**BÀI 2**

**CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN**

**CÔNG THỨC BAYES**

**1. Công thức xác suất toàn phần**

Cho hai biến cố  và  với , ta có:



**2. Công thức Bayes**

Cho hai biến cố  và  với , ta có:



**Nhận xét:**

Cho hai biến cố  và  với , do 

nên **công thức Bayes** còn có dạng: 

**KIẾN THỨC CẦN NHỚ ĐỂ GIẢI TOÁN**

**1. Công thức xác suất toàn phần**



**2. Công thức Bayes**

 hoặc 

Các công thúc cần nhớ

• 

• 

• 

• 

**Chú ý khi sử dụng Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes:**

• **Công thức xác suất toàn phần** và **Công thức Bayes** được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra. Khi áp dụng giải toán, biến cố cần tìm xác xuất chi phối bởi hệ đầy đủ biến cố trước đó. Vì vậy , để giải toán xác xuất này, ta cần:

• Phân tích kỹ đề bài, linh hoạt liên tưởng vào thực tế.

• Xác định được nhóm biến cố đầy đủ ở giai đoạn đầu của sự việc mà bài toán đã đưa ra.

• Gọi tên biến cố xảy ra ở giai đoạn sau liên quan đến nhóm biến cố đầy đủ được xác định trước đó.

• Xác định xác suất của từng biến cố ở hệ đầy đủ, các xác suất có điều kiện của biến cố ở giai đoạn sau với từng biến cố trong hệ đầy đủ.

• Áp dụng **công thức xác suất toàn phần** nếu biến cố cần tìm xác xuất là biến cố xảy ra ở giai đoạn sau.

• Nếu biết biến cố xảy ra trong giai đoạn sau, để xác định xác xuất của một biến cố nào đó ở giai đoạn trước liên quan đến biến cố ở giai đoạn sau như thế nào ta sử dụng **Công thức Bayes.**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

1. Cho hai biến cố  và , với , , 

a) Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

b) Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

a) Tính .

**Chọn B.**



Công thức xác suất toàn phần



b) **Chọn C.**

Công thức Bayes



1. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Khánh Hòa nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%.

a) Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh Khánh Hòa thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

b) Tính xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

a) **Chọn D.**

Gọi  là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra  là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi  là biến cố “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính 

Với 

Ta có



Vậy 

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 

b) **Chọn A.**

xác suất mà người đó là nghiện huốc lá khi biết bị bệnh phổi là 

Theo công thức Bayes, ta có



Như vậy trong số người bị beenjhj phổi của tỉnh Khánh Hòa, có khoảng  số người nghiện thuốc lá.

1. Một trạm chỉ phát hai tín hiệu  và  với xác suất tương ứng 0,85 và 0,15. do có nhiễu trên đường truyền nên  tín hiệu  bị méo và thu được như tín hiệu  còn  tín hiệu  bị méo cà thu được như .

a) Xác suất thu được tín hiệu  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

b) Giả sử đã thu được tín hiệu A. Tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

a) **Chọn C.**

Gọi  là biến cố “Phát tín hiệu ”

Gọi  là biến cố “Phát tín hiệu ”

Gọi  là biến cố “Phát được tín hiệu ”

Gọi  là biến cố “Phát được tín hiệu ”

Ta cần tính 

Với 

Ta có



Đo đó 

b)

**Chọn D.**

Theo công thức Bayes, ta có



1. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có  tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi  là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi  là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính 

Với 

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra:

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: 

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: 

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: 



Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

1. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là .

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là .

c) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là .

d) Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra không có đánh số .

**Lời** **giải**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) | d) |
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **SAI** | **ĐÚNG** |

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là .

b) Số viên bi màu vàng không đánh số là  .

c)

Gọi  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính  theo công thức: 

Ta có:









Vậy 

d)

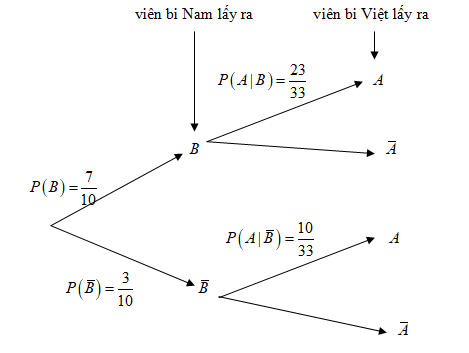
 là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số” suy ra  là biến cố “viên bi được lấy ra không có đánh số”

Ta có:

1. Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là .

b) Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là .

d) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là  .

