CHUYÊN ĐỀ 14.

CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

# PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. **Trường hợp bằng nhau: cạnh - góc - cạnh**

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

|  |  |
| --- | --- |
| Xét *ABC* và *A**B**C* có:  *AB*  *A**B*   *A*  *A*   *ABC*  *A**B**C* (c.g.c)    *AC*  *A**C*   | ***B B'***  ***A I A' C'*** |

# Trường hợp bằng nhau: cạnh - góc - cạnh

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

|  |  |
| --- | --- |
| Xét *ABC* và *A**B**C* có:  *B*  *B*   *AB*  *A**B*  *ABC*  *A**B**C*(g.c.g)    *A*  *A*    | ***B B'***  ***A C A' C'*** |

# PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

1. **Phương pháp giải:**

+ Xét hai tam giác.

+ Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh, góc – cạnh - góc.

+ Kết luận hai tam giác bằng nhau.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***M N***

***E***

***B D***

# Lời giải:

***C Q P***

**Bài 2. MĐ1.** Trong các hình vẽ sau, có hai tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A E***

***F H***

***D***

***B C***

***G***

# Lời giải:

**Bài 3. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có hai tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***B E***

***G H K L***

***Q P N***

**GH // QP**

# Lời giải:

***M A C D F***

**Bài 4. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***M***

***N Q***

1 2

1 2

***P O***

# Lời giải:

**Bài 5. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh.

***A***

***P Q***

***E F***

***B***

***I***

***G***

***D***

***H***

***M N***

***C***

# Lời giải:

**Bài 6. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc - cạnh - góc.

***M***

***A***



***O***

***B C***

***E***

***D N P***

# Lời giải:

**Bài 7. MĐ2** Qua trung điểm *I* của đoạn thẳng *AB* , kẻ đường thẳng vuông góc với *AB* , trên đường thẳng vuông góc đó lấy hai điểm *C* và *D* . Nối *CA*,*CB*, *DA*, *DB* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

# Lời giải:

**Bài 8. MĐ2** Cho tam giác *ABC* , kẻ *AH* vuông góc với

*BC*,  *H*  *BC*  . Trên. tia đối của tia *HA* lấy

điểm *K* sao cho *HK*  *HA* , nối

# Lời giải:

*KB*, *KC* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

**Bài 9. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

***A***

***B***

1 2

1 2

***M C***

# Lời giải:

**Bài 10. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

***A***

***B***



1 2

1 2

***M C***

# Lời giải:

**Bài 11. MĐ2** Cho *Oz* là tia phân giác góc *xOy* . Trên các tia *Ox*,*Oy*,*Oz* lần lượt lấy các điểm

*A*, *B*, *C* (khác *O* ) sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh *OAC*  *OBC* .

# Lời giải:

**Bài 12. MĐ3** Cho góc *xOy* khác góc bẹt. Trên cạnh *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* , trên cạnh *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* , sao cho *OA*  *OC*;*OB*  *OD* .

1. Chứng minh *OAD*  *OCB* .
2. Chứng minh *ACD*  *CAB* .

# Lời giải:

**Bài 13. MĐ3** Cho *ABC* vuông ở *A* . Trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *D* sao cho *AD*  *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *ABD* .
2. Trên tia đối của tia *AB* lấy điểm *M* . Chứng minh *MBD*

# Lời giải:

 *MBC* .

**Bài 14. MĐ3** Cho hình vẽ sau, trong đó

1. *OAB*  *ODC* .
2. *OAC*  *ODB* .

# Lời giải:

*AB* // *CD* , *AB*  *CD* . Chứng minh rằng:

**Bài 15. CĐ4** Cho góc nhọn *xOy* có tia *Oz* là tia phân giác. Qua điểm *A* thuộc tia *Ox* , vẽ đường thẳng song song với *Oy* cắt *Oz* tại *M* . Qua *M* kẻ đường thẳng song song với *Ox* cắt *Oy* tại *B* .

