# Chuyên đề 9. Hàm số bậc hai

**TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

**I**

1. **Tập xác định của hàm số** 

Hàm số  xác định với mọi giá trị của . nên tập xác định 

1. **Tính biến thiên**

Xét hàm số 

* Nếu  thì hàm số nghịch biến khi  và đồng biến khi .
* Nếu  thì hàm số đồng biến khi  và nghịch biến khi .
1. **Đồ thị hàm sỗ**

Đồ thị của hàm số  là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một parabol với đỉnh O.

Nếu  thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O là điểm thấp nhất của đồ thị.

Nếu  thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O là điểm cao nhất của đồ thị.

1. **Nhận xét**

Xét hàm số 

* Nếu  thì  với mọi  khi . Giá trị nhỏ nhất của hàm số .
* Nếu  thì  với mọi  khi . Giá trị lớn nhất của hàm số là .

**CÁC DẠNG TOÁN**

**II**

**Dạng 1. Vẽ đồ thị hàm số** 

Phương pháp

**1**

***Bước 1:*** Tìm tập xác định của hàm số.

***Bước 2:*** Lập bảng giá trị (thường từ 5 đến 7 giá trị) tương ứng giữa  và .

***Bước 3:*** Vẽ đồ thị và kết luận.

Ví dụ minh họa

**2**

1. Vẽ đồ thị hàm số sau

**Lời giải**

Tập xác định:

Bảng giá trị

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Đồ thị

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Bài tập tương tự

**3**

1. Vẽ đồ thị các hàm số sau

a)  b) c)

**Dạng 2. Tương giao của parabol  và đường thẳng **

Phương pháp

**1**

***Bước 1:*** Lập phương trình hoành độ giao điểm 

***Bước 2:*** Giải phương trình tìm  sau đó thế vào phương trình  hoặc  tìm 

***Bước 3:*** Kết luận tọa độ giao điểm.

Ví dụ minh họa

**2**

1. Trong mặt phẳng Oxy cho  và đường thẳng 

a) Vẽ và  lên cùng hệ trục tọa độ

b)Tìm tọa độ giao điểm của  và 

**Lời giải**

Bài tập tương tự

**3**

1. Cho hàm số  và đường thẳng 

a) Vẽ đồ thị (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

1. Cho hàm số  và đường thẳng 

a) Vẽ đồ thị (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

1. Cho hàm số  và đường thẳng 

a) Vẽ đồ thị (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Các bài toán thi

**4**

1. Trên mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  và parabol .

a) Tìm tọa độ các giao điểm của  và .

b) Gọi  là hai giao điểm của  và . Tính diện tích tam giác .

*(Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 THPT Hà Nội năm 2014)*

**Lời giải:**

**Dạng 3. Bài toán liên quan đến điểm thuộc Parabol **

Phương pháp

**1**

**Ghi nhớ:** Điểm

Ví dụ minh họa

**2**

1. Cho hàm số  .

a) Xác định hệ số  biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm .

b) Vẽ đồ thị của hàm số đã cho

c) Tìm các điểm trên Parabol có tung độ bằng 16.

d) Tìm  sao cho  thuộc Parabol.

e) Tìm các điểm trên Parabol (khác gốc tọa độ) cách đều hai trục tọa độ.

**Lời giải:**

a) Ta có 

b) Đồ thị Parabol có đỉnh là gốc tọa độ  quay bề lồi xuống dưới, có trục đối xứng là  đi qua các điểm 

c) Gọi  là điểm thuộc  có tung độ bằng 16.

Ta có: . Vậy  hoặc .

d) Thay tọa độ điểm  vào  ta được:  hoặc .

e) Gọi  là điểm thuộc  cách đều hai trục tọa độ. Ta có: . Theo giả thiết ta có:  (loại) hoặc . Vậy  hoặc .

Bài tập tương tự

**3**

1. ChoParabol 

a) Xác định điểm  thuộc  sao cho độ dài đoạn  là nhỏ nhất, trong đó .

b) Giả sử điểm  chạy trên . Tìm tập hợp trung điểm  của đoạn .

**Lời giải**

a) Giả sử điểm  thuộc đường Parabol  suy ra . Khi đó . Vậy . Ta thấy  nhỏ nhất bằng  khi  hay .

b) Giả sử điểm  thuộc  . Gọi  là trung điểm đoạn .

Suy ra . Vậy tập hợp các trung điểm  của đoạn  là đường Parabol 

Các bài toán thi

**4**

1. Một xe tải có chiều rộng là 2,4 m chiều cao là 2,5 m muốn đi qua một cái cổng hình Parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 4m và khoảng cách từ đỉnh cổng tới mỗi chân cổng là  m (Bỏ qua độ dày của cổng).

a) Trong mặt phẳng tọa độ  gọi Parabo  với  là hình biểu diễn cổng mà xe tải muốn đi qua. Chứng minh .

b) Hỏi xe tải có đi qua cổng được không? Tại sao?

*(Trích đề tuyển sinh vào lớp 10 – Trường THPT chuyên ĐHSP Hà Nội 2015-2016)*

**Lời giải:**

Giả sử trên mặt phẳng tọa độ, độ dài các đoạn thẳng được tính theo đơn vị mét. Do khoảng cách giữa hai chân cổng là 4 m nên . Theo giả thiết ta có , áp dụng định lý Pitago ta tính được:  vậy . Do  thuộc parabol nên tọa độ điểm  thỏa mãn phương trình:  hay  và .

Để đáp ứng chiều cao trước hết xe tải phải đi vào chính giữa cổng.



Xét đường thẳng  (ứng với chiều cao của xe). Đường thẳng này cắt Parabol tại 2 điểm

có tọa độ thỏa mãn hệ:



Suy ra tọa độ hai giao điểm là .

Vậy xe tải có thể đi qua cổng.