**Lời** **giải**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) | d) |
| **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** | **ĐÚNG** |

Gọi  là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu”

Gọi  là biến cố “bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu”, suy ra  là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu ”

a) Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là 

b)

Ta có:

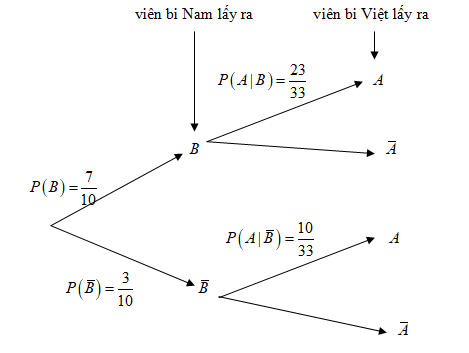








Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là



c) Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là



d)

 là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu” suy ra  là biến cố “bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu”

Ta có:

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

1. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

b) Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 viên bi màu trắng và 5 viên bi màu đen, hộp II có 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I bỏ sang hộp II. Sau đó lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II.

a) Tính xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp II là viên bi màu trắng.

b) Giả sử viên bi được lấy ra từ hộp II là viên bi màu trắng. Tính xác suất viên bi màu trắng đó thuộc hộp I.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Một chiếc hộp có 40 viên bi, trong đó có 12 viên bi màu đỏ và 28 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân lấy ngẫu nhiên viên bi từ chiếc hộp đó hai lần, mỗi lần lấy ra một viên bi và viên bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất để cả hai lần bạn Ngân đều lấy ra được viên bi màu vàng.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Một loại linh kiện do hai nhà máy số I, số II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là: 4%; 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó.

a) Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt.

b) Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện phế phẩm. Xác suất linh kiện đó do nhà máy nào sản xuất là cao nhất?

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm A, cho kết quả như sau: khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con . Hỏi khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm A thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là bao nhiêu?

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Giả sử trong một nhóm người có 2 người nhiễm bệnh, 58 người còn lại là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh, xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85%, nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất để bị xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7%.

a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị tình huống trên.

b) Giả sử X là một người trong nhóm bị xét nghiệm có kết quả dương tính. Tính xác suất để X là người nhiễm bệnh.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Một khu dân cư có 85%các hộ gia đình sử dụng điện để đun nấu. Hơn nữa, có 21%các hộ gia đình sử dụng bếp từ để đun nấu. Chọn ngẫu nhiên một hộ gia đình, tính xác suất hộ đó sử dụng bếp từ để đun nấu, biết hộ đó sử dụng điện để đun nấu.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Phòng công nghệ của một công ty có 4 kĩ sư và 6 kĩ thuật viên. Chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 3 người từ phòng. Tính xác suất để cả 3 người được chọn đều là kĩ sư, biết rằng trong 3 người được chọn có ít nhất 2 kĩ sư.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Có hai cái hộp giống nhau, hộp thứ nhất chứa 5 quả bóng bàn màu trắng và 3 quả bóng bàn màu vàng, hộp thứ hai chứa 4 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng. Minh lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp thứ nhất. Nếu quả bóng đó là bóng vàng thì Minh lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp thứ hai, còn nếu quả bóng đó màu trắng thì Minh lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 quả bóng từ hộp thứ hai.

a) Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để có đúng 1 quả bóng màu vàng trong các quả bóng lấy ra từ hộp thứ hai.

b) Biết rằng các quả bóng lấy ra từ hộp thứ hai đều có màu trắng. Tính xác suất để quả bóng lấy ra từ hộp thứ nhất có màu vàng.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

b) Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Tính xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ và tỉ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Gặp ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp.

a) Tính xác suất nhân viên đó có mua bảo hiểm nhân thọ.

b) Biết rằng nhân viên đó có mua bảo hiểm nhân thọ. Tính xác suất nhân viên đó là nam.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55 . Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuât hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bệ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó.

Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.

Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bệ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Tại nhà máy X sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK; nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK. Chọn ngã̃u nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy X trên thị trường.

a) Tính xác suất để linh kiện điện tử đó được đóng dấu OTK.

b) Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,65 và 0,55 . Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Tính xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng;

b) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội l.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01 . Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%3%.

a) Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác.

b) Chọn ngẫu nhiên một thư không bị chặn. Tính xác suất để đó là thư đúng.

c) Trong số các thư bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư đúng? Trong số các thư không bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư rác?

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

a) Tính xác suất học sinh đó có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật.

b) Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh A là 5% còn trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh A là 17%. Gặp ngẫu nhiên một người ở địa phương đó.

a) Tính xác suất người đó mắc bệnh A.

b) Biết rằng người đó mắc bệnh A. Tính xác suất người đó không tiêm vắc xin phòng bệnh A.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**

1. Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại nói thật với xác suất 0,5 . Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”.

a) Tính xác suất của các biến cố A và B.

b) Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật.

**Đán án:** …………

**Lời** **giải**