1. Chứng minh *OAM*  *MBO* .
2. Từ *M* vẽ *MH*  *Ox* ; *MK*  *Oy* . Chứng minh *MHO*  *MKO* .

# Lời giải:

**Bài 16. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có

*A*  90 và *AB*  *AC* . Trên các cạnh *AB* và *AC* lần lượt lấy

điểm *D* và *E* sao cho *AD*  *AE* . Qua *A* và *D* kẻ đường vuông góc với *BE* cắt *BC* lần lượt tại *M*

và *N* . Tia *ND* cắt tia *CA* tại *I* . Chứng minh rằng:

1. *AID*  *ABE* .
2. Chứng minh *CM*  *MN* .

# Lời giải:

**Bài 17. MĐ4** Cho *ABC* , kẻ BD vuông góc với *AC* , *CE* vuông góc với *AB* . Trên tia đối của tia *BD* , lấy điểm *H* sao cho *BH*  *AC* . Trên tia đối của tia *CE* lấy điểm *K* sao cho *CK*  *AB* . Chứng minh *AH*  *AK* .

# Lời giải:

**Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác**

1. **Phương pháp giải:**

+ Chọn hai tam giác có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.

+ Chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau theo một trong hai trường hợp cạnh - góc - cạnh, góc

* cạnh - góc rồi suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc
* cạnh, góc - cạnh - góc .

+ Kết hợp với các tính chất đã học về tia phân giác, đường thẳng song song, đường trung trực, tổng ba góc trong một tam giác, ... để chứng minh một tính chất khác.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* , tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *M* . Chứng minh:

*BM*  *CM* .

# Lời giải:

**Bài 2. MĐ1** Cho góc nhọn *xOy* có *Om* là tia phân giác, *C**Om*

*C*  *O* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* ,

trên tia *Oy* lấy điểm *B* sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh: *CA*  *CB* .

# Lời giải:

**Bài 3. MĐ1** Cho *ABC*  *MNP* . Gọi *O* và *G* lần lượt là trung điểm của các cạnh *BC* và *NP* . Chứng minh *AO*  *MG* .

# Lời giải:

**Bài 4. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *D* .

1. Chứng minh *AB*  *AC* .
2. Chứng minh *AD*  *BC* .

# Lời giải:

**Bài 5. MĐ2** Cho

*ABC* có *AB*  *AC* . Phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại điểm *D* . Trên cạnh *AC*

lấy điểm *E* sao cho *AE*  *AB* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *DA* là tia phân giác của góc *BDE* .

# Lời giải:

**Bài 6. MĐ2** Cho góc *xOy* khác góc bẹt và có *Ot* là tia phân giác. Lấy điểm *C* thuộc *Ot* *C*  *O* .

Qua *C* kẻ đường vuông góc với *Ot* , cắt *Ox*, *Oy* theo thứ tự ở

1. Chứng minh: *OA*  *OB* .

*A*, *B* .

1. Lấy điểm *D* thuộc *Ct*  *D*  *C*  . Chứng minh: *DA*  *DB*

# Lời giải:

và *OAD*  *OBD* .

**x**

**Bài 7. MĐ2** Cho *ABC* , *M* là trung điểm của *BC* . Trên tia đối của tia *MA* lấy điểm *E* sao cho

*ME*  *MA* . Chứng minh:

1. *ABM*  *ECM* .
2. *AB*  *CE* và

# Lời giải:

*AC* // *BE* .

**Bài 8. MĐ3** Cho tam giác *ABC* có

*A*  80 . Dựng *AH* vuông góc với *BC* ( *H*  *BC* ). Trên tia đối tia

*HA* lấy điểm *D* sao cho *HD*  *HA* .



14

1. Chứng minh: *AC*  *DC* .
2. Chứng minh: *ABC*  *DBC* .
3. Xác định số đo góc *BDC* .

# Lời giải:

**Bài 9. MĐ3** Cho *ABC* trên nửa mặt phẳng bờ *AC* không chứa điểm *B* , lấy điểm *D* sao cho

*AD* // *BC* và *AD*  *BC* . Chứng minh:

1. *AB*  *CD* .
2. *AB* // *CD* và *ABD*  *CDB* .

