

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Điều kiện để căn thức có nghĩa

$$+) \sqrt{A} \geq 0$$

$$+) \sqrt{A} \text{ xác định khi } A \geq 0$$

2. Các công thức biến đổi căn thức

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \quad \text{với } A \geq 0, B \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad \text{với } A \geq 0, B > 0$$

$$\sqrt{A^2 B} = |A| \cdot \sqrt{B} \quad \text{với } B \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} \quad \text{với } AB \geq 0, B \neq 0$$

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2 B} & \text{khi } A \geq 0; B \geq 0 \\ -\sqrt{A^2 B} & \text{khi } A < 0; B \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2} \quad \text{với } A \geq 0, A \neq B^2$$

3. Một số phương pháp giải phương trình chứa căn

- Phương pháp 1: Nâng lũy thừa
- Phương pháp 2: Dùng hằng đẳng thức
- Phương pháp 3: Đặt ẩn phụ
- Phương pháp 4: Nhân liên hợp
- Phương pháp 5: Đưa về phương trình tích
- Phương pháp 6: Đánh giá

B. BÀI TẬP**DẠNG 1: PHƯƠNG PHÁP 1: Nâng lũy thừa****PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{x-2}+1=4$ có nghiệm x bằng:

- A. 5. B. 11. C. 121. D. 25

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Thử tất cả các đáp án, ta thấy $x=11$ là nghiệm của phương trình

Cách 2: ĐKXD: $x \geq 2$

$$\sqrt{x-2}+1=4$$

$$\sqrt{x-2}=3$$

$$x-2=9$$

$$x=11$$

Câu 2. [NB] Phương trình $\sqrt{x^2+9}=5$ có nghiệm x bằng:

- A. 4. B. - 4. C. ± 4 . D. 5.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Thử tất cả các đáp án, ta thấy $x=\pm 4$ là nghiệm của phương trình

Cách 2: $\sqrt{x^2+9}=5$

$$x^2+9=25$$

$$x^2=16$$

$$x=\pm 4$$

Câu 3. [NB] Phương trình $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}=2$ có tập nghiệm là:

- A. $S=\{1; -4\}$. B. $S=\{1\}$. C. $S=\mathbb{R}$. D. $S=\{-4\}$.

Lời giải

Chọn C.

Thay lần lượt $x=1; x=-4$ vào phương trình, ta thấy cả 2 giá trị đều không thỏa mãn.

Câu 4. [NB] Số nghiệm của phương trình $x-\sqrt{2x-5}=4$ là:

- A. Một nghiệm. B. Hai nghiệm.
C. Ba nghiệm. D. Bốn nghiệm.

Chọn A.

$$\sqrt{2x-5} = x-4$$

$$x^3 - 4$$

$$2x-5 = x^2 - 8x + 16$$

$$x^3 - 4$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$x^3 - 4$$

$$x = 7$$

$$x = 3$$

$$x = 7$$

Câu 5. [TH] Phương trình $x + \sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{x+1}$ có nghiệm là:

A. $x = 2$.

B. $x^3 - 1$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A.

$$x^3 - 1$$

Điều kiện:

$$x + \sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{x+1}$$

$$x = 2$$

Câu 6. [TH] Phương trình $2x - \sqrt{x-8} = \sqrt{8-x} + 16$ có nghiệm là:

A. $x = 16$.

B. $x = 0$.

C. $x = 8$.

D. $x = 32$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} x^3 - 8 \\ x \neq 8 \end{cases} \hat{=} x = 8$$

Điều kiện

Thay $x = 8$ thỏa mãn phương trình

Câu 7. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1} + \sqrt{5-x} = 4$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\frac{-1}{3} \notin x \notin 5$$

ĐK:

$$\sqrt{3x+1} + \sqrt{5-x} = 4$$

$$2x+6+2\sqrt{(3x+1)(5-x)} = 16$$

$$\sqrt{(3x+1)(5-x)} = 5-x$$

$$-3x^2+14x+5 = 25-10x+x^2$$

$$x^2-6x+5=0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=5 \end{cases}$$

Câu 8. [TH] Số nghiệm của phương trình $x - \sqrt{3x+4} = 2$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

$$x^3 - \frac{4}{3}$$

ĐK:

$$x - \sqrt{3x+4} = 2$$

$$\sqrt{3x+4} = x+2$$

$$3x+4 = x^2+4x+4 \quad (\text{do } x^3 - \frac{4}{3} \geq x+2 > 0)$$

$$x^2+x=0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

Câu 9. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{2-x}$ là:

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Chọn D.

$$\sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{2-x}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x^2+3x+2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x^2+3x+2=0 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$x \in 2$$

$$\frac{1}{x} = -1$$

$$\frac{1}{x} = -2$$

$$\frac{1}{x} = -1$$

$$\frac{1}{x} = -2$$

$$-1 + (-2) = -3$$

:

Do đó

$$\frac{x^2 - 4x - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2}$$

Câu 10. [VD] Số nghiệm của phương trình là:

A. 1.

B. 0.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

$$\frac{x^2 - 4x - 2}{\sqrt{x - 2}} = \sqrt{x - 2}$$

$$x > 2$$

$$x^2 - 4x - 2 = x - 2$$

$$x > 2$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x > 2$$

$$\frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{1}{x} = 5$$

$$x = 5$$

Câu 11. [VD] Số nghiệm của phương trình $(x^2 - 5x + 4)\sqrt{x - 2} = 0$ là:

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

$$(x^2 - 5x + 4)\sqrt{x - 2} = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$\phi = 2$

$x > 2$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$\phi = 2$

$x > 2$

$\phi = 1$

$\phi = 4$

$\phi = 2$

$\phi = 4$

Câu 12. [VDC] Số nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{3x+1} + \sqrt[3]{4x+2} = 0$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

$$\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{3x+1} + \sqrt[3]{4x+2} = 0$$

$$\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{3x+1} = -\sqrt[3]{4x+2}$$

$$x+1+3x+1+3\sqrt[3]{(x+1)(3x+1)} \cdot (\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{3x+1}) = -4x-2$$

$$-3\sqrt[3]{(x+1)(3x+1)(4x+2)} = -8x-4$$

$$27(x+1)(3x+1)(4x+2) = 8(4x+2)^3$$

$$(4x+2)(-47x^2 - 340x - 5) = 0...$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 1} = 2$

a) Phương trình xác định với mọi giá trị của x

b) ĐKXD: $-1 \leq x \leq 1$

c) ĐKXD: $x \leq -1; x \geq 1$

d) ĐKXD: $x = 1$

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) S

ĐKXD: $x^2 - 1 \geq 0$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$x^2 \neq 1$$

$$x \neq -1$$

$$x \neq 1$$

$$x^3 \neq 1$$

Câu 2. Biết phương trình $\sqrt{7x+1} = 2\sqrt{x+4}$ có nghiệm duy nhất là $x = x_0$.

a) $x_0 = 5$.

b) $x_0 = -4$.

c) $x_0 = 6$.

d) $x_0 = -5$.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) S

d) S

ĐKXĐ: $x^3 \geq \frac{-1}{7}$

$$\sqrt{7x+1} = 2\sqrt{x+4}$$

$$7x+1 = 4x+16$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Câu 3: Phương trình $\sqrt[3]{7x+1} = x+1$ có nghiệm là:

a) $x = -4$.

b) $x = 1$.

c) $x = 0$.

d) $x = 4$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) Đ

d) S

$$\sqrt[3]{7x+1} = x+1$$

$$7x+1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$x^3 + 3x^2 - 4x = 0$$

$$x(x^2 + 3x - 4) = 0$$

$$x(x - 1)(x + 4) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 1$$

$$x = -4$$

Câu 4. Phương trình $\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-1}$ có bao nhiêu nghiệm?

a) Vô nghiệm.

b) 1 nghiệm.

c) Vô số nghiệm.

d) 2 nghiệm.

Lời giải

a) S b) Đ c) S d) S

ĐK: $x \geq 1$

$$\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-1}$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x = 0(l)$$

$$x = 1(tm)$$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{3x+1} = 4$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Đáp án: 1 nghiệm

Điều kiện $x \geq -\frac{1}{3}$

$$\sqrt{3x+1} = 4$$

$$3x+1=16$$

$$3x=15$$

Câu 2. [NB] Tổng các giá trị của x để $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 6

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$$

$$|x - 3| = 2$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases}$$

Câu 3. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1 nghiệm

Điều kiện $x \geq -1$

$$\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+6} = x+3$$

$$(x-1)(2x+6) = (x+3)^2$$

$$2(x-1)(x+3) = (x+3)^2$$

$$(x+3)(2x-2-x-3) = 0$$

$$(x+3)(x-5) = 0$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

Câu 4. [TH] Tìm x thỏa mãn $\sqrt{2+\sqrt{x}} = 2$

Lời giải

Đáp án: $x = 4$

Điều kiện $x \geq 0$

$$\sqrt{2+\sqrt{x}} = 2$$

$$2+\sqrt{x} = 4$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$

Câu 5. [VD]: Cho $x^3 - 1$ thỏa mãn $\sqrt{x-1} = 2$. Giá trị của biểu thức $x^2 - 3x$ là:

Lời giải

Đáp án: 10

$$\sqrt{x-1} = 2 \hat{=} x-1 = 4 \hat{=} x = 5$$

Thay $x = 5$ vào $x^2 - 3x$ ta được: $25 - 15 = 10$

Câu 6. [VD] Tìm x để $A = x + 1 - 2\sqrt{x-2}, (x^3 - 2)$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

Lời giải

Đáp án: $x = 3$

$$A = x + 1 - 2\sqrt{x-2}, (x^3 - 2)$$

$$= (x - 2 - 2\sqrt{x-2} + 1) + 2$$

$$= (\sqrt{x-2} - 1)^2 + 2^3 - 2 = x^3 - 2$$

$$\sqrt{x-2} = 1$$

Dấu “=” xảy ra khi

$$x - 2 = 1$$

$$x = 3$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

$$1) \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \hat{=} \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

$$2) \sqrt{f(x)} = g(x) \hat{=} \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$$

$$3) \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)} \hat{=} \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) + g(x) + 2\sqrt{f(x).g(x)} = h(x) \end{cases}$$

$$4) \sqrt[3]{f(x)} = g(x) \hat{=} f(x) = g^3(x)$$

$$5) \sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{g(x)} \hat{=} f(x) = g(x)$$

$$6) \sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{g(x)} = \sqrt[3]{h(x)}$$

$$f(x) + g(x) + 3\sqrt[3]{f(x).g(x)}(\sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{g(x)}) = h(x)$$

$$f(x) + g(x) + 3\sqrt[3]{f(x).g(x)}.\sqrt[3]{h(x)} = h(x)$$

$$3\sqrt[3]{f(x).g(x).h(x)} = h(x) - f(x) - g(x)$$

$$27f(x)g(x)h(x) = [h(x) - f(x) - g(x)]^3$$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x+1} = x-1$

Lời giải

$$\sqrt{x+1} = x-1$$

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+1 = (x-1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x+1 = (x-1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x+1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x+1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x(x-3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x(x-3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$x = 3$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$.

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình: $x - \sqrt{2x+3} = 0$

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Ta có: $x - \sqrt{2x+3} = 0$

$$\sqrt{2x+3} = x$$

$$\begin{cases} x^3 \geq 0 \\ 2x+3 = x^2 \end{cases}$$

$$2x+3 = x^2$$

$$\begin{cases} x^3 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\begin{cases} x^3 \geq 0 \\ (x+1)(x-3) = 0 \end{cases}$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x^3 \geq 0 \\ x+1 = 0 \\ x-3 = 0 \end{cases}$$

$$x+1 = 0$$

$$x-3 = 0$$

$$\begin{cases} x^3 \geq 0 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x = -1$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$.

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình $\sqrt{x-2} = 3\sqrt{x^2-4}$

Lời giải

:

a) Cách 1

$$\sqrt{x-2} = 3\sqrt{x^2-4}$$

$$\begin{cases} x^3 \geq 2 \\ x-2 = 9(x^2-4) \end{cases}$$

$$x-2 = 9(x^2-4)$$

Cách 2: Điều kiện: $x^3 \geq 2$

$$\sqrt{x-2} - 3\sqrt{x^2-4} = 0$$

$$\sqrt{x-2} - 3\sqrt{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\sqrt{x-2}(1-3\sqrt{x+2}) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-2} = 0 \\ 1-3\sqrt{x+2} = 0 \end{cases}$$

$$1-3\sqrt{x+2} = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\acute{a} = 2$$

$$\grave{e} = \frac{-17}{9}$$

Kết hợp điều kiện ta được $x = 2$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.

VD4 [VD]: Giải các phương trình

a) $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$

b) $2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{1-2x} + \sqrt{1-x}$$

$$\begin{cases} 1-2x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$x+4 = 1-2x + 1-x + 2\sqrt{(1-2x)(1-x)}$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2x+1 = \sqrt{2x^2-3x+1}$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2x+1 \geq 0$$

$$(2x+1)^2 = 2x^2 - 3x + 1$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x^2 + 7x = 0$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\acute{a} = 0$$

$$\grave{e} = -7$$

$$x = 0$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$.

b) Điều kiện $x^3 - 3$

$$2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$x+3+2\sqrt{x+3}+1=9x^2$$

$$(\sqrt{x+3}+1)^2=9x^2$$

$$\sqrt{x+3}+1=3x$$

$$\sqrt{x+3}+1=-3x \dots$$

$$=1$$

$$= \frac{-5 - \sqrt{97}}{18}$$

$$\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2 - x}$$

$$(x^2 - 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} = 0$$

2)

$$3) \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1$$

$$4) \sqrt{15 - x} + \sqrt{3 - x} = 6$$

$$5) \sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$$

Hướng dẫn:

1)

$$\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2 - x}$$

$$\begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 4 = 2 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases}$$

$$x = -2$$

2)

$$(x^2 - 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} = 0$$

3)

$$\sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1$$

$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 6 = 4x^2 - 4x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 + 2x - 5 = 0 \end{cases}$$

$$x = 1$$

4)

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 \geq 0 \\ \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 \geq 0 \\ \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ 18 - 2x + 2\sqrt{(15-x)(3-x)} = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ \sqrt{(15-x)(3-x)} = 9+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 \leq x \leq 3 \\ (15-x)(3-x) = (9+x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -9 \leq x \leq 3 \\ 36x + 36 = 0 \end{cases}$$

$$x = -1$$

5)

$$\begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ 1 - x \geq 0 \\ 1 - 2x \geq 0 \end{cases}$$

