**ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II THCS ARCHIMEDES ACADEMY**

***Ngày thi: 02/03/2019***

*Thời gian: 90 phút*

**Bài 1:** *( 2 điểm)*

Cho biểu thức  và  với 

a) Tính giá trị của biểu thức khi 

b) Rút gọn biểu thức

c) Cho , hãy so sánh và ( với điều kiện  có nghĩa)

**Bài 2:** *( 2 điểm)* *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai vòi cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 6 giờ 40 phút sẽ đầy. Nếu chảy một mình thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

**Bài 3:** *( 2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình 

2) Cho đường thẳng  và parabol 

a) Tìm để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử đường thẳng cắt parabol tại hai điểm và .

Tìm  để:

**Bài 4:** *( 3,5 điểm)* Cho đường tròn tâm  đường kính . Điểm bất kì trên nửa (khác;khác ). Kẻ đường kính của . Tiếp tuyến tại của cắt các tia lần lượt tại và .

1) Chứng minh tứ giác nội tiếp.

2) Gọi là trung điểm của  , chứng minh  là trực tâm của tam giác .

3) Kéo dài  cắt tại . Chứng minh:

a) . b)  thuộc đường tròn đi qua 4 điểm . Tính tỉ số .

**Bài 5:** *( 0,5 điểm)* Cho ba số thực thỏa mãn đồng thời các điều kiện



a) Chứng minh rằng là hai nghiệm của phương trình bậc hai .

b) Chứng minh rằng .

**HƯỚNG DẪN**

**Bài 1:** *( 2 điểm)*

Cho biểu thức  và  với 

a) Tính giá trị của biểu thức khi 

b) Rút gọn biểu thức

c) Cho , hãy so sánh và ( với điều kiện  có nghĩa)

***Hướng dẫn***

a) Tính giá trị của biểu thức khi 

Thay  ( thỏa mãn điều kiện) vào , ta được: 

b) Rút gọn biểu thức

 với 



c) Cho , hãy so sánh và ( với điều kiện  có nghĩa)



Vì  có nghĩa nên, ta xét: 

Đánh giá:  mà .

Xét  Vậy khi .

**Bài 2:** *( 2 điểm)* *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai vòi cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 6 giờ 40 phút sẽ đầy. Nếu chảy một mình thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

***Hướng dẫn***

Gọi thời gian vòi 1 chảy một mình cho đến khi đầy bể là: 

Gọi thời gian vòi 2 chảy một mình cho đến khi đầy bể là: 

Như vậy, năng suất lần lượt của từng vòi 1, vòi 2 lần lượt là:  *(bể/h)*

Khi hai vòi cùng chảy vào bể không chứa nước thì sau thì đầy bể, nên ta có:

(1)

Khi chảy riêng: Do vòi thứ 2 chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ nên ta có:  (2)

Từ (1),(2) ta có hệ phương trình: .

Vậy thời gian để vòi 1, vòi 2 chảy 1 mình đầy bể lần lượt là:  và 

**Bài 3:** *( 2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình 

***Hướng dẫn***

, ĐK: 

Đặt (I):, ta được HPT mới tương đương HPT đã cho, như sau:

.

Thay  vào (I), ta được: 

Vậy nghiệm của HPT là: .

2) Cho đường thẳng  và parabol 

a) Tìm để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử đường thẳng cắt parabol tại hai điểm và .

Tìm  để:

***Hướng dẫn***

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và :



Xét 

Để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt 

Vậy  thì đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt.

b) Vì đường thẳng cắt parabol tại hai điểm và , nên phương trình

có 2 nghiệm phân biệt.

Theo Vi-et, ta có:  (1)

Đường thẳng cắt parabol tại hai điểm  và .

Thay vào , ta được:





Từ (1) và (2), ta có: 

Vậy  thì thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Bài 4:** *( 3,5 điểm)* Cho đường tròn tâm  đường kính . Điểm bất kì trên nửa (khác;khác ). Kẻ đường kính của . Tiếp tuyến tại của cắt các tia lần lượt tại và .

1) Chứng minh tứ giác nội tiếp.

2) Gọi là trung điểm của  , chứng minh  là trực tâm của tam giác .

3) Kéo dài  cắt tại . Chứng minh:

a) . b)  thuộc đường tròn đi qua 4 điểm . Tính tỉ số .

***Hướng dẫn***

1) Chứng minh tứ giác nội tiếp.

Chứng minh  ( cùng phụ hai góc bằng nhau) (1)

Mặt khác: (  là góc bẹt) (2)

Từ (1) và (2) ( 2 góc ở vị trí đối diện)

 nội tiếp *(đpcm).*

2) Gọi là trung điểm của  , chứng minh  là trực tâm của tam giác 

****Vì CD là đường kính của (O) (gt) nên 

Ta có:

 là đường trung bình của tam giác BAN

 (t/c đường trung bình)

Mặt khác: 

( quan hệ từ vuông góc tới song song)

Như vậy:  là trực tâm của tam giác*(đpcm)*

3) Kéo dài cắt tại . Chứng minh:

a) Chứng minh: 

 *(đpcm)*

b) Đề sai.

**Bài 5:** *( 0,5 điểm)* Cho ba số thực thỏa mãn đồng thời các điều kiện



1. Chứng minh rằng là hai nghiệm của phương trình bậc hai 

***Hướng dẫn***

Giả sử a,c là nghiệm của phương trình bậc hai .

Ta thay lần lượt a, c vào phương trình trên:





Lấy và , ta được ( luôn đúng).

Như vậy, a,c là nghiệm của phương trình bậc hai (đpcm)

1. Chứng minh rằng 

***Hướng dẫn***

Ta có: 

Xét:

* Chứng minh: , ta có:



Mà 

* Chứng minh:

Giả sử: 



Do đó, giả sử sai nên .

* Chứng minh 

Giả sử: 

Như vậy:  ,

Lấy ta được: 

Do đó, giả sử sai nên 

Ta có:  nên 

* Chứng minh :

Giả sử: , ta có: 



Mà  do đó, giả sử sai nên 

Từ các chứng minh trên ta suy ra: 