# Lời giải:

**Bài 10. MĐ3** Cho *ABC* có

*B* cắt *AC* ở *D* .

*A*  90 , trên cạnh *BC* lấy điểm *E* sao cho *BA*  *BE* . Tia phân giác góc

1. Chứng minh: *ABD*  *EBD* .
2. Chứng minh: *DA*  *DE* .
3. Tính số đo *BED* .
4. Xác định độ lớn góc *B* để *EDB*  *EDC* .

# Lời giải:

**Bài 11. MĐ3** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Kẻ tia phân giác *AD* của *BAC*  *D*  *BC*  . Trên cạnh *AC* lấy điểm *E* sao cho *AE*  *AB* , trên tia *AB* lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *BF*  *EC*
3. *BDF*  *EDC* .
4. *AD*  *FC* .

# Lời giải:

**Bài 12. MĐ4** Cho tam giác

*ABC*  *AB*  *AC*  , tia *Ax* đi qua trung điểm *M* của *BC* . Kẻ *BE* và *CF*

vuông góc với *Ax* (*E*, *F*  *Ax*) .

1. Chứng minh: *BE* // *CF* .
2. So sánh *BE* và *FC* ; *CE* và *BF* .
3. Tìm điều kiện về *ABC* để có *BE*  *CE* .

# Lời giải:

**Bài 13. MĐ4** Cho tam giác *ABC* . Đường thẳng qua *A* song song với *BC* cắt đường thẳng qua *C* song song với *AB* ở *D* . Gọi *M* là giao điểm của *BD* và *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *CDA* .
2. Chứng minh *M* là trung điểm của *AC* .
3. Đường thẳng *d* qua *M* cắt các đoạn thẳng của *IK* .

# Lời giải:

*AD*, *BC* lần lượt ở

*I* , *K* . Chứng minh *M* là trung điểm

**Bài 14. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AD* vuông góc với *AB* và *AD*  *AB* ( *D*, *C* khác phía so với *AB* ). Vẽ đoạn thẳng *AE* vuông góc với *AC* và *AE*  *AC* ( *E*, *B* khác phía so với *AC* ).

Chứng minh:

1. *BE*  *DC* .
2. *BE*  *DC* .

# Lời giải:

**Bài 15. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Gọi

*M* , *N* lần lượt là trung điểm của

*AB*, *AC* . Lấy điểm

*E*, *D* sao cho *M* , *N* là trung điểm của *CE*, *BD* .

1. Chứng minh:
2. Chứng minh:

# Lời giải:

*AD* // *BC* .

*A*, *E*, *D* thẳng hàng.

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1.**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***D M***

***A***

***B C E F N P***

**Bài 2. MĐ1** Trên mỗi hình 1, hình 2, hình 3 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***E C***



***A***

***F***



***S***

***K***

**Hình 1**

***O B***

***G B D***

**Hình 2**

***C***

***H***

**Hình 3**

**Bài 3. MĐ1** Cho hình vẽ, chứng minh *ABC*  *MNP* .

***A M***

***B C N P***

**45°**

**70°**

**70°**

**65°**

**Bài 4. MĐ2** Cho *ABC*  *MNP* . Gọi *AD* là đường phân giác góc *A* của tam giác *ABC* . Gọi *ME* là đường phân giác góc *M* của tam giác *MNP* . Chứng *ABD*  *MNE*.

**Bài 5. MĐ3** Cho góc *xAy* . Lấy điểm *B* trên *Ax* , điểm *D* trên *Ay* sao cho *AB*  *AD*

. Trên tia *Bx*

lấy điểm *E* , trên tia *Dy* lấy điểm *C* sao cho *BE*  *DC* . Chứng minh *ABC*  *ADE* .

**Bài 6. MĐ4** Cho

*ABC*

có *D* là trung điểm của *BC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa điểm

*A* , vẽ tia *Bx* // *AC* , *Bx* cắt tia *AD* ở *E* .

1. Chứng minh *ADC*  *EDB* .
2. Trên tia đối của tia *AC* , lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Gọi *I* là giao điểm của *AB* và *EF* . Chứng minh *AIF*  *BIE* .