Điều kiện

$$-4 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

Với điều kiện trên,

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{1-x} + \sqrt{1-2x}$$

$$x+4 = 1-x + 2\sqrt{1-3x+2x^2} + 1-2x$$

$$\sqrt{1-3x+2x^2} = 2x+1$$

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 1-3x+2x^2 = (2x+1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 2x^2 + 7x = 0 \end{cases}$$

$$x = 0$$

Kết hợp với điều kiện ban đầu, phương trình

đã cho có nghiệm $x = 0$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{18x} - 6\sqrt{\frac{2x}{9}} = 3 - \sqrt{\frac{x}{2}}$

b) $\sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} = 1$

c) $\sqrt{3x} - 2\sqrt{12x} + \frac{1}{3}\sqrt{27x} = -4$

d) $\sqrt{4(1-3x)} + \sqrt{9(1-3x)} = 10$

e) $3\sqrt{2x} + 5\sqrt{8x} - 20 - \sqrt{18x} = 0$

f) $\frac{2}{3}\sqrt{x-3} + \frac{1}{6}\sqrt{x-3} - \sqrt{x-3} = -\frac{2}{3}$

Hướng dẫn:

a) $\sqrt{18x} - 6\sqrt{\frac{2x}{9}} = 3 - \sqrt{\frac{x}{2}} \quad (x > 0)$

$$3\sqrt{2x} - 2\sqrt{2x} + \frac{1}{2}\sqrt{2x} = 3$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2x} = 3$$

$$\sqrt{2x} = 2$$

$$4x = 4$$

$$x = 1 \quad (\text{tm})$$

c) $\sqrt{3x} - 2\sqrt{12x} + \frac{1}{3}\sqrt{27x} = -4$

b) $\sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} = 1$

$$4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} = 1 \quad (x \geq -1)$$

$$\sqrt{x+1} = 1$$

$$x+1 = 1$$

$$x = 0 \quad (\text{tm})$$

d) $\sqrt{4(1-3x)} + \sqrt{9(1-3x)} = 10$

$$\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} + \sqrt{3x} = -4 (x \geq 0)$$

$$2\sqrt{1-3x} + 3\sqrt{1-3x} = 10 \left(x \leq \frac{1}{3} \right)$$

$$-2\sqrt{3x} = -4$$

$$5\sqrt{1-3x} = 10$$

$$\sqrt{3x} = 2$$

$$\sqrt{1-3x} = 2$$

$$3x = 4$$

$$1-3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ (tm)}$$

$$-3x = -3$$

$$x = 1 \text{ (ktm)}$$

$$e) 3\sqrt{2x} + 5\sqrt{8x} - 20 - \sqrt{18x} = 0$$

$$f) \frac{2}{3}\sqrt{x-3} + \frac{1}{6}\sqrt{x-3} - \sqrt{x-3} = -\frac{2}{3} (x \geq 3)$$

$$3\sqrt{2x} + 10\sqrt{2x} - 3\sqrt{2x} = 20 (x \geq 0)$$

$$\frac{\sqrt{x-3}}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$10\sqrt{2x} = 20$$

$$\sqrt{x-3} = 4$$

$$\sqrt{2x} = 2$$

$$x-3 = 16$$

$$2x = 4$$

$$x = 19 \text{ (tmdk)}$$

$$x = 2 \text{ (tm)}$$

Bài 3. [TH] Giải các phương trình sau:

a. $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} = 4 + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}}$

b. $\sqrt{x-3} = 3-x$

c. $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

d. $\sqrt{x^2-1} - x^2 + 1 = 0$

h. $\sqrt{4x^2-9} = 2\sqrt{2x+3}$

i. $\frac{1}{3}\sqrt{x-2} - \frac{2}{3}\sqrt{9x-18} + 6\sqrt{\frac{x-2}{81}} = -4$

j. $3\sqrt{x^2-1} + 2\sqrt{x+1} = 0$

k. $\sqrt{9x+27} + 4\sqrt{x+3} - \frac{3}{4}\sqrt{16x+48} = 0$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

e. $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \sqrt{25x-25} + 2 = 0$

f. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x^2 - 1$

g. $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

l. $\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 0$

m. $\sqrt{1-x} + \sqrt{4-4x} = \frac{1}{3}\sqrt{16-16x} + 5$

n. $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} + 4x^2 = 25$

Hướng dẫn:

a) $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} = 4 + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} \quad (x \geq 5)$

$2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} - \sqrt{x-5} = 4$

b) $\sqrt{x-3} = 3-x \quad (0 \leq x \leq 3)$

$x-3 = 9-6x+x^2$

$x^2 - 7x + 12 = 0$

c) $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$

$2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} - \sqrt{x-5} = 4$

$0x = 4 \quad (VN)$

d) $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

$x^2 - 1 = x^4 - 2x^2 + 1$

$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

$\begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 1 \end{cases}$

e) $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} - \sqrt{25x-25} + 2 = 0$

$\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-1} - 5\sqrt{x-1} = -2 \quad (x \geq 1)$

$-2\sqrt{x-1} = -2$

$x-1 = 1$

$x = 2 \quad (tm)$

f) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x^2 - 1 \quad (x \leq -1; x \geq 1)$

$x^2 - 2x + 1 = x^4 - 2x^2 + 1$

$x^4 - 3x^2 + 2x = 0$

$x = 0(ktm), x = 1; x = 2(tm)$

j) $3\sqrt{x^2 - 1} + 2\sqrt{x+1} = 0$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} = 0 \\ \sqrt{x+1} = 0 \end{cases}$$

$$x = -1$$

$$k / \sqrt{9x+27} + 4\sqrt{x+3} - \frac{3}{4}\sqrt{16x+48} = 0 \quad (x \geq -3)$$

$$3\sqrt{x+3} + 4\sqrt{x+3} - 3\sqrt{x+3} = 0$$

$$\sqrt{x+3} = 0 \Rightarrow x = -3(tm)$$

$$l / \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$x = -2$$

$$m / \sqrt{1-x} + \sqrt{4-4x} = \frac{1}{3}\sqrt{16-16x} + 5 \quad (x \leq 1)$$

$$\sqrt{1-x} + 2\sqrt{1-x} - \frac{4}{3}\sqrt{1-x} = 5$$

$$\frac{5}{3}\sqrt{1-x} = 5$$

$$1-x = 9$$

$$x = -8(tm)$$

$$n) \sqrt{4x^2 - 20x + 25} + 4x^2 = 25$$

$$\sqrt{(2x-5)^2} = 25 - 4x^2$$

$$\begin{cases} 2x-5 = 25-4x^2 \\ 2x-5 = 4x^2-25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3; x = \frac{5}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

Bài 4. [TH] Giải các phương trình sau:

$$x^2 - 5 + 5\sqrt{x^2 + 1} = 0$$

1.

$$\sqrt{9x-9} + \sqrt{25x-25} = \sqrt{\frac{x-1}{9}} + 1$$

2.

$$x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$$

7.

$$\frac{1}{2}\sqrt{x-1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x-9} + 24\sqrt{\frac{x-1}{64}} = -17$$

8.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$3\sqrt{4x+4} - \sqrt{9x+9} - 8\sqrt{\frac{x+1}{16}} = 5$$

3.

$$x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7$$

4.

$$\sqrt{9x-45} - \sqrt{x-5} - 4 - \frac{1}{2}\sqrt{4x-20}$$

5.

$$\frac{1}{3}\sqrt{9x+9} - 2\sqrt{x+1} + 8\sqrt{\frac{4x+4}{25}} = 11$$

6.

$$9. \sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 4(5 - \sqrt{x-2})$$

$$10. (x+1)(x+4) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$$

$$11. \frac{2}{3}\sqrt{9x-9} + \frac{1}{3}\sqrt{4x-4} - \sqrt{16x-16} = \frac{10}{3}$$

$$12. 4x^2 - 12x - 5\sqrt{4x^2 - 12x + 11} + 15 = 0$$

$$13. \frac{3}{2}\sqrt{4+8x} - \frac{5}{3}\sqrt{9+18x} - \frac{1}{4}\sqrt{16+32x} = 1$$

Hướng dẫn

$$1) x^2 - 5 + 5\sqrt{x^2 + 1} = 0$$

$$x^2 + 1 + 5\sqrt{x^2 + 1} - 6 = 0$$

$$\sqrt{x^2 + 1} = 1$$

$$x = 0$$

$$2) \sqrt{9x-9} + \sqrt{25x-25} = \sqrt{\frac{x-1}{9}} + 1 (x \geq 1)$$

$$3\sqrt{x-1} + 5\sqrt{x-1} - \frac{1}{3}\sqrt{x-1} = 1$$

$$\sqrt{x-1} = \frac{3}{23}$$

$$x = \frac{538}{529}$$

$$3) 3\sqrt{4x+4} - \sqrt{9x+9} - 8\sqrt{\frac{x+1}{16}} = 5$$

$$6\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x+1} = 5 (x \geq -1)$$

$$\sqrt{x+1} = 5 \Rightarrow x = 24 (tm)$$

$$4) x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7$$

$$x^2 - 3x + 5 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} - 12 = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4; x = -1$$

$$5) \sqrt{9x - 45} - \sqrt{x - 5} - 4 = \frac{1}{2}\sqrt{4x - 20} (x \geq 5)$$

$$3\sqrt{x - 5} - \sqrt{x - 5} + \sqrt{x - 5} = 4$$

$$3\sqrt{x - 5} = 4 \Rightarrow x - 5 = \frac{16}{9} \Rightarrow x = \frac{61}{9} (tm)$$

$$6) \frac{1}{3}\sqrt{9x + 9} - 2\sqrt{x + 1} + 8\sqrt{\frac{4x + 4}{25}} = 11$$

$$\sqrt{x + 1} - 2\sqrt{x + 1} + \frac{16}{5}\sqrt{x + 1} = 11 (x \geq -1)$$

$$\frac{11}{5}\sqrt{x + 1} = 11 \Rightarrow \sqrt{x + 1} = 5 \Rightarrow x = 24 (tm)$$

$$7) x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$$

$$x^2 - 4x + 6 - \sqrt{2}\sqrt{x^2 - 4x + 6} - 12 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 3\sqrt{2} \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{-2 + 3\sqrt{2}}$$

$$8) \frac{1}{2}\sqrt{x - 1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x - 9} + 24\sqrt{\frac{x - 1}{64}} = -17$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x - 1} - \frac{9}{2}\sqrt{x - 1} + 3\sqrt{x - 1} = -17 (x \geq 1)$$

$$-\sqrt{x - 1} = -17 \Rightarrow x = 290 (tm)$$

$$9) \sqrt{36x - 72} - 15\sqrt{\frac{x - 2}{25}} = 4(5 - \sqrt{x - 2}) (x \geq 2)$$

$$6\sqrt{x - 2} - 3\sqrt{x - 2} + 4\sqrt{x - 2} = 20$$

$$7\sqrt{x - 2} = 20 \Rightarrow x = \frac{498}{49} (tm)$$

$$10) (x + 1)(x + 4) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$$

$$x^2 + 5x + 2 - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + 2 = 4 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

$$11) \frac{2}{3}\sqrt{9x - 9} + \frac{1}{3}\sqrt{4x - 4} - \sqrt{16x - 16} = \frac{10}{3} (x \geq 1)$$

$$2\sqrt{x - 1} + \frac{2}{3}\sqrt{x - 1} - 4\sqrt{x - 1} = \frac{10}{3}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\frac{-4}{3}\sqrt{x-1} = \frac{10}{3} \text{ (PTVN)}$$

$$12) 4x^2 - 12x - 5\sqrt{4x^2 - 12x + 11} + 15 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 11 - 5\sqrt{4x^2 - 12x + 11} + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 11 = 16 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{14}}{2}$$

$$13) \frac{3}{2}\sqrt{4+8x} - \frac{5}{3}\sqrt{9+18x} - \frac{1}{4}\sqrt{16+32x} = 1 \left(x \geq \frac{-1}{2} \right)$$

$$3\sqrt{1+2x} - 5\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+2x} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+2x} = -1 \text{ (PTVN)}$$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

$$\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1$$

a.

$$\sqrt{9x^2 + 18} + 2\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{25x^2 + 50} + 3 = 0$$

b.

$$\sqrt{x} + \sqrt{2-x} = 1$$

c.

$$\sqrt{4-8x} + \frac{6}{5}\sqrt{25-50x} - 49\sqrt{\frac{9-18x}{49}} + 39 = 0$$

d.

$$\sqrt{x+5} = 1 + \sqrt{x}$$

e.

$$5\sqrt{2x+1} + \frac{7}{3}\sqrt{8x+9} - \sqrt{8x+4} - \sqrt{2x+1} = 18$$

f.

$$\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = 2$$

g.

$$2\sqrt{9x+9} - \frac{1}{4}\sqrt{16x+16} - 5\sqrt{x+1} = -6 - \sqrt{4x+4}$$

h.

Hướng dẫn:

$$a) \sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1 \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$\Rightarrow 1-x = (1-\sqrt{x})^2 \Rightarrow 1-x = 1-2\sqrt{x}+x$$

$$2x-2\sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0; x=1$$

$$b) \sqrt{9x^2+18} + 2\sqrt{x^2+2} - \sqrt{25x^2+50} + 3 = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$3\sqrt{x^2+2}+2\sqrt{x^2+2}-5\sqrt{x^2+2x}=-3$$

$$0x=-3(VN)$$

$$c)\sqrt{x}+\sqrt{2-x}=1(0\leq x\leq 2)$$

$$\sqrt{2-x}=1-\sqrt{x}\Rightarrow 2-x=1-2\sqrt{x}+x$$

$$2x-2\sqrt{x}-1=0\Rightarrow x=\frac{2+\sqrt{3}}{2}(tm)$$

$$d)\sqrt{4-8x}+\frac{6}{5}\sqrt{25-50x}-49\sqrt{\frac{9-18x}{49}}+39=0\left(x\leq\frac{1}{2}\right)$$

$$2\sqrt{1-2x}+6\sqrt{1-2x}-21\sqrt{1-2x}=-39$$

$$-13\sqrt{1-2x}=-39\Rightarrow 1-2x=9\Rightarrow x=4(tm)$$

$$e)\sqrt{x+5}=1+\sqrt{x}(x\geq 0)\Rightarrow x+5=1+x+2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=4\Rightarrow x=4(tm)$$

$$f)5\sqrt{2x+1}+\frac{7}{3}\sqrt{18x+9}-\sqrt{8x+4}-\sqrt{2x+1}=18$$

$$5\sqrt{2x+1}+7\sqrt{2x+1}-2\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x+1}=18\left(x\geq\frac{-1}{2}\right)$$

$$8\sqrt{2x+1}=18\Rightarrow x=\frac{65}{32}(tm)$$

$$g/\sqrt{x}+\sqrt{3x-2}=2\left(0\leq x\leq\frac{2}{3}\right)\Rightarrow 3x-2=4-4\sqrt{x}+x$$

$$2x+4\sqrt{x}-2=0\Rightarrow x=-1+\sqrt{2}$$

$$h/2\sqrt{9x+9}-\frac{1}{4}\sqrt{16x+16}-5\sqrt{x+1}=-6-\sqrt{4x+4}$$

$$6\sqrt{x+1}-\sqrt{x+1}-5\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+1}=-6(x\geq -1)$$

$$\sqrt{x+1}=-3(ptvn)$$

Bài 6. Giải các phương trình sau:

$$1)\sqrt{4-\sqrt{1-x}}=\sqrt{2-x}$$

$$2)x^2+\sqrt{x+1}=1$$

$$3)\sqrt{x}+\sqrt{x+2}=\frac{4}{\sqrt{x+2}}$$

$$4)\sqrt{x^3-1}=\sqrt{x^2+3x-1}$$

$$5)\sqrt{x^2+8}-\sqrt{x^2+4x-1}=1$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Bài 7. [TH] Giải các phương trình sau:

1) $x + \sqrt{x-1} = 13$

2) $3\sqrt{x+34} - 3\sqrt{x-3} = 1$

3) $\sqrt{2x+5} - \sqrt{3x-5} = 2$

4) $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+4}} = x+1$

5) $\sqrt{x+3} = 5 - \sqrt{x-2}$

6) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-7} = \sqrt{12-x}$

7) $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} - \sqrt{x-4} + \sqrt{x+9} = 0$

8) $\sqrt{x-2} - 5 = 0$

9) $3 = \sqrt{6x-x^2}$

10) $\sqrt{5x-1} + 2\frac{1}{2} = 0$

11) $\sqrt{3-2x} + 3 = \frac{19}{6}$

12) $\sqrt{8 - \frac{2}{3}x} - 5\sqrt{2} = 0$

13) $\sqrt{16x+17} = 8x-23$

14) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} = 3$

15) $20 - \sqrt{3-2x} = |2x-3|$

Bài 8. [TH] Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{x^2-1} = x-1$

2) $x - \sqrt{2x+3} = 0$

3) $x^2 + \sqrt{x+1} = 1$

4) $\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} = 3$

5) $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$

6) $\sqrt{3+x} - \sqrt{2-x} = 1$

7) $\sqrt{x+9} = 5 - \sqrt{2x+4}$

8) $\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+1} = \sqrt{x+3}$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

9) $x - \sqrt{4x - 3} = 2$

Bài 9 [VD] Giải các phương trình sau:

1) $x - 7\sqrt{x - 3} - 9 = 0$

2) $\frac{1}{2}\sqrt{x - 1} - \frac{9}{2}\sqrt{x - 1} + 3\sqrt{x - 1} = -17$

3) $\sqrt{x - 3} - \frac{5}{3}\sqrt{9x - 27} + \frac{3}{2}\sqrt{4x - 12} = -1$

4) $x + 5 - 5\sqrt{x - 1} = 0$

5) $(x + 3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12$

6) $3x - 7\sqrt{x} + 4 = 0$

DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP 2: DÙNG HẸNG ĐẲNG THỨC

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{x^2} = 2$ có tập nghiệm là:

A. $S = \{\pm 2\}$

B. $S = \{4\}$

C. $S = \{2\}$

D. $S = \{-2\}$

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Thử tất cả các đáp án, ta thấy $x = \pm 2$ là nghiệm của phương trình

Cách 2:

$$\sqrt{x^2} = 2$$

$$|x| = 2$$

$$x = \pm 2$$

Câu 2. [NB] Trong các số dưới đây, số nào là nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 5$?

