pi = 15,7 (\text{cm}^2)$$

Câu 3. [TH] Chân một đồng cát đổ trên một phẳng nằm ngang là một hình tròn có chu vi 12 m . Hỏi chân đồng cát đó chiếm một diện tích là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Giải:

$$\text{Ta có: } C = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{C}{2\pi}$$

$$\text{Diện tích của chân đồng cát: } S = \pi R^2 = \pi \cdot \frac{C^2}{4\pi^2} = \frac{C^2}{4\pi} = \frac{12^2}{4 \cdot 3,14} = 11,5 (\text{cm}^2)$$

Câu 4. [TH]

Đầu làng có một cái giếng, miệng giếng hình tròn có đường kính 2 m . Xung quanh miệng giếng người ta xây một cái thành rộng $0,4\text{ m}$. Tính diện tích thành giếng.
(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Giải:

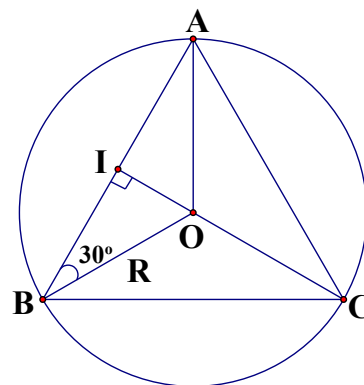
Diện tích thành giếng bằng diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn đồng tâm có bán kính $2m$ và $2,4m$.

$$S_{VK} = \pi(R^2 - r^2) = 3,14 \cdot (2,4^2 - 2^2) = 5,5(m^2)$$

Vậy diện tích thành giếng bằng $5,5(m^2)$

Câu 5. [VD] Cho $\triangle ABC$ cân tại B có $\angle B = 60^\circ$, $AC = 6cm$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

Giải:



Ta có : Tam giác ABC cân tại B có $\angle B = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều.

Nên tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và trọng tâm của tam giác đều ABC đều là điểm O (hình vẽ)

Và $AB = BC = AC = 6cm$

Ta có : $AB = 2 \cdot BI = 2 \cdot R \cos 30^\circ$

$$\text{Suy ra : } R = \frac{AB}{2 \cos 30^\circ} = \frac{6}{2 \cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}(cm)$$

Độ dài đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC bằng:

$$C = 2\pi R = 2 \cdot 3,14 \cdot 2\sqrt{3} = 21,8(cm)$$

Câu 6. [VDC] Tính diện tích hình vành khăn tạo bởi đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác đều cạnh $6cm$.

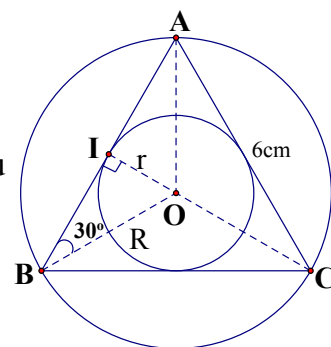
Giải:

Ta có : Tam giác ABC đều.

Nên $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ Và $AB = BC = AC = 6cm$

Và tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và trọng tâm của tam giác đều ABC là điểm O (hình vẽ)

Ta có : $AB = 2 \cdot BI = 2 \cdot R \cos 30^\circ$



$$\text{Suy ra : } R = \frac{AB}{2 \cos 30^\circ} = \frac{6}{2 \cos 30^\circ} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{Mà } r = \frac{1}{2}R = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ (cm)}$$

Tính diện tích hình vành khăn tạo bởi đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác đều

cạnh 6 cm bằng: $S_{vk} = \pi(R^2 - r^2)$

$$= 3,14 \cdot ((2\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}^2)$$

$$= 28,26 \text{ (cm}^2\text{)}$$

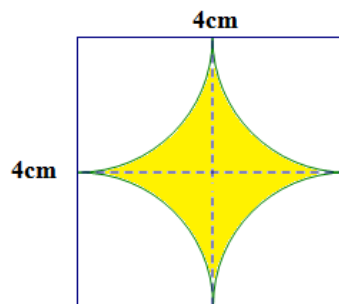
PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

$$\begin{array}{ccc} R & C = 2\pi R & C = \pi d \\ n^\circ & l = \frac{n}{180} \pi R & \\ R & S = \pi R^2 & \\ n^\circ & S_q = \frac{n}{360} \pi R^2 & S_q = l \cdot \frac{R}{2} \end{array}$$

BÀI TẬP MẪU

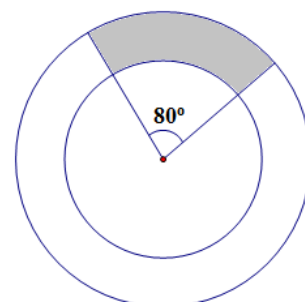
Ví dụ 1 [NB]: Tính chu vi hình được tô màu (hình vẽ bên dưới), biết cạnh hình vuông 4 cm .