# Dạng 2.

**Bài 1. MĐ1** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC* , *AB* . Chứng minh rằng : *BM*  *CN* .

**Bài 2. MĐ2** Cho *ABC*

1. *ABM* *ACM* .

có *AB*  *AC* , phân giác

*AM* *M*  *BC*  . Chứng minh:

1. *M* là trung điểm của *BC* và *AM*  *BC* .

**Bài 3. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có : *AB*  *AC*

và *M* là trung điểm của *BC* .

1. Chứng minh *AM* là tia phân giác của góc *BAC* .
2. Chứng minh *AM*  *BC* .
3. Qua *C* kẻ đường thẳng *d* song song với *AB* cắt tia *AM* tại *N* . Chứng minh *M* là trung điểm của

*AN* .

**Bài 4. MĐ2** Cho *ABC* , có *B*  *C*

giác của góc *C* cắt *AB* ở *E* .

và *AB*  *AC* . Tia phân giác của góc *B* cắt *AC* ở *D* . Tia phân

1. So sánh độ dài các đoạn thẳng *BD* và *CE* .
2. Gọi *I* là giao điểm *BD* và *EC* . Chứng minh *BI*  *IC* , *IE*  *ID* .

**Bài 5. MĐ3** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* chứa điểm *A* , vẽ tia *Bx* , *Cy* lần

lượt cắt hai cạnh *AC* , *AB* tại

1. Chứng minh *AD*  *AE* .

*D*, *E* sao cho *ABD*  *ACE* .

1. Gọi *I* là giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh *EBI*  *DCI* .
2. Chứng minh *AI*  *BC* .

**Bài 6. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có *M* và *N* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB* và *AC* . Trên tia đối của tia *NB* lấy điểm *D* sao cho *ND*  *NB* . Trên tia đối của tia *MC* lấy điểm *E* sao cho *ME*  *MC* . Chứng minh :

1. *AD*  *BC* .
2. *AE* // *BC* .
3. *A* là trung điểm của *DE* .

**Bài 7. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AM*  *AB* ; *AM*  *AB*

sao cho *M* và

*C* khác phía đối với đường thẳng *AB* . Vẽ đoạn thẳng *AN*  *AC* và *AN*  *AC* sao cho *N* và *B*

khác phía đối với đường thẳng *AC* . Gọi

1. *AMC*  *ABN* .

*I* , *K* lần lượt là trung điểm của *BN* và *CM* . Chứng minh :

1. *MC*  *BN*
2. *AI*  *AK*

và *MC*  *BN* . và *AI*  *AI* .

# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***D M***

***A***

***B C E F N P***

# Lời giải:

**Bài 2. MĐ1** Trên mỗi hình 1, hình 2, hình 3 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***E C***



***A***

***F***

# Lời giải:

***K***

**Hình 1**

***O B***

***G B D***



***S***

**Hình 2**

***C***

***H***

**Hình 3**

**Bài 3. MĐ1** Cho hình vẽ, chứng minh *ABC*  *MNP* .

***A M***

***B N***

**45°**

**70°**

**70°**

**65°**

***C P***

# Lời giải:

**Bài 4. MĐ2** Cho *ABC*  *MNP* . Gọi *AD* là đường phân giác góc *A* của tam giác *ABC* . Gọi *ME*

là đường phân giác góc *M* của tam giác *MNP* . Chứng *ABD*  *MNE*.

# Lời giải:

**Bài 5. MĐ3** Cho góc *xAy* . Lấy điểm *B* trên *Ax* , điểm *D* trên *Ay* sao cho *AB*  *AD*

. Trên tia

*Bx* lấy điểm *E* , trên tia *Dy* lấy điểm *C* sao cho *BE*  *DC* . Chứng minh *ABC*  *ADE* .

***A***

**x**

***E***

***B***

***D***

***C***

**y**

# Lời giải:

**Bài 6. MĐ4** Cho *ABC* có *D* là trung điểm của *BC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa điểm

*A* , vẽ tia *Bx* // *AC* , *Bx* cắt tia *AD* ở *E* .