A. 4

B. -4

C. ± 4

D. 5

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Thử tất cả các đáp án, ta thấy $x = 4$ là một nghiệm của phương trình.

Cách 2: $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 5$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$|x+1|=5$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=-6 \end{cases}$$

Câu 3. [NB] Phương trình $x - 6\sqrt{x} + 9 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = 0$.

B. $x = 9$.

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn B.

ĐK: $x \geq 0$

$$x - 6\sqrt{x} + 9 = 0$$

$$(\sqrt{x} - 3)^2 = 0$$

$$\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$

Câu 4. [NB] Số nghiệm của phương trình $(\sqrt{x} - 1)^2 = (3 - \sqrt{x})^2$ là:

A. Một nghiệm.

B. Hai nghiệm.

C. Ba nghiệm.

D. Bốn nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

ĐK: $x \geq 0$

$$(\sqrt{x} - 1)^2 = (3 - \sqrt{x})^2$$

$$\sqrt{x} - 1 = 3 - \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1 = \sqrt{x} - 3$$

$$2\sqrt{x} = 4$$

$$x = 4$$

Câu 5. [TH] Phương trình $(\sqrt{x-1} - 1)^2 + (\sqrt{x+2} - 2)^2 = 0$ có nghiệm là:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x^3 - 1$

$$(\sqrt{x-1} - 1)^2 + (\sqrt{x+2} - 2)^2 = 0$$

$$\sqrt{x-1} - 1 = 0$$

$$\sqrt{x+2} - 2 = 0$$

$$x - 1 = 1$$

$$x + 2 = 4$$

$$x = 2$$

Câu 6. [TH] Phương trình $x - 8 - 2\sqrt{x-8} = -1$ có nghiệm là:

A. $x = 16$.

B. $x = 0$.

C. $x = 9$.

D. $x = 32$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x^3 - 8$

Cách 1: Thay $x = 9$ thỏa mãn phương trình

Cách 2: $x - 8 - 2\sqrt{x-8} = -1$

$$(\sqrt{x-8} - 1)^2 = 0$$

...

Câu 7. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 3$ là:

A. Một nghiệm.

C. Ba nghiệm

B. Hai nghiệm

D. Bốn nghiệm

Lời giải

Chọn B.

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 3$$

$$|2x - 1| = 3$$

$$2x - 1 = 3$$

$$2x - 1 = -3$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\frac{1}{x} = 2$$

$$\frac{1}{x} = -1$$

Câu 8. [TH] Số nghiệm của phương trình $3x - 2\sqrt{3x} + 1 = 0$ là:

A. Một nghiệm.

C. Ba nghiệm

B. Hai nghiệm

D. Bốn nghiệm

Lời giải

Chọn A.

$$\text{ĐK: } x \geq 0$$

$$3x - 2\sqrt{3x} + 1 = 0$$

$$(\sqrt{3x} - 1)^2 = 0$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Câu 9. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2$ là:

A. - 2.

B. 1.

C. 3.

D. - 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2$$

$$|x + 1| = 2$$

$$\frac{1}{x} = 1$$

$$\frac{1}{x} = -3$$

$$1 + (-3) = -2$$

:

Do đó

Câu 10. [VD] Số nghiệm của phương trình $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{(x-2)(x-1)}$ là:

A. Một nghiệm.

C. Ba nghiệm.

B. Hai nghiệm.

D. Bốn nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

$$\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{(x-2)(x-1)}$$

$$x > 2$$

$$\sqrt{x-1} = |x-2|\sqrt{x-1}$$

$$x > 2$$

$$x-2=1$$

$$x > 2$$

$$x=3$$

$$x=3$$

Câu 11. [VD] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-1}=x$ là:

A. Một nghiệm.

B. Hai nghiệm.

C. Ba nghiệm.

D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

$$\sqrt{x^2-1}=x$$

$$|x|=x+1$$

$$x=x+1$$

$$x=-x-1$$

$$2x=-1$$

$$x=-\frac{1}{2}$$

Câu 12. [VDC] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2+2\sqrt{x-3}}=x$ là:

C. Một nghiệm.

D. Hai nghiệm.

C. Ba nghiệm.

D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D.

$$ĐK \ x \geq 3$$

$$\sqrt{x-2+2\sqrt{x-3}}=x$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-3}+1)^2} = x$$

$$|\sqrt{x-3}+1| = x$$

$$\sqrt{x-3} = x-1$$

$$x-3 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\frac{x-2}{x-1} = 1$$

$$\frac{x-2}{x-1} = 2$$

PTVN

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{x+4} - 2\sqrt{x+3} = 2$

a) Phương trình xác định với mọi giá trị của x

b) ĐKXD: $x \geq -3$

c) ĐKXD: $x^3 - 3$

d) ĐKXD: $x^3 - 4$

Lời giải

b) S

b) S

c) Đ

d) S

$$\text{ĐKXD: } \begin{matrix} x+3 \geq 0 \\ x^3 - 3 \end{matrix}$$

Câu 2. Phương trình $\sqrt{(7x+1)^2} = m$ có nghiệm khi

a) $m = 0$.

b) $m > 0$.

c) $m < 0$.

d) $m^3 \geq 0$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) Đ

$$VT \geq 0 \Rightarrow x$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Do đó phương trình có nghiệm khi

$$m \geq 0$$

Câu 3: Phương trình $(\sqrt[3]{7x+1})^2 = 1$ có nghiệm là:

a) $x = 0$.

b) $x = \frac{-2}{7}$.

c) $x = 1$.

d) $x = 4$.

Lời giải

a) Đ

b) Đ

c) S

d) S

$$(\sqrt[3]{7x+1})^2 = 1$$

$$\sqrt[3]{7x+1} = 1$$

$$\sqrt[3]{7x+1} = -1$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{-2}{7}$$

Câu 4. Điều kiện của x để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1$ có nghiệm là?

a) $x = 1$

b) $x < 1$

c) $x \geq 1$

d) $x = -1$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 1$$

$$x \geq 1$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Do đó $VP = x - 1 \begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \begin{matrix} x^3 \\ 1 \end{matrix}$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $(\sqrt{5-x})^2 = 4$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Đáp án: 1 nghiệm

Điều kiện $x \leq 5$

$$(\sqrt{5-x})^2 = 4$$

Câu 2. [NB] Tổng các giá trị của x để $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$ là:

Lời giải

Đáp án: 6

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2$$

$$|x - 3| = 2$$

$$\begin{matrix} \acute{e} \\ \grave{a} \\ \grave{a} \end{matrix} = 5$$

$$\begin{matrix} \acute{e} \\ \grave{a} \\ \grave{a} \end{matrix} = 1$$

Câu 3. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{9x^2 + 36x + 9} = 1$ là:

Lời giải

Đáp án: 2 nghiệm

$$\sqrt{9x^2 + 36x + 9} = 1$$

$$\sqrt{9(x+2)^2} = 1$$

$$3|x+2| = 1$$

$$\begin{matrix} \acute{e} \\ \grave{a} \\ \grave{a} \end{matrix} + 2 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{matrix} \acute{e} \\ \grave{a} \\ \grave{a} \end{matrix} + 2 = -\frac{1}{3}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\frac{1}{3} = \frac{-5}{3}$$
$$\frac{1}{3} = \frac{-7}{3}$$

Câu 4. [TH] Tìm x thỏa mãn $4\sqrt{x} = x + 4$

Lời giải

Đáp án: $x = 4$

Điều kiện $x \geq 0$

$$4\sqrt{x} = x + 4$$

$$(2 - \sqrt{x})^2 = 0$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$

Câu 5. [VD]: Cho $x \geq 1$ thỏa mãn $\sqrt{x^2} = 2$. Giá trị của biểu thức $x^2 - x$ là:

Lời giải

Đáp án: 2

$$\sqrt{x^2} = 2, x \geq 1 \Rightarrow x = 2$$

$$\sqrt{x^2} = 2 \Rightarrow x^2 = 4.$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 2$$

Câu 6. [VD] Nghiệm của phương trình $x - 3 = 2\sqrt{x - 2}$ là:

Lời giải

Đáp án: $x = 11$

$$x - 3 = 2\sqrt{x - 2}$$

$$x - 2 = 2\sqrt{x - 2} + 1 = 2$$

$$(\sqrt{x - 2} - 1)^2 = 2$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\sqrt{x-2} = 3$$

$$\sqrt{x-2} = -1$$

$$x = 11$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

1) $A^2 = 0$

$$A = 0$$

2)

$$A^2 = B^2$$

$$\begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$$

3)

$$A^2 + B^2 = 0$$

$$\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

4)

$$\sqrt{f^2(x)} = g(x)$$

$$|f(x)| = g(x)$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x = 8$

b) $4\sqrt{x+3} = 1 + 4x + \frac{3}{x}$

Lời giải

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + x = 8$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 8 - x$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{(x-2)^2} = 8-x$$

$$|x-2| = 8-x$$

$$x-2 = 8-x$$

$$2x-2 = 8-x$$

$$3x = 10$$

$$x = \frac{10}{3}$$

$$x = 5$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

b)

$$4\sqrt{x+3} = 1+4x + \frac{3}{x}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \\ 4x\sqrt{x+3} = x + 4x^2 + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \\ (\sqrt{x+3} - 2x)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \\ \sqrt{x+3} - 2x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 4x^2 - x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$x = 1$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.

Ví dụ 2 [TH]: Giải các phương trình sau:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

a) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$

b) $4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$

Lời giải

a) Điều kiện: $x \geq 1$

Ta có:

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

$$\sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} + \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1} = 2$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} = 2$$

$$|\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{x-1}-1| = 2$$

$$\sqrt{x-1}+1 + |\sqrt{x-1}-1| = 2$$

$$|\sqrt{x-1}-1| = 1 - \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{x-1}-1 \leq 0$$

$$\sqrt{x-1} \leq 1$$

$$x-1 \leq 1$$

$$x \leq 2$$

Kết hợp với điều kiện $1 \leq x \leq 2$

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm

b) Điều kiện $x \geq \frac{1}{2}$

$$4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$$

$$(2x - \sqrt{x+3})^2 + (1 - \sqrt{2x-1})^2 = 0$$

$$x = 1$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$

Ví dụ 3 [TH]: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-4\sqrt{x}+4} = 3$

b) $12\sqrt{x} + 2\sqrt{x-1} = 3x + 9$

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10a) ĐK: $x \geq 0$

Ta có:

$$\sqrt{x-4\sqrt{x}+4}=3$$

$$\sqrt{(\sqrt{x}-2)^2}=3$$

$$|\sqrt{x}-2|=3$$

$$\sqrt{x}-2=3$$

$$\sqrt{x}-2=-3$$

$$\sqrt{x}=5$$

$$\sqrt{x}=-1$$

$$x=25$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=25$.**VD4 [VD]:** Giải phương trình

$$\sqrt{x-2}+\sqrt{2x-5}+\sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}}=7\sqrt{2}$$

Lời giảiĐiều kiện: $x \geq \frac{5}{2}$ b) Điều kiện $x \geq 1$.

Ta có:

$$12\sqrt{x}+2\sqrt{x-1}=3x+9$$

$$(\sqrt{x-1}+1)^2=(2\sqrt{x}-3)^2$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-1}+1=2\sqrt{x}-3 \\ \sqrt{x-1}+1=3-2\sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-1}+4=2\sqrt{x} \\ \sqrt{x-1}+2\sqrt{x}=2(*) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-1}+4=2\sqrt{x} \\ \sqrt{x-1}+2\sqrt{x}=2(*) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-1}+4=2\sqrt{x} \\ \sqrt{x-1}+2\sqrt{x}=2(*) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ 9x^2-154x+289=0 \\ x=1(KHĐK) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{77+\sqrt{3328}}{9} (TMDK) \\ x=1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm

$$S=\left\{1; \frac{77+\sqrt{3328}}{9}\right\}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Ta có: $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x-5} = 7\sqrt{2}$

$$\sqrt{2x-5} + 2\sqrt{2x-5} + 1 + \sqrt{2x-5} + 6\sqrt{2x-5} + 1 = 14$$

$$|\sqrt{2x-5} + 1| + |\sqrt{2x-5} + 3| = 14$$

$$\sqrt{2x-5} + 1 + \sqrt{2x-5} + 3 = 14$$

$$\sqrt{2x-5} = 5$$

$$2x-5 = 25$$

$$x = 15$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 15$

$$1) \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 5$$

$$2) \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 2x - 1$$

$$3) \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 4$$

$$4) \sqrt{x + 4\sqrt{x + 4}} = 5x + 2$$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

$$1) \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{2x^2 + 8x + 8} = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

$$2) \sqrt{x + 6 - 2\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 11 - 6\sqrt{x + 2}} = 1$$

$$3) \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 2x = 10$$

$$4) x^2 + 2x - \sqrt{x^2 + 2x + 1} - 5 = 0$$

$$5) \sqrt{x - 2\sqrt{x + 1}} - \sqrt{x - 4\sqrt{x + 4}} = 10$$

$$6) \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$$

Bài 3. [VD] Giải các phương trình sau:

$$1) x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = 2$$

$$2) \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = \frac{x + 3}{2}$$

$$3) \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + x + 1} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

4) $\sqrt{x+8} - 6\sqrt{x-1} = 4$

DẠNG 3: PHƯƠNG PHÁP 3: ĐẶT ẨN PHỤ

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Nêu điều kiện của $t = \sqrt{x-2}$?

- A. $t \geq 0$. B. $t = 0$. C. $t > 0$. D. $t \notin 0$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 2. [NB] Nêu điều kiện của $t = \sqrt{x^2+4}$

- A. $t \geq 4$. B. $t \geq 0$. C. $t > 0$. D. $t \geq 2$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 3. [NB] Phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \{1; 3\}$. B. $S = \{-5\}$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \{5\}$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = \sqrt{x-1} (t \geq 0)$ và $x = t^2 + 1$. Khi đó phương trình trở thành: $t = t^2 + 1 - 3$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$(t+1)(t-2) = 0$$

$$t = 2$$

$$\Rightarrow x - 1 = 4$$

$$x = 5$$

Câu 4. [NB] Số nghiệm của phương trình $2x - \sqrt{2x-5} = 4$ là?

- A. Một nghiệm. B. Hai nghiệm.
C. Ba nghiệm. D. vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$t = \sqrt{2x-5} \ (t \geq 0) \Rightarrow 2x = t^2 + 5$. Khi đó phương trình cho trở thành: $t^2 - t + 1 = 0$

Đặt

$$t^2 - \frac{1}{2}t + \frac{3}{4} = 0$$

Câu 5. [TH] Phương trình $x + \sqrt{x+1} = 2 - \sqrt{x+1}$ có nghiệm là:

- A. $x = 0$. B. $x^3 - 1$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 6. [TH] Phương trình $2x - \sqrt{x-8} = \sqrt{x-8} + 16$ có tập nghiệm là:

- A. $\{8; 9\}$. B. $\{-8; -9\}$. C. $\{-8; 9\}$. D. $\{8; -9\}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 7. [TH] Số nghiệm của phương trình $2\sqrt{x-4} = x-4$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn B

ĐKXD: $x \geq 4$

Đặt $t = \sqrt{x-4}$, ($t \geq 0$), phương trình trở thành $2t = t^2$

$$t^2 - 2t = 0$$

$$t = 0$$

$$t = 2$$

$$x = 4(TM)$$

$$x = 8(KTM)$$

Câu 8. [TH] Tích các nghiệm của phương trình $3\sqrt{x+3} = 4x+11$ là

- A. 1. B. -1. C. 2. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXD: $x \geq -3$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$t = \sqrt{x+3}$, ($t \geq 0$) $x = t^2 - 3$ phương trình trở thành $3t = 4t^2 - 1$

Đặt

$$4t^2 - 3t - 1 = 0$$

$$\Delta = 1$$

$$\Delta = \frac{-1}{4}$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1}}{8} = -\frac{1}{4}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là

Câu 9. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} + \sqrt{3x^2 - 2x + 2} = 7$ là:

- A. -3 . B. 3 . C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{3x^2 - 2x + 2}$, điều kiện $t \geq 0$. Khi đó $\sqrt{3x^2 - 2x + 9} = \sqrt{t^2 + 7}$.