Hình được tô màu trên tạo bởi bốn cung tròn có số đo 90° và có bán kính 2 cm .

$$\text{Nên chu vi hình trên bằng : } 4l = 4 \cdot \frac{n}{180} \pi R = 4 \cdot \frac{90}{180} \cdot 3,14 \cdot 2 = 12,56 \text{ (cm)}$$

Ví dụ 2 [TH]: Tính diện tích phần tô màu ở hình vẽ bên, biết bán kính của đường tròn lớn bằng $R = 6 \text{ cm}$ và bán kính của đường tròn nhỏ bằng $r = 4 \text{ cm}$.



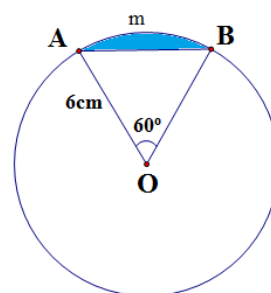
Lời giải

Diện tích phần tô màu ở hình vẽ bằng :

$$\begin{aligned} S &= \frac{n}{360} \pi R^2 - \frac{n}{360} \pi r^2 \\ &= \frac{80}{360} \cdot 3,14 (6^2 - 4^2) \approx 14 (cm^2) \end{aligned}$$

Ví dụ 3 [TH]:

Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây AB (hình vẽ bên bên)



Lời giải

Ta có: Tam giác AOB có $OA = OB$ và $\angle AOB = 60^\circ$

Nên tam giác AOB đều.

Do đó: $S_{\triangle OAB} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ (với a là độ dài cạnh)

Diện tích hình viên phân ở hình vẽ trên bằng: $S_{vp(AB)} = S_q(OAB) - S_{\triangle OAB}$

$$\begin{aligned} &= \frac{n}{360} \pi R^2 - \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{60}{360} \cdot 3,14 \cdot 6^2 - \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \\ &= 3,3 (cm^2) \end{aligned}$$

Ví dụ 4 [VD]: Hình quạt tô màu ở dưới có bán kính bằng $25cm$ và góc ở tâm bằng 150° .

- Tính diện tích hình quạt đó.
- Tính chiều dài cung tương ứng.



Lời giải

a) Diện tích hình quạt bằng:

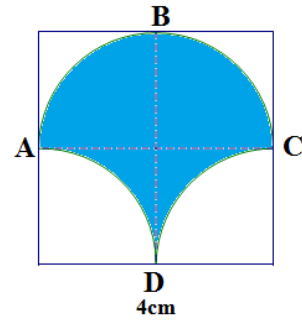
$$\begin{aligned} S_q &= \frac{n}{360} \pi R^2 \\ &= \frac{150}{360} \cdot 3,14 \cdot 25^2 \\ &= 817,7 (cm^2) \end{aligned}$$

b) Chiều dài cung tương ứng của cái quạt bằng :

$$l = \frac{n}{180} \pi R = \frac{150}{180} \cdot 3,14 \cdot 25 = 65,4 (cm)$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tính chu vi hình được tô màu (hình vẽ bên dưới), biết cạnh hình vuông 4cm .



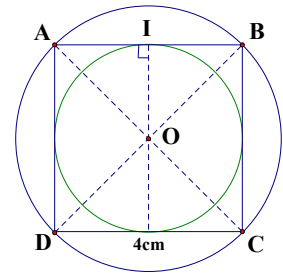
Hướng dẫn

Chu vi hình được tô màu bằng tổng độ dài các cung ABC , cung CD và cung DA

Mỗi cung đều có bán kính bằng nửa độ dài cạnh hình vuông.

Bài 2. [TH] Tính diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có cạnh dài 4cm .

Hướng dẫn



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của hình vuông $ABCD$.