1. Chứng minh *ADC*  *EDB* .
2. Trên tia đối của tia *AC* , lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Gọi *I* là giao điểm của *AB* và *EF* . Chứng minh *AIF*  *BIE* .

# Lời giải:

**Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác**

**Bài 1. MĐ1** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC* , *AB* . Chứng minh rằng : *BM*  *CN* .

# Lời giải:

**Bài 2.** Cho *ABC* có *AB*  *AC* , phân giác *AM* *M*  *BC*  . Chứng minh:

1. *M* là trung điểm của *BC* .
2. *AM*  *BC* .

# Lời giải:

**Bài 3. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có : *AB*  *AC* và *M* là trung điểm của *BC* .

1. Chứng minh *AM* là tia phân giác của góc *BAC* .
2. Chứng minh *AM*  *BC* .
3. Qua *C* kẻ đường thẳng *d* song song với *AB* cắt tia *AM* tại *N* . Chứng minh *M* là trung điểm của

*AN* .

# Lời giải:

**Bài 4. MĐ2** Cho

*ABC* , có *B*  *C*

và *AB*  *AC* . Tia phân giác của góc *B* cắt *AC* ở *D* . Tia phân

giác của góc *C* cắt *AB* ở *E* .

1. So sánh độ dài các đoạn thẳng *BD* và *CE* .
2. Gọi *I* là giao điểm *BD* và *EC* . Chứng minh *BI*  *IC* , *IE*  *ID* .

# Lời giải:

**Bài 5. MĐ3** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* chứa điểm *A* , vẽ tia *Bx* , *Cy* lần

lượt cắt hai cạnh *AC* , *AB* tại

1. Chứng minh *AD*  *AE* .

*D*, *E* sao cho *ABD*  *ACE* .

1. Gọi *I* là giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh *EBI*  *DCI* .
2. Chứng minh *AI*  *BC* .

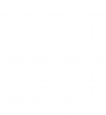
# Lời giải:

**Bài 6. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có *M* và *N* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB* và *AC* . Trên tia đối của tia *NB* lấy điểm *D* sao cho *ND*  *NB* . Trên tia đối của tia *MC* lấy điểm *E* sao cho

*ME*  *MC* . Chứng minh :

1. *AD*  *BC* .
2. *AE* // *BC* .
3. *A* là trung điểm của *DE* .

# Lời giải:



**Bài 7. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AM*  *AB* ; *AM*  *AB*

sao cho *M* và

*C* khác phía đối với đường thẳng *AB* . Vẽ đoạn thẳng *AN*  *AC* và *AN*  *AC* sao cho *N* và *B* khác

phía đối với đường thẳng *AC* . Gọi *I* , *K* lần lượt là trung điểm của *BN* và *CM* . Chứng minh :

1. *AMC*  *ABN* .
2. *MC*  *BN* và *MC*  *BN*
3. *AI*  *AK*

# Lời giải:

và *AI*  *AK* .

# PHIẾU BÀI TẬP

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

1. **Phương pháp giải:**

+ Xét hai tam giác.

+ Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh, góc – cạnh - góc.

+ Kết luận hai tam giác bằng nhau.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***M N***

***E***

***B C Q P D***

**Bài 2. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A E***

***F H***



***D***

***B C***

***G***

**Bài 3. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có hai tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***B E***

***G H K L***

***Q P N***

**GH // QP**

***M A C D F***

**Bài 4. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***M***

***N Q***



1 2

1 2

***P O***

**Bài 5. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh.

***A***

***P Q***

***E F***

***B***

***I***

***G***

***D***

***H***

***M N***

***C***

**Bài 6. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc - cạnh - góc.

***M***

***A***



***O***

***B C***

***E***

***D N P***

**Bài 7. MĐ2** Qua trung điểm *I* của đoạn thẳng *AB* , kẻ đường thẳng vuông góc với *AB* , trên đường thẳng vuông góc đó lấy hai điểm *C* và *D* . Nối *CA*,*CB*, *DA*, *DB* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