Phương trình trở thành $\sqrt{t^2 + 7} + t = 7$

$$\sqrt{t^2 + 7} = 7 - t$$

$$t \leq 7$$

$$t^2 + 7 = t^2 - 14t + 49$$

$$t \leq 7$$

$$t = 3$$

$t = 3$ (Thỏa mãn)

Với $t = 3$ ta có $\sqrt{3x^2 - 2x + 2} = 3$

$$3x^2 - 2x + 2 = 9$$

$$3x^2 - 2x - 7 = 0$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{22}}{3}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{22}}{3}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$.

Tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{1 + \sqrt{22}}{3} + \frac{1 - \sqrt{22}}{3} = \frac{2}{3}$.

Câu 10. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $x^2 + \sqrt{x^2 + 11} = 31$?

A. -1.

B. 1.

C. 10.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 11}$, $t \geq 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 + t - 42 = 0$$

$$\begin{cases} t = 6 \\ t = -7 \end{cases}$$

Vì $t \geq 0$ nên $t = 6$, thay vào ta có $\sqrt{x^2 + 11} = 6$

$$x^2 + 11 = 36$$

$$x = \pm 5$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \pm 5$.

Câu 11. [VD]

Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x + 12} = x^2 + 3x$ là?

A. 1.

B. -1.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 3x + 12}$, $t \geq 0$, phương trình thành $t^2 - t - 12 = 0$

$$\begin{cases} t = -3 \text{ (không thỏa)} \\ t = 4 \text{ (thỏa)} \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 12 = 16$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Câu 12. [VDC] Biết phương trình $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$. Tính tổng $T = x_1 + 2x_2$

A. -1.

B. -2.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt{x^2+3x}$, $t \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = -5 \end{cases}$$

Vì $t \geq 0$ và $t = 2$, thay vào ta có $\sqrt{x^2+3x} = 2$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x_1 = -4$ và $x_2 = 1 \Rightarrow T = x_1 + 2x_2 = -2$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Câu 1. Biết phương trình $\sqrt{x^2-3x+3} + \sqrt{x^2-3x+6} = 3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

a) $x_1 + 2x_2 = 0$.

b) $2x_1 = x_2$.

c) $x_1 = 2x_2$.

d) $2x_1 + x_2 = 0$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) S

Đặt $t = \sqrt{x^2-3x+3}$, ta có:

$$t = \sqrt{x^2-3x+3} \Rightarrow t^2 = x^2-3x+3 \Rightarrow x^2-3x = t^2-3$$

do đó điều kiện cho ẩn phụ t là $t \geq \frac{3}{4}$

Khi đó phương trình trở thành:

$$\sqrt{t} + \sqrt{t+3} = 3$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$t + t + 3 + 2\sqrt{t(t+3)} = 9$$

$$\sqrt{t(t+3)} = 3 - t$$

$$\begin{cases} 3 - t \geq 0 \\ t(t+3) = (3 - t)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t \leq 3 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$t = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 3 = 1$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2$$

$$\Rightarrow 2x_1 = x_2$$

Câu 2. Biết phương trình $\sqrt{\sqrt{x} - 1} + 2\sqrt{x} - 1 = x$. Nghiệm của phương trình là?

a) $x = 4$.

b) $x = 1$.

c) $x = -1$.

d) $x = 1; x = 4$.

Lời giải

a) Đ b) Đ c) S d) Đ

Thay $x = 4, x = 1$ vào phương trình thỏa mãn

Thay $x = -1$ vào phương trình không thỏa mãn

Câu 3: Chọn khẳng định đúng. Phương trình $\sqrt[3]{7x+1} = 7x+1$ có bao nhiêu nghiệm:

a) 3 nghiệm.

b) vô nghiệm.

c) vô số nghiệm

d) 2 nghiệm.

Lời giải:

a) Đ b) S c) S d) S

Đặt $t = \sqrt[3]{7x+1}$, phương trình trở thành: $t = t^3$

$$t(t^2 - 1) = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$= 0$$

$$= 1$$

$$= -1$$

$$x+1=0$$

$$x+1=1$$

$$x+1=-1$$

$$= \frac{-1}{7}$$

$$= 0$$

$$= \frac{-2}{7}$$

Câu 4. Biết phương trình $(x+5)(2-x)=3\sqrt{x^2+3x}$ có 2 nghiệm $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$. Hệ thức biểu thị mối quan hệ giữa 2 nghiệm là?

a) $x_1 = \frac{1}{4}x_2$.

b) $4x_1 + x_2 = 0$.

c) $x_1 + 4x_2 = 0$.

d) $x_1 = 4x_2$.

Lời giải

a)S b)S c)Đ d)S

Điều kiện: $x \geq -3; x \geq 0$ (1), đặt $t = \sqrt{x^2+3x}, t \geq 0$

Phương trình trở thành $t^2 + 3t - 10 = 0$

$$\begin{cases} t=2(\text{TM}) \\ t=-5(\text{KTM}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+3x} = 2$$

$$x^2+3x=4$$

$$= 1$$

$$= -4$$

$$x_1 + 4x_2 = 0$$

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x+12} = x^2+3x$ là?

Lời giải

Đáp án: - 3

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 3x + 12}, t \geq 0$, phương trình thành $t^2 - t - 12 = 0$

$$\begin{cases} t = -3 \text{ (KTM)} \\ t = 4 \text{ (TM)} \end{cases}$$

$$\text{P } x^2 + 3x + 12 = 16$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Câu 2. [NB] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1

ĐKXĐ: $x > 0$.

Ta có: $\sqrt{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = x + \frac{1}{x}$$

Đặt $t = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ P } t^2 = x + 2 + \frac{1}{x} \text{ P } x + \frac{1}{x} = t^2 - 2$

Phương trình trở thành:

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \text{ (KTM)} \\ t = 2 \text{ (TM)} \end{cases}$$

$$\text{P } \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x = 1$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....
 Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$.

Câu 3. [TH] Biết phương trình $(x + 5)(2 - x) = 3\sqrt{x^2 + 3x}$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$. Tính tổng $T = x_1 + 2x_2$

Lời giải

Đáp án: $T = -2$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 3x}$, $t \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = -5 \end{cases}$$

Vì $t \geq 0$ nên $t = 2$, thay vào ta có $\sqrt{x^2 + 3x} = 2$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x_1 = -4$ và $x_2 = 1 \Rightarrow T = x_1 + 2x_2 = -2$.

Câu 4. [TH] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4x - 1} - 6x + 2 = 0$ là bao nhiêu:

Lời giải

Đáp án: 1 nghiệm

ĐKXĐ: $x \geq \frac{1}{4}$

Đặt $t = \sqrt{4x - 1}$, $t \geq 0 \Rightarrow x = \frac{t^2 + 1}{4}$

Phương trình trở thành $t - 6 \frac{t^2 + 1}{4} + 2 = 0$

$$2t - 3(t^2 + 1) + 4 = 0$$

$$-3t^2 + 2t + 1 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$t=1 \text{ ta có } 1=\sqrt{4x-1}$$

Với

$$x=\frac{1}{2}$$

Câu 5. [VD] Tổng bình phương các nghiệm của phương trình:

$$\sqrt{x+2}+\sqrt{5-x}+\sqrt{(x+2)(5-x)}=4 \text{ là:}$$

Lời giải

Đáp án: 11

$$\text{ĐK } x \in [-2; 5] \text{ Đặt } t = \sqrt{x+2} + \sqrt{5-x}, t \geq 0.$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+2)(5-x)} = \frac{t^2 - 7}{2}$$

$$t + \frac{t^2 - 7}{2} = 4$$

Phương trình trở thành

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$\begin{cases} t = 3 \text{ (TM)} \\ t = -5 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -x^2 + 3x + 10 = 9$$

$$\begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = x_1 \text{ (TM)} \\ x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} = x_2 \text{ (TM)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 11$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

I. Đặt một ẩn phụ

1. Đặt một ẩn phụ hoàn toàn

$$af(x) + b\sqrt{f(x)} + g = 0, \text{ đặt } t = \sqrt{f(x)} \text{ Þ } f(x) = t^2$$

$$a(x-a)(x-b) + b(x-a)\sqrt{\frac{x-b}{x-a}} + g = 0, \text{ đặt } t = (x-a)\sqrt{\frac{x-b}{x-a}} \text{ Þ } (x-a)(x-b) = t^2$$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau $x^2 - 4x + 2 = 2\sqrt{x^2 - 4x + 5}$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 4x + 5} \quad (t \geq 1)$

$$\text{Đ } x^2 - 4x + 5 = t^2 \quad \text{Đ } x^2 - 4x + 2 = t^2 - 3$$

Khi đó phương trình (1) trở thành:

$$t^2 - 3 = 2t$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t+1)(t-3) = 0$$

$$t = -1 \text{ (k.t/m)}$$

$$t = 3 \text{ (t/m)}$$

$$t = 3 \text{ Đ } x^2 - 4x + 5 = 9$$

Với

$$x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$x = 2 - 2\sqrt{2}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{2 + 2\sqrt{2}; 2 - 2\sqrt{2}\}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình $(x+1)(x+4) = 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$

Lời giải

Ta có: $(x+1)(x+4) = 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$

$$x^2 + 5x + 4 = 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} \quad (2)$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 5x + 28} \quad (t \geq \frac{\sqrt{87}}{2})$

$$\text{Đ } x^2 + 5x + 28 = t^2 \quad \text{Đ } x^2 + 5x + 4 = t^2 - 24$$

Khi đó phương trình (2) trở thành:

$$t^2 - 24 = 5t$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$t^2 - 5t - 24 = 0$$

$$(t + 3)(t - 8) = 0$$

$$t = -3 \text{ (k.t/m)}$$

$$t = 8 \text{ (t/m)}$$

$$t = 8 \text{ Đ } x^2 + 5x + 28 = 64$$

Với

$$x^2 + 5x - 36 = 0$$

$$\Delta = -9$$

$$\Delta = \frac{7}{2}$$

$$S = \left\{ -9; \frac{7}{2} \right\}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình $3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$

Lời giải

Điều kiện $x^2 + 5x + 1 \geq 0$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 5x + 1} \text{ (} t \geq 0 \text{)}$

$$: 3t^2 + 2t - 5 = 0$$

Phương trình trở thành

$$\begin{cases} t = 1 \text{ (t/m)} \\ t = -\frac{5}{3} \text{ (l)} \end{cases}$$

$$t = 1 \text{ ta được } \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 1$$

Với

$$\begin{cases} x = 0 \text{ (tm)} \\ x = -5 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{0; -5\}$

VD4 [VD]: Giải phương trình

$$\text{a) } x(x+5) = 2\sqrt{x^2 + 5x - 2} - 2$$

$$\text{c) } (x-1)(x+3) + 2(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 8$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

b) $\sqrt{x} + \sqrt{9-x} = \sqrt{-x^2 + 9x + 9}$

Lời giải

a) Điều kiện: $x^2 + 5x - 2 \geq 0$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 5x - 2}$. Phương trình trở thành:

$$t^3 - 2t + 4 = 0$$

$$(t+2)(t^2 - 2t + 2) = 0$$

$$t = -2$$

Với $t = -2$, ta có:

$$\sqrt{x^2 + 5x - 2} = -2$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-2; -3\}$

b) Điều kiện: $0 \leq x \leq 9$

Bình phương hai vế phương trình đã cho ta được:

$$x + 2\sqrt{9x - x^2} + 9 - x = -x^2 + 9x + 9$$

$$2\sqrt{9x - x^2} = -x^2 + 9x$$

Đặt $t = \sqrt{9x - x^2}$ ($t \geq 0$). PT trên trở thành: $2t = t^2$

$$\begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$$

Với $t = 0 \Rightarrow \sqrt{9x - x^2} = 0$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 9 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Với $t = 2 \Rightarrow \sqrt{9x - x^2} = 2$

$$\begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{65}}{2} \\ x = \frac{9 - \sqrt{65}}{2} \end{cases} \text{ (TM)}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....
 Vậy phương trình có tập nghiệm là

$$S = \left\{ 0; 9; \frac{9 \pm \sqrt{65}}{2} \right\}$$

c. Điều kiện: $\begin{cases} x \leq -3 \\ x > 1 \end{cases}$

Đặt $t = (x - 1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} \Rightarrow t^2 = (x - 1)(x + 3)$

PT đã cho trở thành:

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = -4 \end{cases}$$

Với $t = 2$ ta được

$$(x - 1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 2$$

$$(x - 1)(x + 3) = 4$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{2} (TM) \\ x = -1 - 2\sqrt{2} (L) \end{cases}$$

Với $t = -4$ ta được ta được

$$(x - 1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = -4$$

$$(x - 1)(x + 3) = 16$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{5} (L) \\ x = -1 - 2\sqrt{5} (TM) \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-1 + 2\sqrt{2}; -1 - 2\sqrt{5}\}$

2. Đặt một ẩn phụ không hoàn toàn

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

* Phương trình dạng: $ax^2 + bx + c = (mx + n)\sqrt{px + q}$. Đặt $t = \sqrt{px + q}$

Đưa phương trình đã cho về PT bậc hai theo biến t hoặc x.

* Phương trình dạng: $ax^2 + bx + c = (mx + n)\sqrt{px^2 + qx + k}$. Đặt $t = \sqrt{px^2 + qx + k}$

Đưa phương trình đã cho về PT bậc hai theo biến t hoặc x.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $2x^2 + x + 3 = 3x\sqrt{x + 3}$

Lời giải

Điều kiện $x^3 - 3$

Đặt $t = \sqrt{x + 3}$ ($t \geq 0$). Phương trình đã cho trở thành:

$$t^2 - 3xt + 2x^2 = 0$$

$$(t - x)(t - 2x) = 0$$

$$\begin{cases} t = x \\ t = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x + 3} = x \\ \sqrt{x + 3} = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$S = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; 1 \right\}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình $6x^2 - 10x + 5 = (4x - 1)\sqrt{6x^2 - 6x + 5}$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{6x^2 - 6x + 5}$ ($t \geq 0$). Phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = 4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{6x^2 - 6x + 5} = 1 \\ \sqrt{6x^2 - 6x + 5} = 4x \end{cases}$$

$$x = \frac{-3 + \sqrt{59}}{10}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{-3 + \sqrt{59}}{10}$

3. Đặt một ẩn phụ, chuyển về giải hệ phương trình

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $x^2 = \sqrt{2-x} + 2$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{2-x} \ (t \geq 0)$. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 = t + 2 \\ t^2 = -x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = -x \\ t = x - 1 \end{cases}$$

Với $t = -x$ ta được $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = -1 (L) \\ x = -2 \Rightarrow t = 2 (TM) \end{cases}$

Với $t = x - 1$ ta được $\begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} (TM) \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow t = \frac{-\sqrt{5} - 1}{2} (L) \end{cases}$

$$S = \left\{ -2; x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm

$$x.\sqrt[3]{35-x^3}(x+\sqrt[3]{35-x^3})=30$$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau:

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{35-x^3}$. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xt(x+t)=30 \\ x^3+t^3=35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+t=5 \\ x.t=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ t=3 \\ x=3 \\ t=2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{2;3\}$

II. Đặt hai ẩn phụ

1. Đặt hai ẩn phụ, chuyển về giải hệ phương trình

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x^2+3} + \sqrt{10-x^2} = 5$

Lời giải

Điều kiện $10-x^2 \geq 0$

Đặt $u = \sqrt{x^2+3}$; $v = \sqrt{10-x^2}$ ($u, v \geq 0$). Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u+v=5 \\ u^2+v^2=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u+v=5 \\ u.v=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u=2 \\ v=3 \\ u=3 \\ v=2 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Với $\begin{cases} u=2 \\ v=3 \end{cases} \Rightarrow x = \pm 1$

Với $\begin{cases} u=3 \\ v=2 \end{cases} \Rightarrow x = \pm\sqrt{6}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{\pm 1; \pm\sqrt{6}\}$

2. Đặt hai ẩn phụ, chuyển về giải một phương trình hai ẩn

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $2x+1+x\sqrt{x^2+2}+(x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0$