Khi đó: O là tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Gọi R, r lần lượt là bán kính đường ngoại tiếp và nội tiếp hình vuông $ABCD$.

Diện tích hình vành khăn nằm giữa hai đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp

hình vuông $ABCD$ có cạnh dài 4cm bằng: $S_{VK} = \pi(R^2 - r^2)$

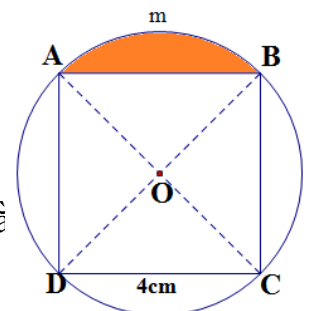
Phải tính độ dài R, r khi biết độ dài cạnh hình vuông.

Bài 3. [VD] Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ AB và dây AB (hình vẽ bên dưới), biết $ABCD$ là hình vuông cạnh 4cm .

Hướng dẫn

Ta có: $S_{vp(AMB)} = S_{q(OAB)} - S_{\Delta OAB}$

Tính diện tích hình quạt tròn AOB ứng với cung 90° , có bán kính bằng cạnh hình vuông.



Tính diện tích tam giác AOB vuông tại O , có hai cạnh góc vuông bằng nửa độ dài cạnh hình vuông

Bài 4: [VD]

Tam giác ABC cân tại A , có $\angle A = 120^\circ$, $BC = 6\text{cm}$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Hướng dẫn

Tam giác ABC cân tại A , kẻ đường phân giác AI (với $I \in BC$)

$$\text{Nên } \angle A_1 = \angle A_2 = \frac{\angle A}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ.$$

Và phân giác AI của tam giác ABC cũng là đường trung trực.

Do đó: $AI \perp BC$ tại trung điểm I của BC

$$\Rightarrow BI = \frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3(\text{cm})$$

Từ đó, suy ra số đo $\angle B_1$ và độ dài AB .

Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Nên O là giao điểm của hai đường trung trực của cạnh BC và AC

Chứng minh tam giác AOC đều, từ đó suy ra bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Từ đó tính được độ dài đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Bài 5: [VD]

Một máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính $1,2\text{m}$ và bánh xe trước có đường kính là 90cm . Hỏi sau khi bánh xe sau lăn được 15 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng.



Hướng dẫn

Gọi x là số vòng bánh xe trước lăn được khi bánh xe sau lăn được 15 vòng.

Nếu bánh xe lăn được một vòng thì xe đi được một quãng đường bằng chu vi của bánh xe.

Mà: Quãng đường bánh xe sau và bánh xe trước đi được luôn bằng nhau.

$$\text{Do đó: } 15.C_{\text{Sau}} = x.C_{\text{trước}}$$

Từ đó tính x .

Bài 6: [VD]

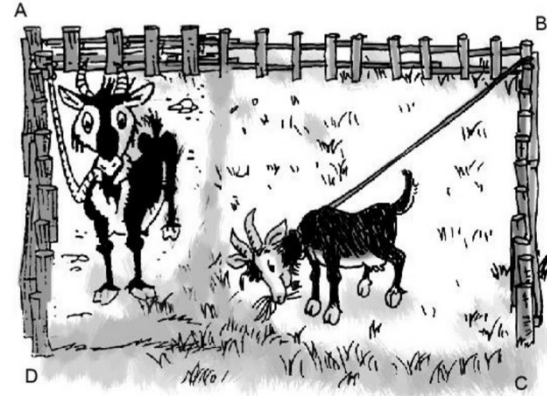
Một hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 40m$, $AD = 30m$

Người ta muốn buộc hai con dê ở hai góc vườn A, B .

Có hai cách buộc:

- Mỗi dây thừng dài $20m$.
- Một dây thừng dài $30m$ và một dây thừng kia dài $10m$.

Hỏi với cách buộc nào thì diện tích cỏ mà cả hai con dê có thể ăn được sẽ lớn hơn.



Hướng dẫn

Diện tích cỏ mỗi con dê có thể ăn được bằng diện tích hình quạt tròn ứng với cung 90° có bán kính bằng chiều dài sợi dây thừng buộc con dê.

Từ đó so sánh diện tích cỏ mà cả hai con dê có thể ăn được ở cách buộc nào lớn hơn.

Hết.