**Bài 8. MĐ2** Cho tam giác *ABC* , kẻ *AH* vuông góc với

*BC*, *H*  *BC*  . Trên. tia đối của tia *HA* lấy

điểm *K* sao cho *HK*  *HA* , nối

*KB*, *KC KB*, *KC* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

**Bài 9. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

**Bài 10. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

**Bài 11. MĐ2** Cho *Oz* là tia phân giác góc *xOy* . Trên các tia *Ox*, *Oy*,*Oz* lần lượt lấy các điểm

*A*, *B*, *C*

(khác *O* ) sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh *OAC*  *OBC* .

**Bài 12. MĐ3** Cho góc *xOy* khác góc bẹt. Trên cạnh *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* , trên cạnh *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* , sao cho *OA*  *OC*;*OB*  *OD* .

1. Chứng minh *OAD*  *OCB* .
2. Chứng minh *ACD*  *CAB* .

**Bài 13. MĐ3** Cho *ABC* vuông ở *A* . Trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *D* sao cho *AD*  *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *ABD* .
2. Trên tia đối của tia *AB* lấy điểm *M* . Chứng minh *MBD*

 *MBC* .

**Bài 14. MĐ3** Cho hình vẽ sau, trong đó

1. *OAB*  *ODC* .
2. *OAC*  *ODB* .

*AB* // *CD*, *AB*  *C*D . Chứng minh rằng:

**Bài 15. MĐ4** Cho góc nhọn *xOy* có tia *Oz* là tia phân giác. Qua điểm *A* thuộc tia *Ox* , vẽ đường thẳng song song với *Oy* cắt *Oz* tại *M* . Qua *M* kẻ đường thẳng song song với *Ox* cắt *Oy* tại *B* .

1. Chứng minh *OAM*  *MBO* .
2. Từ *M* vẽ *MH*  *Ox* ; *MK*  *Oy* . Chứng minh *MHO*  *MKO* .

**Bài 16. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có

*A*  90 và *AB*  *AC* . Trên các cạnh *AB* và *AC* lần lượt lấy

điểm *D* và *E* sao cho *AD*  *AE* . Qua *A* và *D* kẻ đường vuông góc với *BE* cắt *BC* lần lượt tại *M*

và *N* . Tia *ND* cắt tia *CA* tại *I* . Chứng minh rằng:

1. *AID*  *ABE* .
2. Chứng minh *CM*  *MN* .

**Bài 17. MĐ4** Cho *ABC* , kẻ *BD* vuông góc với *AC* , *CE* vuông góc với *AB* . Trên tia đối của tia *BD*

, lấy điểm *H* sao cho *BH*  *AC* . Trên tia đối của tia *CE* lấy điểm *K* sao cho *CK*  *AB* . Chứng minh

*AH*  *AK* .

# Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác

1. **Phương pháp giải:**

+ Chọn hai tam giác có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.

+ Chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau theo một trong hai trường hợp cạnh - góc - cạnh, góc - cạnh - góc rồi suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh, góc - cạnh - góc .

+ Kết hợp với các tính chất đã học về tia phân giác, đường thẳng song song, đường trung trực, tổng ba góc trong một tam giác, ... để chứng minh một tính chất khác.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* , tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *M* . Chứng minh:

*BM*  *CM* .

**Bài 2. MĐ1** Cho góc nhọn *xOy* có *Om* là tia phân giác, *C**Om* *C*  *O* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* , trên tia *Oy* lấy điểm *B* sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh: *CA*  *CB* .

**Bài 3. MĐ1** Cho

*ABC*  *MNP* . Gọi *O* và *G* lần lượt là trung điểm của các cạnh *BC* và *NP* .

Chứng minh *AO*  *MG* .

**Bài 4. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *D* .

1. Chứng minh *AB*  *AC* .
2. Chứng minh *AD*  *BC* .

**Bài 5. MĐ2** Cho

*ABC* có *AB*  *AC* . Phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại điểm *D* . Trên cạnh *AC*

lấy điểm *E* sao cho *AE*  *AB* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *DA* là tia phân giác của góc *BDE* .