Lời giải

Đặt $a = \sqrt{x^2+2}; b = \sqrt{x^2+2x+3} \quad (a, b > 0)$

$$\Rightarrow x = \frac{b^2 - a^2 - 1}{2}$$

$$(b-a) \left[(a+b) + \frac{(a+b)^2}{2} + \frac{1}{2} \right] = 0$$

Phương trình đã cho trở thành:

$$a=b$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -\frac{1}{2}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{4x^2-1} - \sqrt{2x+1} = 1+x-2x^2$

Lời giải

Đặt $\sqrt{4x^2-1}=a; \sqrt{2x+1}=b \quad (a, b \geq 0)$

Ta có $1+x-2x^2 = -\frac{1}{2}(4x^2-1) + \frac{1}{2}(2x+1)$

Phương trình trở thành $a-b = \frac{1}{2}(b^2-a^2) \Leftrightarrow a=b$

Thay vào ta được $x=1; x=-\frac{1}{2}$

$$S = \left\{ 1; -\frac{1}{2} \right\}$$

Vậy phương trình có nghiệm

- a. $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$
- b. $\sqrt{x^2-3x+3} + \sqrt{x^2-3x+6} = 3$
- c. $(x-1)^2 + 2(x+1)\sqrt{\frac{x-3}{x+1}} = 12$
- d. $4\sqrt{x+1} = x^2 - 5x + 14$
- e. $2(x^2+2) = 5\sqrt{x^3+1}$
- f. $1 + \frac{2}{3}\sqrt{x-x^2} = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$

Bài 2. [TH] Giải các phương trình sau:

- a. $2x^2 - 3x + 2 = x\sqrt{3x-2}$
- b. $x^2 + 3x + 4 = (x+3)\sqrt{x^2+x+2}$
- c. $x^2 - 2x = 2\sqrt{2x-1}$
- d. $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$
- e. $\sqrt{x^2-3x+3} + \sqrt{x^2-3x+6} = 3$
- f. $x^2 + \sqrt{x^2+1} = x + \sqrt{x+1}$

Hướng dẫn

Đặt $a = \sqrt{x^2+1}$; $b = \sqrt{x+1}$ ($a, b \geq 0$) $\Rightarrow a^2 - b^2 = x^2 - x$

Phương trình đã cho trở thành: $a^2 - b^2 + a = b$

$$a = b$$

- g. $21x - 25 + 2\sqrt{x-2} = 19\sqrt{x^2-x+2} + \sqrt{x+1}$

Hướng dẫn

Đặt $a = \sqrt{x+1}$; $b = \sqrt{x-2}$ ($a, b \geq 0$). Ta có:

$$21x - 25 = 6(x+1) + 15(x-2) - 1 = 6a^2 + 15b^2 - 1$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$(2a - 3b - 1)(3a - 15b + 1) = 0$$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

a. $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 3x$

b. $3\sqrt{x^2 + 3x} = (x + 5)(2 - x)$

c. $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$

Hướng dẫn:

a) $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 3x$

$x^2 - 3x + 2\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 0$, đặt $t = x^2 - 3x$

$t + 2\sqrt{t + 3} = 0$

$t - 3 + 2\sqrt{t + 3} + 3 = 0$

PTVN

b) $3\sqrt{x^2 + 3x} = (x + 5)(2 - x) \quad (x \leq -3; x \geq 0)$

$3\sqrt{x^2 + 3x} = -x^2 - 3x + 10$, đặt $t = \sqrt{x^2 + 3x}$

$\Rightarrow 3t = -t^2 + 10 \Rightarrow t^2 + 3t - 10 \Rightarrow t = 2$

$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = 1; x = -4(tm)$

c) $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$

$-(x^2 - 2x) + \sqrt{6(x^2 - 2x) + 7} = 0$, đặt $t = x^2 - 2x \Rightarrow -t + \sqrt{6t + 7} = 0$

$t^2 - 6t - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 7 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm 2\sqrt{2} \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$

DẠNG 4: PHƯƠNG PHÁP 4: NHÂN LIÊN HỢP

Phương pháp giải:

Một số phương trình chứa căn ta có thể nhân được nghiệm x_0 như vậy phương trình luôn đưa về được dạng tích $(x - x_0)A(x) = 0$, ta có thể giải phương trình $A(x) = 0$ hoặc $A(x) = 0$ vô nghiệm, chú ý điều kiện của nghiệm của phương trình để có thể đánh giá $A(x) = 0$ vô nghiệm

BÀI TẬP MẪU

$$\sqrt{4x+1} - \sqrt{3x-2} = \frac{x+3}{5}$$

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau:

Lời giải

Điều kiện: $x \geq \frac{2}{3}$. Ta có

$$\sqrt{4x+1} - \sqrt{3x-2} = \frac{x+3}{5}$$

$$(\sqrt{4x+1} - \sqrt{3x-2})(\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2}) = \left(\frac{x+3}{5}\right)(\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2})$$

$$x+3 = \left(\frac{x+3}{5}\right)(\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2})$$

$$(x+3)\left[1 - \frac{1}{5}(\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2})\right] = 0$$

$$\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2} = 5 \quad (\text{vì } x+3 > 0) \quad (\text{Đưa về dạng 1})$$

$$x = 2$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-3} = \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1}$

Lời giải

Điều kiện: $-\frac{1}{3} \leq x \leq 6$

Nhận thấy $x = 5$ là một nghiệm nên ta viết PT đã cho dưới dạng

$$(\sqrt{3x+1} - 4) + (1 - \sqrt{6-x}) + 3x^2 - 14x - 5 = 0$$

$$\frac{3x-15}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{x-5}{1+\sqrt{6-x}} + (x-5)(3x+1) = 0$$

$$(x-5)\left(\frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} + 3x+1\right) = 0$$

$$x = 5$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$

Lời giải

Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$

Ta có: $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3} = \sqrt{x-1} - \sqrt{2x-3}$$

$$\frac{x-2}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+3}} = \frac{-x+2}{\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-3}}$$

$$(x-2) \left(\frac{1}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+3}} + \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-3}} \right) = 0$$

$$x = 2$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình sau: $\frac{2x^2}{(3 - \sqrt{9+2x})^2} = x + 9$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq -\frac{9}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$

$$\frac{2x^2}{(3 - \sqrt{9+2x})^2} = x + 9$$

$$\frac{2x^2 (3 + \sqrt{9+2x})^2}{(3 - \sqrt{9+2x})^2 (3 + \sqrt{9+2x})^2} = x + 9$$

$$\frac{2x^2 (18 + 2x + 6\sqrt{9+2x})}{4x^2} = x + 9$$

$$6\sqrt{9+2x} = 0$$

$$x = -\frac{9}{2}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$x = \frac{-9}{2}$$

Vậy phương trình có nghiệm

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3} = 2$$

Hướng dẫn:

ĐK: $x \geq 3$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3} = 2$$

$$\sqrt{x+1} - 2 + \sqrt{x-3} = 0$$

$$\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2} + \sqrt{x-3} = 0$$

$$\sqrt{x-3} \left(\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2} + 1 \right) = 0$$

$$\sqrt{x-3} = 0$$

$$x = 3$$

2) $\sqrt[3]{x-2} - \sqrt[3]{2x-2} = -1$

Hướng dẫn:

$$\sqrt[3]{x-2} - \sqrt[3]{2x-2} = -1$$

$$\sqrt[3]{x-2} + 1 - \sqrt[3]{2x-2} = 0$$

$$\frac{x-1}{\sqrt[3]{(x-2)^2} + \sqrt[3]{x-1} + 1} - \sqrt[3]{2(x-1)} = 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 1} - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3(x^2 - x - 1)} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$$

3)

Hướng dẫn:

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 1} - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3(x^2 - x - 1)} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 1} - \sqrt{3(x^2 - x - 1)} = \sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\frac{-2x+4}{\sqrt{3x^2-5x+1}+\sqrt{3(x^2-x-1)}} = \frac{3x-6}{\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2-3x+4}}$$

DẠNG 5: PHƯƠNG PHÁP 5: ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Phương pháp giải:

$$A.B.C = 0$$

Biến đổi phương trình về dạng

$$A = 0$$

$$B = 0$$

$$C = 0$$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau $\sqrt{x^2+10x+21} = 3\sqrt{x+3} + 2\sqrt{x+7} - 6$

Lời giải

Điều kiện: $x \geq -3$

$$\sqrt{x^2+10x+21} = 3\sqrt{x+3} + 2\sqrt{x+7} - 6$$

$$\sqrt{(x+3)(x+7)} - 3\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+7} + 6 = 0$$

$$(\sqrt{x+7} - 3)(\sqrt{x+3} - 2) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - 3 = 0 \\ \sqrt{x+3} - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{2; 1\}$

$$2\sqrt{x^2-9} = (x+5)\sqrt{\frac{x+3}{x-3}}$$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau:

Lời giải

Điều kiện: $x \leq -3$ hoặc $x > 3$

TH1: Với $x > 3$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$2\sqrt{x^2 - 9} = (x + 5)\sqrt{\frac{x + 3}{x - 3}}$$

$$2\sqrt{x + 3} \cdot \sqrt{x - 3} = (x + 5) \frac{\sqrt{x + 3}}{\sqrt{x - 3}}$$

$$2\sqrt{x + 3}(x - 3) = (x + 5)\sqrt{x + 3}$$

$$\sqrt{x + 3}(x - 11) = 0 \Leftrightarrow x = 11 \text{ (t/m)}$$

TH2: Với $x \leq -3$

$$2\sqrt{x^2 - 9} = (x + 5)\sqrt{\frac{x + 3}{x - 3}}$$

$$2\sqrt{-x - 3} \cdot \sqrt{3 - x} = (x + 5) \frac{\sqrt{-x - 3}}{\sqrt{3 - x}}$$

$$2\sqrt{-x - 3}(3 - x) = (x + 5)\sqrt{-x - 3}$$

$$\sqrt{-x - 3}(3x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ (l)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 11$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} = 1 + \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}$

Lời giải

$$\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} = 1 + \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}$$

$$\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+2} = 1 + \sqrt[3]{(x+1)(x+2)}$$

$$(\sqrt[3]{x+1} - 1)(\sqrt[3]{x+2} - 1) = 0$$

$$\sqrt[3]{x+1} = 1$$

$$\sqrt[3]{x+2} = -1$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{0; -1\}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x+3} + 2x\sqrt{x+1} = 2x + \sqrt{x^2 + 4x + 3}$

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....
ĐK: $x^3 - 1$

$$\sqrt{x+3} + 2x\sqrt{x+1} = 2x + \sqrt{x^2 + 4x + 3}$$

$$\sqrt{x+3} + 2x\sqrt{x+1} = 2x + \sqrt{(x+1)(x+3)}$$

$$(\sqrt{x+3} - 2x)(\sqrt{x+1} - 1) = 0$$

$$\sqrt{x+3} = 2x$$

$$\sqrt{x+1} = 1$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{0; 1\}$

$$\sqrt{x+3} + \frac{4x}{\sqrt{x+3}} = 4\sqrt{x}$$

Hướng dẫn:

$$\sqrt{x+3}$$

Chia cả hai vế cho

$$2) \sqrt{\sqrt{3}-x} = x\sqrt{\sqrt{3}+x}$$

Hướng dẫn:

$$\text{ĐK: } 0 \leq x \leq \sqrt{3}$$

Bình phương 2 vế phương trình, ta có:

$$x^3 + \sqrt{3}x^2 + x - \sqrt{3} = 0$$

$$\hat{U} \quad \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x}{x} = \frac{10}{3\sqrt{3}}$$

$$3) 2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$$

Hướng dẫn:

$$\text{ĐK: } x^3 - 3$$

$$2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4 \Leftrightarrow (\sqrt{x+3} + 1)^2 = 9x^2$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10
DẠNG 6: PHƯƠNG PHÁP 6: ĐÁNH GIÁ

Phương pháp giải

Cho phương trình $f(x) = g(x)$ có tập xác định D .

- Nếu $\begin{cases} f(x) \geq a, \forall x \in D \\ g(x) \leq a, \forall x \in D \end{cases}$ thì phương trình trên có nghiệm khi $\begin{cases} f(x) = a \\ g(x) = a \end{cases}$

- Các công cụ dùng để đánh giá thường là:

+ $x^2 \geq 0, |x| \geq 0$.

+ Bất đẳng thức Cô si: $\forall a, b \geq 0$ ta có: $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b$

+ Bất đẳng thức Bunhiacôpxki: $\forall (a; b), (x; y)$ ta có: $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

+ Bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} > 0$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình sau: $\sqrt{3(x+1)^2 + 4} + \sqrt{5(x+1)^2 + 9} = 5 - (x+1)^2$

Lời giải

$$VT = \sqrt{3(x+1)^2 + 4} \geq 2; \sqrt{5(x+1)^2 + 9} \geq 3 \Rightarrow \sqrt{3(x+1)^2 + 4} + \sqrt{5(x+1)^2 + 9} \geq 5$$

Ta có

$$VP = 5 - (x+1)^2 \leq 5$$

$$VT = VP \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -1$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình sau: $x^2 - 3x + \frac{7}{2} = \sqrt{(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 4x + 5)}$

Lời giải

Áp dụng BĐT Côsi cho hai số dương $x^2 - 2x + 2$ và $x^2 - 4x + 5$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 4x + 5)} \leq x^2 - 3x + \frac{7}{2}$$

Dấu bằng xảy ra

$$\hat{U} \quad x^2 - 2x + 2 = x^2 - 4x + 5$$

$$\hat{U} \quad 2x = 3$$

$$\hat{U} \quad x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Vậy phương trình có nghiệm

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình sau: $\sqrt{x-4} + \sqrt{6-x} = x^2 - 10x + 27$

Lời giải

Điều kiện $4 \leq x \leq 6$

Theo BĐT Bunhiacôpxki ta có:

$$VT = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x} \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(x-4+6-x)} = 2$$

$$VP = x^2 - 10x + 27 = (x-5)^2 + 2 \geq 2$$

$$VT = VP$$

$$\begin{cases} x-4=6-x \\ x-5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-4=6-x \\ x-5=0 \end{cases}$$

$$x = 5$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình sau: $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} = \sqrt{x+9}$

Lời giải

Điều kiện $x \geq 0$

Theo BĐT Bunhiacôpxki ta có:

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} \leq (2\sqrt{2})^2 + x + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \leq x + 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} \leq \sqrt{x+9}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$x = \frac{1}{7}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{1}{7}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Giải các phương trình sau:

$$1) \sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38$$

Hướng dẫn:

$$VT^2 = (\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5})^2 \leq (1+1)(7-x+x-5) = 4 \Rightarrow 0 \leq VT \leq 2$$

$$VP = x^2 - 12x + 38 = 2 + (x-6)^2 \geq 2$$

$$VT = VP \Leftrightarrow x = 6$$

$$2) \sqrt{-x^2+3x-2} + \sqrt{x+1} = \sqrt{2}$$

Hướng dẫn:

$$\text{Đk: } 1 \leq x \leq 2 \quad (1)$$

$$\sqrt{-x^2+3x-2} + \sqrt{x+1} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{-x^2+3x-2} = \sqrt{2} - \sqrt{x+1} \quad (2)$$

$$\text{Từ (2) ta có: } \sqrt{2} - \sqrt{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow x \leq 1 \quad (3)$$

Từ (1) và (3), ta có $x = 1$, thay vào (2) thỏa mãn

$$3) \sqrt{x-1} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x-2}$$

Hướng dẫn: ĐK: $x \geq 1$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\sqrt{x-1} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x-2} \quad \hat{U} \quad \sqrt{x-1} = \sqrt{5x-1} + \sqrt{3x-2}$$

$$\hat{U} \quad x-1 = 8x-3 + 2\sqrt{(5x-1)(3x-2)}$$

$$\hat{U} \quad 2-7x = 2\sqrt{(5x-1)(3x-2)}$$

VT luôn âm khi $x^3 > 1$, VP dương khi $x^3 < 1$. Vậy phương trình vô nghiệm

$$4) \sqrt{3x^2+6x+7} + \sqrt{5x^2+10x+14} = 4-2x-x^2$$

Hướng dẫn:

$$\sqrt{3x^2+6x+7} + \sqrt{5x^2+10x+14} = 4-2x-x^2$$

$$\hat{U} \quad \sqrt{3(x+1)^2+4} + \sqrt{5(x+1)^2+9} = 5-(x+1)^2$$

$$VT \geq 5; VP \leq 5$$

CHUYÊN ĐỀ 12: PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa: Phương trình chứa căn (còn gọi là PT vô tỉ) là dạng phương trình chứa ẩn trong dấu căn thức

2. Các phép biến đổi cơ bản:

$$a \geq 0; b \geq 0 \text{ và } a=b \text{ thì } a^2=b^2$$

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

3. Các dạng phương trình:

$$\text{Dạng 1: } \sqrt{A^2} = B$$

Phương pháp giải:

$$\sqrt{A^2} = B \text{ thì } |A| = B$$

$$A = B \text{ hoặc } A = -B$$

$$\text{Dạng 2: } \sqrt{A} = \sqrt{B}$$

$$\text{Phương pháp giải: } \sqrt{A} = \sqrt{B} \text{ thì } \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A = B \end{cases}$$

$$\text{Dạng 3: } \sqrt{A} = B \text{ và } \sqrt[3]{A} = B$$

Phương pháp giải:

$$\sqrt{A} = B \text{ thì } \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

$$\sqrt[3]{A} = B \text{ thì } A = B^3$$

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: $\sqrt{A} = \sqrt{B}$

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Với $x \geq 0$ thì giá trị nào của x thỏa mãn $\sqrt{x} = \sqrt{5}$?

