**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NAM TỪ LIÊM**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 8 NĂM 2022-2023**

**Bài 1. (6,0 điiểm)**

1. Giải phương trình sau trên tập số thực 
2. Cho x, y là các số thực khác 0 và thỏa mãn đồng thời các điều kiện . Tính giá trị của biểu thức 
3. Cho 2 số nguyên a, b thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng a là số chính phương

**Bài 2. (4,0 điểm)**

1. Cho các số nguyên dương a; b(a>b) thỏa mãn điều kiện chia hết cho chia hết cho . Chứng minh rằng a, b nguyên tố cùng nhau và chia hết cho 
2. Cho 2019 số nguyên dương phân biệt lớn hơn 1. Chứng minh rằng tích không chia hết cho tích 

**Bài 3. (3,0 điểm)** Cho 3 số thực dương a,b,c thỏa mãn 

Chứng minh rằng .Đẳng thức xảy ra khi nào ?

**Bài 4. (6,0 điểm)** Cho đoạn thẳng AB. Kẻ tia tại B. Trên tia Bx lấy điểm C (C khác B). Kẻ , điểm H thuộc AC. Gọi M là trung điểm của AB

1. Chứng minh rằng 
2. Kẻ HD vuông góc với BC (D thuộc BC). Gọi I là giao điểm của AD và BH. Chứng minh rằng 3 điểm C, I, M thẳng hàng
3. Giả sử AB cố định, điểm C thay đổi trên Bx. Tìm vị trí điểm C trên tia Bx Sao cho diện tích lớn nhất .

**Bài 5. (1,0 điểm)** Xét 15 số nguyên dương lớn hơn 1, không vượt quá 2019 và đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong 15 số đó luôn có ít nhất 1 số là số nguyên tố

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (6,0 điiểm)**

1. **Giải phương trình sau trên tập số thực **

Ta có : ****

****

1. **Cho x, y là các số thực khác 0 và thỏa mãn đồng thời các điều kiện . Tính giá trị của biểu thức **

Ta có : 



1. **Cho 2 số nguyên a, b thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng a là số chính phương**

Ta có :



Vậy a là số chính phương.

**Bài 2. (4,0 điểm)**

1. **Cho các số nguyên dương a; b(a>b) thỏa mãn điều kiện chia hết cho chia hết cho . Chứng minh rằng a, b nguyên tố cùng nhau và chia hết cho **

Ta có :



Gọi 

Vậy (a;b) nguyên tố cùng nhau

Gọi 

Mà , mà a, b nguyên tố cùng nhau nên 

Mà 



Vậy 

1. **Cho 2019 số nguyên dương phân biệt lớn hơn 1. Chứng minh rằng tích không chia hết cho tích **

Ta có :



Xét vì 

Mà là các số dương phân biệt lớn hơn 1 nên 

là tích các phần tử khác nhua và các phần tử không nguyên nên A không nguyên

**không chia hết cho tích** 

**Bài 3. (3,0 điểm) Cho 3 số thực dương a,b,c thỏa mãn **

**Chứng minh rằng .Đẳng thức xảy ra khi nào ?**

Ta có :



Tương tự :



Dấu bằng xảu ra khi

**Bài 4. (6,0 điểm) Cho đoạn thẳng AB. Kẻ tia tại B. Trên tia Bx lấy điểm C (C khác B). Kẻ , điểm H thuộc AC. Gọi M là trung điểm của AB**

****

1. **Chứng minh rằng **

Xét và có : (cùng phụ với góc ABH)

Do đó 

1. **Kẻ HD vuông góc với BC (D thuộc BC). Gọi I là giao điểm của AD và BH. Chứng minh rằng 3 điểm C, I, M thẳng hàng**

Ta có 



Vậy 3 điểm I, M, C thẳng hàng

1. **Giả sử AB cố định, điểm C thay đổi trên Bx. Tìm vị trí điểm C trên tia Bx Sao cho diện tích lớn nhất .**

Để diện tích AIB lớn nhất thì diện tích ABH lớn nhất

lớn nhất khi AB=AC

Vậy C thuộc BC sao cho 

**Bài 5. (1,0 điểm) Xét 15 số nguyên dương lớn hơn 1, không vượt quá 2019 và đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong 15 số đó luôn có ít nhất 1 số là số nguyên tố**

Giả sử là các số nguyên lớn hơn 1 đều là hợp số. Gọi pi là ước nguyên tố nhỏ nhất của ni (i=1;2;….15)

Gọi p là số lớn nhất trong các số . Do các số đôi một nguyên tố cùng nhau nên các số khác nhau tất cả

Số nguyên tố thứ 15 là số 47 (ta có 

Đối với số n có ước nguyên tố nhỏ nhất là p thi (vô lý)

Vậy trong 15 số đó luôn có ít nhất 1 số là số nguyên tố

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com