**Bài 6. MĐ2** Cho góc *xOy* khác góc bẹt và có *Ot* là tia phân giác. Lấy điểm *C* thuộc *Ot* *C*  *O* . Qua

*C* kẻ đường vuông góc với *Ot* , cắt *Ox*, *Oy* theo thứ tự ở

1. Chứng minh: *OA*  *OB* .

*A*, *B* .

1. Lấy điểm *D* thuộc *Ct* *D*  *C*  . Chứng minh: *DA*  *DB*

và *OAD*  *OBD* .

**Bài 7. MĐ2** Cho *ABC* , *M* là trung điểm của *BC* . Trên tia đối của tia *MA* lấy điểm *E* sao cho

*ME*  *MA* . Chứng minh:

1. *ABM*  *ECM* .
2. *AB*  *CE* và

*AC* // *BE* .

**Bài 8. MĐ3** Cho tam giác *ABC* có

*A*  80 . Dựng *AH* vuông góc với *BC* ( *H*  *BC* ). Trên tia đối

tia *HA* lấy điểm *D* sao cho *HD*  *HA* .

1. Chứng minh: *AC*  *DC* .
2. Chứng minh: *ABC*  *DBC* .
3. Xác định số đo góc *BDC* .

**Bài 9. MĐ3** Cho

*ABC*

trên nửa mặt phẳng bờ *AC* không chứa điểm *B* , lấy điểm *D* sao cho

*AD* // *BC* và *AD*  *BC* . Chứng minh:

1. *AB*  *CD* .
2. *AB* // *CD* và *ABD*  *CDB* .

**Bài 10. MĐ3** Cho *ABC* có

*B* cắt *AC* ở *D* .

*A*  90 , trên cạnh *BC* lấy điểm *E* sao cho *BA*  *BE* . Tia phân giác góc

1. Chứng minh: *ABD*  *EBD* .
2. Chứng minh: *DA*  *DE* .
3. Tính số đo *BED* .
4. Xác định độ lớn góc *B* để *EDB*  *EDC* .

# Bài 11. MĐ3 Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Kẻ tia phân giác *AD* của *BAC* *D*  *BC*  . Trên cạnh *AC*

lấy điểm *E* sao cho *AE*  *AB* , trên tia *AB* lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *BF*  *EC*
3. *BDF*  *EDC* .
4. *AD*  *FC* .

**Bài 12. MĐ4** Cho tam giác *ABC*  *AB*  *AC*  , tia *Ax* đi qua trung điểm *M* của *BC* . Kẻ *BE* và *CF*

vuông góc với *Ax* (*E*, *F*  *Ax*) .

1. Chứng minh: *BE* // *CF* .
2. So sánh *BE* và *FC* ; *CE* và *BF* .
3. Tìm điều kiện về

*ABC*

để có *BE*  *CE* .

**Bài 13. MĐ4** Cho tam giác *ABC* . Đường thẳng qua *A* song song với *BC* cắt đường thẳng qua *C*

song song với *AB* ở *D* . Gọi *M* là giao điểm của *BD* và *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *CDA* .
2. Chứng minh *M* là trung điểm của *AC* .
3. Đường thẳng *d* qua *M* cắt các đoạn thẳng

của *IK* .

*AD*, *BC* lần lượt ở

*I* , *K* . Chứng minh *M* là trung điểm

**Bài 14. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AD* vuông góc với *AB* và *AD*  *AB*

( *D*, *C*

khác phía so với *AB* ). Vẽ đoạn thẳng *AE* vuông góc với *AC* và *AE*  *AC* ( *E*, *B* khác phía so với

*AC* ). Chứng minh:

1. *BE*  *DC* .
2. *BE*  *DC* .

**Bài 15. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của

*AB*, *AC* . Lấy điểm

*E*, *D*

sao cho *M* , *N* là trung điểm của *CE*, *BD* .

1. Chứng minh:
2. Chứng minh:

*AD* // *BC* .

*A*, *E*, *D* thẳng hàng.