A. 5 .

B. - 5 .

C. - 25 .

D. 25 .

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Thử các đáp án $x = 5$ thỏa mãn

Cách 2: Với $x \geq 0$

Ta có: $\sqrt{x} = \sqrt{5}$

Suy ra: $x = 5$

Câu 2. [NB] Nếu $\sqrt{3x} = \sqrt{9}$ thì x bằng

A. 1 .

B. 3 .

C. 6 .

D. 9 .

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Thử các đáp án $x = 3$ thỏa mãn

Cách 2: ĐK: $x \geq 0$

$$\sqrt{3x} = \sqrt{9}$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Vậy $x = 3$

Câu 3. [NB] Giải phương trình $\sqrt{3x} = 2\sqrt{3}$ ta được nghiệm là

A. 2 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Thử các đáp án $x = 4$ thỏa mãn

Cách 2: ĐKXĐ: $x \geq 0$

$$\sqrt{3x} - 2\sqrt{3} = 0$$

$$\sqrt{3}(\sqrt{x} - 2) = 0$$

$$\sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4 \text{ (TM)}$$

Vậy $x = 4$.

Câu 4. [NB] Nghiệm của phương trình $\sqrt{x+1} = \sqrt{8}$ là

A. - 9 .

B. 9 .

C. 7 .

D. - 7 .

Chọn C

Cách 1: Thử các đáp án $x=7$ thỏa mãn

Cách 2: ĐKXD: $x \geq -1$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{8}$$

$$x+1=8$$

$$x=8-1$$

$$x=7(TM)$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x=7$

Câu 5. [TH] Nếu $x \geq 0$ thỏa mãn $\sqrt{\sqrt{x}+5} = \sqrt{9}$ thì $\sqrt{x}$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Thử các đáp án $\sqrt{x}=4$ thỏa mãn

Cách 2: Với $x \geq 0$

$$\text{Ta có: } \sqrt{\sqrt{x}+5} = \sqrt{9}$$

$$\sqrt{x}+5=9$$

$$\sqrt{x}=4$$

$$\text{Vậy } \sqrt{x}=4.$$

Câu 6. [TH] Nếu $\sqrt{4x^2} = \sqrt{9}$ thì x bằng

A. ± 3 .

B. ± 9 .

C. $\pm \frac{3}{2}$.

D. $\pm \frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Thử các đáp án $x = \pm \frac{3}{2}$ thỏa mãn

Cách 2: ĐK: $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } \sqrt{4x^2} = \sqrt{9}$$

$$2|x|=3$$

$$|x| = \frac{3}{2}$$

$$x = \pm \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } x = \pm \frac{3}{2}$$

Câu 7. [TH] Nghiệm của phương trình $\sqrt{9x^2+6x+1} = \sqrt{11-6\sqrt{2}}$ là

- A. $x = 1; x = -\sqrt{2}$. B. $x = \frac{2 - \sqrt{2}}{3}; x = \frac{\sqrt{2} - 4}{3}$.
 C. $x = \sqrt{2}; x = -3$. D. $x = 1; x = -2$.

Lời giải**Chọn B**ĐKXĐ: $x \in \mathbb{R}$ Ta có: $\sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$.

$$\sqrt{(3x+1)^2} = \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2}$$

$$|3x+1| = |3 - \sqrt{2}|$$

$$\begin{cases} 3x+1 = 3 - \sqrt{2} \\ 3x+1 = -3 + \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 2 - \sqrt{2} \\ 3x = -4 + \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2 - \sqrt{2}}{3} \\ x = \frac{-4 + \sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = \frac{2 - \sqrt{2}}{3}; x = \frac{-4 + \sqrt{2}}{3}$

Câu 8. [TH] Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x-1} = \sqrt{2x+7}$ là

- A. $S = \{1\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{4\}$. D. $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$.

Lời giải**Chọn C**Cách 1: Thử các đáp án $x = 4$ thỏa mãn

Cách 2: ĐKXĐ: $\begin{cases} 4x-1 \geq 0 \\ 2x+7 \geq 0 \end{cases}$, suy ra $x \geq \frac{1}{4}$

Ta có: $\sqrt{4x-1} = \sqrt{2x+7}$ Suy ra: $4x-1 = 2x+7$

$$4x - 2x = 7 + 1$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

Vậy tập nghiệm của phương trình: $S = \{4\}$

Câu 9. [VD] Nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4} = \sqrt{x-2}$ là

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

A. $x = 2$.

B. $x = 2$ và $x = -1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$ và $x = 3$.

Lời giải**Chọn A**Cách 1: Thử các đáp án $x = 2$ thỏa mãn

Cách 2: ĐKXĐ: $\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases}$, suy ra $x \geq 2$

Ta có: $\sqrt{x^2 - 4} = \sqrt{x - 2}$

$\sqrt{(x - 2)(x + 2)} - \sqrt{x - 2} = 0$

$\sqrt{x - 2}\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 2} = 0$

$\sqrt{x - 2}(\sqrt{x + 2} - 1) = 0$

$\begin{cases} \sqrt{x - 2} = 0 \\ \sqrt{x + 2} - 1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ x + 2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \text{ (TM)} \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \text{ (TM)} \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \text{ (TM)} \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$

Suy ra: $x = 2$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 2$ **Câu 10. [VD]** Tổng các nghiệm nguyên của phương trình $\sqrt{x - 1} \cdot \sqrt{6 - x} = \sqrt{(x - 1)(6 - x)}$ bằng

A. 20.

B. 14.

C. 15.

D. 21.

Lời giải**Chọn D**

ĐKXĐ: $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \\ (x - 1)(6 - x) \geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 6 \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 6 \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 6 \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases}$

Suy ra: $1 \leq x \leq 6$

Ta có: $\sqrt{x - 1} \cdot \sqrt{6 - x} = \sqrt{(x - 1)(6 - x)}$ với mọi $1 \leq x \leq 6$

Các nghiệm nguyên là $x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Tổng các nghiệm nguyên là $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$.

Câu 11. [VD] Phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ có tập nghiệm là

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

A. $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

B. $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

C. $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$

D. $S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

Lời giải**Chọn B**

Cách 1: Thử các đáp án $x = \frac{3}{2}$ thỏa mãn

Cách 2: ĐK: $x \in \mathbb{R}$

Ta có: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

$$\sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{(x-2)^2}$$

$$|x-1| = |x-2|$$

$$\begin{cases} x-1 = x-2 \\ x-1 = -x+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0x = -1 (VN) \\ 2x = 3 \end{cases}$$

Suy ra: $x = \frac{3}{2} (TM)$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

Câu 12. [VDC] Với $x > 3$, cho biểu thức $A = \sqrt{x^2 - x - 6}$ và $B = \sqrt{x-3}$. Số giá trị của x để $A=B$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải**Chọn A**

Với $x > 3$ các biểu thức A, B luôn xác định.

Ta có phương trình: $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x-3}$

$$\sqrt{(x+2)(x-3)} = \sqrt{x-3}$$

$$\sqrt{x+2}\sqrt{x-3} = \sqrt{x-3}$$

$$\sqrt{x-3}(\sqrt{x+2} - 1) = 0$$

TH1: $\sqrt{x-3} = 0$

$x = 3$ (không thỏa mãn điều kiện đề bài)

TH1: $\sqrt{x+2} - 1 = 0$

$$\sqrt{x+2} = 1$$

$x = -1$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy không có giá trị nào của $x > 3$ để $A=B$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{8-x} - \sqrt{5} = 0$

a) PT không cần điều kiện xác định.

b) ĐKXD $x \leq 8$.

c) ĐKXD $x = 8$.

d) ĐKXD x nhận nhiều giá trị.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) S

d) Đ

Vì $\sqrt{8-x} - \sqrt{5} = 0$

ĐKXD: $x \leq 8$

$$\sqrt{8-x} = \sqrt{5}$$

$$8-x=5$$

$$x=3$$

- ĐKXD: $x \leq 8$

nên a sai, b đúng, c sai, d đúng

Câu 2. Cho phương trình $(x+5)\sqrt{x-2}=0$

a) Phương trình có một nghiệm là -5 .

b) Phương trình có hai nghiệm là -5 và 2 .

c) Phương trình có một nghiệm là 2 .

d) Bình phương nghiệm của phương trình là 4 .

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

$$(x+5)\sqrt{x-2}=0$$

ĐKXD: $x \geq 2$

$$x+5=0 \text{ hoặc } \sqrt{x-2}=0$$

$$x=-5 \text{ (KTM) hoặc } x=2 \text{ (TM)}$$

PT có một nghiệm $x=2$

- ĐKXD: $x \geq 2$ nên a sai

- Phương trình có một nghiệm là 2 nên b sai

- Phương trình có một nghiệm là 2 nên c đúng

- Phương trình có một nghiệm là 2 nên bình phương bằng 4 do đó d đúng

Câu 3. Gọi x_1 là nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=\sqrt{3}$ (1)

x_2 là nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{-3x+1}=\sqrt[3]{2}$ (2)

a) Phương trình (1) có một nghiệm $x_1=5$.

b) Phương trình (2) có một nghiệm $x_2=\frac{-1}{3}$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

c) $x_1 + x_2 = \frac{5}{3}$

d) $x_1 x_2 = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

$$\sqrt{2x-1} = \sqrt{3}$$

ĐKXD: $x \geq \frac{1}{2}$

$$2x - 1 = 3$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

PT (1) có một nghiệm $x_1 = 2$

$$\sqrt[3]{-3x+1} = \sqrt[3]{2}$$

$$-3x + 1 = 2$$

$$x = \frac{-1}{3}$$

PT (2) có một nghiệm $x_2 = \frac{-1}{3}$

PT (1) có một nghiệm $x_1 = 2$ do đó a sai

PT (2) có một nghiệm $x_2 = \frac{-1}{3}$ do đó b đúng

$$x_1 + x_2 = 2 + \frac{-1}{3} = \frac{5}{3} \text{ nên c đúng}$$

$$x_1 x_2 = 2 \cdot \frac{-1}{3} = \frac{-2}{3} \text{ nên d sai}$$

Câu 4. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x - 3} = 0$

a) Phương trình có một nghiệm là 3.

b) Phương trình có hai nghiệm là 3 hoặc 6.

c) Phương trình có hai nghiệm là 3 và 6.

d) Tổng bình phương nghiệm của phương trình là 81.

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

$$\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x - 3} = 0$$

ĐKXD:
$$\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Hay $x \geq 3$.

$$\sqrt{(x-3)(x+3)} - 3\sqrt{x-3} = 0$$

$$(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3} - 3) = 0$$

$$\sqrt{x-3} = 0 \text{ hoặc } \sqrt{x+3} - 3 = 0$$

$$x = 3 \text{ (TM) hoặc } x = 6 \text{ (TM)}$$

$$\text{ĐKXD: } \begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases}$$

$x \geq 3$ nên a đúng

PT có hai nghiệm $x = 3$ và $x = 6$ nên a, b sai, c đúng

Tổng bình phương nghiệm của phương trình là 81 nên d đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Phương trình $\sqrt{-x+1} = \sqrt{16}$ có nghiệm là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $x = -15$

$$\text{ĐKXD: } x \leq 1$$

$$\sqrt{-x+1} = \sqrt{16}$$

$$-x+1=16$$

$$x = -15 \text{ (TM)}$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = -15$

Câu 2. [NB] Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-3} = \sqrt{5}$ là gì?

Lời giải

Đáp án: $S = \{4\}$

$$\sqrt{2x-3} = \sqrt{5}$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

$$\text{ĐKXD:}$$

$$2x-3=5$$

$$x=4 \text{ (TM)}$$

Tập nghiệm của PT là $S = \{4\}$

Câu 3. [TH] Số nghiệm của PT $\sqrt{x+7} = \sqrt[3]{-27}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0

$$\sqrt{x+7} = \sqrt[3]{-27}$$

$$\sqrt{x+7} = -3$$

vì $-3 < 0$ nên PT vô nghiệm

Vậy số nghiệm của PT là 0

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Câu 4. [TH] Số nghiệm của PT $\sqrt{x^2 + 7} = \sqrt{16}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 2

$$\sqrt{x^2 + 7} = \sqrt{16}$$

Vì $x^2 + 7 > 0$ với mọi x

$$\text{Nên } \sqrt{x^2 + 7} = \sqrt{16}$$

$$x^2 + 7 = 16$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ hoặc } x = -3$$

Vậy số nghiệm của PT là 2

Câu 5. [VD] Tổng hai nghiệm của PT $x^2 + x + \sqrt{x^2 + x + 1} = 1$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: -1

$$x^2 + x + \sqrt{x^2 + x + 1} = 1$$

Vì $x^2 + x + 1 > 0$ với mọi x

Nên ĐKXĐ với mọi x

$$x^2 + x + 1 + \sqrt{x^2 + x + 1} - 2 = 0$$

$$\text{Đặt } x^2 + x + 1 = a \text{ ĐK } a > 0$$

$$\text{PT trở thành } a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = 1 \text{ (nhận) hoặc } a = -2 \text{ (loại)}$$

$$x^2 + x + 1 = 1$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x = -1 \text{ hoặc } x = 0$$

Tổng hai nghiệm của PT là -1

Câu 6. [VDC] Số $m = \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$ là một nghiệm của phương trình nào?

Lời giải

Đáp án: $x^3 + 3x - 4 = 0$

Áp dụng hằng đẳng thức $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$, ta được

$$m^3 = \left(\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} \right)^3 = (\sqrt{5} + 2) - (\sqrt{5} - 2) - 3\sqrt[3]{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}m$$

$$m^3 = 4 - 3\sqrt[3]{1}m = 4 - 3m$$

$$m^3 + 3m - 4 = 0$$

Suy ra, $m = \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$ là một nghiệm của phương trình $x^3 + 3x - 4 = 0$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

$$\sqrt{A} = \sqrt{B}$$

Phương pháp giải:

$$\sqrt{A} = \sqrt{B} \text{ thì } \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A = B \end{cases}$$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình $\sqrt{-5x} = 2\sqrt{2}$

Lời giải

ĐKXĐ là $x \leq 0$

Ta có:

$$\sqrt{-5x} = \sqrt{8}$$

$$-5x = 8$$

$$x = \frac{-8}{5} \quad (\text{TMDK})$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{-8}{5}$.

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình

$$\sqrt[3]{x+5} = \sqrt[3]{-27}$$

Lời giải

$$\sqrt[3]{x+5} = \sqrt[3]{-27}$$

$$x+5 = -27$$

$$x = -32$$

Vậy PT có nghiệm $x = -32$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình $\sqrt{\sqrt{x}+1} = \sqrt{25}$

Lời giải

ĐKXĐ là $x \geq 0$

$$\sqrt{\sqrt{x}+1} = \sqrt{25}$$

$$\sqrt{x}+1 = 25$$

$$\sqrt{x} = 24$$

$$x = 576 \quad (\text{Thỏa mãn ĐKXĐ})$$

Vậy PT có nghiệm $x = 576$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình

$$\sqrt{2x^2 - 3x} = \sqrt{x^2 - 4 - x}$$

Lời giải

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x \geq 0 \\ x^2 - 4 - x \geq 0 \\ 2x^2 - 3x = x^2 - 4 - x \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x = x^2 - 4 - x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = 2 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy PT có nghiệm $x = 2$

$$\sqrt{-\frac{1}{2}x} = 3\sqrt{2}$$

Hướng dẫn

ĐKXD $x \leq 0$

Ta có:

$$\sqrt{-\frac{1}{2}x} = \sqrt{18}$$

$$-\frac{1}{2}x = 18$$

$$x = -36 \text{ (TM)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -36$.

Bài 2. [TH] Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x+3} = \sqrt[3]{8}$

Hướng dẫn

$$\sqrt[3]{2x+3} = \sqrt[3]{8}$$

$$\text{Suy ra } 2x + 3 = 8$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Vậy PT có nghiệm $x = \frac{5}{2}$

Bài 3. [VD] Giải phương trình

$$\sqrt{3x^2 - 4x} = \sqrt{-x}$$

Hướng dẫn

$$\begin{cases} 3x^2 - 4x \geq 0 \\ -x \geq 0 \\ 3x^2 - 4x = -x \end{cases}$$

$$3x^2 - 4x = -x$$

$$3x^2 - 3x = 0$$

$$3x(x - 1) = 0$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$x=0$ (TM) hoặc $x=1$ (KTM)

Vậy PT có nghiệm $x=0$

Bài 4 [VD] Giải phương trình

$$5\sqrt{x+5} - 3\sqrt{5+x} - \sqrt{-7+2x} = 0$$

Hướng dẫn

$$5\sqrt{x+5} - 3\sqrt{5+x} - \sqrt{-7+2x} = 0$$

$$2\sqrt{x+5} = \sqrt{-7+2x}$$

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ -7+2x \geq 0 \\ 4x+20 = -7+2x \end{cases}$$

$$2x = -27$$

$$x = \frac{-27}{2} \text{ (KTM)}$$

Vậy phương trình vô nghiệm

DẠNG 2: $\sqrt{A} = B$ và $\sqrt[3]{A} = B$

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2} = 3$ là

A. $x=3$.

B. $x=5$.

C. $x=11$.

D. 9 .

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Thử các đáp án $x=11$ thỏa mãn

Cách 2: Vì $\sqrt{x-2} = 3$

vì $3 > 0$

nên $x-2=9$

$x=11$ (TMĐK).

Vậy phương trình có nghiệm $x=11$.

Câu 2. [NB] Giải phương trình $2\sqrt{x-3} = -1$ ta được nghiệm là:

A. $x=0$.

B. $x=1$.

C. $x=2$.

D. $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Thử các đáp án $x=1$ thỏa mãn

Cách 2: ĐKXĐ $x \geq 0$

$$2\sqrt{x-3} = -1$$

$$2\sqrt{x} = -1+3$$

$$2\sqrt{x} = 2$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{x} = 1$$

$$x = 1 \text{ (TMĐK)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.

Câu 3. [NB] Số nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{3-2x} = 5$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \sqrt[3]{3-2x} = 5.$$

$$3-2x=125$$

$$x=-61$$

Vậy phương trình $\sqrt[3]{3-2x} = 5$ có một nghiệm.

Câu 4. [NB] Nghiệm của phương trình $\sqrt{3x} - \sqrt{27} = 0$ là

A. 3.

B. 9.

C. 27.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Thử các đáp án $x=9$ thỏa mãn

$$\text{Cách 2: } \sqrt{3x} - \sqrt{27} = 0$$

$$\sqrt{3x} = \sqrt{27}$$

$$3x = 27$$

$$x = 9$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 9$.

Câu 5. [TH] Phương trình $\sqrt{2x} + \sqrt{2} = \sqrt{8} + \sqrt{32}$ có nghiệm là

A. 3.

B. 5.

C. 25.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Thử các đáp án $x=25$ thỏa mãn

$$: \sqrt{2x} + \sqrt{2} = \sqrt{8} + \sqrt{32}$$

Cách 2

$$\sqrt{2x} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\sqrt{2x} = 6\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2x} = 5\sqrt{2}$$

$$x = 25$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 25$.

Câu 6. [TH] Kết luận nào đúng khi nói về nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{2x-3} = -7$.

- A.** Là số nguyên âm. **B.** Là phân số. **C.** Là số vô tỉ. **D.** Là số nguyên.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sqrt[3]{2x-3} = -7.$$

$$2x-3 = -343$$

$$x = -170$$

Vậy phương trình $\sqrt[3]{2x-3} = -7$ có một nghiệm là số nguyên âm.

Câu 7. [TH] Phương trình sau $\sqrt{x-7} + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{x-7} + 3 = 0$$

$$\sqrt{x-7} = -3$$

$$\text{Vì } -3 < 0$$

Nên hai vế không bằng nhau. Phương trình vô nghiệm

Câu 8. [TH] Phương trình $3\sqrt{9x-18} - 2\sqrt{\frac{x-2}{4}} + \sqrt{4x-8} = 5$ có nghiệm là bao nhiêu?

- A.** $x = 2$. **B.** $x = \frac{1}{4}$. **C.** $x = \frac{1}{2}$. **D.**

$$x = \frac{9}{4}$$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} 9x-18 \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \\ 4x-8 \geq 0 \end{cases}$$

Điều kiện:

$$\begin{cases} 9(x-2) \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \\ 4(x-2) \geq 0 \end{cases}$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$3\sqrt{9x-18} - 2\sqrt{\frac{x-2}{4}} + \sqrt{4x-8} = 5$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$3\sqrt{9(x-2)} - \frac{2}{2}\sqrt{x-2} + \sqrt{4(x-2)} = 5$$

$$9\sqrt{x-2} - \sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-2} = 5$$

$$9\sqrt{x-2} - \sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-2} = 5$$

$$10\sqrt{x-2} = 5$$

$$\sqrt{x-2} = \frac{1}{2}$$

$$x-2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{9}{4} \text{ (TM)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{9}{4}$.

Câu 9. [VD] Phương trình $\sqrt{2x^2+8} = x+2$ có số nghiệm là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{2x^2+8} = x+2$$

$$x+2 \geq 0$$

$$2x^2+8 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^3 - 2 \text{ và } 2x^2+8 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$x = -2 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = -2$

Câu 10. [VD] Phương trình $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$$

$$x-2 \geq 0$$

$$4+2x-x^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^3 - 2 \text{ và } 4+2x-x^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ (Không TMĐK)}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

hoặc $x = 3$ (TMĐK)

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 3$

Câu 11. [VD] Tìm tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x-2} + 2 = x$ ta được

A. 1.

B. 6.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt[3]{x-2} + 2 = x$

$$\sqrt[3]{x-2} = x - 2$$

$$x - 2 = (x - 2)^3$$

$$(x - 2)^3 - (x - 2) = 0$$

$$(x - 2)[(x - 2)^2 - 1] = 0$$

$$(x - 2)(x - 2 - 1)(x - 2 + 1) = 0$$

$$(x - 2)(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $2 + 3 + 1 = 6$.

Câu 12. [VDC] Với $x > 9$, phương trình $\frac{\sqrt{x^2 - 9x}}{\sqrt{x - 9}} = x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Với $x > 9$ thì $x - 9 > 0$. Ta có:

$$\frac{\sqrt{x^2 - 9x}}{\sqrt{x - 9}} = x$$

$$\frac{\sqrt{x}\sqrt{x-9}}{\sqrt{x-9}} = \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} = x$$

Suy ra $x = 0$ hoặc $x = 1$.

Kết hợp điều kiện $x > 9$ suy ra không có giá trị nào của x thỏa mãn.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn Đ (đúng) hoặc S (sai)

Câu 1. Cho phương trình $2\sqrt{8-x+2x^2} - 6 = 0$

a) Phương trình có một nghiệm là $\frac{3}{2}$.

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\frac{-1}{2}$$

b) Phương trình có hai nghiệm là 1 hoặc $\frac{-1}{2}$.

$$\frac{3}{2} \quad \frac{-3}{2}$$

c) Hiệu hai nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{3}{2}$ hoặc $\frac{-3}{2}$.

$$\frac{1}{2}$$

d) Tích hai nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

Vì $2\sqrt{8-x+2x^2}-6=0$

$$\sqrt{8-x+2x^2}=3$$

$$8-x+2x^2=9$$

$$2x^2-x-1=0$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\frac{-1}{2}$$

- Phương trình có hai nghiệm là 1 hoặc $\frac{-1}{2}$ nên a Sai, b đúng

$$\frac{3}{2} \quad \frac{-3}{2}$$

- Hiệu hai nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{3}{2}$ hoặc $\frac{-3}{2}$ nên c đúng

$$\frac{-1}{2}$$

- Tích hai nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{-1}{2}$ nên d Sai

Câu 2. Cho phương trình $\sqrt{x-2}=2$

a) Phương trình có một nghiệm là -6.

b) Phương trình vô nghiệm.

c) Phương trình có nghiệm là số nguyên dương.

d) Bình phương nghiệm của phương trình là 36.

Lời giải

a) S

b) S

c) Đ

d) Đ

Vì $\sqrt{x-2}=2$

$$x-2=4$$

$$x=6 \text{ (TMĐK)}$$

Nên $x^2=36$.

- Phương trình có một nghiệm là 6 nên a sai

- Phương trình có một nghiệm là 6 nên b sai

- Phương trình có một nghiệm là 6, là số nguyên dương nên c đúng

- Phương trình có một nghiệm là 6 nên bình phương bằng 36 do đó d đúng

Câu 3. Gọi x_1 là nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=3$ (1)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

x_2 là nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{-3x+1} = -2$ (2)

a) Phương trình ⁽¹⁾ có một nghiệm $x_1 = 5$.

b) Phương trình ⁽²⁾ có một nghiệm $x_2 = -3$.

c) $x_1 + x_2 = 8$

d) $x_1 - 3x_2 = 2$

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) S

$$\sqrt{2x-1} = 3$$

$$2x-1=9$$

$$x=5$$

$$\sqrt[3]{-3x+1} = -2$$

$$-3x+1=-8$$

$$x=3$$

PT ⁽¹⁾ có một nghiệm $x=5$ do đó a đúng

PT ⁽²⁾ có một nghiệm $x=3$ do đó b sai

$x_1 + x_2 = 8$ nên c đúng

$x_1 - 3x_2 = 5 - 3.3 = -4$ nên d sai

Câu 4. Cho PT: $x - \sqrt{x-5} = 5$

a) Với $x \geq 5$ thì $\sqrt{x-5} = x-5$.

b) Với $x \geq 5$ thì $|x-5| = x-5$.

c) Với $x \geq 5$ thì $x-5 = 25 - 10x + x^2$.

d) Với $x \geq 5$ thì phương trình có tổng hai nghiệm bằng 11.

Lời giải

a) Đ

b) S

c) Đ

d) Đ

$$x - \sqrt{x-5} = 5$$

$$\sqrt{x-5} = x-5$$

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ x-5 = 25 - 10x + x^2 \end{cases}$$

$$x=5 \text{ hoặc } x=6$$

$$\forall x - \sqrt{x-5} = 5$$

$$\sqrt{x-5} = x-5 \text{ (Chuyển vế) do đó a đúng}$$

- Vì ko phải biểu thức bình phương nên b sai

- câu c đúng

- PT có hai nghiệm $x=5$ và $x=6$ nên tổng hai nghiệm bằng 11, câu d đúng.

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho PT $\sqrt{25x} = 35$ khi đó x bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $x = 49$

$$5\sqrt{x} = 35$$

$$\sqrt{x} = 7$$

$$x = 49$$

Câu 2. [NB] Nghiệm của PT sau là bao nhiêu? $\sqrt{-x+5} = -3$

Lời giải

Đáp án: PT vô nghiệm

$$\sqrt{-x+5} = -3 \text{ vì } -3 \leq 0 \text{ nên PT vô nghiệm}$$

Câu 3. [TH] x^2 bằng bao nhiêu khi $\sqrt[3]{x+1} = -3$

Lời giải

Đáp án: $x^2 = 784$

$$\sqrt[3]{x+1} = -3$$

$$x+1 = -27$$

$$x = -28$$

$$x^2 = 784$$

Câu 4. [TH] Nghiệm của PT sau là bao nhiêu? $\sqrt{25x+25} = 15 + 2\sqrt{x+1}$

Lời giải

Đáp án: $x = 24$

$$\sqrt{25x+25} = 15 + 2\sqrt{x+1}$$

$$5\sqrt{x+1} = 15 + 2\sqrt{x+1}$$

$$3\sqrt{x+1} = 15$$

$$\sqrt{x+1} = 5$$

$$x = 24$$

Câu 5. [VD] Nghiệm của PT sau là bao nhiêu? $x - 5 - \sqrt{x^2 + x - 8} = 0$

Lời giải

Đáp án: PT vô nghiệm

$$x - 5 - \sqrt{x^2 + x - 8} = 0$$

$$\sqrt{x^2 + x - 8} = x - 5$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ x^2 + x - 8 = (x - 5)^2 \end{cases}$$

$x = 3$ không TMĐK

Câu 6. [VD] Tập nghiệm của phương trình $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x} = 2$ là gì?

Lời giải

Đáp án: $S = \{-1; 7\}$

Ta có: $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x} = 2$

$$(\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x})^3 = 2^3$$

$$x+1+7-x+3\sqrt[3]{(x+1)(7-x)}(\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x}) = 8$$

Mà $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{7-x} = 2$ nên ta có phương trình

$$3\sqrt[3]{(x+1)(7-x)} \cdot 2 + 8 = 8$$

$$6\sqrt[3]{(x+1)(7-x)} = 0$$

$$\sqrt[3]{(x+1)(7-x)} = 0$$

$$(x+1)(7-x) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

Thử lại thỏa mãn

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 7\}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Ta có $\sqrt{A} = B$

Khi đó $B \geq 0$ và $A = B^2$

$\sqrt[3]{A} = B$ suy ra $A = B^3$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình $\sqrt{25(x-1)} = 10$

Lời giải

ĐKXĐ $x \geq 1$

Ta có:

$$\sqrt{25(x-1)} = 10$$

$$5\sqrt{x-1} = 10$$

$$\sqrt{x-1} = 2$$

$$x-1 \geq 0$$

$$x-1 = 4$$

$$x = 5 \text{ Thỏa mãn ĐKXĐ}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình

$$1 + \sqrt[3]{x-2} = \frac{1}{2}$$

Lời giải

$$1 + \sqrt[3]{x-2} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{x-2} = -\frac{1}{2}$$

$$x-2 = -\frac{1}{8}$$

$$x = \frac{17}{8}$$

Vậy PT có nghiệm $x = \frac{17}{8}$

Ví dụ 3 [TH]: Tìm x để $\frac{\sqrt{x}-5}{2} = 1 (x \geq 0)$

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{\sqrt{x}-5}{2} = 1 (x \geq 0)$$

$$\sqrt{x}-5=2$$

$$\sqrt{x}=7$$

$$x=49 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình:

$$\sqrt{1+3x^2} = 2x-1$$

Lời giải

$$\sqrt{1+3x^2} = 2x-1$$

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 1+3x^2 = (2x-1)^2 \end{cases}$$

$$1+3x^2 = (2x-1)^2$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^3 - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x=0 \text{ (KTM) hoặc } x=4 \text{ (TM)}$$

Vậy PT có nghiệm $x=4$

$$\sqrt{4(x-3)} = -8$$

Hướng dẫn

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$2\sqrt{(x-3)} = -8$$

$$\sqrt{(x-3)} = -4 \quad \text{Phương trình vô nghiệm}$$

$$\sqrt[3]{x-2} - \frac{1}{3} = -1$$

Bài 2. [TH] Giải phương trình

Hướng dẫn

$$\sqrt[3]{x-2} - \frac{1}{3} = -1$$

$$\sqrt[3]{x-2} = \frac{-2}{3}$$

$$x-2 = \frac{-8}{27}$$

$$x = \frac{46}{27}$$

Vậy PT có nghiệm $x = \frac{46}{27}$

Bài 3. [VD] Giải phương trình

$$3\sqrt{3x} - 5\sqrt{12x} + 7\sqrt{27x} = 28$$

Hướng dẫn

$$3\sqrt{3x} - 5\sqrt{12x} + 7\sqrt{27x} = 28 \quad \text{ĐKXD } x \geq 0$$

$$3\sqrt{3x} - 10\sqrt{3x} + 21\sqrt{3x} = 28$$

$$\sqrt{3x} = 2$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3} \quad (\text{TM})$$

Bài 4 [VD] Giải phương trình

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x - 2$$

Hướng dẫn

$$x \geq 2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2$$

$$x = 1 \quad (\text{KTM}) \quad \text{hoặc} \quad x = -1 \quad (\text{KTM})$$

Vậy phương trình vô nghiệm

DẠNG 3: $\sqrt{A^2} = B$

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{x^2} = x$.