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***D M***

***A***

***B C E F N P***

**Bài 2. MĐ1** Trên mỗi hình 1, hình 2, hình 3 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***E C***



***A***

***F***



***S***

***K***

**Hình 1**

***O B***

***G B D***

**Hình 2**

***C***

***H***

**Hình 3**

**Bài 3. MĐ1** Cho hình vẽ, chứng minh *ABC*  *MNP* .

***A M***

***B C N P***

**45°**

**70°**

**70°**

**65°**

**Bài 4. MĐ2** Cho

*ABC*  *MNP* . Gọi *AD* là đường phân giác góc *A* của tam giác *ABC* . Gọi *ME*

là đường phân giác góc *M* của tam giác *MNP* . Chứng *ABD*  *MNE*.

**Bài 5. MĐ3** Cho góc *xAy* . Lấy điểm *B* trên *Ax* , điểm *D* trên *Ay* sao cho *AB*  *AD*

. Trên tia *Bx*

lấy điểm *E* , trên tia *Dy* lấy điểm *C* sao cho *BE*  *DC* . Chứng minh *ABC*  *ADE* .

**Bài 6. MĐ4** Cho

*ABC*

có *D* là trung điểm của *BC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa điểm

*A* , vẽ tia *Bx* // *AC* , *Bx* cắt tia *AD* ở *E* .

1. Chứng minh *ADC*  *EDB* .
2. Trên tia đối của tia *AC* , lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Gọi *I* là giao điểm của *AB* và *EF* . Chứng minh *AIF*  *BIE* .

# Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác

**Bài 1. MĐ1** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC* , *AB* . Chứng minh rằng : *BM*  *CN* .

**Bài 2. MĐ2** Cho *ABC*

1. *ABM* *ACM* .

có *AB*  *AC* , phân giác *AM* *M*  *BC*  . Chứng minh:

1. *M* là trung điểm của *BC* và *AM*  *BC* .

**Bài 3. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có : *AB*  *AC*

và *M* là trung điểm của *BC* .

1. Chứng minh *AM* là tia phân giác của góc *BAC* .
2. Chứng minh *AM*  *BC* .
3. Qua *C* kẻ đường thẳng *d* song song với *AB* cắt tia *AM* tại *N* . Chứng minh *M* là trung điểm của

*AN* .

**Bài 4. MĐ2** Cho

*ABC* , có *B*  *C*

và *AB*  *AC* . Tia phân giác của góc *B* cắt *AC* ở *D* . Tia phân

giác của góc *C* cắt *AB* ở *E* .

1. So sánh độ dài các đoạn thẳng *BD* và *CE* .
2. Gọi *I* là giao điểm *BD* và *EC* . Chứng minh *BI*  *IC* , *IE*  *ID* .

**Bài 5. MĐ3** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* chứa điểm *A* , vẽ tia *Bx* , *Cy* lần

lượt cắt hai cạnh *AC* , *AB* tại

1. Chứng minh *AD*  *AE* .

*D*, *E* sao cho *ABD*  *ACE* .

1. Gọi *I* là giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh *EBI*  *DCI* .
2. Chứng minh *AI*  *BC* .

**Bài 6. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có *M* và *N* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB* và *AC* . Trên tia đối của tia *NB* lấy điểm *D* sao cho *ND*  *NB* . Trên tia đối của tia *MC* lấy điểm *E* sao cho *ME*  *MC* Chứng minh :

1. *AD*  *BC* .
2. *AE* // *BC* .
3. *A* là trung điểm của *DE* .

**Bài 7. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AM*  *AB* ; *AM*  *AB*

sao cho *M* và

*C* khác phía đối với đường thẳng *AB* . Vẽ đoạn thẳng *AN*  *AC* và *AN*  *AC* sao cho *N* và *B* khác

phía đối với đường thẳng *AC* . Gọi *I* , *K* lần lượt là trung điểm của *BN* và *CM* . Chứng minh :

1. *AMC*  *ABN* .
2. *MC*  *BN*
3. *AI*  *AK*

và *MC*  *BN* . và *AI*  *AI* .