C. $\sqrt{x^2} = -x$ nếu $x < 0$.

B. $\sqrt{x^2} = x$ nếu $x < 0$.

D. $\sqrt{x^2} = -x$ nếu $x > 0$.

Chọn C

$$\sqrt{x^2} = |x| = -x \text{ vì } x < 0$$

Câu 2. [NB] Cho phương trình $\sqrt{4x^2} = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Phương trình có nghiệm $x = \pm \frac{1}{4}$. **B.** Phương trình có nghiệm $x = \frac{1}{2}$.
- C.** Phương trình có nghiệm $x = \pm \frac{1}{2}$. **D.** Phương trình có nghiệm $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{4x^2} = 1$$

$$2|x| = 1$$

$$x = \pm \frac{1}{2}.$$

Câu 3. [NB] Cho phương trình $\sqrt{(x-2)^2} = 3$. Biến đổi nào sau đây là đúng?

- A.** $x - 2 = 3$. **B.** $2 - x = 3$.
- C.** $|x - 2| = 9$. **D.** $|x - 2| = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{(x-2)^2} = 3$$

Suy ra $|x - 2| = 3$

Câu 4. [NB] Cho phương trình $\sqrt{169x^2} = |-4|$. Biến đổi nào sau đây là đúng?

- A.** $13|x| = 4$. **B.** $13|x| = -4$. **C.** $13x = 4$. **D.** $13x = 4$.

Lời giải

Chọn A

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

$$\sqrt{169x^2} = |-4|$$

$$13|x| = 4$$

$$\sqrt{16(x-2)^2} - \sqrt{(-3)^2(x-2)^2} = \frac{2}{3}.$$

Câu 5. [TH] Cho phương trình

Có bạn giải phương trình này như sau:

Bước 1. Phương trình suy ra $4|x-2| + 3|x-2| = \frac{2}{3}$

Bước 2. $7|x-2| = \frac{2}{3}.$

Bước 3. $|x-2| = \frac{2}{21}.$

Bước 4. $x-2 = \pm \frac{2}{21}.$

Bước 5. $x = \frac{44}{21}$ hoặc $x = \frac{40}{21}.$

Bạn đó giải như vậy có đúng không? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Bước 1.

B. Bước 2.

C. Bước 3.

D. Bước 4.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{16(x-2)^2} - \sqrt{(-3)^2(x-2)^2} = \frac{2}{3}.$$

Suy ra $4|x-2| - 3|x-2| = \frac{2}{3}.$

Câu 6. [TH] Phương trình $\sqrt{9(1+x)^2} = (-2)^5$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm.

B. Vô số nghiệm.

C. Một nghiệm.

D. Hai nghiệm.

Lời giải

Chọn A

$\sqrt{9(1+x)^2} = (-2)^5$ vô nghiệm vì VT $= \sqrt{9(1+x)^2} \geq 0$ với mọi x

$$VP = (-2)^5 < 0$$

Câu 7. [TH] Phương trình $\sqrt{4(1+x)^2} = 6$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô nghiệm.

B. Vô số nghiệm.

C. Một nghiệm.

D. Hai nghiệm.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{4(1+x)^2} = 6$$

$$2|1+x| = 6$$

$$2|1+x| = 6 \text{ hoặc } 2|1+x| = -6$$

$$1+x = 3 \text{ hoặc } 1+x = -3$$

$$x = 2 \text{ hoặc } x = -4$$

Vậy phương trình $\sqrt{4(1+x)^2} = 6$ có hai nghiệm.

Câu 8. [TH] Phương trình $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = |x - 2|$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$.

B. $S = \left\{ -3; -\frac{1}{2} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = |x - 2|$$

$$3x - 1 = x - 2 \text{ hoặc } 3x - 1 = 2 - x$$

$$2x = -1 \text{ hoặc } 4x = 3$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ hoặc } x = \frac{3}{4}$$

Vậy phương trình $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = |x - 2|$ có tập nghiệm là $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\}$.

Câu 9. [VD] Tổng các số x, y, z thỏa mãn $(2x - y)^2 + (y - 2)^2 + \sqrt{(x + z)^2} = 0$ là

A. -1.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(2x - y)^2 + (y - 2)^2 + \sqrt{(x + z)^2} = 0$

$$(2x - y)^2 + (y - 2)^2 + |x + z| = 0$$

Vì
$$\begin{cases} (2x - y)^2 \geq 0 \\ (y - 2)^2 \geq 0 \\ |x + z| \geq 0 \end{cases} \quad \text{nên} \quad (2x - y)^2 + (y - 2)^2 + |x + z| = 0$$

Thì
$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - 2 = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$$

Vậy tổng $x + y + z = 1 + 2 + (-1) = 2$

Câu 10. [VD] Phương trình $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2$ có tập nghiệm là

A. $S = \{x \in \mathbb{Z} / 1 \leq x \leq 2\}$

B. $S = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 2\}$

C. $S = \{x \in \mathbb{Q} / 1 \leq x \leq 2\}$

D. $S = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 2\}$

Lời giải

Chọn D

ĐKXD: $x \geq 1$

$$\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} = 2$$

$$\sqrt{(\sqrt{x - 1} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x - 1} - 1)^2} = 2$$

$$\sqrt{x - 1} + 1 + |\sqrt{x - 1} - 1| = 2$$

$$|\sqrt{x - 1} - 1| = 1 - \sqrt{x - 1}$$

$$\sqrt{x - 1} \leq 1$$

$$0 \leq x - 1 \leq 1$$

$$1 \leq x \leq 2$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 2\}$

Câu 11. [VD] Phương trình $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} = 2$ có tổng các nghiệm là

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

ĐKXD: $x \geq 4$

$$\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} = 2$$

$$\sqrt{x-4+4\sqrt{x-4}+4} = 2$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2} = 2$$

$$\sqrt{x-4}+2 = 2$$

$$x = 4$$

Vậy tổng các nghiệm là 4

Câu 12. [VDC] Phương trình $\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} + \sqrt{x-\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2}$ có tập nghiệm là

A. $S = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 1\}$.

B. $S = \{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 2\}$.

C. $S = \left\{x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}$.

D. $S = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXD: $x \geq \frac{1}{2}$

$$\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} + \sqrt{x-\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}} + \sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}} = 2 \quad (2)$$

$$\sqrt{2x-1+2\sqrt{2x-1}+1} + \sqrt{2x-1-2\sqrt{2x-1}+1} = 2$$

$$\sqrt{(\sqrt{2x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2x-1}-1)^2} = 2$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\sqrt{2x-1}+1+\left|\sqrt{2x-1}-1\right|=2$$

$$\left|\sqrt{2x-1}-1\right|=1-\sqrt{2x-1}$$

$$0 \leq 2x-1 \leq 1$$

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \right\}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = |2x - 3|$

a) Điều kiện xác định là $x \geq 3$.

b) Điều kiện xác định là $x \leq 3$.

c) Điều kiện xác định là $x \geq \frac{3}{2}$.

d) Điều kiện xác định là $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

a) S

b) S

c) S

d) Đ

Điều kiện xác định là $\forall x \in \mathbb{R}$

Câu 2. Cho phương trình $2\sqrt{9 - 6x + x^2} - 6 = 0$

a) Tập nghiệm của phương trình là $S = \{6\}$.

b) Tập nghiệm của phương trình là $S = [0; 6]$.

c) Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là 6.

d) Tích các nghiệm của phương trình đã cho là 0.

Lời giải

a) S

b) Đ

c) Đ

d) S

$$\text{Vì } 2\sqrt{9 - 6x + x^2} - 6 = 0$$

$$2|x - 3| = 6$$

$$|x - 3| = 3$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 6\}$ nên a (Sai) và b (Đúng)

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Khi đó, tổng các nghiệm là 6 nên c (Đúng) và tích các nghiệm là 0 nên d (Đúng)

Câu 3. Cho phương trình $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 0$

- a) Tập nghiệm của phương trình có một phần tử.
- b) Tập nghiệm của phương trình có hai phần tử.
- c) Phương trình đã cho vô nghiệm.
- d) Phương trình đã cho có vô số nghiệm.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 0$		ĐKXĐ: $x \geq 1$	
$ \sqrt{x-1}+1 - \sqrt{x-1}-1 = 0$			
$ \sqrt{x-1}+1 = \sqrt{x-1}-1 $			
$\begin{cases} \sqrt{x-1}+1 = \sqrt{x-1}-1 \\ \sqrt{x-1}+1 = 1-\sqrt{x-1} \end{cases}$			
$\begin{cases} \sqrt{x-1}+1 = \sqrt{x-1}-1 \\ \sqrt{x-1}+1 = 1-\sqrt{x-1} \end{cases}$			
$\begin{cases} x \in \emptyset \\ 2\sqrt{x-1} = 0 \end{cases}$			
$\begin{cases} x \in \emptyset \\ x = 1 \end{cases}$			

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{1\}$

Vậy a (Đúng); b (Sai); c (Sai); d (Sai)

Câu 4. Phương trình $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = |1 - 3x|$

- a) Tập nghiệm của phương trình có một phần tử.
- b) Tập nghiệm của phương trình có hai phần tử.
- c) Tập nghiệm của phương trình có vô số phần tử.
- d) Tập nghiệm của phương trình là $S = \{x / x \in \mathbb{R}\}$

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) Đ
$\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = 1 - 3x $		ĐKXĐ: $x \geq 1$	
$ 1 - 3x = 1 - 3x $ (luôn đúng $\forall x \in \mathbb{R}$)			

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{x / x \in \mathbb{R}\}$

Vậy a (Sai); b (Sai); c (Sai); d (Đúng)

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho phương trình $\sqrt{(x-2)^2} = 5$ khi đó x bằng bao nhiêu?

Đáp án: $x \in \{7; -3\}$

$$\sqrt{(x-2)^2} = 5$$

$$|x-2| = 5$$

$$x \in \{7; -3\}$$

Câu 2. [NB] Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $\sqrt{(x+2)^2} = -3$

Lời giải

Đáp án: Phương trình vô nghiệm

$$\sqrt{(x+2)^2} \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{mà } -3 < 0$$

Câu 3. [TH] Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm? $\sqrt{(2x+4)^2} = 3$

Lời giải

Đáp án: Phương trình có hai nghiệm

$$\sqrt{(2x+4)^2} = 3$$

$$|2x+4| = 3$$

$$\begin{cases} 2x+4=3 \\ 2x+4=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Câu 4. [TH] Tìm giá trị của x không phải là nghiệm của phương trình sau.

$$\sqrt{(2x-1)^2} = \sqrt{1-4x+4x^2}$$

Lời giải

Đáp án: $x \in \emptyset$

$$\sqrt{(2x-1)^2} = \sqrt{1-4x+4x^2}$$

$$|2x-1| = |1-2x| \quad (\text{luôn đúng } \forall x \in \mathbb{R})$$

Câu 5. [VD] Phương trình $\sqrt{1-6x+9x^2} = 3x-1$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10.....

Đáp án: Phương trình có vô số nghiệm $x \in \mathbb{R}; x \geq \frac{1}{3}$

$$\sqrt{1 - 6x + 9x^2} = 3x - 1$$

$$|1 - 3x| = 3x - 1 \quad (\text{luôn đúng } \forall x \in \mathbb{R}; x \geq \frac{1}{3})$$

Câu 6. [VD] Tính tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{1 + 10x + 25x^2} = 5x + 1$

Lời giải

Đáp án: Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{1 + 10x + 25x^2} = 5x + 1$ bằng 0

$$\sqrt{1 + 10x + 25x^2} = 5x + 1$$

$$|1 + 5x| = 5x + 1 \quad (\text{luôn đúng } \forall x \in \mathbb{R}; x \geq -\frac{1}{5})$$

Trong số các nghiệm của phương trình thì có nghiệm $x = 0$

Tích các nghiệm của phương trình bằng 0

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Ta có $\sqrt{A^2} = B$

Khi đó $|A| = B$

suy ra $A = B$ hoặc $A = -B$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình: $\sqrt{(x - 3)^2} = 5$.

Lời giải

$$\sqrt{(x - 3)^2} = 5$$

$$|x - 3| = 5$$

Suy ra $x - 3 = 5$ hoặc $x - 3 = -5$

$$x = 8 \text{ hoặc } x = 2$$

Tập nghiệm của PT là $S = \{-8; 2\}$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình $\sqrt{9(2 + x)^2} = 3$.

Lời giải

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

$$\sqrt{9(2+x)^2} = 3$$

$$3\sqrt{(2+x)^2} = 3$$

$$|2+x| = 1$$

Suy ra $2+x=1$ hoặc $2+x=-1$

$$x=-1 \text{ hoặc } x=-3$$

Tập nghiệm của PT là $S = \{-1; -3\}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 7 - 2x$

Lời giải

$$\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 7 - 2x$$

$$\sqrt{(x-5)^2} = 7 - 2x$$

$$|x-5| = 7 - 2x$$

Với $x \geq 5$ ta được PT

$$x-5 = 7-2x$$

$$x=4 \text{ (KTM)}$$

Với $x < 5$ ta được PT

$$5-x = 7-2x$$

$$x=2 \text{ (TM)}$$

Tập nghiệm của PT là $S = \{2\}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

Lời giải

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$|x-3| = \sqrt{3} + 1$$

Trường hợp 1: $x-3 = \sqrt{3} + 1$

$$x = 4 + \sqrt{3}$$

Trường hợp 2: $x-3 = -\sqrt{3} - 1$

$$x = 2 - \sqrt{3}$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Vậy PT đã cho có hai nghiệm là: $x = 4 + \sqrt{3}$ và $x = 2 - \sqrt{3}$

$$\sqrt{(2x+1)^2} = 11$$

Hướng dẫn

$$\sqrt{(2x+1)^2} = 11$$

$$|2x+1| = 11$$

$$2x+1=11 \text{ hoặc } 2x+1=-11$$

$$x=5 \text{ hoặc } x=-6$$

Tập nghiệm của PT là $S = \{5; -6\}$

Bài 2. [TH] Giải phương trình $\sqrt{16(2-3x)^2} = (-5)^2$

Hướng dẫn

$$\sqrt{16(2-3x)^2} = (-5)^2$$

$$4|2-3x| = 25$$

$$|2-3x| = \frac{25}{4}$$

$$2-3x = \frac{25}{4} \text{ hoặc } 2-3x = -\frac{25}{4}$$

$$x = \frac{-17}{12} \text{ hoặc } x = \frac{11}{4}$$

Vậy PT đã cho có hai nghiệm là: $x = \frac{-17}{12}$ và $x = \frac{11}{4}$

Bài 3. [VD] Giải phương trình: $\sqrt{4x^2+4x+1} = 3-x$

Hướng dẫn

$$\sqrt{4x^2+4x+1} = 3-x$$

$$\sqrt{(2x+1)^2} = 3-x$$

$$|2x+1| = 3-x$$

CHUYÊN ĐỀ ÔN THI VÀO 10

Với $x \geq -\frac{1}{2}$ ta được PT

$$2x + 1 = 3 - x$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ (TM)}$$

Với $x < -\frac{1}{2}$ ta được PT

$$-2x - 1 = 3 - x$$

$$x = -4 \text{ (TM)}$$

Bài 4 [VD] Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 16x + 64} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

Hướng dẫn

$$\sqrt{x^2 - 16x + 64} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

$$\sqrt{(x - 8)^2} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$|x - 8| = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

Trường hợp 1: $x - 8 = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

$$x = \sqrt{2} + \sqrt{3} + 8$$

Trường hợp 2: $x - 8 = -\sqrt{2} - \sqrt{3}$

$$x = -\sqrt{2} - \sqrt{3} + 8$$

Vậy PT đã cho có hai nghiệm là: $x = \sqrt{2} + \sqrt{3} + 8$ và $x = -\sqrt{2} - \sqrt{3} + 8$

